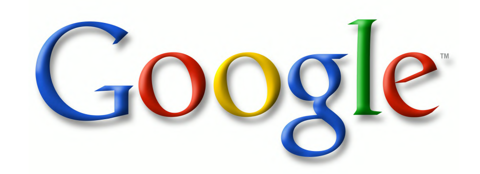
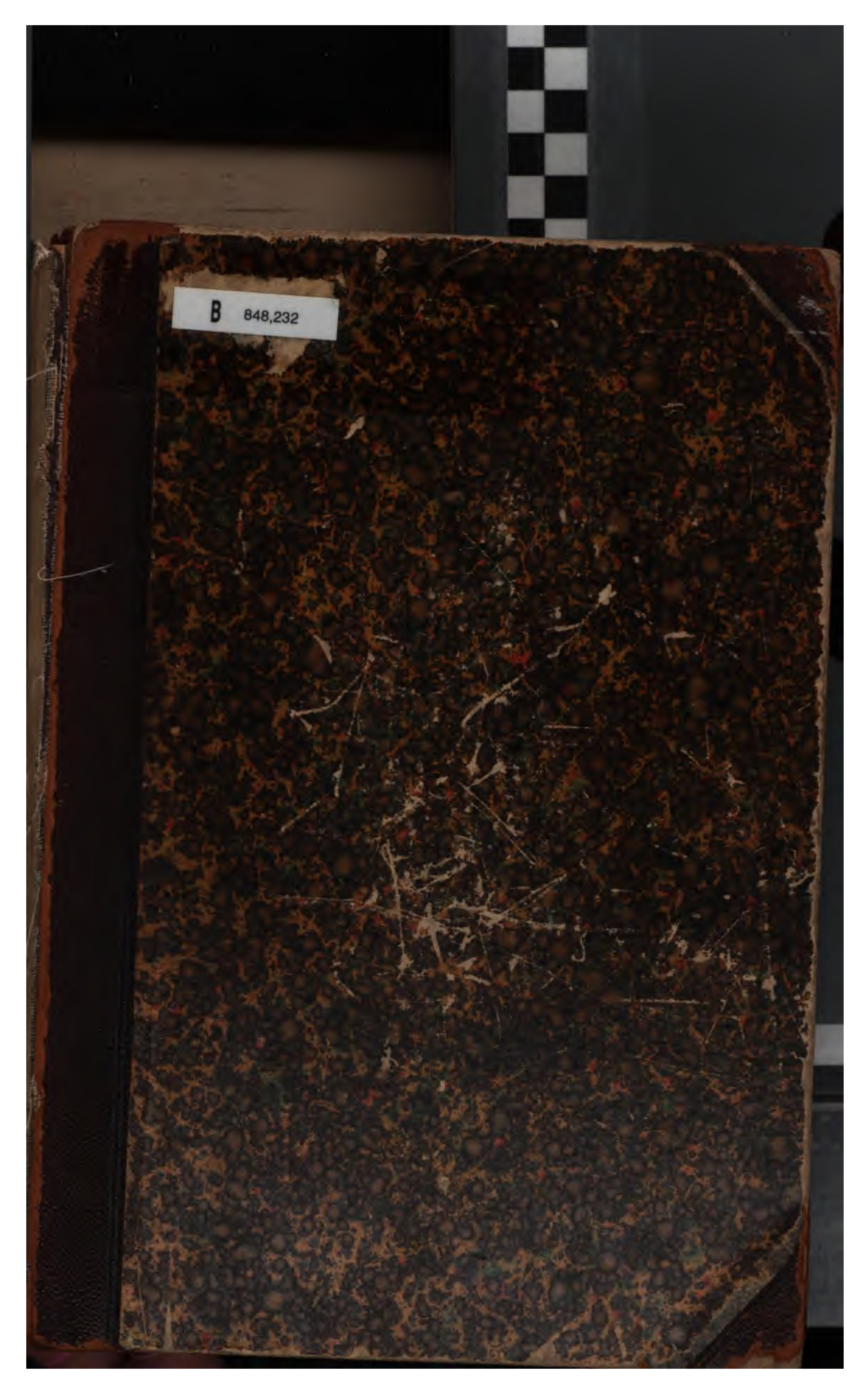





Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford - Messer
Bequest





SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

JAHRGANG 1896.

ZWEITER HALBBAND. JULI BIS DECEMBER.

STÜCK XXXIII—LIII MIT NEUN TAFELN,
VERZEICHNISS DER EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN, NAMEN- UND SACHREGISTER.

BERLIN, 1896.
VERLAG DER KÖNIGLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.
IN COMMISSION BEI GEORG REIMER.



INHALT.

Inhalt.

1896.
XXXIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

2. Juli. Öffentliche Sitzung zur Feier des LEIBNIZischen Jahrestages.

Vorsitzender Secretar: Hr. WALDEYER.

Der Vorsitzende eröffnete die Sitzung mit folgender Ansprache:

Wir leben in einer Zeit der Erinnerungen! Die Jahre 1895 und 1896 brachten die viertelhundertjährige Wiederkehr jener unvergesslichen Tage, in denen Deutschland seine Einigung und sein Kaiserliches Haupt in gewaltigem Ringen mit dem Volke wieder erkämpfte, welches dem alten Reiche den Todesstoss gegeben hatte. Die beiden erhebendsten Erinnerungstage, der 18. Januar und der 10. Mai, fallen in dieses Jahr, 1896; nur erst wenige Wochen trennen uns von der schönen Feier des ersten Friedensjubiläums in der alten Krönungsstadt Frankfurt am Main, nur wenige Tage von dem Weihefeste des Denkmales auf dem Kyffhäuser Berge, am Gedenkdatum von Belle-Alliance, jenes Denkmales, in welchem sich das neue Reich mit dem alten in den hehren Gestalten Kaiser WILHELM's des Ersten, des Hohenzollern, und Kaiser FRIEDRICH's des Ersten, des Hohenstaufen, verbindet!

Auch der LEIBNIZ-Tag ist eine Erinnerungsfeier. Aber nicht nur das Gedächtniss an ihren geistigen Begründer und ersten Praesidenten will die Akademie festhalten und immer wieder neu beleben; sie weiht ihn auch dem Andenken an ihre in der Jahresfolge hin-

geschiedenen Mitglieder. Heute haben wir wieder die schmerzliche Pflicht, zweien Männern, die seit dem letzten Leibniz-Tage aus unserer Mitte geschieden sind, den Nachruf zu widmen. Eine herbe Tücke des Schicksals liess sie Beide: Heinrich von Sybel und Heinrich von Treitschke, von denen der Eine die »Geschichte der Begründung des Deutschen Reiches durch Wilhelm I.« geschrieben hat, der Andere gerade sich anschickte, an die Schwelle der Geschichte jener grossen Zeit im Verfolge seines Werkes »Deutsche Geschichte im 19. Jahrhundert« heranzutreten, in dem Erinnerungsjahre selbst den Tod erleiden; keiner von Beiden erlebte mehr den Gedenktag des Frankfurter Friedens! Aus berufenerem Munde wird heute Beider Lebenswerk geschildert werden.

Wie an die Todten, so wendet sich der Leibniz-Tag aber auch an die Lebenden: die Akademie heisst an diesem Tage ihre neugewonnenen Mitglieder willkommen; Heinrich von Treitschke hätte unter ihnen sein sollen; wir haben ihn, da er erst im August des vorigen Jahres in die Akademie eintrat, noch nicht bewillkommnen können; nur die Todtenklage können wir ihm weihen. Doch bleibt uns die Ehre und die Freude drei im verflossenen Jahre neu eingetretene Mitglieder, die HH. Kohlrausch, Warburg und van t'Hoff, begrüssen zu können.

Nahe liegt es in diesem Jahre der Erinnerungen, mit welchem grade 250 Jahre seit Leibnizens Geburt verfliessen, auch weiter in die Geschichte des Leibniz-Tages zurückzugreifen: Die Akademie hat über ein Jahrhundert bestanden, ohne den Tag festlich zu begehen; sie feierte in der ersten Zeit, wie noch heute, die Geburtstage ihrer erhabenen Beschützer, der Preussischen Herrscher und behielt dazu auch nach dem Tode Friedrich's des Einzigen, ihres grossen Erneuerers, dessen Geburtstag als Gedächtnisstag bei, bis im Jahre 1812, wo Friedrich Wilhelm III. der Akademie ein neues Statut gab, die erste Leibniz-Sitzung gehalten wurde; in dieser sprach der Philologe Buttmann zum Gedächtniss Leibnizens. Welch' eine Erinnerung weckt diese Zeit heute, da wir die fünfundzwanzigste Wiederkehr dieses Gedächtnisstages nach dem ruhmvollen Friedensschlusse vom 10. Mai 1871 begehen! Damals, 1812, stand der erste Napoleon auf dem Gipfel seiner Macht; wenige Tage vor der ersten Leibniz-Feier in Berlin hatte er mit der grossen Armee den Niemen überschritten, um Russland niederzuwerfen; ganz Deutschland musste ihm Heeresfolge leisten. — Wenige Monate später in demselben Jahre hatten das Feuer Moskaus und das Wasser der Beresina ihm und seiner Sache den rauhen Stoss gegeben, der nicht mehr verwunden werden sollte!

Hatte Preussen die Zeit seiner politischen Fesselung dazu benutzt, sich geistig zu heben und die Wissenschaften zu pflegen, so ist auch

das neue Statut der Akademie und die Gründung der LEIBNIZ-Feier eines der Zeichen dieses geistigen Lebens und Regens, welches die politische Befreiung so würdig vorbereitete, und gewahren liess, dass in dem äusserlich darnieder liegenden Staatskörper noch frisches warmes Blut kreise.

Wir überspringen 58 Jahre.

Mein hochverehrter einstiger Lehrer und Vorgänger in dem Amte, welches mich heute zu dieser Stelle führt, Hr. DU BOIS-REYMOND, dessen beredter Mund so oft von diesem Platze und an diesem Tage gesprochen, war am LEIBNIZ-Tage 1870 der Festredner; es war am 7. Juli. »LEIBNIZische Gedanken in der neueren Naturwissenschaft« so lautete sein Thema. Friedliche wissenschaftliche Gedanken waren es, die erörtert wurden, wie denn Niemand hier in der preussischen Hauptstadt an die Möglichkeit kriegerischer Verwickelungen dachte. Von Paris aber war an eben jenem Tage die Depesche des Duc DE GRAMONT an BENEDETTI abgegangen, die den Letzteren anwies, sich auf die verhängnissvolle Reise nach Ems zu begeben! Kaum vier Wochen später, am 3. August desselben Jahres, drängten die Ereignisse Hrn. DU BOIS-REYMOND, als damaligen Rector, zu seiner flammenden Rede über den Deutschen Krieg!

Heute vor 25 Jahren waren die Schwerter schon wieder eingesteckt, der Friede war geschlossen; wir konnten den LEIBNIZ-Tag kurz vor und kurz nach dem grossen Völkerringen beide Male im Frieden begehen.

Wir leben in einer Zeit der Erinnerungen! Aber nicht nur die gewaltigen bewegten Tage, die wir als Merksteine des Streitens der Völker im Gedächtnisse festhalten, sondern auch die Gedenktage der Schöpfungen des Friedens kehren heute wieder. Vor wenigen Wochen war es, als unsere Schwester-Akademie, die Akademie der Künste, die Feier ihres 200jährigen Bestehens beging. Haben wir ihr an dem festlichen Tage unsere Glückwünsche dargebracht, so ziemt es sich wohl, dass wir auch heute von dieser Stelle aus des schönen Festes gedenken und unserer Freude Ausdruck geben. Trennen uns ja doch nur noch wenige Jahre von der gleichen Feier, die wir im ersten Jahre des kommenden Saeculum in Frieden zu begehen hoffen.

Die Feier unserer Schwesteranstalt hat zu einer hochbedeutsamen Kundgebung Sr. Majestät des Kaisers und Königs, unseres allergnädigsten Schirmherrn, Veranlassung gegeben, die — so dürfen wir wohl annehmen — auch für uns hochwichtig ist und uns zu frohen Hoffnungen berechtigt. Se. Majestät geruhten anzukündigen, dass für die Akademie der Künste ein neues und würdiges Heim geschaffen werden solle. Und in diesen Tagen ist von Sr. Excellenz dem Herrn

Cultusminister bereits die Aufforderung zu einer Preisbewerbung für den Neubau ergangen.

Wir befinden uns in der gleichen Lage, wie die Akademie der Künste; auch die von uns für unsere öffentlichen Sitzungen, für unsere Arbeiten, für unsere Bibliothek und für die sonstigen Sammlungen zu benutzenden Räume sind unzulänglich geworden. Wenn auch die stille ernste Arbeit des Gelehrten sich nicht an die Öffentlichkeit zu wenden hat, wie die Kunst es thun muss, um lebendig zu bleiben und wirksam zu werden, so sollen unsere wissenschaftlichen Anstalten und gelehrten Körperschaften doch Fühlung mit dem Volke anstreben und festhalten. Mit der heutigen Festsitzung wendet sich ja unsere Akademie an alle Kreise, die ein Interesse für die Pflege der Wissenschaften haben. Mehr wie jemals fordert die Zeit der elektrischen Mittheilungen und der weitgehendsten Öffentlichkeit, die die Kunde eines neuen Fundes, einer neuen wissenschaftlichen Entdeckung in wenigen Stunden über den ganzen Erdball vertheilt, fordert unsere Zeit die innige Wechselwirkung aller Factoren des öffentlichen Lebens einer Nation. Die Einigung Deutschlands und sein Eintritt unter einem Haupte in die Reihe der Weltmächte hat auch auf alle deutschen Akademien zurückgewirkt und ihnen eine grössere Bedeutung gegeben. Neue Verbindungen mit anderen gelehrten Gesellschaften sind angeknüpft, der Schriftenaustausch ist reger geworden und es mehrt sich das wissenschaftliche Rüstzeug.

Dringender als bisher macht das Bedürfniss sich geltend, dass die Vorträge, insbesondere diejenigen, welche die experimentellen und biologischen Wissenschaften behandeln, mit Demonstrationen verbunden werden. Vielfach müssen solche Demonstrationen jetzt unvollkommen bleiben, oder gänzlich ausfallen, weil unsere Akademie jeglicher Vorkehrung dafür ermangelt; eine schwarze Tafel, Kreide und Schwamm sind zur Zeit unser ganzes Handwerkszeug. Die Mittel einige passende Experimentirtische, einige Apparate, wie: Messwerkzeuge, Mikroskope, Vorrichtungen zu passender Beleuchtung, zum Aufhängen von Demonstrationstafeln u. a. würden vielleicht zu beschaffen sein; aber es fehlt an jeglichem Raum dergleichen aufzustellen.

Aber noch ein anderer wichtigerer Punkt möge hier zur Sprache gebracht sein. Die meisten Mitglieder der Akademie gehören zugleich der Universität an, und ihnen stehen für ihre Arbeiten die Universitätsanstalten offen; einige andere Mitglieder haben andere wissenschaftliche Anstalten zu ihrer Verfügung. Immer aber ist die Akademie bestrebt gewesen auch einzelne Männer hoher wissenschaftlicher Bedeutung heranzuziehen, die, frei von allen anderen Verpflichtungen, ihre Kraft voll und ungetheilt der Akademie widmen konnten. Für

eine solche Stellung vermochten wir in diesem Jahre Hrn. van t'Hoff zu gewinnen. Ist das Arbeitsfeld des in eine solche Stellung Berufenen ein naturwissenschaftliches, so wird er in den weitaus meisten Fällen besondere Arbeitsräume mit den entsprechenden Einrichtungen nöthig haben. Der Paragraph 18 unserer Statuten besagt zwar, »dass die ordentlichen Mitglieder der Akademie das Recht auf die Benutzung aller Königlichen öffentlichen der Wissenschaft und Kunst gewidmeten Institute und Sammlungen in der grössten nach den bestehenden Vorschriften zulässigen Ausdehnung haben«; praktisch wird dies jedoch nur in sehr seltenen Fällen dem Bedürfnisse genügen können.

Da wäre es nun für einen künftigen Umbau oder Neubau von grösster Wichtigkeit gleich einige solche Räume vorzusehen, die für physikalische, chemische oder biologische Forschungen leicht eingerichtet oder, im Bedürfnissfalle, umgestaltet werden könnten.

Innerhalb eines grossen Wissensgebietes entwickeln sich mit der Zeit einzelne Abtheilungen in so hervorragender Weise, dass sie besonderer Vertretung und Pflege benöthigen. So haben wir schon vor längerer Zeit die vergleichende Sprachwissenschaft und die Aegyptologie emporwachsen sehen, die bereits regelmässige Vertretung gefunden haben. Politische Umgestaltungen führen zur Weiterentwickelung besonderer Wissensgebiete; schon ist bei uns der Einfluss des Colonialerwerbes in dieser Beziehung fühlbar geworden, und es bedarf keiner besonderen Prophetengabe, um vorhersagen zu lassen, dass in derselben Weise, wie die Ablösung der alten hellenisch-römischen Weltherrschaft des Mittelmeerbeckens durch die ungleich grössere des atlantischen Oceans, welche sich mit der Entdeckung Americas anbahnte, einen gewaltigen Einfluss auf die Wissenschaften ausgeübt hat, auch der neueste Schritt der Weltbewegung, welcher den Schwerpunkt der grossen Politik an die bisher so unbewegten und friedlichen Gestade des Grossen Oceans zu versetzen scheint, die Entwickelung der Wissenschaft nicht unberührt lassen werde.

Nicht ohne Zusammenhang mit den grossen Welteinflüssen haben sich in besonders reicher Zahl im Gebiete der Naturwissenschaften, sowohl in den sogenannten exacten und rechnenden: der Astronomie, der Physik und Chemie, als auch in den biologischen einzelne Sonderzweige so weit entwickelt, dass sie, um gleichmässig weiter gefördert und den anderen Gebieten nutzbar werden zu können, einer eigenen Pflege bedürfen: ich brauche nur an die Astrophysik, physiologische Chemie, mathematische Physik, physikalische Chemie, und Elektricitätslehre zu erinnern.

Die Entwickelungsgeschichte, die noch vor wenigen Jahrzehnten an den Universitäten kaum gelehrt wurde, schickt sich an

überall ihre besondere Vertretung zu erobern und nimmt in jüngster Zeit mit der Einführung der experimentellen Forschung in ihr Gebiet einen noch nicht übersehbaren Flug. Neben ihr erhebt, als frischer Spross der Biologie, die Cytologie im Verein mit der allgemeinen Histologie ihr junges Haupt. Die Themata, welche auf den Versammlungen der Botaniker, Zoologen und Anatomen in den letzten Jahren behandelt wurden, waren grösstentheils cytologische, und liessen erkennen, was gegenwärtig im Vordergrunde des Interesses steht. Zu unserer Verwunderung — so möchte ich fast sagen — sahen wir Vertreter dieser Disciplinen, die so weit aus einander gewandert waren, an der Zelle, diesem Urquell alles Lebendigen, sich wieder zusammenfinden, und in ihm das gegenseitige Verständniss wieder gewinnen.

Die Meisten von uns haben noch die Anfänge der Sonderausbildung aller dieser Disciplinen erlebt; wir dürfen erwarten, dass diese Entwickelung mit dem herannahenden Ende des Jahrhunderts nicht stille steht, sondern dass das zwanzigste Saeculum dem neunzehnten darin nicht nachbleiben, ja, es wahrscheinlich noch übertreffen wird. Ich meine nun, dass auch die Akademien in der Sorge für diese sich emporarbeitenden Sonderdisciplinen eine ihrer Aufgaben erblicken müssten. Denn, wie sich die Wissenschaften entwickeln, so müssen es auch die Institutionen thun, welche der Mensch sich zur Pflege der Wissenschaften schafft. Darauf müssen wir zeitig Bedacht nehmen, wenn wir an eine Umgestaltung der äusseren Gewandung dieser Einrichtungen denken und den Wunsch nach einer solchen hegen.

Dass dieser Wunsch berechtigt ist, darüber besteht wohl kein Zweifel. Das Kaiserliche Wort an unsere Schwesterakademie und, in Ausführung desselben, der Erlass des hohen vorgeordneten Ministeriums lassen uns vertrauen, dass auch der Akademie der Wissenschaften schon in gleichem Sinne gedacht worden ist.

Liegt es nahe, nach den Rückblicken in langvergangene Zeiten, nach den Erinnerungen an frühere Leibniz-Tage und nach den Hinblicken auf die Gegenwart, auch einen Vorausblick in die Zukunft zu werfen, so bringt uns, wir hoffen es, der bedeutungsvolle bisaeculare Erinnerungstag des Jahres 1900 die Erfüllung des Wunsches, dem ich heute Worte zu leihen mir gestattet habe.

Hr. Kohlrausch hielt folgende Antrittsrede:

Der Berufung in diese hohe Körperschaft muss doppelt dankbar derjenige folgen, welcher ohne sie das gewohnte Arbeiten in einem

akademischen Gemeinwesen einbüssen würde. Denn ein solcher Verlust kann durch nichts ausgeglichen werden, auch nicht dadurch, dass man im eigenen Berufsfelde die höchsten Aufgaben, den lehrreichsten Verkehr und die vollkommensten Hülfsmittel findet.

Die Physik ist aus ihrer früheren äusserlich sehr bescheidenen Lage in den letzten Jahrzehnten zu einer anerkannten Stellung ersten Ranges emporgewachsen. Sie verdankt dies einerseits ihrem Unterrichte, dessen vielseitige Bildungskraft für das Denken und das Schaffen von Niemandem mehr geleugnet wird. Aber wenn man die Triebfedern aus einander legen würde, welche die Regierungen und Volksvertretungen zu der Bewilligung der vielen Millionen für physikalische Institute geneigt gemacht haben, so würde mehr noch als der Unterricht der Zusammenhang physikalischer Forschung mit dem Leben, mit der Technik, wie man zu sagen pflegt, sich als wirksames Motiv erweisen. Die Physik ist zu ihren reichen Mitteln durch ihre Wechselwirkung mit der Culturentwickelung gelangt; nach dem modernen Grundsatze, dass man bei einem Nutzen versprechenden Unternehmen ein Capital wagen muss.

Über die Lage, in welche die Physik hierdurch versetzt worden ist, würde sich vielerlei sagen lassen; ich möchte um die Erlaubniss bitten, hier ausnahmsweise einmal nicht vom Standpunkte der Wissenschaft, sondern von demjenigen des Lebens aus zu sprechen.

Seit ihrem Bestehen hat die Physik befruchtend auf die Entwickelung menschlicher Cultur eingewirkt. So hat sie in ihren Anfängen die Messinstrumente für Wärme, Luftdruck und Luftfeuchtigkeit erfunden und, freilich in bescheidenem Maasse, länger als hundert Jahre die Untersuchungen gemacht, welche sich in unserem Jahrhundert zu dem ausgedehntesten und vielleicht einflussreichsten von allen Forschungsgebieten, zur Meteorologie, erweitert haben.

Ähnlich ist die Erforschung der atmosphaerischen Elektricität entstanden. Als naher Verwandter möge auch der Erdmagnetismus hier genannt werden, dessen Grundinstrument, die Magnetnadel, freilich nicht wie das Thermometer durch die Physik erschaffen, aber doch durch sie zu dem den Weltverkehr beherrschenden Hülfsmittel gestaltet worden ist.

Wollen wir von Fernrohr, Mikroskop und photographischer Kammer gleichfalls nicht behaupten, dass nur Physiker sie erfunden haben, so waren es doch wiederum zum grossen Theile die letzteren, welche die Vervollkommnung jener Werkzeuge besorgten, deren vielseitige Anwendungsgebiete auch nur aufzuzählen hier die Zeit fehlt.

Die Luftpumpe, ursprünglich rein physikalischen Interessen dienend, ist später eine Quelle wichtiger Anwendungen geworden; ich

darf hier an die Rohrpost und andere Vacuum-Apparate erinnern, und andererseits an die Herstellung der elektrischen Glühlampen, sowie an die Röntgen-Strahlen, welche wir ohne die Luftpumpe nicht kennen gelernt haben würden.

Die technische Verwendung des Dampfes finden wir zum Theil wenigstens von der Physik vorbereitet. Dann folgen Schlag auf Schlag die elektrischen Entdeckungen, deren Nutzung für Verkehr, Krafterzeugung und Beleuchtung, Chemie, Medicin und Messwesen noch mitten in der Entwickelung steht.

Auch in der Verwerthung der Dispersion des Lichtes für die Chemie, welche derselben die Auffindung acht neuer Elemente verdankt, oder für die Metallurgie, die den Bessemer-Process der Stahlbereitung mit dem Prisma beurtheilt, ist noch lange kein Stillstand zu erwarten. Zu nicht geahnter Wichtigkeit ferner sind die neueren Theile der Optik, Polarisation des Lichtes und verwandte Erscheinungen gelangt, für die übrigen Naturwissenschaften sowohl, wie für Industrie und Handel. Die Frage nach der Beschaffung oder dem Ersatz des Kalkspaths ist der Berathung in hervorragenden wissenschaftlichen Körperschaften, ja sogar internationaler Verhandlungen gewürdigt worden.

Ohne Übertreibung darf man endlich behaupten, dass bei einem der grössten Culturfortschritte des ablaufenden Jahrhunderts, der Einführung in sich einheitlicher und binnen kurzer Zeit auch über die ganze Welt verbreiteter Maasseinheiten, die Physik das Hauptverdienst beanspruchen kann.

Von wichtigen noch nicht erledigten Aufgaben, welche die Technik zur Zeit fast vollständig der Physik zur Lösung überlässt, will ich nur die Messung sehr hoher oder niedriger Temperaturen und die Ermittelung von Lichtstärken nennen.

Überhaupt enthält die vorige Zusammenstellung nur sporadisch herausgegriffene Beispiele aus einer unerschöpflichen Kette von Vorgängen.

Sehr lehrreich ist dabei oft der Verlauf von der wissenschaftlichen Auffindung einer Erscheinung bis zu ihrer Anwendung im Leben. Es ist ein goldenes, nicht oft genug zu wiederholendes Wort, wenn Werner Siemens sagt:

»Fast ohne Ausnahme sind es neue naturwissenschaftliche Entdeckungen, welche wichtige Industriezweige neu erschaffen oder neu beleben. Ob die Aufdeckung einer neuen naturwissenschaftlichen Thatsache technisch verwendbar ist, ergiebt sich in der Regel erst nach ihrer vollständigen systematischen Bearbeitung, d. h. oft erst nach längerer Zeit. Darum darf der naturwissenschaftliche Fortschritt nicht von materiellen Interessen abhängig gemacht werden. Die

moderne Cultur beruht auf der Herrschaft des Menschen über die Naturkräfte, und jedes neu erkannte Naturgesetz vergrössert diese Herrschaft und damit die höchsten Güter unseres Geschlechtes!«

Dass mit einer Entdeckung der Gedanke an ihre Nützlichkeit unmittelbar auftaucht, so wie in dem Falle, unter dessen überwältigendem Eindruck wir noch stehen, ist in der That ganz selten. Es können Jahrzehnte und selbst Jahrhunderte darüber vergehen. Dass Kalkspath und polarisirtes Licht eine beherrschende Stellung erwerben würden, hat vor 200 Jahren so wenig Bartholinus bei der ersten Beschreibung der Doppelbrechung wie Huygens bei der Aufstellung von ihren Gesetzen und bei seiner ersten Beobachtung polarisirten Lichtes geahnt. Von der Ausdehnung der Zuckeranalyse mit diesen Mitteln werden weder Biot noch Mitscherlich eine auch nur angenäherte Vorstellung besessen haben.

Im Jahre 1823 theilte Seebeck unserer Akademie seine Entdeckung des Thermomagnetismus mit; fast gleichzeitig machte Davy darauf aufmerksam, dass die elektrische Leitfähigkeit der Körper ein wenig durch die Temperatur beeinflusst wird. Gewiss haben Seebeck und diejenigen, welche seiner Entdeckung hier sich freuen durften, keine Ahnung davon gehabt, und noch viel weniger Davy, dass jene unscheinbaren Wirkungen jetzt die geradezu unersetzlichen Mittel einestheils der subtilsten Temperaturmessung, andererseits der einzigen zuverlässigen und bequemen Bestimmung der höchsten und niedrigsten Temperaturen abgeben. Einen Werth von 12000 Mark haben die Vorräthe von Platin und Platiniridium, welche soeben der Reichsanstalt zur Prüfung auf ihre pyrometrischen Eigenschaften eingesandt worden sind.

Wer endlich hätte voraussehen können, dass in den Newton'schen Ringen, 200 Jahre nach ihrer Entdeckung, der zur Zeit aussichtsvollste Weg gegeben ist, um eine wirklich unveränderliche Längeneinheit mit einer Genauigkeit, welche den Anschluss des Meters an den Erdumfang übertrifft, auf die Länge von Lichtwellen zu gründen!

Wenn so der Ursprung nützlicher Erfindungen oft in dem rein wissenschaftlichen Forschen liegt, so pflegt ein Gegenstand, sobald er eine technische Bedeutung erlangt, doch bald aus den Händen der Wissenschaft abgegeben zu werden. Das ist einerseits ein Act der Selbsterhaltung für die Wissenschaft. Es kann ja aber auch die Arbeit einzelner Gelehrter wenig mehr in's Gewicht fallen, sobald der öffentliche und private Nutzen dem wissenschaftlich Gefundenen seinen gewaltigen Sporn einsetzt, mit den Mitteln des Capitals und des Erwerbstriebes eine beliebig grosse Anzahl erfahrener Köpfe und Hände heranziehend.

Oft hört man diesen gebräuchlichen Gang der Erfindungen als einen Vorwurf gegen die Wissenschaft und besonders gegen die Physik hervorheben. Diejenigen Elektrotechniker, welche rasch vergessen haben, dass gerade sie die ganze Grundlage ihrer Arbeit der Physik verdanken, sehen wohl mit einer gewissen Geringschätzung von dem Riesenwerk ihres Faches auf die Physik herab. Aber vollkommen mit Unrecht. Jener Entwickelungsgang ist ganz in der Sache begründet, und wenn er nicht bestände, so würde der Wissenschaft ihre Hauptkraft, die Uneigennützigkeit der Forschung, unterbunden sein. Die Triebfedern wissenschaftlichen und technischen Schaffens sind verschieden und müssen verschieden sein.

Mit einigen Theilen ihrer Aufgabe aber bleibt die Anwendung dauernd auf die Unterstützung durch die Wissenschaft angewiesen. Einerseits nämlich mit den Arbeiten, welche eine ruhige Beschäftigung des Geistes bilden, für die in dem rastlosen Vorgehen der Technik nicht die nöthige Sammlung gefunden wird. So hatte die Praxis wohl das moderne Mikroskop oder die Photographenkammer zu einer bewundernswürdigen Güte entwickelt; die höchste Vollendung aber haben diese Gegenstände der Theorie der Gelehrten zu verdanken. Die grössten Schwierigkeiten, welche der transatlantischen Telegraphie im Wege standen, waren nur durch theoretische Erwägungen zu beseitigen.

Hiervon möchte ich jedoch nicht sprechen, sondern von einer anderen Art der Unterstützung, welche Technik verlangt, nämlich bei den schwierigeren experimentellen Arbeiten, welche sich auf die Untersuchung von Materialien, auf die Herstellung von Messinstrumenten oder auf die feineren Messungen selbst beziehen, die auch für die Technik ein unentbehrliches Hülfsmittel bilden.

Nicht allgemein kann man aussprechen, dass die Technik hier von der Wissenschaft abhängig ist; viele schwierige Untersuchungen und feine Messungen hat sie selbst ausgeführt, und die Physik ist sich wohl bewusst, wie vieles Werthvolle sie den grossen Mitteln, dem Unternehmungsgeist und der Ausdauer verdankt, womit die Technik arbeitet. Aber solche Nebenarbeiten können doch zumeist nur die grösseren technischen Firmen ausführen; ein kleiner Betrieb würde durch dieselben zu sehr gestört werden. In einer beträchtlichen Zahl von Punkten endlich fragt jeder, auch der grösste technische Betrieb, am liebsten die Physik direct um Rath.

Wir wollen dies zum Schluss an einigen Beispielen erläutern und dabei andeuten, was durch die moderne Organisation solcher Aufgaben erreicht worden ist.

Wenn der umfangreichste Gegenstand an die Spitze gestellt werden soll, so haben wir wieder mit der Temperaturmessung zu



beginnen, die ja in alle Lebensverhältnisse hereinspielt und in vielen Betrieben grosse Ansprüche an Genauigkeit erhebt. Noch vor zehn Jahren war es für einen Nichtphysiker schwierig, ein verbürgtes Thermometer zu besitzen. Die verbreiteten Instrumente zeigten sogar oft recht falsch; ein ganzer Grad, in höheren Temperaturen eine Anzahl von Graden bilden an älteren Thermometern ganz gewöhnliche Fehler. Vieles frühere meteorologische Beobachtungs-Material mag aus diesem Grunde an Werth verloren haben; wie manche ärztliche Diagnose wird dieses Umstandes halber verhängnissvoll unrichtig abgegeben worden sein, ja, eine grosse Anzahl von älteren Temperatur-Angaben aus physikalischen Instituten selbst ist nicht sichergestellt.

Das ist ganz anders geworden. Die Zahl der in Deutschland geprüften Thermometer rechnet nach Zehntausenden im Jahre, und der Nutzen der Organisation dieser Arbeiten zeigt sich darin, dass es jetzt für Jedermann möglich ist, geprüfte Thermometer für einen nicht in Betracht kommenden Preis zu erwerben.

Noch viel schlimmer als bei den gewöhnlichen Thermometern lag bis zur Gegenwart die Sache bei den Pyrometern, die in der Technik eine sehr grosse Rolle spielen. 50°, ja in hoher Lage mehr als 100°, beträgt die Unsicherheit der früheren Angaben von Glühtemperaturen. Wie man in neuester Zeit mit Erfolg diesen Mangel beseitigt hat, habe ich vorhin angedeutet.

Ganz darnieder lag ferner das Gebiet der Licht-Helligkeitsmessungen, und noch jetzt gehört eine zuverlässig definirte Lichteinheit zu den nicht befriedigten Bedürfnissen. Aber die früher auf 30 Procent unsicheren oder auch ganz werthlosen Angaben über Lichtstärken sind jetzt doch durch solche mit einer Unsicherheit von wenigen Procenten ersetzt worden. Einheiten und Messungsmethoden sind beide durch die Concentration der Arbeit rasch aus ihrer Kindheit herausgewachsen.

Als greifbarer Erfolg solcher Untersuchungen ist z. B. die rationelle Beurtheilung von elektrischen und Gasglühlampen zu nennen, welche beide jährlich in Hunderten von Sorten, mit Brennstunden, welche nach vielen Tausenden zählen, zur Untersuchung eingesandt werden. Die oekonomische Bedeutung solcher Arbeiten sieht man aus dem Überschlage, dass Deutschland jährlich Beleuchtungskosten im Betrage von Hunderten von Millionen Mark aufwendet.

Einen ähnlich hohen Werth stellt der jährlich umgesetzte Zucker dar. Die Prüfung von Saccharimetern und die Vervollkommnung der hier ausschliesslich angewandten optischen Methoden bildet also für die Physik eine weitere Aufgabe, an welcher Industrie und Handel ein hervorragendes Interesse haben.

Vielfach erheblicher noch ist der Verbrauch an Brennstoffen für Betriebs- und Heizzwecke, für welchen tausend Millionen Mark jährlich eine für Deutschland zu klein angenommene Werthsumme bilden. Die Fragen einer rationellen Heizung zu lösen, ist der Technik bis jetzt nicht gelungen, und dieselbe wünscht nunmehr mit Nachdruck, dass die Physik sie bei dieser für die ganze Menschheit bedeutungsvollen Aufgabe unterstützt.

Entsprechend ihrer Entwickelung nimmt ferner die Elektrotechnik mit ihren Ansprüchen eine hohe Stelle ein. Die Messinstrumente für elektrischen Widerstand, Stromstärke, Spannung und Elektricitätsmenge, die Untersuchung von Materialien auf ihre Isolir- oder Leitfähigkeit, von Eisensorten auf ihre magnetischen Eigenschaften, spielen eine grosse Rolle in den Aufgaben, welche der Physik geblieben sind, und dass in ähnlicher Richtung die Zukunft noch Vieles bringen wird, ist mit Sicherheit vorauszusagen.

Rechnen Sie hierzu ferner die Praecisionswerkzeuge, Umdrehungszähler und Stimmgabeln, Sicherungen gegen Kessel- oder Petroleum-Explosionen, dann die Untersuchung von elastischen, optischen und Wärme-Eigenschaften der Stoffe, von denen ich nur Stahl und Glas nennen will, schliesslich etwa noch die unzähligen Messgeräthe für Gewicht, Länge und Volumen, welche erst in einer nicht gar so weit zurückliegenden Zeit zuverlässig und einheitlich gestaltet worden sind oder sogar theilweise noch gestaltet werden müssen, und Sie haben die Hauptobjecte, deren laufende Bearbeitung die Technik zur Zeit von der Physik fordert.

Die bisherigen Pflanzstätten für physikalische Forschung an den Hochschulen, ohnehin durch Unterricht und Selbstverwaltung viel schwerer beansprucht als früher, können mit solchen Arbeiten nicht belastet werden, und so hat das dringende Bedürfniss der letzteren zu neuen Organisationen geführt, zu den Normalaichungscommissionen, den Versuchsanstalten an technischen Hochschulen, und endlich, indem Helmholtz und Siemens ihre Autorität zu der Vorarbeit derjenigen Männer in die Wagschale legten, welche die Wünsche technischer Kreise zusammenfassten, zu der grössten physikalischen Anstalt der Welt und einem der grössten einheitlichen wissenschaftlichen Institute überhaupt, der Physikalisch-technischen Reichsanstalt, welcher die meisten der genannten Aufgaben und, wie ich mich nicht scheue auszusprechen, auch viele von den neuesten Fortschritten angewandter Physik zufallen.

Wenn ich bekenne, dass es bei der Darlegung einiger Beziehungen der Physik zur Technik (um das bei dem Namen der Anstalt gewählte Wort beizubehalten) mein Wunsch war, zugleich die Zwecke

der Reichsanstalt anzudeuten, so werden Sie das berechtigt finden; ist doch meine Arbeit durch jene Beziehungen grossentheils bedingt. Die Ehre, an den Aufgaben der Akademie theilnehmen zu dürfen, ist an wissenschaftliches Arbeiten geknüpft. Es liegt in der Natur der Sache, dass die Reichsanstalt in ihrer Thätigkeit nicht immer die reine Wissenschaft pflegen kann. Immerhin ist auch diese Aufgabe ihr ausdrücklich gestellt worden. Aber auch ohne dies werden Sie die Überzeugung haben, dass eine dreissigjährige Gewohnheit wissenschaftlicher Beschäftigung sich nicht wieder beseitigen lässt und ich bin mir bewusst, dass auch ich ohne die Fortsetzung dieser Gewohnheit nicht würde leben können.

Darauf hielt Hr. Warburg seine Antrittsrede:

Eine unvergleichliche Blütheperiode der deutschen Physik, denkwürdig besonders durch die Namen Gauss und Weber, F. Neumann, Helmholtz, Kirchhoff, Clausius, liegt hinter uns. Eine neue Periode wurde eröffnet durch H. Hertz, welcher von den elektrodynamischen Theorieen seines Lehrers Helmholtz ausging und bei der Theorie von Faraday und Maxwell endigte, dieser durch seine berühmten Experimente das Übergewicht verschaffend. Es schien Hoffnung vorhanden, dass Hertz die heranwachsende Generation auf den von ihm erschlossenen Bahnen weiterführen werde; allein er wurde, wie dereinst Aug. Fresnel, auf der Höhe seiner glänzenden Laufbahn stehend, durch ein unerbittliches Geschick abberufen.

Eine jede Zeit hat ihre Aufgaben. Wem es gelingt, die Aufgaben des Platzes, auf welchen er gestellt ist, zu erfassen und, mögen sie grösser oder kleiner sein, zu erfüllen, hat seine Pflicht gethan und kann in diesem Bewusstsein zu einer Befriedigung gelangen.

Dieser Gedanke war es, welcher mich ermuthigte, den verantwortungsvollen Posten zu übernehmen, auf welchen ich berufen ward. Dieser Gedanke allein ermöglicht es mir heute, ohne zu grosse Beschämung der Akademie meinen Dank auszusprechen für die hohe Ehre, welche mir durch die Aufnahme in diesen Kreis erwiesen wurde.

Die Aufgabe, welche ich mir gestellt habe, zu bezeichnen, gestatten Sie mir, Ihre Aufmerksamkeit auf die drei Männer zu richten, welche vor mir mein Amt verwaltet haben, drei Männer so verschieden in ihren Anlagen und Erfolgen, wie geistig verwandt durch ihre wissenschaftliche Richtung.

Jeder, welcher auf dem Gebiete der Naturwissenschaft forschend arbeitet, muss von gewissen Schlüssen ausgehen, welche er mehr oder weniger bewusst, mit grösserer oder geringerer Sicherheit aus

den ihm bekannten Thatsachen zieht, und durch welche er zu neuen Thatsachen geführt wird.

Magnus stand zu seinen Schlüssen ein hohes Maass natürlichen Verstandes und klarer Einsicht zur Verfügung; er blieb bei den directen Ergebnissen des Experiments stehen, in dessen zweckmässiger und eleganter Anordnung er ein Meister war.

Helmholtz, weit umfassenderen Blicks und das mächtige Hülfsmittel der mathematischen Analyse mit vollendeter Sicherheit handhabend, erhob sich in seinen Schlüssen auf einen ungleich höheren Standpunkt.

War Magnus den Ergebnissen der mathematischen Methode in gewissem Sinne geradezu abhold, so ging Kundt bei seinen Arbeiten mit Vorliebe von jenen Ergebnissen aus, beeilte sich aber stets, die von ihm gefundenen neuen Thatsachen unabhängig von der mathematischen Theorie zu formuliren. Facta manent war ein beliebter Ausspruch von ihm.

In der Beschränkung auf das, was aus den Thatsachen mit Sicherheit hervorgeht, zeigt sich die gemeinschaftliche Richtung dieser drei Männer.

Es giebt in der Physik noch eine andere Richtung des Arbeitens, bei welcher man sich von den zu enträthselnden Erscheinungen aus greifbaren Körpern Bilder construirt, deren Ähnlichkeit mit den Erscheinungen man voraussetzt. Aus dieser Richtung erwuchsen die Theorieen des Lichts und die kinetische Theorie der Gase; auf demselben Wege ist ursprünglich Cl. Maxwell zu seinen grundlegenden Gleichungen des elektromagnetischen Feldes gelangt. Man möchte diesen Weg nach Goethe bezeichnen als den Weg zu den Müttern, deren Haupt des Lebens Bilder umschweben. Ein Weg, das eine Mal reich an überraschenden Erfolgen, das andere Mal ein Abweg, wenn das vorschwebende Bild ein Trugbild gewesen ist.

Langsamer in der Regel, aber sicherer schreitet man auf dem ersten Wege fort, welchen die Berliner Schule seit Magnus eingeschlagen hat und welcher mir gerade in der gegenwärtigen Zeit, wo es sich ebenso um die Erhaltung, als um die Mehrung des überkommenen Erbes handelt, in hohem Maass der Pflege werth scheint. Auf ihm im Geiste meiner Vorgänger, nach Maassgabe meiner Kräfte die Studirenden im hiesigen Institut zu führen, habe ich mir zur Aufgabe gestellt.

Meine bisherige wissenschaftliche Thätigkeit darf ich in gewissem Sinn als Vorbereitung auf diese Aufgabe ansehen. Unmittelbarer Schüler von Magnus werde ich diesem e[illegible]ichtsvollen und gütigen Lehrer stets ein dankbares Andenk[illegible]ahren. Mit Kundt habe

ich drei Jahre lang in Strassburg gemeinschaftlich an der Lösung wissenschaftlicher Probleme gearbeitet, und einen grossen Theil meiner wissenschaftlichen Anschauungen verdanke ich von Helmholtz' veröffentlichten Schriften.

Möge denn der Geist dieser drei Männer unter uns fortwirkend eine gesunde und fruchtbringende Entwicklung der heranwachsenden Generation herbeiführen.

Die Antrittsrede des Hrn. van t'Hoff lautete:

Hochgeehrte Collegen! Wenn ich am heutigen Leibniz-Tage als neuberufenes Mitglied der Akademie mich in einer kurzen Ansprache an Sie wende, so sind es in erster Reihe Worte des Dankes, welche ich Ihnen auszusprechen habe für die wissenschaftliche Auszeichnung, welche mir durch Ihre Wahl und die Allerhöchste Bestätigung derselben zu Theil geworden ist.

Dann aber ladet ein Augenblick wie dieser auch zu einem Rückblick ein auf den eigenen wissenschaftlichen Entwickelungsgang und zu einer Darlegung der Ziele, welche mir vorschweben.

Für die chemische Technik bestimmt und dazu am Polytechnikum zu Delft ausgebildet, führten mich meine mathematischen Bedürfnisse alsbald nach der Universität Leiden, und ich widmete mich der Mathematik, bis die alte Liebe zur Chemie wieder in den Vordergrund trat und mich einem Paar grossen Centren der Structurchemie zuführte, bei Kekulé in Bonn und bei Wurtz in Paris, während ich dann meine Studien in Utrecht abschloss, wo kurz vor meiner Doctor-Dissertation meine erste stereochemische Arbeit erschien.

Dieser doppelte Drang, zur Mathematik einerseits, zur Chemie andererseits, hat sich dann meinen sämmtlichen wissenschaftlichen Bestrebungen aufgeprägt.

Es stand damals, in den siebziger Jahren, so ziemlich fest, dass die Chemie ihre tiefere mathematische Begründung durch die Atommechanik hindurch erhalten würde und dass schliesslich im Molecül etwa ein mikroskopisches Planetensystem zu erblicken sei.

So liegen denn auch meine ersten Versuche, um Chemie und Mathematik zu verknüpfen, etwas auf atommechanischem Gebiete. Mein Versuch zur Entwickelung oder vielmehr Gründung der räumlichen Molecularformel, speciell für Kohlenstoffverbindungen, liegt eben darin.

Wie es jedoch öfters geht, das Hauptresultat lag nicht in der Richtung des Versuchs, und so entstand auch aus der Atomlagerung im Raum nicht eine Atommechanik, sondern die Stereochemie. Dieselbe hat sich bei deren rascher Ausbildung auf organischem Gebiete fast in den Vordergrund gedrängt und die früher der Lebenskraft

zugeschriebene optische Drehung in den Bereich der todten Laboratoriumshülfsmittel gebracht. Ein Schritt ist damit also wohl gemacht, jedoch kein Schritt, der bis zum Anschluss an die Mathematik führt.

Mag es dann auch schliesslich mit der Chemie zur Atommechanik kommen, so ist so viel klar, dass vor der Hand die Brücke zwischen Chemie und Mathematik in einem ganz anderen Gebiete liegt, und zwar in demjenigen der mechanischen Wärmelehre, unter möglichst beschränkter Mitberücksichtigung der kinetischen Theorie. Es sind dann die Erscheinungen der Dissociation, des chemischen Gleichgewichts, denen das Hauptinteresse gebührt. Dafür eben lassen sich auf Grund der mechanischen Wärmetheorie umfassende Gesetzmässigkeiten entwickeln, die bis dahin durch den Versuch glänzend bestätigt wurden.

Speciell für den Zustand der verdünnten Gase und Lösungen ist Alles bis in die Einzelheiten ausgearbeitet, und für eingehendere Kenntniss eben dieser verdünnten Lösungen wurde diese Ausarbeitung von fundamentaler Bedeutung. Der längst gekannte sogenannte osmotische Druck stellte sich dabei als eine für die klare Einsicht wichtige Grösse heraus, deren quantitative Identificirung mit dem Gasdruck das Anwenden sämmtlicher Gasgesetze auf die Lösungen und dadurch auch Moleculargewichtsbestimmung gelöster Körper erlaubt.

Als dann durch Arrhenius' Auffassung der elektrolytischen Dissociation dieser Einblick in die Natur der Lösungen seine Abrundung erhielt, lag auf einmal ein ausgedehntes Feld zur Neubearbeitung vor. Und die physikalische Chemie kam zu einer bis dahin ungekannten selbständigen Entwickelung.

Ganz richtig war eben, speciell auch durch Ostwald, erkannt, dass, da die Verknüpfung von Chemie und Mathematik eben durch die Physik hindurch in erster Linie Frucht trägt und diese Physik schon als mathematische Physik mit der Mathematik verknüpft ist, zum völligen Anschluss von Chemie an Mathematik eben das zweite verbindende Glied, die physikalische Chemie, nothwendig wird. Es entstand eine Zeitschrift, es entstanden Laboratorien für physikalische Chemie, an deren Entwickelung ich nach Kräften beizutragen versucht habe.

Für den Chemiker jedoch, der sich allmählich mehr mit Physik und Mathematik zu beschäftigen gewöhnt hat, wird schliesslich so das grosse Institut nicht mehr der geeignete Arbeitsplatz, und so bin ich Ihnen im höchsten Grad zum Dank verpflichtet, dass Sie, unter Mitwirkung der hohen Regierung, mir eine Gelegenheit für Arbeit, Untersuchung und Unterricht besorgt haben, die meinen Bestrebungen mehr angemessen ist.

In welcher Richtung ich da arbeiten werde, ist klar: die Verknüpfung von Chemie und Mathematik bleibt mein Hauptzweck, und jeder Anhaltspunkt in neuer Umgebung wird willkommen sein. So möchte ich mich noch zunächst demjenigen Theil der physikalischen Chemie widmen, der sich mit den sogenannten Umwandlungserscheinungen, der Doppelsalzbildung, dem doppelten Umtausch beschäftigt; auch dort ist Anwendung der Mathematik möglich, und speciell anziehend ist die Aussicht auf den nebenbei möglichen Anschluss an die Stassfurter Industrie und Geologie.

Dass es sich dabei jedoch nicht um industrielle Zwecke in erster Linie handeln wird, brauche ich wohl kaum zu bemerken. Ich habe ja mein Vaterland verlassen, eben auch weil ich weiss, wie speciell die deutsche Wissenschaft von der Überzeugung durchdrungen ist, dass die Pflege des Wissens um das Wissen selbst schliesslich die höchsten Ziele des menschlichen Strebens am besten fördert.

Hr. Auwers als Secretar der physikalisch-mathematischen Classe beantwortete diese drei Antrittsreden.

Hierauf hielt Hr. Schmoller die Gedächtnissrede auf die seit dem letzten Leibniz-Tage verstorbenen Mitglieder der Akademie Heinrich von Sybel und Heinrich von Treitschke.

Schliesslich wurden von dem Vorsitzenden die Preiszuerkennungen aus der Charlotten-Stiftung, aus der Graf Loubat-Stiftung und aus der Diez-Stiftung bekannt gegeben. Ferner wurde die Preisaufgabe der Cothenius-Stiftung mitgetheilt und ein Beschluss der Commission für die Eduard Gerhard-Stiftung verlesen.

Preis der Charlotten-Stiftung.

Die Akademie hat im vorigen Jahre folgende Preisaufgabe der Charlotten-Stiftung für Philologie gestellt:

»Cicero's Timaeus soll auf Grund des veröffentlichten Materials in neuer textkritischer Bearbeitung vorgelegt und knapp gehaltene Prolegomena über die Recensio, die Authentie der Übersetzung und die Composition des beabsichtigten Dialogs vorausgeschickt werden.«

Es sind rechtzeitig zwei Bewerbungsarbeiten der Akademie eingeliefert worden, die eine mit dem Euripideischen Motto: *ὄλβιος ὅστις*

τῆς ἱστορίας u. s. w., die zweite mit dem Horazischen: *Est quadam prodire tenus* u. s. w.

Beide Bearbeiter haben eigene Collationen angefertigt, was nicht verlangt werden konnte, und auch sonst dem Thema Sorgfalt und Fleiss angedeihen lassen. Leider haben sie beide die Recension nicht so sicher begründet als es möglich gewesen wäre, wenn die Hdss. auch durch die übrigen Schriften des Corpus genau verfolgt und die neuere Litteratur hierüber sorgfältiger benutzt worden wäre. Abgesehen von diesem Mangel, der beide Arbeiten ziemlich gleichmässig trifft, zeigt sich in ihrer ganzen Anlage und Methode ein deutlicher Unterschied. Die erste Bearbeitung, welche das Euripideische Motto trägt, hat allen Anforderungen zu genügen gesucht und einzelne Abschnitte, wie den über die Authentie der Übersetzung, recht befriedigend behandelt. Auch verfügt ihr Verfasser über eine gute Kenntniss der neueren Litteratur sowohl nach der sprachlichen wie nach der realen Seite hin. Aber in der Hauptsache, der kritischen und exegetischen Behandlung des Textes, stellt sich seine Leistung doch gegen die zweite gehalten als minderwerthig dar.

Zwar hat der Verfasser dieser zweiten, mit dem Horazischen Spruche versehenen Arbeit das Thema (durch Krankheit verhindert, wie er angiebt) nicht in seinem vollen Umfange behandelt, und seine ganze Richtung zeigt ihn mehr nach der grammatischen als nach der realen Seite hin mit dem Gegenstande vertraut. Aber seine Kenntniss des classischen Lateins und seine Sicherheit in kritisch-exegetischen Fragen verräth eine ausgesprochen philologische Begabung, die ihn für die in Aussicht genommene weitere Aufgabe, eine Neuausgabe des philosophischen Corpus Cicero's, in erster Linie geeignet erscheinen lässt. Die Akademie trägt daher kein Bedenken, dem Verfasser dieser zweiten Bewerbungsschrift den Preis, bestehend in einem Stipendium von jährlich 1200 Mark auf 4 Jahre zu ertheilen, dagegen dem Verfasser der ersten, mit dem Euripideischen Motto bezeichneten Arbeit als Anerkennung einen Nebenpreis von 1000 Mark zuzuerkennen.

Die Eröffnung des versiegelten Umschlages mit dem Motto: *Est quadam prodire tenus* u. s. w. ergab als Verfasser

Hrn. Dr. Otto Plasberg zu Berlin,

der also das Stipendium erhalten wird.

Als Verfasser der mit dem Nebenpreis gekrönten Arbeit, welche das Kennwort ὄλβιος ὅστις τῆς ἱστορίας u. s. w. trägt, ergab sich

Hr. Dr. Karl Fries zu Berlin.

Zugleich ergab sich aus den beiden Umschlägen beigefügten Nachweisen, dass die in § 3 des Stiftungsstatuts bestimmten Voraussetzungen bei den Bewerbern zutreffen.

Preis der Graf Loubat-Stiftung.

Die Akademie hat auf Vorschlag der Commission für die Graf Loubat-Stiftung beschlossen, dem Dr. Eduard Seler, Privatdocenten an der Universität und Directorial-Assistenten am Museum für Völkerkunde in Berlin, für die von ihm eingereichte Arbeit »Die mexikanischen Bilderhandschriften Alexander von Humboldt's in der Königlichen Bibliothek zu Berlin«, Berlin 1893, den Preis von 3000 Mark zuzuerkennen.

Preis der Diez-Stiftung.

Der Vorstand der Diez-Stiftung hat beschlossen, den aus der Stiftung im Jahre 1896 zu vergebenden Preis im Betrag von 2000 Mark dem Dr. Wilhelm Meyer-Lübke, ordentlichen Professor der romanischen Sprachen an der Universität Wien, für seine »Romanische Formenlehre«, Leipzig 1894, zuzusprechen.

Preisaufgabe aus dem Cothenius'schen Legat.

Die Akademie schreibt für die Cothenius-Preisstiftung auf Vorschlag der physikalisch-mathematischen Classe folgende Preisaufgabe aus:

> Die Königliche Akademie der Wissenschaften wünscht eine auf eigenen Versuchen und Beobachtungen beruhende Abhandlung über die Entstehung und das Verhalten neuer Getreidevarietäten im Laufe der letzten 20 Jahre.

Bewerbungsschriften sind spätestens am 31. December 1898 im Büreau der Akademie, Berlin NW. Universitätsstrasse 8, einzureichen. Dieselben können in deutscher, lateinischer, französischer, englischer oder italiänischer Sprache abgefasst sein.

Jede Bewerbungsschrift ist mit einem Spruchwort zu bezeichnen, welches auf einem beizufügenden versiegelten, innerlich den Namen und die Adresse des Verfassers angebenden Zettel äusserlich wiederholt ist. Schriften, welche den Namen des Verfassers nennen oder deutlich ergeben, werden von der Bewerbung ausgeschlossen. Ebenso können Schriften, welche in störender Weise unleserlich geschrieben sind, durch Beschluss der Classe von der Bewerbung ausgeschlossen werden.

Die Verkündung des Urtheils erfolgt in der Leibniz-Sitzung des Jahres 1899.

Der ausgesetzte Preis beträgt Zweitausend Mark. Ausserdem übernimmt die Akademie, wenn der Preis ertheilt wird und der Verfasser die gekrönte Preisschrift in Druck zu geben beabsichtigt, die Drucklegung oder die Kosten derselben in der nach ihrem Ermessen geeigneten Form.

Sämmtliche Bewerbungsschriften nebst den zugehörigen Zetteln werden ein Jahr lang vom Tage der Urtheilsverkündung ab für den Verfasser aufbewahrt, und einem jeden Verfasser, welcher sich als solcher nach dem Urtheil des vorsitzenden Secretars genügend legitimirt, die seinige gegen Empfangsbescheinigung ausgehändigt. Ist die Arbeit als preisfähig anerkannt, aber nicht prämiirt, so kann der Verfasser innerhalb dieser Frist verlangen, dass sein Name durch die Schriften der Akademie zur öffentlichen Kenntniss gebracht werde. Nach Ablauf der bezeichneten Frist steht es der Akademie frei die nicht abgeforderten Schriften und Zettel zu vernichten.

Eduard Gerhard-Stiftung.

Die Commission für die Eduard Gerhard-Stiftung macht bekannt, dass sie das Stipendium an diesem Leibniz-Tage, wie in den zwei vorhergegangenen Jahren, nicht ausschreiben werde, damit dann im Jahre 1897 der vierfache Jahresbetrag ausgesetzt werden könne.

Ausgegeben am 9. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1896.
XXXIV.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

9. Juli. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Waldeyer.

1. Hr. Fuchs las: Über eine Classe linearer homogener Differentialgleichungen.

2. Hr. Munk legte eine Mittheilung der HH. Dr. med. Wilhelm Cohnstein und Dr. phil. Hugo Michaelis vor: Über die Veränderung der Chylusfette im Blute.

Beide Mittheilungen folgen umstehend.



Über eine Classe linearer homogener Differentialgleichungen.

Von L. Fuchs.

1.

Sei

$$\text{(A.)}\qquad \frac{d^n u}{dz^n} + p_2 \frac{d^{n-2} u}{dz^{n-2}} + \cdots + p_n u = 0$$

eine lineare homogene Differentialgleichung mit eindeutigen Coefficienten von der Beschaffenheit, dass die zu jedem beliebigen Umlauf der Variablen z um einen oder mehrere singuläre Punkte der Gleichung (A.) zugehörige Fundamentalgleichung durch die reciproken Werthe der Wurzeln derjenigen Gleichung befriedigt wird, welche aus ihr durch Vertauschung der Coefficienten der sämmtlichen Potenzen der Unbekannten mit ihren conjugirten Werthen hervorgeht. Wir wollen überdies voraussetzen, dass die Wurzeln $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ wenigstens einer dieser Fundamentalgleichungen von einander verschieden sind und den Modul 1 besitzen. Den ihr zugehörigen Umlauf der Variablen z wollen wir mit C und das zugehörige Fundamentalsystem von Integralen der Gleichung (A.) mit $u_1, u_2, \ldots, u_n$ bezeichnen, so dass, nach Vollziehung des Umlaufes C, $u_1, u_2, \ldots, u_n$ übergehen in

$$\text{(B.)}\qquad \overline{u_1} = \lambda_1 u_1,\ \overline{u_2} = \lambda_2 u_2,\ \ldots,\ \overline{u_n} = \lambda_n u_n.$$

Die einem beliebigen Umlaufe U von z entsprechende Substitution

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \ldots a_{2n} \\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} \ldots a_{nn} \end{pmatrix},$$

welche $u_1, u_2, \ldots, u_n$ erleiden, wollen wir kurz mit (a_{kl}) bezeichnen, während $|a_{kl}|$ die Determinante dieser Substitution bedeutet.

Da in der Gleichung (A.) das Glied $\frac{d^{n-1}u}{dz^{n-1}}$ fehlt, so folgt zunächst

$$\text{(C.)}\qquad |a_{kl}| = 1.$$

Die Fundamentalgleichung

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\omega & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22}-\omega & \dots & a_{n2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn}-\omega \end{vmatrix} = 0$$

bringen wir in die Gestalt

$$\text{(D.)} \qquad (-1)^n \omega^n + a_1 \omega^{n-1} + a_2 \omega^{n-2} + \dots + a_{n-1}\omega + 1 = 0.$$

Nun ist bekanntlich

$$\text{(E.)} \qquad a_k = \sum (-1)^{n-k} R_k,$$

wenn mit R_l eine Hauptunterdeterminante l^{ter} Ordnung der Determinante $|a_{kl}|$ bezeichnet wird, und wenn die Summation in (E.) sich auf die sämmtlichen Hauptunterdeterminanten k^{ter} Ordnung bezieht.

Wenn wir, wie im Folgenden stets, den conjugirten Werth einer Grösse a mit a' bezeichnen, so hat unserer Voraussetzung gemäss die Gleichung (D.) mit der Gleichung

$$\text{(D}_1.) \qquad (-1)^n \omega^n + (-1)^n a'_{n-1} \omega^{n-1} + (-1)^n a'_{n-2} \omega^{n-2} + \dots + (-1)^n a'_1 \omega + 1 = 0$$

sämmtliche Wurzeln gemeinschaftlich; daher ist

$$\text{(1.)} \qquad a_k = (-1)^n a'_{n-k}, \qquad (k = 1, 2, \dots, n)$$

und hieraus ergiebt sich nach Gleichung (E.)

$$\text{(F.)} \qquad \sum R_k = \sum R'_{n-k}. \qquad (k = 1, 2, \dots, n)$$

Die analogen Gleichungen gelten unserer Voraussetzung gemäss für jede Substitution, welche $u_1, u_2, \dots, u_n$ durch einen beliebigen Umlauf erfahren.

Ist (b_{kl}) eine Substitution, welche $u_1, u_2, \dots, u_n$ durch einen Umlauf V erleiden, so betrachten wir die Substitution, welcher $u_1, u_2, \dots, u_n$ durch die Umläufe U, C, V, in dieser Reihenfolge nach einander angewendet, unterworfen werden.

Sei

$$\text{(2.)} \qquad (c_{kl}) = (a_{kl})(\lambda)(b_{kl}),$$

wo wir

$$\text{(3.)} \qquad (\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

gesetzt haben.

Es ist alsdann

$$(4.)\qquad c_{kl} = a_{k1} b_{1l} \lambda_1 + a_{k2} b_{2l} \lambda_2 + \ldots + a_{kn} b_{nl} \lambda_n.$$

Die inverse Substitution von (c_{kl}) ist

$$(5.)\qquad (c_{kl})^{-1} = (b_{kl})^{-1} (\lambda)^{-1} (a_{kl})^{-1}.$$

Nun ist

$$(6.)\qquad \begin{cases} (a_{kl})^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & \ldots & A_{n1} \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ A_{1n} & \ldots & A_{nn} \end{pmatrix}, \\ (b_{kl})^{-1} = \begin{pmatrix} B_{11} & \ldots & B_{n1} \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ B_{1n} & \ldots & B_{nn} \end{pmatrix}, \\ (c_{kl})^{-1} = \begin{pmatrix} C_{11} & \ldots & C_{n1} \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdots & \cdot \\ C_{1n} & \ldots & C_{nn} \end{pmatrix}, \end{cases}$$

wo A_{kl}, B_{kl}, C_{kl} bez. die zu a_{kl}, b_{kl}, c_{kl} gehörigen Unterdeterminanten $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung der Determinanten $|a_{kl}|$, $|b_{kl}|$, $|c_{kl}|$ bedeuten.

Es ergiebt daher die Gleichung (5.)

$$(7.)\qquad C_{kl} = A_{k1} B_{1l} \lambda_1^{-1} + A_{k2} B_{2l} \lambda_2^{-1} + \ldots + A_{kn} B_{nl} \lambda_n^{-1}.$$

Wir wollen die Gleichung (F.) insbesondere für $k = n-1$ in Betracht ziehen. Sie lässt sich alsdann in die Form bringen

$$(8.)\qquad a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{nn} = A'_{11} + A'_{22} + \ldots + A'_{nn}.$$

Da eine analoge Gleichung für jeden beliebigen Umlauf, also auch für die Aufeinanderfolge UCV gilt, so ergiebt sich aus den Gleichungen (4.) und (7.)

$$(9.)\qquad \sum_1^n{}_l \sum_1^n{}_k (A'_{kl} B'_{lk} - a_{kl} b_{lk}) \lambda_l = 0.$$

Allgemein würde für die Substitution

$$(a_{kl})\,(\lambda^r)\,(b_{kl}),$$

welche dem Umlauf U, dem $r$fach wiederholten Umlauf C und dem Umlauf V, in dieser Reihenfolge angewendet, entspricht, sich ergeben

$$(9^a.)\qquad \sum_1^n{}_l \sum_1^n{}_k (A'_{kl} B'_{lk} - a_{kl} b_{lk}) \lambda_l^r = 0$$

für jeden beliebigen ganzzahligen Werth von r.

Setzen wir $r = 0, 1, 2, \ldots, n-1$, so folgt aus dem entstehenden Systeme von Gleichungen, da $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ von einander verschieden sind,

$$\sum_{1}^{n}{}_k A'_{kl} B'_{lk} = \sum_{1}^{n}{}_k a_{kl} b_{lk} \qquad (l = 1, 2, \ldots, n) \tag{10.}$$

Da diese Gleichung für zwei beliebige Substitutionen der Gruppe unserer Differentialgleichung besteht, so können wir in dieselbe

$$(b_{kl}) = (\lambda), \tag{11.}$$

also

$$b_{kl} = 0, \text{ für } k \neq l,$$
$$b_{kk} = \lambda_k$$
$$B_{kl} = 0, \text{ für } k \neq l,$$
$$B_{kk} = \lambda_k^{-1}$$

setzen. Wir erhalten alsdann aus Gleichung (10.)

$$A'_{ll} = a_{ll}. \qquad (l = 1, 2, \ldots, n) \tag{G.}$$

Da diese Gleichung für jede Substitution der Gruppe besteht, so folgt also für die Substitution

$$(e_{kl}) = (a_{kl})(\lambda^r)(b_{kl})$$

$$E'_{ll} = e_{ll}, \qquad (l = 1, 2, \ldots, n) \tag{12.}$$

d. h. nach den Gleichungen (4.) und (7.)

$$\sum_{1}^{n}{}_p A'_{lp} B'_{pl} \lambda_p^r = \sum_{1}^{n}{}_p a_{lp} b_{pl} \lambda_p^r, \qquad (l = 1, 2, \ldots, n) \tag{13.}$$

also in Folge eines Schlusses, der dem an den Gleichungen (9.) und (9^a.) gemachten Schlusse analog ist,

$$A'_{lp} B'_{pl} = a_{lp} b_{pl}. \qquad \begin{pmatrix} p = 1, \ldots, n \\ l = 1, \ldots, n \end{pmatrix} \tag{H.}$$

Für

$$(b_{kl}) = (a_{kl})^{-1}, \text{ d. h.}$$
$$(b_{kl}) = (A_{lk}), \quad (B_{kl}) = (a_{lk}) \tag{14.}$$

ergiebt sich aus (H.) insbesondere

$$A'_{lp} a'_{lp} = A_{lp} a_{lp}. \qquad \begin{pmatrix} l = 1, \ldots, n \\ p = 1, \ldots, n \end{pmatrix} \tag{H$_1$.}$$

Für

$$(b_{kl}) = (a_{kl}) \tag{15.}$$

ergiebt die Gleichung (H.)

$$A'_{lp} A'_{pl} = a_{lp} a_{pl}. \qquad \begin{pmatrix} l = 1, \ldots, n \\ p = 1, \ldots, n \end{pmatrix} \tag{H$_2$.}$$

Für

$$(b_{kl}) = (a_{kl})(\lambda^r)(a_{kl}), \tag{16.}$$

also

$$b_{kl} = a_{k1}a_{1l}\lambda_1^r + a_{k2}a_{2l}\lambda_2^r + \ldots + a_{kn}a_{nl}\lambda_n^r,$$

$$(B_{kl}) = (A_{kl})(\lambda^{-r})(A_{kl}),$$

$$B_{kl} = A_{k1}A_{1l}\lambda_1^{-r} + A_{k2}A_{2l}\lambda_2^{-r} + \ldots + A_{kn}A_{nl}\lambda_n^{-r},$$

$$(17.)\quad \begin{aligned} &A'_{lp}[A'_{p1}A'_{1l}\lambda_1^r + A'_{p2}A'_{2l}\lambda_2^r + \ldots + A'_{pn}A'_{nl}\lambda_n^r] \\ &\quad = a_{lp}[a_{p1}a_{1l}\lambda_1^r + a_{p2}a_{2l}\lambda_2^r + \ldots + a_{pn}a_{nl}\lambda_n^r], \end{aligned}$$

und hieraus wieder durch einen Schluss, der dem an (9.) und (9ᵃ.) gemachten analog ist,

$$(H_3.)\quad A'_{p\alpha}A'_{\alpha l}A'_{lp} = a_{p\alpha}a_{\alpha l}a_{lp}. \qquad \begin{pmatrix} p = 1, \ldots, n \\ l = 1, \ldots, n \\ \alpha = 1, \ldots, n \end{pmatrix}$$

Wenn die Integrale u_k der Gleichung (A.) nach einem Umlaufe U sich in

$$(18.)\quad \overline{u_k} = a_{k1}u_1 + a_{k2}u_2 + \ldots + a_{kn}u_n$$

verwandeln, so gehen die conjugirten Werthe $\overline{u_k}$ dieser Integrale in

$$(19.)\quad \overline{u'_k} = a'_{k1}u'_1 + a'_{k2}u'_2 + \ldots + a'_{kn}u'_n$$

über.

Wir bilden nunmehr die bilineare Form

$$(J.)\quad \phi = A_1u_1u'_1 + A_2u_2u'_2 + \ldots + A_nu_nu'_n$$

mit constanten Coefficienten $A_1, \ldots, A_n$ und wenden auf dieselbe die einem Umlaufe U der Variablen z entsprechenden Substitutionen (18.), (19.) an, alsdann geht ϕ über in

$$(J_1.)\quad \overline{\phi} = \sum_{k,l} P_{kl}u_ku'_l, \qquad \begin{pmatrix} k = 1, \ldots, n \\ l = 1, \ldots, n \end{pmatrix}$$

wo

$$(20.)\quad P_{kl} = A_1a_{1k}a'_{1l} + A_2a_{2k}a'_{2l} + \ldots + A_na_{nk}a'_{nl}.$$

Wir bestimmen nunmehr $A_1, A_2, \ldots, A_n$ den Gleichungen

$$(K.)\quad P_{12} = 0, P_{13} = 0, \ldots, P_{1n} = 0$$

gemäss, aus welchen sich ergiebt:

$$(K_1.)\quad \frac{A_k}{A_1} = \frac{A'_{k1}}{a_{k1}}. \qquad (k = 1, \ldots, n)$$

Aus den Gleichungen (H_1.) folgt, dass die Verhältnisse der Grössen $A_1, A_2, \ldots, A_n$ r e a l e Werthe haben.

Substituiren wir diese Werthe in $\frac{P_{kl}}{A_1}$, so ergiebt sich

$$(21.)\quad \frac{P_{kl}}{A_1} = \sum_{1}^{n}{}_p\, a_{pk}a'_{pl}\frac{A'_{p1}}{A_{p1}}. \qquad \begin{pmatrix} k = 1, \ldots, n \\ l = 1, \ldots, n \end{pmatrix}$$

Nun ist

$$\frac{a'_{pl}A'_{p1}}{a_{p1}} = \frac{A_{pl}A_{lp}A'_{p1}}{a_{p1}a'_{lp}} = \frac{A_{pl}A'_{lp}A'_{p1}}{a_{p1}a_{lp}},$$

gemäss Gleichungen (H_1.), (H_2.).

Ferner ist nach Gleichung (H_3.), für $\alpha = 1$,

$$A'_{lp} A'_{1l} A'_{p1} = a_{lp} a_{1l} a_{p1},$$

folglich wird

$$\frac{a'_{pl} A'_{p1}}{a_{p1}} = \frac{A_{pl} a_{lp} a_{1l} a_{p1}}{A'_{1l} a_{p1} a_{lp}} = \frac{A_{pl} a_{1l}}{A'_{1l}},$$

woraus hervorgeht, dass die Gleichungen (21.) sich umgestalten in

$$(22.) \qquad \frac{P_{kl}}{A_1} = \frac{a_{1l}}{A'_{1l}} \sum_{1}^{n}{}_p A_{pl} a_{pk}. \qquad \begin{pmatrix} k = 1, \dots, n \\ l = 1, \dots, n \end{pmatrix}$$

Ist demnach $k \neq l$, so folgt

$$(L.) \qquad P_{kl} = 0,$$

während

$$\frac{P_{kk}}{A_1} = \frac{a_{1k}}{A'_{1k}} = \frac{a_{1k} a_{k1}}{A'_{1k} a_{k1}} = \frac{a'_{1k} A'_{k1}}{a_{k1} A'_{1k}}, \quad \text{(nach Gl. (H}_2.\text{))}$$

also

$$\frac{P_{kk}}{A_1} = \frac{P'_{k1}}{a_{k1}} = \frac{A_k}{A_1}$$

oder

$$(M.) \qquad P_{kk} = A_k.$$

Werden daher die Verhältnisse der Grössen $A_1, A_2, \dots, A_n$ aus den Gleichungen (K_1.) bestimmt, so wird

$$\bar{\phi} = \phi,$$

d. h. die bilineare Form ϕ bleibt ungeändert, wenn z den Umlauf U vollzieht.

Würden ebenso bei einem Umlaufe V die Integrale u_k sich in

$$(23.) \qquad \bar{u}_k = b_{k1} u_1 + b_{k2} u_2 + \dots + b_{kn} u_n$$

verwandeln, so würden die conjugirten Werthe u'_k in

$$(24.) \qquad \bar{u}'_k = b'_{k1} u'_1 + b'_{k2} u'_2 + \dots + b'_{kn} u'_n$$

übergehen.

Bestimmen wir eine bilineare Form

$$(J_2.) \qquad \psi = B_1 u_1 u'_1 + B_2 u_2 u'_2 + \dots + B_n u_n u'_n$$

mit constanten Coefficienten $B_1, B_2, \dots, B_n$ derart, dass

$$(K_2.) \qquad \frac{B_k}{B_1} = \frac{B'_{k1}}{b_{k1}},$$

so folgt aus der Gültigkeit der Relationen (G.), (H_1.), (H_2.), (H_3.) für die einem beliebigen Umlauf entsprechenden Substitutionen, dass die Form ψ durch den Umlauf V ungeändert bleibt.

Aber aus den Gleichungen (H.) folgt für $l = 1$, $p = k$, nach Gleichung (K_2.),

$$\frac{B_k}{B_1} = \frac{a_{1k}}{A'_{1k}} = \frac{a_{1k} A'_{k1}}{a_{1k} a_{k1}}, \quad \text{(nach Gl. (H}_2.\text{))},$$

d. h.

$$\text{(N.)} \qquad \frac{B_k}{B_1} = \frac{A'_{k1}}{a_{k1}} = \frac{A_k}{A_1}, \quad \text{(nach Gl. (K}_1\text{.))}.$$

Demnach ist die Form ψ bis auf einen constanten Factor mit der Form ϕ übereinstimmend.

Wir erhalten also den Satz:

Ist für jeden beliebigen Umlauf der Variablen z um einen oder mehrere singuläre Punkte der Gleichung (A.) die zugehörige Fundamentalgleichung so beschaffen, dass sie durch die reciproken Werthe der Wurzeln derjenigen Gleichung befriedigt wird, welche aus ihr durch Verwandlung der Coefficienten der verschiedenen Potenzen der Unbekannten in ihre conjugirten Werthe hervorgeht, und giebt es überdies wenigstens zu einem Umlaufe eine Fundamentalgleichung, deren Wurzeln die Moduln 1 besitzen und von einander verschieden sind, so giebt es eine aus den Elementen eines Fundamentalsystems von Integralen $u_1, u_2, \ldots, u_n$ und ihren conjugirten Werthen $u'_1, u'_2, \ldots, u'_n$ gebildete bilineare Form der Gestalt

$$\phi = A_1 u_1 u'_1 + A_2 u_2 u'_2 + \ldots + A_n u_n u'_n,$$

deren Coefficienten von z unabhängig sind und reale Werthverhältnisse besitzen, und welche für alle Umläufe der Variablen z ungeändert bleibt.

2.

Wir setzen jetzt umgekehrt voraus, dass es eine aus einem Fundamentalsystem $u_1, u_2, \ldots, u_n$ von Integralen der Gleichung (A.) und aus ihren conjugirten Werthen $u'_1, u'_2, \ldots, u'_n$ gebildete bilineare Form ϕ giebt:

$$\text{(1.)} \qquad \phi = \sum_{kl} Q^{(k,l)} u_k u'_l, \qquad \begin{pmatrix} k = 1, \ldots, n \\ l = 1, \ldots, n \end{pmatrix}$$

deren Coefficienten $Q^{(k,l)}$ von z unabhängig, und welche durch keinen Umlauf von z verändert wird.

Überdies seien für wenigstens einen Umlauf die Wurzeln $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ der zugehörigen Fundamentalgleichung von einander verschieden, und ihre Moduln gleich 1. Das dieser Fundamentalgleichung entsprechende Fundamentalsystem haben wir mit $u_1, u_2, \ldots, u_n$ bezeichnet. Wir machen endlich noch die Voraussetzung, dass zwischen den Grössen $u_k u'_l$ nicht eine lineare homogene Relation mit constanten Coefficienten stattfinden könne.

Der Voraussetzung nach soll

$$(2.)\qquad \sum Q^{(k,l)}\lambda_k\lambda_l' u_k u_l' = \sum Q^{(k,l)} u_k u_l'$$

sein, woraus ebenfalls nach der Voraussetzung sich ergiebt

$$Q^{(k,l)}(\lambda_k\lambda_l' - 1) = 0,$$

d. h.

$$(3.)\qquad Q^{(k,l)}(\lambda_k - \lambda_l) = 0.$$

Demnach ist

$$(4.)\qquad Q^{(k,l)} = 0, \text{ für } k \neq l.$$

Es muss also ϕ, um den Voraussetzungen gerecht zu werden, die Form haben

$$(J'.)\qquad \phi = A_1 u_1 u_1' + A_2 u_2 u_2' + \ldots + A_n u_n u_n'.$$

Wenn durch den Umlauf U die Integrale $u_1, \ldots, u_n$ die Substitution (a_{kl}) erleiden, so muss der Voraussetzung zufolge

$$(K'.)\qquad A_1 a_{1\alpha} a_{1\beta}' + A_2 a_{2\alpha} a_{2\beta}' + \ldots + A_n a_{n\alpha} a_{n\beta}' = 0$$
$$(\alpha = 1, \ldots, n;\ \beta = 1, \ldots, n;\ \alpha \neq \beta)$$

und

$$(M'.)\qquad A_1 a_{1\alpha} a_{1\alpha}' + A_2 a_{2\alpha} a_{2\alpha}' + \ldots + A_n a_{n\alpha} a_{n\alpha}' = A_\alpha. \qquad (\alpha = 1, \ldots, n)$$

Für einen festen Werth von α und für

$$\beta = 1, 2, \ldots, \alpha - 1, \alpha + 1, \ldots, n$$

ergeben die Gleichungen (K'.)

$$(K_1'.)\qquad \frac{A_k}{A_1} = \frac{a_{1\alpha}}{a_{k\alpha}} \frac{A_{k\alpha}'}{A_{1\alpha}'}. \qquad (k = 1, 2, \ldots, n)$$

Ebenso ist aber auch:

$$(5.)\qquad \frac{A_k}{A_1} = \frac{a_{1\gamma}}{a_{k\gamma}} \frac{A_{k\gamma}'}{A_{1\gamma}'}.$$

Aus $(K_1'.)$ folgt

$$\frac{A_k}{A_l} = \frac{a_{l\alpha}}{a_{k\alpha}} \frac{A_{k\alpha}'}{A_{l\alpha}'}$$

und aus (5.)

$$\frac{A_k}{A_l} = \frac{a_{l\gamma}}{a_{k\gamma}} \frac{A_{k\gamma}'}{A_{l\gamma}'}.$$

Demnach ist

$$\frac{a_{l\alpha} A_{k\alpha}'}{a_{k\alpha} A_{l\alpha}'} = \frac{a_{l\gamma} A_{k\gamma}'}{a_{k\gamma} A_{l\gamma}'}$$

oder

$$(H_3'.)\qquad \frac{A_{k\alpha}' A_{l\gamma}'}{A_{k\gamma}' A_{l\alpha}'} = \frac{a_{k\alpha} a_{l\gamma}}{a_{k\gamma} a_{l\alpha}}.$$

Vertauschen wir in den Gleichungen (K'.) α mit β, so folgt ebenso wie Gleichung (K'₁.)

$$\frac{A_k}{A_1} = \frac{a'_{1\alpha}}{a'_{k\alpha}} \frac{A_{k\alpha}}{A_{1\alpha}}. \tag{6.}$$

Aus (K'₁.) und (6.) ergiebt sich

$$a'_{k\alpha} A'_{k\alpha} = a_{k\alpha} A_{k\alpha} \frac{a'_{1\alpha} A'_{1\alpha}}{a_{1\alpha} A_{1\alpha}}. \tag{7.}$$

Substituiren wir die Werthe aus (6.) in (M'.), so ergiebt sich, da $|a_{kl}| = 1$,

$$\frac{A_1 a'_{1\alpha}}{A_{1\alpha}} = A_\alpha,$$

also

$$\frac{A_\alpha}{A_1} = \frac{a'_{1\alpha}}{A_{1\alpha}}. \tag{8.}$$

Aus (6.) folgt

$$\frac{A_\alpha}{A_1} = \frac{a'_{1\alpha}}{a'_{\alpha\alpha}} \frac{A_{\alpha\alpha}}{A_{1\alpha}}.$$

Durch Vergleichung mit (8.) erhalten wir also

$$A_{\alpha\alpha} = a'_{\alpha\alpha}. \tag{G'.}$$

Aus (K'₁.) folgt daher auch

$$\frac{A_\alpha}{A_1} = \frac{a_{1\alpha}}{A'_{1\alpha}}. \tag{9.}$$

Durch Vergleichung von (8.) und (9.) ergiebt sich also, dass $\frac{A_\alpha}{A_1}$ real ist, d. h. es ist

$$\frac{a_{1\alpha}}{A'_{1\alpha}} = \frac{a'_{1\alpha}}{A_{1\alpha}},$$

oder

$$a_{1\alpha} A_{1\alpha} = a'_{1\alpha} A'_{1\alpha}. \tag{10.}$$

Daher geht die Gleichung (7.) über in

$$a'_{k\alpha} A'_{k\alpha} = a_{k\alpha} A_{k\alpha}. \tag{H'₁.}$$

Setzen wir in Gleichung (H'₃.) $k = \gamma$, $l = \alpha$, so erhalten wir

$$\frac{A'_{\gamma\alpha} A'_{\alpha\gamma}}{A'_{\gamma\gamma} A'_{\alpha\alpha}} = \frac{a_{\gamma\alpha} a_{\alpha\gamma}}{a_{\gamma\gamma} a_{\alpha\alpha}}, \tag{11.}$$

also nach (G'.)

$$A'_{\gamma\alpha} A'_{\alpha\gamma} = a_{\gamma\alpha} a_{\alpha\gamma}. \tag{H'₂.}$$

Die Glieder einer Hauptunterdeterminante von $|A'_{kl}|$ haben die Form

$$\pm A'_{k\alpha} A'_{l\beta} A'_{m\gamma} \ldots,$$

wenn $A'_{kk}, A'_{ll}, A'_{mm}, \ldots$ die Diagonalglieder sind und $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ Permutationen von $k, l, m, \ldots$ bedeuten.

Nun ergiebt die Gleichung (H'_3.) für $\alpha = l$, $\gamma = 1$,

$$\frac{A'_{kl}A'_{l1}}{A'_{k1}A'_{ll}} = \frac{a_{kl}a_{l1}}{a_{k1}a_{ll}}, \tag{12.}$$

also nach (G'.)

$$A'_{kl} = \frac{a_{kl}a_{l1}}{a_{k1}} \frac{A'_{k1}}{A'_{l1}} \tag{13.}$$

oder nach (H'_2.)

$$A'_{kl} = \frac{a_{kl}}{a_{k1}a_{1l}} A'_{k1}A'_{1l}. \tag{14.}$$

Daher ist

$$\pm A'_{k\alpha}A'_{l\beta}A'_{m\gamma}\ldots = \pm a_{k\alpha}a_{l\beta}a_{m\gamma}\ldots \frac{A'_{k1}A'_{1\alpha}A'_{l1}A'_{1\beta}A'_{m1}A'_{1\gamma}\ldots}{a_{k1}a_{1\alpha}a_{l1}a_{1\beta}a_{m1}a_{1\gamma}\ldots}. \tag{15.}$$

Da aber $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ eine Permutation von $k, l, m, \ldots$ ist, so combiniren sich im Zähler A'_{k1} mit A'_{1k}, A'_{l1} mit A'_{1l}, A'_{m1} mit A'_{1m} u. s. w., ebenso im Nenner a_{k1} mit a_{1k}, a_{l1} mit a_{1l}, a_{m1} mit a_{1m} u. s. w., also ist nach (H'_2.)

$$\pm A'_{k\alpha}A'_{l\beta}A'_{m\gamma}\ldots = \pm a_{k\alpha}a_{l\beta}a_{m\gamma}\ldots. \tag{O.}$$

I. Demnach ist jede Hauptunterdeterminante der Determinante $|A'_{kl}|$ gleich der entsprechenden Hauptunterdeterminante der Determinante $|a_{kl}|$.

Sei nunmehr $|g_{kl}|$ eine beliebige Determinante von n^2 Elementen mit dem Werthe 1, $|G_{kl}|$ die Determinante aus den adjungirten Elementen, so ist bekanntlich eine Hauptunterdeterminante p^{ter} Ordnung der Determinante $|G_{kl}|$ gleich der Hauptunterdeterminante $(n-p)^{\text{ter}}$ Ordnung von $|g_{kl}|$, welche diejenigen Diagonalglieder ausschliesst, deren Indices mit denen der Hauptunterdeterminante von $|G_{kl}|$ übereinstimmen.

Demnach ergiebt sich aus dem Satze I.:

II. Jede Hauptunterdeterminante $(n-p)^{\text{ter}}$ Ordnung der Determinante $|a'_{kl}|$ ist mit derjenigen Hauptunterdeterminante p^{ter} Ordnung der Determinante $|a_{kl}|$ übereinstimmend, welche die Diagonalglieder mit denselben Indices, wie die der ersteren Hauptunterdeterminante ausschliesst.

Nach den an den Gleichungen (E.) und (F.) in Nr. 1 gemachten Schlüssen ergiebt sich also:

Die Fundamentalgleichung

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\omega & a_{21} & \ldots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22}-\omega & \ldots & a_{n2} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ a_{1n} & a_{2n} & \ldots & a_{nn}-\omega \end{vmatrix} = 0 \tag{16.}$$

wird von den reciproken Werthen der Wurzeln der Gleichung

$$\begin{vmatrix} a'_{11}-\omega & a'_{21} & \dots & a'_{n1} \\ a'_{12} & a'_{22}-\omega & \dots & a'_{n2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a'_{1n} & a'_{2n} & \dots & a'_{nn}-\omega \end{vmatrix} = 0$$

befriedigt.

Wir erhalten daher den Satz:

III. Wenn es eine aus einem Fundamentalsysteme von Integralen der Gleichung (A.) $u_1, u_2, \dots, u_n$ und ihren conjugirten Werthen $u'_1, u'_2, \dots, u'_n$ gebildete bilineare Form mit constanten Coefficienten giebt, welche durch die sämmtlichen Umläufen entsprechenden Substitutionen der Gestalt

$$\begin{aligned} \overline{u_k} &= a_{k1}u_1 + a_{k2}u_2 + \dots + a_{kn}u_n, \\ \overline{u'_k} &= a'_{k1}u'_1 + a'_{k2}u'_2 + \dots + a'_{kn}u'_n \end{aligned} \qquad (k = 1, 2, \dots, n)$$

ungeändert bleibt, und wenn überdies wenigstens für einen Umlauf die Wurzeln der zugehörigen Fundamentalgleichung von einander verschiedene Grössen mit den Moduln 1 sind, wenn endlich zwischen den Grössen $u_k u'_l$ keine lineare homogene Relation mit constanten Coefficienten Statt hat, so hat die zu jedem Umlauf gehörige Fundamentalgleichung die Eigenschaft, durch die reciproken Werthe der Wurzeln derjenigen Gleichung befriedigt zu werden, welche aus ihr durch Vertauschung der Coefficienten der verschiedenen Potenzen der Unbekannten mit ihren conjugirten Werthen hervorgeht.

Dieser Satz bildet die Umkehrung des Satzes am Schlusse der Nr. 1.

3.

Sind die Coefficienten der Differentialgleichung

$$(\alpha.) \qquad \frac{d^n w}{dz^n} + q_1 \frac{d^{n-1} w}{dz^{n-1}} + q_2 \frac{d^{n-2} w}{dz^{n-2}} + \dots + q_n w = 0$$

eindeutige Functionen von z, so führt die Substitution

$$(\beta.) \qquad w = e^{-\frac{1}{n}\int q_1 dz} u$$

dieselbe in eine Differentialgleichung der Form

$$(\text{A.}) \qquad \frac{d^n u}{dz^n} + p_2 \frac{d^{n-2} u}{dz^{n-2}} + \dots + p_n u = 0$$

mit ebenfalls eindeutigen Coefficienten über.

Ist für irgend einen Umlauf U die auf (α.) bezügliche Fundamentalgleichung

$$(1.)\qquad (-1)^n \eta^n + \alpha_1 \eta^{n-1} + \dots + \alpha_n = 0$$

und wird dieselbe durch die reciproken Werthe der Wurzeln der Gleichung

$$(1^a.)\qquad (-1)^n \eta^n + \alpha'_1 \eta^{n-1} + \dots + \alpha'_n = 0$$

befriedigt, so müssen die Coefficienten von (1.) mit den entsprechenden Coefficienten der Gleichung

$$(2.)\quad (-1)^n \eta^n + (-1)^n \frac{\alpha'_{n-1}}{\alpha'_n} \eta^{n-1} + \dots + (-1)^n \frac{\alpha'_1}{\alpha'_n} \eta + \frac{1}{\alpha'_n} = 0$$

übereinstimmen, also

$$(3.)\qquad \alpha_k = (-1)^n \frac{\alpha'_{n-k}}{\alpha'_n} \qquad (k = 1, 2, \dots, n-1)$$

und

$$(4.)\qquad \alpha_n = \frac{1}{\alpha'_n}.$$

Wegen der letzten Gleichung nimmt Gleichung (3.) die Form an:

$$(3^a.)\qquad \alpha_k = (-1)^n \alpha'_{n-k} \alpha_n .$$

Bezeichnen wir mit Δ die Hauptdeterminante eines Fundamentalsystems $w_1, w_2, \dots, w_n$ der Gleichung (α.), so ist[1]

$$(5.)\qquad \Delta = e^{-\int q_1 dz}.$$

Nach dem Umlaufe U geht nun Δ über in $\Delta\alpha_n$, demnach multiplicirt sich $e^{\frac{1}{n}\int q_1 dz}$ durch diesen Umlauf mit einer Grösse j, wo

$$(6.)\qquad j = \alpha_n^{-\frac{1}{n}},$$

deren Modul nach Gleichung (4.) den Werth Eins hat. Die zu demselben Umlauf U gehörige auf (A.) bezügliche Fundamentalgleichung lautet daher

$$(7.)\qquad (-1)^n \omega^n + \alpha_1 j \omega^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} j^{n-1} \omega + 1 = 0,$$

welche mit der Gleichung

$$(7^a.)\quad (-1)^n \omega^n + (-1)^n \alpha'_{n-1} j^{-(n-1)} \omega^{n-1} + \dots + (-1)^n \alpha'_1 j^{-1} \omega + 1 = 0$$

gemäss den Gleichungen (3^a.) und (6.) die Wurzeln gemeinschaftlich hat.

Wenn daher für alle Umläufe von z die auf (α.) bezüglichen Fundamentalgleichungen durch die reciproken Werthe der Wurzeln

[1] Vergl. Crelle's Journal Bd. 66 S. 128 Gl. (3).

derjenigen Gleichungen befriedigt werden, welche aus ihnen durch Verwandlung der Coefficienten der sämmtlichen Potenzen der Unbekannten in ihre conjugirten Werthe hervorgehen, so haben die auf (A.) bezüglichen Fundamentalgleichungen dieselbe Eigenschaft.

I. Der Satz am Schlusse der Nr. 1 gilt daher für eine Differentialgleichung der Form (α.) ebenso wie für eine Differentialgleichung der Form (A.)

Wenn wir umgekehrt voraussetzen, dass eine aus einem Fundamentalsystem $w_1, w_2, \ldots, w_n$ von Integralen der Gleichung (α.) und aus ihren conjugirten Werthen $w_1', w_2', \ldots, w_n'$ gebildete bilineare Form mit constanten Coefficienten existirt, welche durch keinen Umlauf von z verändert wird, und dass mindestens für einen Umlauf die zugehörige Fundamentalgleichung von einander verschiedene Wurzeln mit den Moduln 1 besitzt, dass endlich zwischen den Grössen $w_k w_l'$ keine lineare homogene Relation mit constanten Coefficienten Statt hat, so ergiebt sich, wenn wir Schritt für Schritt die Schlüsse der Nr. 2. verfolgen, an Stelle des dortigen Satzes I. der Satz:

I'. Jede Hauptunterdeterminante p^{ter} Ordnung der Determinante $|A_{kl}'|$ ist gleich dem Producte aus der entsprechenden Hauptunterdeterminante der Determinante $|a_{kl}|$ und $|A_{kl}'|^p$,

und an Stelle des Satzes II. daselbst der Satz:

II'. Jede Hauptunterdeterminante $(n-p)^{\text{ter}}$ Ordnung der Determinante $|A_{kl}'|$ ist gleich dem Producte aus $|a_{kl}'|$ und derjenigen Hauptunterdeterminante p^{ter} Ordnung der Determinante $|a_{kl}|$, welche die Diagonalglieder mit denselben Indices wie die der ersteren Hauptunterdeterminante ausschliesst.

Die auf (α.) bezügliche zur Substitution (a_{kl}) gehörige Fundamentalgleichung ist aber der Form

$$(8.)\qquad (-1)^n \eta^n + (-1)^{n-1}\sum R_1 \eta^{n-1} + (-1)^{n-2}\sum R_2 \eta^{n-2} + \ldots \\ + (-1)\sum R_{n-1}\eta + |a_{kl}| = 0,$$

wo $\sum R_k$ dieselbe Bedeutung wie in Gleichung (E.) hat.

Aus dem Satze II'. ergiebt sich

$$(9.)\qquad \sum R_{n-k} = \frac{1}{|a_{kl}|}\sum R_k',$$

welches die Bedingung dafür ist, dass die Gleichung (8.) durch die reciproken Werthe der Wurzeln derjenigen Gleichung, welche aus ihr durch Verwandlung der Coefficienten der Unbekannten in ihre conjugirten Werthe hervorgeht, befriedigt wird.

Hieraus folgt:

III'. Der Satz III. in Nr. 2. gilt daher für eine Differentialgleichung der Form (α.) ebenso wie für eine Differentialgleichung der Form (A.).

4.

Sei

$$\frac{d^n u}{dz^n} + p_1 \frac{d^{n-1} u}{dz^{n-1}} + \dots + p_n u = 0 \tag{1.}$$

und

$$z = x + yi, \tag{2.}$$

wo x und y real. Setzen wir ebenso

$$\begin{cases} p_k = P_k + Q_k i, \\ u = \xi + \eta i, \end{cases} \tag{3.}$$

wo P_k, Q_k, ξ, η reale Functionen der realen Variablen x, y sind.

Die Gleichung (1.) zerfällt alsdann in die beiden Gleichungen

$$\frac{\partial^n \xi}{\partial x^n} + \sum_{1}^{n-1}{}_k \left\{ P_k \frac{\partial^{n-k} \xi}{\partial x^{n-k}} - Q_k \frac{\partial^{n-k} \eta}{\partial x^{n-k}} \right\} + P_n \xi - Q_n \eta = 0, \tag{4.}$$

$$\frac{\partial^n \eta}{\partial x^n} + \sum_{1}^{n-1}{}_k \left\{ P_k \frac{\partial^{n-k} \eta}{\partial x^{n-k}} + Q_k \frac{\partial^{n-k} \xi}{\partial x^{n-k}} \right\} + Q_n \xi + P_n \eta = 0. \tag{5.}$$

Durch Elimination, bez. von η und von ξ erhalten wir aus diesen beiden Gleichungen:

$$P_n \frac{\partial^n \xi}{\partial x^n} + Q_n \frac{\partial^n \eta}{\partial x^n} + \sum_{1}^{n-1}{}_k \left\{ M_k \frac{\partial^{n-k} \xi}{\partial x^{n-k}} - N_k \frac{\partial^{n-k} \eta}{\partial x^{n-k}} \right\} + \{P_n^2 + Q_n^2\} \xi = 0, \tag{6.}$$

$$P_n \frac{\partial^n \eta}{\partial x^n} - Q_n \frac{\partial^n \xi}{\partial x^n} + \sum_{1}^{n-1}{}_k \left\{ N_k \frac{\partial^{n-k} \xi}{\partial x^{n-k}} + M_k \frac{\partial^{n-k} \eta}{\partial x^{n-k}} \right\} + \{P_n^2 + Q_n^2\} \eta = 0, \tag{7.}$$

wo

$$\begin{cases} M_k = P_k P_n + Q_k Q_n, \\ N_k = Q_k P_n - P_k Q_n. \end{cases} \tag{8.}$$

In (6.) ersetzen wir $\frac{\partial \eta}{\partial x}$ durch $-\frac{\partial \xi}{\partial y}$ und in (7.) $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ durch $\frac{\partial \eta}{\partial y}$, so erhalten wir

$$\begin{aligned} P_n \frac{\partial^n \xi}{\partial x^n} - Q_n \frac{\partial^n \xi}{\partial^{n-1} x \partial y} + \sum_{1}^{n-1}{}_k \left\{ M_k \frac{\partial^{n-k} \xi}{\partial x^{n-k}} + N_k \frac{\partial^{n-k} \xi}{\partial x^{n-k-1} \partial y} \right\} + \{P_n^2 + Q_n^2\} \xi = 0, \\ P_n \frac{\partial^n \eta}{\partial x^n} - Q_n \frac{\partial^n \eta}{\partial^{n-1} x \partial y} + \sum_{1}^{n-1}{}_k \left\{ M_k \frac{\partial^{n-k} \eta}{\partial x^{n-k}} + N_k \frac{\partial^{n-k} \eta}{\partial x^{n-k-1} \partial y} \right\} + \{P_n^2 + Q_n^2\} \eta = 0. \end{aligned} \tag{6^a.}$$

Demnach genügen ξ und η, folglich auch $u = \xi + \eta i$ und $u' = \xi - \eta i$ derselben Differentialgleichung

$$(1^a.)\qquad P_n \frac{\partial^n \omega}{\partial x^n} - Q_n \frac{\partial^n \omega}{\partial^{n-1} x \partial y} + \sum_{1}^{n-1}{}_k \left\{ M_k \frac{\partial^{n-k}\omega}{\partial x^{n-k}} + N_k \frac{\partial^{n-k}\omega}{\partial x^{n-k-1}\partial y} \right\} + \{P_n^2 + Q_n^2\}\omega = 0,$$

deren Coefficienten reale Functionen der realen Variablen x, y sind.

Umgekehrt genügt jede monogene Function von $x + yi$, welche die Gleichung (1^a.) befriedigt, auch der Gleichung

$$(P_n - Q_n i)\frac{\partial^n w}{\partial x^n} + \sum_{1}^{n-1}{}_k (M_k + N_k i)\frac{\partial^{n-k} w}{\partial x^{n-k}} + (P_n^2 + Q_n^2) w = 0,$$

d. h.

$$(P_n - Q_n i)\frac{\partial^n w}{\partial x^n} + (P_n - Q_n i)\sum_{1}^{n-1}{}_k (P_k + Q_k i)\frac{\partial^{n-k} w}{\partial x^{n-k}} + (P_n^2 + Q_n^2) w = 0,$$

oder endlich

$$\frac{d^n w}{dz^n} + p_1 \frac{d^{n-1} w}{dz^{n-1}} + \ldots + p_n w = 0,$$

welche mit der Gleichung (1.) übereinstimmt.

Wenn es demnach eine aus den Elementen eines Fundamentalsystems von Integralen $u_1, u_2, \ldots, u_n$ der Gleichung (1.) und ihren conjugirten Werthen $u'_1, u'_2, \ldots, u'_n$ gebildete bilineare Form mit constanten Coefficienten giebt, welche bei beliebigen Umläufen der Variablen z ungeändert bleibt, so wird diejenige Differentialgleichung, welcher die Quadrate der Integrale der Gleichung (1^a) genügen, durch einwerthige Functionen von x, y befriedigt.

5.

Indem wir nunmehr zu besonderen Fällen von Differentialgleichungen übergehen, welche zu der in den vorhergehenden Nummern charakterisirten Classe gehören, betrachten wir zuerst diejenigen Differentialgleichungen, deren Integrale für jeden Werth der unabhängigen Variablen z nur eine endliche Anzahl von Werthen annehmen.

Ist U ein beliebiger Umlauf von z um einen oder mehrere singuläre Punkte und ω irgend eine Wurzel der zu diesem Umlauf gehörigen Fundamentalgleichung, so giebt es[1] ein Integral u der Differential-

[1] CRELLE's Journal Bd. 66 S. 132.

gleichung, von der Beschaffenheit, dass u nach Vollziehung des Umlaufes in

$$\bar{u} = \omega u$$

übergeht.

Da die Wiederholung des Umlaufes nur eine endliche Anzahl von Zweigen der Function u hervorrufen kann, so muss ω eine ganzzahlige Wurzel der Einheit sein. Diejenige Gleichung also, welche aus der Fundamentalgleichung durch Vertauschung der Coefficienten der verschiedenen Potenzen der Unbekannten mit ihren conjugirten Werthen hervorgeht, wird demnach durch die reciproken Werthe der Wurzeln der Fundamentalgleichung befriedigt.

Aus dem Satze I'. der Nr. 3. ergiebt sich also das folgende Theorem:

I. Sind die Integrale einer linearen homogenen Differentialgleichung mit eindeutigen Coefficienten sämmtlich endlichwerthige Functionen der unabhängigen Variablen z, und sind überdies wenigstens für einen Umlauf von z die Wurzeln der zugehörigen Fundamentalgleichung verschieden, so giebt es eine aus einem Fundamentalsystem von Integralen $u_1, u_2, \ldots, u_n$ und ihren conjugirten Werthen $u'_1, u'_2, \ldots, u'_n$ gebildete bilineare Form der Gestalt

$$\phi = A_1 u_1 u'_1 + A_2 u_2 u'_2 + \ldots + A_n u_n u'_n$$

mit constanten Coefficienten — deren Werthverhältnisse real —, welche bei allen Umläufen von z ungeändert bleibt.

Als Corollar zu diesem Satze ergiebt sich:

II. Ist eine lineare homogene Differentialgleichung n^{ter} Ordnung algebraisch integrirbar, und hat wenigstens für einen Umlauf die zugehörige Fundamentalgleichung ungleiche Wurzeln, so giebt es eine aus einem Fundamentalsysteme von Integralen $u_1, u_2, \ldots, u_n$ und ihren conjugirten Werthen $u'_1, u'_2, \ldots, u'_n$ gebildete bilineare Form

$$\phi = A_1 u_1 u'_1 + A_2 u_2 u'_2 + \ldots + A_n u_n u'_n$$

mit constanten Coefficienten — deren Werthverhältnisse real —, welche bei allen Umläufen von z ungeändert bleibt.

In einer Notiz[1] hat Hr. Picard, davon ausgehend, dass für diejenigen algebraisch integrirbaren Differentialgleichungen zweiter Ordnung, welche durch Gauss'sche Reihen befriedigt werden, eine bilineare Form

$$A u_1 u'_1 + B u_1 u'_2 + B' u'_1 u_2 + C u_2 u'_2$$

[1] Bulletin de la Société Mathématique, t. 15, p. 154, 20 Avril 1887.

— um unsere obigen Bezeichnungen anzuwenden —, in welcher A und C real und B und B' conjugirte complexe Grössen sind, durch die Fundamentalsubstitutionen in sich selbst verwandelt wird, die von Hrn. JORDAN gegebenen Typen von Fundamentalsubstitutionen der algebraisch integrirbaren Differentialgleichungen dritter Ordnung, von dem ersten Typus abgesehen, in die bilineare Form

$$\phi = u_1 u'_1 + u_2 u'_2 + u_3 u'_3$$

eingesetzt, und gefunden, dass, mit Ausnahme des Falles des vierten Typus, die Form ϕ durch die Fundamentalsubstitutionen in sich selbst verwandelt wird.

Wir bemerken hierzu das Folgende. Da im vierten Typus eine Fundamentalsubstitution

$$\begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & \tau^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

vorhanden ist, wo τ eine primitive Wurzel der Gleichung $\tau^5 = 1$, und die zu dieser Substitution gehörige Fundamentalgleichung also verschiedene Wurzeln hat, so muss nach unserem Satze II. dieser Nummer auch für den vierten Typus eine bilineare Form

$$\psi = A_1 u_1 u'_1 + A_2 u_2 u'_2 + A_3 u_3 u'_3$$

existiren, welche durch keine der Fundamentalsubstitutionen des Typus verändert wird.

In der That ergiebt die Rechnung, dass

$$\psi = u_1 u'_1 + u_2 u'_2 + 2a(1-a) u_3 u'_3,$$

wo a eine reale Grösse ist, die angegebene Eigenschaft hat.

(Fortsetzung folgt.)



Über die Veränderung der Chylusfette im Blute.

Von Dr. med. Wilhelm Cohnstein u. Dr. phil. Hugo Michaelis.

(Vorgelegt von Hrn. Munk.)

Während die Frage nach der Resorption der Nahrungsfette aus dem Darminhalt in die Blut- oder Lymphgefässe in neuerer Zeit oft studirt wurde, ist der Übergang der Fette aus dem Blut in die Gewebe kaum jemals zum Gegenstand experimenteller Prüfung gemacht worden.

Man hat wohl gelegentlich daran gedacht[1], dass die Fettstäubchen die Capillarwand durchwandern, und man hat diese Vermuthung durch die Beobachtung gestützt, dass geformte Substanzen (Milchkügelchen, Zinnober, Bakterien u. s. w.), welche man künstlich in die Blutbahn hineinbrachte, die Capillarwand durchsetzen und in der Lymphe und im Harn erscheinen.

Dem gegenüber ist darauf hinzuweisen, dass die künstlich in die Blutbahn eingebrachten Fremdkörper den Capillarkreislauf stören (Milchkügelchen), oder die Capillarzellen schädigen (Bakterien), so dass aus ihrem Verhalten kein Schluss auf das Schicksal der physiologischen geformten Blutbestandtheile gezogen werden kann. Es ist ferner daran zu erinnern, dass[2] bei einem Thiere, dessen Blut in Folge reichlicher Fettfütterung stark fetthaltig geworden ist, die Lymphe des Halsstammes völlig fettfrei gefunden werden kann. Ja, wie eigene Versuche zeigten, wird sogar nach sehr reichlichen intravenösen Infusionen von fetthaltigem Chylus die Lymphe des ductus thoracicus nicht reicher an Aetherextract.

Nach diesen Beobachtungen muss es als sehr unwahrscheinlich gelten, dass die Fettstäubchen die Wand der Blutcapillaren durchwandern. Da aber eine Oxydation der Fette innerhalb der Blutbahn ebenfalls ausgeschlossen ist, und dennoch das Fett — sei es, dass dasselbe physiologisch durch den Chylus in das Blut gelangt, sei es, dass dasselbe künstlich in eine Vene infundirt wird — nach kurzer Zeit im Blute nicht mehr nachweisbar ist, so traten wir, auf Ver-

[1] G. Bunge, Lehrb. d. physiolog. und patholog. Chemie, 3. Aufl., S. 201.
[2] Röhrig, Arbeiten aus der physiolog. Anstalt zu Leipzig, 1875.



anlassung von Hrn. Prof. H. Munk, der Prüfung der Frage näher, ob die Fette innerhalb der Blutbahn einer chemischen Veränderung unterworfen würden.

Wir leiteten zu diesem Zweck durch ein Gemenge von Chylus und Blut mehrere Stunden lang Luft hindurch, welche in der Mehrzahl der Versuche durch Watte filtrirt und durch Schwefelsäure und Natronlauge gereinigt war, und bestimmten vor und nach der Luftdurchleitung den Fettgehalt des Gemenges.

Es zeigte sich, dass der letztere während der Luftdurchleitung mehr und mehr abnahm. Wurde die Luftdurchleitung unterlassen, oder der Chylus statt mit Blut, mit Blutserum gemengt, so war eine Abnahme des Fettgehalts nicht zu constatiren. Blut, welches durch Auflösung der rothen Blutzellen lackfarbig gemacht war, zeigte die fettzerstörende Eigenschaft in mindestens ebenso hohem Grade wie reines Blut.

Wir schliessen aus diesen Versuchen, dass in den rothen Blutzellen eine Substanz vorhanden ist, welcher die Fähigkeit zukommt, bei Gegenwart von reichlichen Mengen Sauerstoff Chylusfette so zu verändern, dass aus denselben ein in Aether nicht löslicher Körper entsteht.

Man konnte daran denken, dass das Endproduct dieser Fettzerstörung Kohlensäure und Wasser sei. In unseren Versuchen fand jedoch eine reichlichere Entwickelung von Kohlensäure nicht statt: die Menge der während der Luftdurchleitung in dem Blut-Chylusgemenge gebildeten Kohlensäure entsprach auch nicht entfernt der Quantität des verschwundenen Fettes. Auch für das lebende Thier trifft jene Vermuthung nicht zu, denn abgesehen davon, dass im kreisenden Blute Oxydationen nur in sehr beschränktem Maasse statt haben, wissen wir durch Magnus-Levy[1], dass auch nach reichlicher Fettfütterung eine erheblichere Steigerung der Kohlensäure-Ausscheidung nicht zu constatiren ist.

Für die nunmehr nahe liegende Vermuthung, dass bei der Fettzerstörung Seifen entstehen, haben wir einen sicheren Beweis bisher nicht erbringen können. Immerhin gelang es uns zu zeigen, dass der Abnahme des Aetherextracts eine Zunahme des Alkoholextracts entspricht. Aus dem Alkoholextract konnten wir durch Behandlung mit verdünnten Säuren eine in Aether lösliche Substanz (Fettsäuren?) gewinnen.

Nach unseren bisherigen Erfahrungen erstreckt sich die fettspaltende Wirkung des Blutes nur auf die äusserst fein vertheilten

[1] Pflüger's Arch., Bd. 55.

Fette des Chylus. Eine Wirkung des Blutes auf Milchfett oder Leberthranemulsion war nicht nachzuweisen. Auch eine Verseifung aromatischer Ester (Phenolsalicylsäure-Ester, Phenolbenzoësäure-Ester) kam nicht zu Stande.

Eine etwaige Mitwirkung von Bakterien erscheint uns ausgeschlossen; wenigstens sprechen die negativen Resultate derjenigen Versuche, in welchen wir Gemenge von Chylus mit Serum anwendeten, gegen eine solche Annahme. Auch lässt sich das rasche Verschwinden neu eintretenden Fettes aus dem Blute des lebenden Thieres nicht durch eine Bakterienwirkung erklären.

Wir schliessen aus unseren Versuchen, dass dem Blute — kraft einer in den rothen Blutzellen enthaltenen Substanz — eine »lipolytische« Function zukommt. Diese ist der fettspaltenden Wirkung des Pankreas[1] und mancher Pflanzensamen[2] an die Seite zu stellen.

---

[1] v. Nencki, Archiv f. experiment. Pathologie und Pharmakologie, Bd. 20.

[2] Sigmund, Sitzungsber. der K. K. Akad. der Wissensch., Mathem.-Naturwiss. Cl., Juli 1890 und Juli 1891.



Die Caudalanhänge des Menschen.

Von W. Waldeyer.

(Vorgetragen am 18. Juni [s. oben S. 665].)

Eine bereits recht ansehnliche Zahl von Beobachtungen[1] lehrt, dass frei vom übrigen Körper sich abhebende schwanzförmige Anhänge in der Verlängerung des Steissbeines auch bei völlig reifen menschlichen Früchten gar nicht selten vorkommen. Ja, nach der Geburt solcher Kinder pflegen diese Anhänge mit der weiteren Körperentwickelung noch erheblich zu wachsen; sie können die Länge und Stärke eines ausgebildeten menschlichen Fingers erreichen und werden später mitunter mehr oder weniger stark behaart. In einigen Fällen liessen sie leichte Contractionen und Bewegungen wahrnehmen, kurz, ähnelten in auffälliger Weise ächten Thierschwänzen.

Seit den grundlegenden Untersuchungen von His[2], Ecker[3] und Keibel[4] ist wohl allgemein anerkannt, dass allen menschlichen Embryonen im ersten bis dritten Monate ihres Lebens ein über das untere Rumpfende hinaus frei vorragender Schwanz zukommt, der nicht nur äusserlich in Form und Grösse den Schwanzbildungen z. B. von Säugethierembryonen derselben Entwickelungsstufe völlig gleicht, sondern diesen embryonalen Säugethierschwänzen auch völlig homolog ist. Darüber kann, insbesondere nach Keibel's Untersuchungen, kein Zweifel mehr bestehen. Ich selbst habe seit einigen Jahren meine Aufmerksamkeit bei der Untersuchung menschlicher Embryonen des

[1] Bartels, M., »Über Menschenschwänze«. Archiv für Anthropologie. Bd. 13. 1881. S. 1 und »Die geschwänzten Menschen«. Ebendaselbst Bd. 15. 1884. S. 45. — Mohnike, »Über geschwänzte Menschen«. Münster i. W. 1878.

[2] His, W., Über das Schwanzende der menschlichen Embryonen. Archiv für Anatomie und Physiologie, herausg. von His, Braune und E. du Bois-Reymond. Anat. Abth. 1880. S. 430.

[3] Ecker, A., Besitzt der menschliche Embryo einen Schwanz? Ebend. S. 421 — ferner: Ecker und His: Replik und Compromisssätze nebst Schlusserklärung. Ebend. S. 441.

[4] Keibel, Fr., Über den Schwanz des menschlichen Embryo. Ebend., Anat. Abth. 1891. S. 356.

in Rede stehenden Alters auch auf diesen Punkt gerichtet und kann die Angaben der genannten Forscher vollinhaltlich bestätigen.

Die aufgeführten Litteraturwerke lehren, dass es keineswegs einfach ist, eine genaue Definition dessen zu geben, was man unter dem Worte »Schwanz« in der Thierwelt zu verstehen habe. Ich gehe zunächst, bevor ich über gewisse Caudalanhänge des Menschen weitere Auskunft gebe, auf die Besprechung der Definition ein, beschränke mich aber, aus leicht begreiflichen Gründen, dabei auf den Kreis der Wirbelthiere.

Die vergleichende Anatomie hat sich dahin geeinigt, dass als Schwanzwirbel diejenigen zu bezeichnen seien, welche über die hintere Grenze der Anheftung des Beckengürtels distal hinaus gelegen sind.

Dies trifft vollkommen klar und eindeutig zu für diejenigen Thiere, bei denen hinter der Anheftung des Beckengürtels keine mit den Beckenwirbeln verschmolzene Wirbel mehr vorkommen, bei denen also das Sacrum sich auf diejenigen Wirbel beschränkt, die mit dem Beckengürtel in Verbindung stehen, z. B. für Amphibien, Crocodilinen, Saurier und Ophidier, und für die Sirenia unter den Säugethieren. Für die Wale, bei denen keine Beckenverbindung und also auch kein Sacralwirbel besteht, wird als erster Caudalwirbel derjenige angenommen, welcher unmittelbar vor dem ersten einen unteren Bogen tragenden Wirbel gelegen ist; diese Bestimmung lehnt sich an das Verhalten bei den Sirenia an. Bei allen diesen Thieren ist aber der Schwanz vom übrigen Körper nicht scharf abgesetzt: das hintere Rumpfende geht ganz allmählich in den Schwanz über. Trotzdem haben nicht nur die Zoologen, sondern auch die Laien diesen Thieren seit jeher einen Schwanz zuerkannt. Die zoologische Begriffsbestimmung deckt sich daher gut mit dem allgemeinen Sprachgebrauche.

Bei sehr vielen Thieren nun nimmt das Sacrum distal durch Verschmelzung noch mehr Wirbel in sich auf, als zur Befestigung des Beckengürtels dienen. Beim Menschen z. B. haben wir zwei oder drei ächte Sacralwirbel, denen sich 3 oder 2 distal gelegene sogenannte falsche Sacralwirbel durch Verschmelzung später anfügen, so dass wir ein fünfgliedriges Sacrum erhalten. Man pflegt dann die angeschmolzenen Wirbel von den Caudalwirbeln seit Alters her abzutrennen und sie zu den Sacralwirbeln zu rechnen. Dies braucht auch bei der Bestimmung dessen, was ein »Schwanz« sei, keine sonderlichen Schwierigkeiten zu machen: man kann ruhig bei der Definition, welche von der Anheftung des Beckengürtels ausgeht, bleiben. — Schwänze von Thieren mit stärker ausgebildetem Sacrum sind meist deutlich vom übrigen Körper abgesetzt.

Wenn wir hiermit die Schwanzwirbel bestimmt haben, so sind wir jedoch noch weit entfernt, damit auch eine Begriffsbestimmung von »Schwanz« gewonnen zu haben.

His a. a. O. stellt für den proximalen Endpunkt des Schwanzes drei Möglichkeiten in Frage: 1. die Befestigungsstelle der unteren Extremität, 2. den Anfang des frei hervortretenden Körperstumpfes, 3. den hinteren Rand des Afters. Er entscheidet sich für diese letztere Grenzmarke.

Braun[1] stellt durch seine embryologischen Untersuchungen fest, dass beim Säugethierembryo der Schwanz aus einem wirbelhaltigen und einem wirbellosen Abschnitte bestehe, welcher letztere dem ersteren folge, also das distale Stück bilde; der wirbellose Theil trete gewöhnlich in der Form eines Fadens auf, meist dünner als der wirbelhaltige Theil des Schwanzes, von dem er sich in Folge dessen gewöhnlich deutlich absetze.

Den wirbelhaltigen Theil des Schwanzes zerlegt Braun wieder in zwei Abschnitte, indem er mit der proximalen Grenzmarke für den Begriff »Schwanzwirbel« rechnet und zugleich den Begriff »Schwanz« auch auf alle Schwanzwirbel, ob sie frei vorragen oder nicht, ausdehnen will. Er unterscheidet nämlich an dem wirbelhaltigen Abschnitte einen aus dem Körper herausragenden und einen in demselben verborgenen Abschnitt; für den ersteren schlägt er die Bezeichnung »Aussenschwanz«, für den letzteren »Innenschwanz« vor. Braun spricht hier nur von Säugethieren, was aus dem Zusatze hervorgeht: »Das Grössenverhältniss beider Abschnitte ist verschieden: es ist gewöhnlich der Aussenschwanz länger als der Innenschwanz, seltener umgekehrt und endlich kann der Aussenschwanz ganz fehlen; wir erhalten dann langschwänzige, kurzschwänzige und sogenannte 'ungeschwänzte' Säugethiere«.

Keibel, a. a. O. stellt sich auf denselben Standpunkt; er bindet den Begriff »Schwanz« eng an die Schwanzwirbel, indem er (S. 359 a. a. O.) sagt: »Für mich bleibt ein Schwanz ein Schwanz, auch wenn er nicht frei über den Rumpf hervorragt« und S. 364: »Man nenne alles Schwanz, was caudal von der Anheftungsstelle des Beckengürtels an die Wirbelsäule gelegen ist«.

Ich erkenne völlig an, dass die distale Grenze der Anheftungsstelle des Beckengürtels die Marke bleiben muss, von der man bei der Definition der Schwanzwirbel und auch bei der des Schwanzes auszugehen hat; andererseits ist aber klar, dass die Aufstellung eines »Innenschwanzes« nicht zu dem passt, was man bisher und überall

[1] Braun, M., Entwickelungsvorgänge am Schwanzende bei einigen Säugethieren mit Berücksichtigung der Verhältnisse beim Menschen. Arch. f. Anat. u. Physiol. 1882. Anat. Abth. S. 207.

unter der Bezeichnung »Schwanz« verstanden hat. Mir scheint, dass man damit den Knoten zerhaut, anstatt ihn zu lösen! Woraus soll denn nun der »Innenschwanz« bestehen? Aus den Steisswirbeln mit ihrem Perioste, den Steissmuskeln, Gefässen und Nerven? Wo bleibt da das Integument, welches doch an dem gemeinhin bei Thieren als »Schwanz« bezeichneten Gebilde eine Hauptrolle spielt? Es widerstrebt ausserdem jeder Vorstellung, welche man mit einem Thierschwanze verbindet und von jeher verbunden hat, dass dieser Körpertheil auch ein im Inneren verborgener sein könne.

Wir werden also den Versuch machen müssen, Beides zu vereinigen, d. h. den Charakter des Schwanzes als etwas äusserlich Hervortretenden, vom Integument Bedeckten mit der durch die Anheftung des Beckengürtels gegebenen Marke zu verbinden, und ich würde vorschlagen, als »Schwanz« einen Körpertheil zu bezeichnen, welcher Schwanzwirbel und etwaige andere Abkömmlinge caudaler Ursegmente enthält und dabei **allseitig** vom Integument umgeben ist. Mir scheint diese Definition, wenigstens für Erwachsene und für spätere embryonale Stadien, keinen Zweifel zu belassen; auch lässt sie sich für alle Wirbelthiere von den Amphibien an aufwärts verwenden. Auf die Verhältnisse bei den Fischen möchte ich hier nicht eingehen; diese sind übrigens auch von den übrigen Autoren bei Seite gelassen worden.

Anders ist es mit jungen Embryonen, wo wir noch keine Wirbelanlagen haben und uns nach den Segmenten richten müssen; für diese stimme ich Keibel vollständig bei, wenn er den Anfang des Schwanzes durch Zählung der Segmente bestimmt und die Grenzzahl nach demjenigen Wirbel feststellt, welcher bei einem Erwachsenen derselben Art der proximale Caudalwirbel ist.

Beim Menschen verhalten sich die schwanzförmigen Caudalanhänge verschieden. Seit jeher hat die Frage begreiflicherweise interessirt, ob irgend ein solcher thatsächlich beobachteter Caudalanhang einem Thierschwanze homolog zu erachten sei oder nicht. Da ist zunächst eine Sichtung der in der Litteratur niedergelegten Fälle, die gründlich und eingehend von Bartels a. a. O. geprüft und zusammengestellt sind, vorzunehmen.

R. Virchow[1] hat zwei grosse Gruppen zu scheiden vorgeschlagen, je nachdem der betreffende Caudalanhang Wirbel oder Wirbelrudimente enthielt, oder nicht; er schlug vor die zur ersteren Gruppe gehörenden als Wirbelschwänze, die übrigen als »weiche Schwänze« zu be-

[1] Virchow, R., Correspondenzblatt der deutschen Gesellschaft für Anthropologie, Ethnologie und Urgeschichte. X. Jahrg. [illegible]. Verhandlungen der X. allgemeinen Versammlung der Gesellschaft zu Berlin. S. [illegible]

zeichnen. Diese Eintheilung ist mit Recht als eine grundlegende allgemein angenommen worden.

Da der menschliche Embryo in einer frühen Periode seiner Entwickelung einen Schwanz besitzt, der in allen Stücken — vergl. die Untersuchungen Keibels — den embryonalen Schwänzen von Säugethieren derselben Entwickelungsstufe gleich ist, so könnte es nicht Wunder nehmen, wenn einmal ein Caudalanhang auch bei reifen Embryonen und bei Erwachsenen beobachtet würde, welcher Wirbel enthielte, also einem Wirbelschwanze im Sinne R. Virchow's entspräche. In der That sind mehrere derartige Fälle beobachtet worden[1].

Ein Caudalanhang mit mehr sicher beobachteten wirbelähnlichen Stücken als normaler Weise das menschliche Steissbein Wirbel zählt, ist jedoch nicht zur Kenntniss gekommen. Bartels stellt u. A. die Vermehrung der Wirbelstücke in einem menschlichen Caudalanhange als Bedingung hin, um denselben als homolog einem Thierschwanze anerkennen zu sollen. Ich würde nicht so weit gehen. Findet sich bei einem Menschen ein Caudalanhang, der die vorhin aufgestellten Bedingungen erfüllt, Schwanzwirbel zu enthalten und allseitig vom Integument umhüllt zu sein, so würde ich kein Bedenken tragen, diesen Anhang als einen Schwanz anzuerkennen, der einem Thierschwanze homolog ist.

Bartels stellt ferner eine bis dahin noch nicht beschriebene Art von schwanzähnlichen Bildungen beim Menschen auf, die er als »angewachsene Schwänze« bezeichnet; er selbst hat mehrere Beispiele dieser Form beobachtet und beschrieben. Die Abbildungen geben den Eindruck, als wenn das ganze Kreuzbein sammt dem Steissbeine dorsal etwas über das gewöhnliche Niveau nach hintenvorragte. Es kommt dann ein Bild heraus, als wäre insbesondere das Steissbein in Form eines Schwanzes frei vorragend gewesen, sei aber zum grössten Theile an seiner vorderen Fläche wieder mit dem Becken verwachsen, so dass es nur nach hinten und unten ein wenig vorsteht.

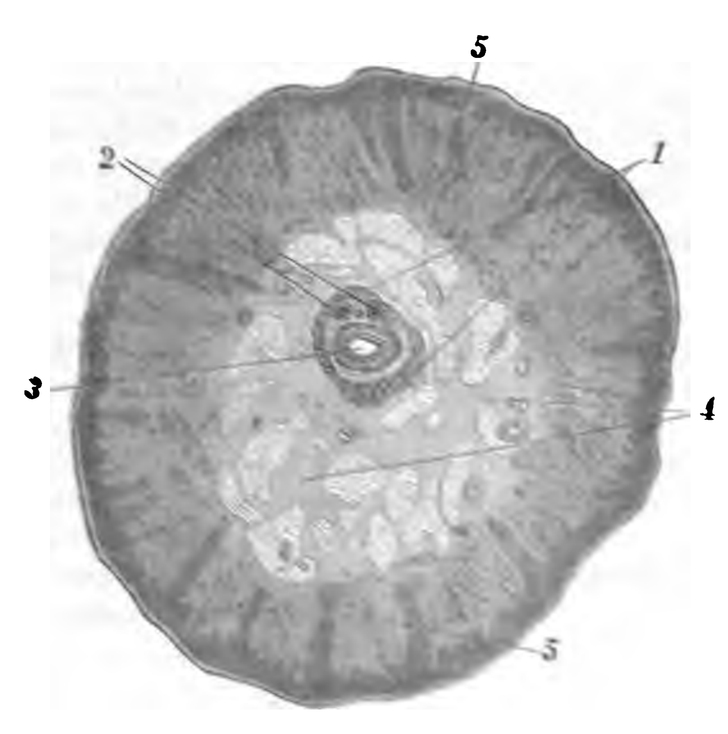
H. W. Freund[2] hat in der neueren Zeit einen derartigen Fall in vivo und post mortem zu untersuchen Gelegenheit gehabt; es stellte sich heraus, dass das Steissbein nicht seine normale Krümmung nach vorn gewonnen hatte, sondern im Gegentheil nach hinten gekrümmt war. Trifft zugleich auch das Kreuzbein eine nur schwache Krümmung, so wird ein Bild entstehen müssen der Art, wie Bartels es

[1] Braun, M., Über rudimentäre Schwanzbildung beim erwachsenen Menschen. Arch. f. Anthropologie. Bd. 13. 1881. — Lissner, Schwanzbildung beim Menschen. Arch. f. pathol. Anatomie von R. Virchow. Bd. 99. 1885. — Hennig, C., und Rauber, A., Ein neuer Fall von geschwänzten Menschen. Ebend. Bd. 105. 1886.

[2] Freund, H. W., Über Schwanzbildung beim Menschen. Virchow's Arch. Bd. 104. 1886.

bei Besprechung der angewachsenen Schwänze beschreibt. FREUND's Fall scheint mir in der That die richtige Erklärung der so merkwürdigen Form des angewachsenen Schwanzes zu geben.

Eigene Untersuchungen habe ich jüngst über die sogenannten »weichen Schwänze«, die weitaus häufigste Form von Caudalanhängen bei Menschen, angestellt, da mir von BARTELS ein bemerkenswerther Fall dieser Art zur weiteren Bearbeitung freundlichst überlassen wurde.[1] Das bei einem fünfwöchigen Knaben beobachtete und alsbald von Dr. REINACH operativ entfernte Gebilde hat genau die Form eines kleinen Schweineschwanzes: es erstreckte sich in der Verlängerung des Steissbeines in einer Länge von 4^{cm} bei einer Breite und Dicke von $7-5^{mm}$, die Crena ani überdeckend, zum After hin und war leicht ventralwärts gekrümmt: sein Ende ist stumpf abgerundet.



Querschnitt durch den Caudalanhang eines fünfwöchentlichen Knaben. 12 m vergrössert.
1 Achsenstrang. 2 Nerven. 3 Arterie. 4 [illegible] Zone, Fettgewebe. 5 5 [illegible] Zone, Integument.

Nach der Abtragung, welche ohne Zwischenfall erfolgte, wurde das Gebilde in etwa 60 procentigem Alkohol gehärtet, und ich entnahm demselben mehrere Querschnitte. Das Bild eines solchen ist in dem beigegebenen Holzschnitte dargestellt.

Man kann drei Schichten unterscheiden: Zu innerst liegt ein aus derbem sehnenähnlichen Bindegewebe bestehender Kern, der gleichsam eine feste Axe (Axenstrang) des ganzen Anhanges darstellt und sich fast bis zum distalen Ende des Stückes erstreckt. Der Durchmesser dieses axialen Stranges (1 in der Figur)

[1] S. BARTELS, M., in Zeitschrift für Ethnologie Bd. 20 (1888) Verhandlungen. S. 455—55 (Mit Abbildung).

beträgt ungefähr ein Fünftel des gesamten Durchmessers. In diesem Kerne liegen eine relativ grosse Arterie (3) und an der dorsalen Seite derselben zwei Nervenstränge (2), je aus etwa 15—20 Fasern bestehend. Der feste bindegewebige Strang setzt sich aus mehreren Bündeln von verschiedener Stärke zusammen.

Die zweite, diesen Kern ringförmig umgebende Zone (4) ist wesentlich aus Fettgewebe zusammengesetzt, welches in einzelnen Träubchen angeordnet ist. Die Träubchen werden durch bindegewebige Blätter und Balken, welche von dem axialen Bindegewebsstrange ausgehen, von einander geschieden; diese Septa verbinden sich peripher mit der ersten (äusseren) Zone, welche das ganze Gebilde umgibt, und aus Epidermis und Cutis — als solche auch schon äusserlich bei Betrachtung des ganzen Gebildes erkennbar — besteht; zahlreiche Haare mit Talgdrüsen und Schweissdrüsen in völlig normaler Ausbildung charakterisiren zur Genüge diese äussere Lage als Integument (5, Fig.). Wir gehen wohl nicht fehl, wenn wir die zweite fetthaltige Lage als Homologon der Tela subcutanea auffassen. Das Ganze stellt sich also als ein in Schwanzform gebrachtes Integumentalgebilde heraus, welches scheidenförmig um einen festen bindegewebigen, Gefässe und Nerven haltenden Axenstrang gelegt ist. Spuren von gestreiften Muskelfasern oder von Knorpel oder Knochen wurden nirgends angetroffen. Glatte Muskelfasern sah man nur in den Gefässwandungen.

Zum Vergleiche untersuchte ich nun den Bau eines Schweineschwanzes und eines Lämmerschwanzes. Schwänze von Schweinen, Schafen und auch von anderen Säugethieren haben ein distales Endstück von etwa 1—1^{cm}5 Länge, in welchem sich keinerlei Hartgebilde, weder Knorpel noch Knochen, mehr finden; dieses Endstück wurde bei den beiden Vergleichsobjecten in Querschnitte zerlegt. Letztere zeigten bei beiden Thierarten ganz den gleichen Bau wie der eben beschriebene menschliche Caudalanhang; insbesondere zeigte der Schweineschwanz eine grosse Ähnlichkeit, und es passt daher der übliche Name »caudae suillae« für derartige weiche menschliche Caudalanhänge sehr wohl.

Dass die beiden äusseren Zonen, die Integument-Rinde und die Fettzone, in gleicher Weise bei den Thierschwänzen vorhanden waren, kann nicht verwunderlich sein; bedeutungsvoller erscheint mir das Vorhandensein einer festen bindegewebigen Axe mit Gefässen und Nerven auch bei diesen. Durch die starke Entwickelung der Fettlage und der Fettschweissdrüsen war bei dem Lammschwanze der Axenstrang etwas beeinträchtigt, jedoch deutlich als solcher zu erkennen. In demselben lagen die Querschnitte dreier Arterien; wie es scheint,

waren dies Theiläste einer grösseren Arterie, was nicht weiter auffällig sein kann, da die Schnitte von dem distalen Endstücke des Schwanzes genommen worden waren, wo die Endtheilung der Gefässe beginnt. Auch Nerven waren vorhanden, ähnlich gelagert, wie in dem menschlichen Caudalanhange.

Das wirbelfreie Endstück des Schweineschwanzes war etwas länger als das des Lämmerschwanzes, sein bindegewebiger Axenstrang grösser und derber; auch war die Arterie in den mehr proximalen Schnitten einfach und gross, wie bei dem menschlichen Caudalanhange; Nervenstämmchen fanden sich ebenfalls in ähnlicher Lagerung. Muskeln wurden weder bei dem einen noch bei dem anderen Thierschwanze in der untersuchten Strecke gefunden, abgesehen von den glatten Muskeln der Gefässe.

Ich glaube wohl nicht fehl zu gehen, wenn ich bei dieser grossen Übereinstimmung, selbst in feineren Structurverhältnissen, annehme, dass der in Rede stehende menschliche Caudalanhang dem nicht mehr wirbelhaltigen Endstücke der genannten Thierschwänze homologisirt werden darf, und es gewinnen damit diejenigen weichen Caudalanhänge des Menschen, welche einen Bau zeigen, wie der eben beschriebene, eine erhöhte Bedeutung.

Worin diese Bedeutung liege, ist wohl zuerst von R. Virchow[1] mit Bestimmtheit ausgesprochen worden. Er vermochte in zwei Fällen den Nachweis zu führen, dass im Centrum eines weichen schwanzförmigen Caudalanhanges vom Menschen ein axialer Strang vorhanden war. In dem einen Falle zeigte dieser Strang sich als ein fibröser, der eine »rudimentäre Gewebsmasse, die nicht deutlich chordal war« — so bezeichnet sie Virchow — umschloss. In dem zweiten Falle fand sich ein Caudalanhang bei einer missgebildeten Frucht; dieser Anhang ging »direct aus dem Steissbeine hervor und stand mit demselben in unmittelbarster Verbindung«. »Er zeigte nach Wegnahme von Haut und Unterhaut einen derben Grundstock, der eine vertebrale oder spinale Bedeutung hat.« Aus diesen Befunden zieht R. Virchow (a. a. O. S. 746) den Schluss, »dafs ein Theil der sogenannten weichen Schwänze genetisch wahren Schwänzen entsprechen, ein Schwanzaequivalent darstellen«.

Hervorgehoben zu werden verdient eine Beobachtung von Piatnitzky[2], der in einem solchen Caudalanhange eines jungen Mannes

[1] Virchow, R., Schwanzbildung beim Menschen. Berliner Klinische Wochenschrift. 1884. Nr. 47. S. 745. — Rassenbildung und Erblichkeit. Festschrift für Adolf Bastian zu seinem 70. Geburtstag. Berlin, 1896. Dietrich Reimer. S. 11.

[2] Piatnitzky, J. J., Zur Frage über die Schwanzbildung beim Menschen. Diss. inaug. Moskau 1893. (Ich verdanke die Übersetzung Hrn. Dr. Ed. Flatau.)

auch Bündel gestreifter Muskelfasern antraf, welches auf das ursprüngliche Vorhandensein von Ursegmenten hindeutet. Auch ein axialer Strang war, wie die Abbildungen lehren, vorhanden. Dieser zeigte eine Arterie und die Nerven ebenso gelagert, wie in dem von mir beschriebenen Falle. PIATNITZKY untersuchte auch die weichen Schwanzpartien von *Bos taurus, Nycticebus* und *Macacus*, welche er genau so gebaut fand, wie ich sie hier von *Ovis aries* und *Sus domesticus* beschrieben habe.

Ferner sei auf das gelegentliche Vorkommen von weichen Schwänzen, die sich ganz gleich dem eben beschriebenen menschlichen Appendix verhielten, bei *Inuus ecaudatus* und beim Schimpanse[1] hingewiesen.

Durch die Befunde von PIATNITZKY und mir werden die von R. VIRCHOW ermittelten Thatsachen in einer, wie ich glaube, nicht unwichtigen Art ergänzt. Diese Ergänzung besteht einmal in dem Nachweise von typisch gelagerten gestreiften Muskelbündeln und Nervenstämmchen, sowie einer relativ grossen Arterie, die als Fortsetzung der Arteria caudalis (Sacralis media) erscheint, sodann in dem Nachweise, dass diese weichen Caudalanhänge des Menschen genau den Bau der wirbelfreien weichen Endstücke ächter Thierschwänze wiederholen. Die Meinung VIRCHOW's, dass gewisse Formen der Caudae suillae hominis Thierschwänzen zu homologisiren seien, gewinnt damit eine neue Stütze.

Durch die besprochenen Funde beim Menschen, beim Schimpanse und bei *Inuus ecaudatus*, sowie durch die Befunde bei knochenhaltigen Caudalanhängen vom Menschen, stellt sich aber noch Folgendes heraus: Wenn bei schwanzlosen Arten von Säugethieren ein schwanzförmiger Anhang auftritt, so ist dies in der Mehrzahl der Fälle ein sogenannter weicher Schwanz, der jedoch, wie wir sahen, in manchen Fällen einen typischen Schwanzbau zeigte, den des wirbelfreien distalen Endstückes ächter wirbelhaltiger Schwänze anderer Säugethiere; die Caudalwirbel zeigten sich aber nicht vermehrt, auch nicht in denjenigen Fällen, wo Knochen in einem menschlichen Caudalanhange enthalten waren. Es sind dies insbesondere die Fälle von LISSNER[2], und HENNIG-RAUBER[3]. Es waren hier zwar längliche, fingerphalangenähnliche Knochenstücke vorhanden, aber nicht mehr,

[1] ROSENBERG, Über die Entwickelung der Wirbelsäule und des Centrale carpi des Menschen. Morphol. Jahrb. Bd. I. S. 126.

[2] LISSNER, Schwanzbildung beim Menschen. Archiv für pathologische Anatomie, herausgegeben von R. VIRCHOW. Bd. 99. S. 191. 1885.

[3] HENNIG, C., und RAUBER, A., Ein neuer Fall von geschwänzten Menschen. Ebenda Bd. 105. 1886. S. 83.

als sonst Caudalwirbel vorkommen. Die Zahl der Caudalwirbel scheint also nicht leicht zu schwanken, auch bei solchen Überproductionen nicht; sie ist für die Species eine sehr beständige.

Die Ähnlichkeit mit Fingerphalangen wird in beiden Fällen (Lissner und Hennig-Rauber) hervorgehoben; aber auch in langen Thierschwänzen nehmen die Schwanzwirbel Röhrenknochenform an.

Es wäre durch weitere Untersuchungen grösseren Materiales zu ermitteln, ob nicht auch bei geschwänzten Thieren derselben Art gelegentlich eine Verlängerung des Schwanzes vorkommt, die nur auf einer grösseren Ausbildung des weichen Endstückes beruht. Darin würde dann, meines Erachtens, eine vollständige Homologie einer weichen Menschenschwanzbildung, wie sie von Virchow, Piatnitzky und mir beschrieben wurde, gegeben sein.

M. Braun (a. a. O.) hält es mit W. His für wahrscheinlich, dass die weichen Menschenschwänze aus der von ihm als »Schwanzfaden« beschriebenen Bildung hervorgehen möchten, die er regelmässig bei embryonalen Thierschwänzen fand, und die sich von dem wirbelhaltigen Schwanze absetzt. (S. vorhin). Dieser Schwanzfaden bildet das Endstück des Schwanzes und enthält nach Braun den Caudaldarm, den nunmehr Keibel auch bei menschlichen Embryonen nachgewiesen hat.

Ich finde eine Schwierigkeit His und Braun zuzustimmen darin, dass dieser Schwanzfaden der Regel nach schon frühzeitig resorbirt wird, und vor Allem darin, dass die weichen Menschenschwänze sich völlig gleich verhalten dem bleibenden Endstücke der Thierschwänze. Hiermit will ich die Möglichkeit, dass ein weicher menschlicher Caudalanhang in einem oder dem anderen Falle auf einen excessiv gewucherten Schwanzfaden zurückzuführen sei, nicht in Abrede stellen; die Regel wird es aber nicht sein.

Über das Verhalten circularpolarisirender Krystalle im gepulverten Zustande.

Von H. LANDOLT.

(Vorgetragen am 11. Juni [s. oben S. 649].)

Das optische Drehungsvermögen von Krystallen ist bis dahin immer auf die Weise untersucht worden, dass man die letzteren entweder im natürlichen Zustande oder als geschliffene Platten in den Polarisationsapparat brachte. Es bot nun Interesse zu prüfen, wie die Krystalle sich verhalten, wenn sie in gepulverter Form angewandt werden, und zwar suspendirt in einer nicht lösenden Flüssigkeit, welche genau den gleichen Brechungsexponenten besitzt, so dass ein durchsichtiges Medium entsteht. Die Frage war, ob unter diesen Umständen das Drehvermögen der Theilchen noch in derselben Stärke vorhanden ist, wie in den grossen Krystallen, oder ob es verschwindet, wenn die Verkleinerung einen bestimmten Grad erreicht hat. Das Letztere tritt bekanntlich ein, sowie durch Überführen in den gelösten Zustand die Krystallmolecüle zerstört werden.

Für solche Versuche mussten selbstverständlich isotrope Krystalle, wie Natriumchlorat und -bromat, Natriumsulfantimoniat, Uranylnatriumacetat und Borneocampher am geeignetsten sein. Bis jetzt habe ich allein rechts- und linksdrehendes Natriumchlorat benutzt, von welchem Hr. VON SEHERR-THOSS hierselbst, sowie Hr. Dr. WULFF in Schwerin die Gefälligkeit hatten, mir grosse, nur Würfelflächen zeigende Krystalle zuzustellen.

Das Pulvern geschah in einer Achatreibschale mit gut passendem Pistill, und zwar in kleinen Mengen von 2 bis 3^{dcg}. Nach etwa 5 Minuten langem Reiben zeigte die Betrachtung unter dem Mikroskop bei 360facher Vergrösserung, dass das Pulver theils aus abgerundeten Körnchen, theils scharfkantigen Bruchstücken bestand, deren Durchmesser bei mindestens $\frac{3}{4}$ der Gesammtmenge zwischen den Grenzen 0^{mm}01 und 0^{mm}05 schwankte. Durch fortgesetztes Reiben wurden ferner feinere Pulver von 0^{mm}004 bis 0^{mm}012 Korngrösse hergestellt. — Die Benutzung einer ZULKOWSKY'schen Mineralmühle erwies sich bei Natriumchlorat als ungeeignet, da die Theilchen zusammenbacken und nicht rollen. Ebenso hatten Versuche, die Pulver in absolutem Alkohol

zu schlemmen, keinen befriedigenden Erfolg, weil das Salz darin nicht ganz unlöslich ist und durch Auskrystallisiren leicht wieder grössere Partikel entstehen können.

Zur Bestimmung des mittleren Korndurchmessers feiner Pulver hat mir Hr. Prof. G. Quincke in Heidelberg eine hübsche Methode mitgetheilt, welche darin besteht, dass man eine Glasplatte gleichmässig mit dem Pulver bestaubt und durch dieselbe im verdunkelten Zimmer nach einer in deutlicher Sehweite aufgestellten kleinen Natriumflamme blickt. Die letztere erscheint dann von einer Aureole umgeben, deren Durchmesser von der Grösse der Körnchen abhängt. Zweckmässig ist es, zwei neben einander befindliche Natriumlampen anzuwenden, welche aus kleinen Bunsen'schen Brennern bestehen, an denen ein schmaler Blechschirm mit etwa 5^{mm} weiter runder Öffnung und ferner der eine Kochsalzperle tragende Platindraht befestigt ist. Wenn man dann die eine Lampe der anderen so weit zuschiebt, dass die Ränder der beiden kreisförmigen Aureolen sich soeben berühren, lässt sich nachher durch Messen des Abstandes der zwei Diaphragmenmittelpunkte leicht der Radius einer Aureole bestimmen. Wird dieser mit r bezeichnet und ist ferner: E die Entfernung zwischen den Flammen und der dicht vor das Auge gehaltenen Platte, λ die Wellenlänge des Natriumlichtes in Luft ($0^{mm}.00059$), β der Winkel, welchen die von der Mitte und dem Rande einer Aureole nach dem Auge gehenden Strahlen einschliessen, und endlich D der mittlere Durchmesser der Körnchen, so ist nach den Gesetzen der Lichtbeugung:

$$\sin\beta = \frac{\lambda}{D} = \frac{r}{E},$$

somit:

$$D = 0.00059\,\frac{E}{r}.$$

Bei der Anwendung dieses Verfahrens auf das gepulverte Natriumchlorat, wobei das Bestäuben der Glasplatte (Objectträger für Mikroskope) in der Weise vorgenommen wurde, dass man das Pulver durch feinstes Florzeug von $0^{mm}.07$ Maschenweite siebte, ergab sich leider eine Beschränkung. Wenn nämlich der Durchmesser der Körner weniger als etwa $0^{mm}.02$ betrug, nahmen dieselben die Eigenschaft an, sich zu Klümpchen zusammen zu ballen, und so führte die Prüfung verschiedener sehr feiner Pulver immer zu dem gleichen Werthe von etwa $0^{mm}.03$, während das Mikroskop zeigte, dass die einzelnen Theilchen viel kleiner waren. Bei gröberen Pulvern trat dieser Übelstand nicht auf.

Die Herstellung einer mit dem Natriumchlorat, dessen Brechungsexponent $n_D = 1.515$ ist, gleich stark brechenden Flüssigkeit geschah

durch Mischen von absolutem Alkohol ($n_D = 1.361$) und Schwefelkohlenstoff ($n_D = 1.628$). In derselben ist das Salz ganz unlöslich. Es wurde in der Art verfahren, dass man 0.1 bis 0^{g}3 des Krystallpulvers in einer Reagirröhre zunächst mit etwas Alkohol stark schüttelte und sodann Schwefelkohlenstoff, zuletzt tropfenweise, hinzufügte, bis die trübe Mischung möglichste Klarheit annahm. Auf 1 Vol. Alkohol sind etwa 2 Vol. Schwefelkohlenstoff nöthig. Dabei treten die von C. CHRISTIANSEN[1] beschriebenen Farben auf, welche sich immer zeigen, wenn fein zertheilte Körper in Flüssigkeiten von dem nämlichen Brechungsexponenten suspendirt sind; durch die Reagensröhre betrachtete Fenstersprossen erscheinen tief blau, roth, auch violett gefärbt. Da das Brechungsvermögen besonders des Schwefelkohlenstoffs sich mit der Temperatur stark ändert, dasjenige des Natriumchlorats wenig, so kann der Fall eintreten, dass eine ganz klare Suspension wieder leichte Trübungen annimmt. Nach dem letzten Umschütteln wurde die Mischung sofort in die Polarisationsröhre eingefüllt.

Da die Natriumchlorattheilchen schwerer sind als die Flüssigkeit, so müssen die ersteren durch fortwährende Bewegung in Suspension erhalten werden. An dem früher von mir beschriebenen Polaristrobometer[2] war ein Lager mit kleinen Frictionsrollen angebracht, in welchem die eingelegte mit einer Riemscheibe versehene Röhre um ihre Längsaxe rotiren gelassen werden konnte, was durch einen HEINRICI'schen Heissluftmotor bewirkt wurde. Der Apparat besass einen dreitheiligen Polarisator nach LIPPICH, die Länge der beiden angewandten Flüssigkeitsröhren betrug 95 und 150^{mm}. Es zeigte sich, dass Natriumlicht zu den Beobachtungen nicht anwendbar war, da schon leichte Trübungen der Flüssigkeit in dicker Schicht dasselbe zu sehr schwächen. Dagegen konnten mit Hülfe von Zirkonlicht scharfe Einstellungen erhalten werden; das Gesichtsfeld erschien hierbei schön blau oder grün gefärbt, ein Einfluss der Rotationsdispersion machte sich in Folge der geringen Grösse der Drehungswinkel (höchstens 4°) nicht bemerklich. Die letzteren wurden stets durch 10 Ablesungen bestimmt, welche nur wenige Minuten von einander abwichen.

Durch Vorversuche musste zunächst festgestellt werden, ob die Geschwindigkeit, mit welcher die Polarisationsröhre rotiren gelassen wird, von Einfluss ist, und in der That gab sich ein solcher in starkem Grade zu erkennen. Eine Suspension von gepulvertem Rechts-Natriumchlorat zeigte folgende Verhältnisse:

---

[1] WIED. Ann. 23, 298 — 1884.

[2] Ber. d. D. chem. Ges. 28, 3102 — 1895.

Umdrehungen der Röhre in 1 Minute	Optischer Drehungswinkel
76	+1.96°
96	1.86
125	1.30
180	0.36

Die Ursache der Abnahme des Drehungswinkels liegt offenbar darin, dass durch Centrifugalkraft die festen Theilchen gegen die Wandung der Röhre bewegt werden und sich in der Axe eine salzärmere Partie bildet. Demzufolge wurde bei allen ferneren Versuchen die Zahl der Rotationen nur zwischen 50 und 80 gehalten, wobei, wie nachstehende Zahlen zeigen, die optische Drehung constant blieb.

Rotat. in 1 Minute	Drehungswinkel
50	1.94°
62	1.99
70	1.95
78	1.97

Endlich überzeugte ich mich, dass es gleichgültig war, ob die Röhre nach rechts oder links rotirte.

Nachdem der Drehungswinkel einer Suspension gemessen worden war, handelte es sich um die Bestimmung der Menge Natriumchlorat, welche die Röhre enthalten hatte. Zu diesem Zwecke wurde der Inhalt derselben in eine Platinschale ausgegossen, mehrmals mit Alkohol nachgespült, und nach dem Verdampfen der Flüssigkeit auf dem Wasserbade der Salzrückstand gewogen. Bei der längeren der angewandten Röhren betrug der Inhalt 10^{ccm}.17, bei den kürzeren 5^{ccm}.48.

Zur Berechnung des Drehvermögens einer Substanz ist es offenbar gleichgültig, ob die letztere in der inactiven Flüssigkeit gelöst oder nur mechanisch vertheilt ist. Man kann daher auch bei den Suspensionen den gewöhnlichen Biot'schen Ausdruck für die specifische Drehung, und zwar in der Form $[\alpha] = \frac{\alpha \cdot 10}{l \cdot c}$ anwenden, wovon α den beobachteten Drehungswinkel, l die Länge der Röhre in Millimetern und c die in 10^{ccm} der Suspension enthaltene Anzahl Gramme activer Substanz bedeutet. Es ergiebt sich dann die specifische Rotation bezogen auf eine Schicht von 1^{mm} Dicke, also der für die Angabe der Drehungswinkel von Krystallen gebräuchlichen Längeneinheit. Da weisses Licht benutzt wurde, musste in der Folge die von Biot für mittlere gelbe Strahlen eingeführte Bezeichnung $[\alpha]_j$ angewandt werden.

Dass wie bei Lösungen auch bei suspendirten Pulvern die Drehungswinkel proportional sind der Concentration und der Länge der durchstrahlten Schicht, ergiebt sich aus den nachstehenden Beob-

achtungen. Trotz starker Variation dieser Grössen fielen, wenn das active Material gleichartig war, die Werthe für [α] nahe übereinstimmend aus.

Die mit dem Natriumchlorat vorgenommenen Versuche betrafen zunächst die Frage, ob eine Verschiedenheit der Drehung sich bemerkbar macht, wenn das Salz in ungleich fein pulverisirtem Zustande angewandt wird. Unter Benutzung theils der gleichen, theils verschiedener Krystalle ergaben sich folgende Verhältnisse:

I. Grobe Pulver.

Mittlerer Korndurchmesser nach QUINCKE's Methode bestimmt: $0^{mm}.034$. (Radius der Aureole 7^{mm}, Sehweite 400^{mm}.) — Mikroskopisch geprüft bestand die Hauptmenge des Pulvers aus Körnern zwischen $0^{mm}.01$ und $0^{mm}.05$ Durchmesser. Mittel: $0^{mm}.03$.

	Angewandt:		α_j	l	c	$[\alpha]_j$
1.	R-Krystall (N. 1)	a)	$+1°.48$	95^{mm}	$0^g.0998$	$+1°.56$
		b)	+3.83	95	0.2398	+1.68
		c)	+3.95	95	0.2414	+1.72
2.	R »		+1.09	95	0.0748	+1.53
3.	L » (N. 2)		—0.352	150	0.0145	—1.62
4.	L »		—1.55	150	0.0670	—1.54
5.	L »		—4.67	95	0.3170	—1.55

II. Feine Pulver.

Korndurchmesser mikroskopisch gemessen überwiegend zwischen $0^{mm}.004$ und $0^{mm}.012$. — Mittel: $0^{mm}.008$.

	Angewandt:		α_j	l	c	$[\alpha]_j$
1.	R-Krystall (N. 1)	a)	$+3°.51$	95^{mm}	$0^g.2480$	$+1°.49$
		b)	+4.01	95	0.2995	+1.41
2.	R »		+1.96	150	0.0967	+1.35
3.	R »		+0.224	150	0.0106	+1.41
4.	L » (N. 2)	a)	—0.858	150	0.0392	—1.46
		b)	—0.578	95	0.0436	—1.40
5.	L »		—3.59	95	0.2760	—1.36
6.	L »		—0.660	95	0.0480	—1.45
7.	L »		—1.262	150	0.0618	—1.36
					Mittel:	$1°.41$

Das Drehungsvermögen grosser Natriumchloratkrystalle für weisses Licht d. h. mittlere gelbe Strahlen wurde von MARBACH[1] zu ungefähr $3\frac{1}{4}°$, bezogen auf 1^{mm} Dicke, bestimmt. Um eine etwas

[1] MARBACH, POGG. Ann. 91, 486 — 1854.



genauere Definition jenes Lichtes zu erhalten, kann man dasselbe als complementär der Übergangsfarbe setzen, welche nach Biot auftritt, wenn in den Polarisationsapparat eine Quarzplatte von 1^{mm} Dicke eingeschaltet und der Analysator um $24^\circ.5$ gedreht wird. Die Wellenlänge dieser Strahlen lässt sich sodann mit Hülfe der von Soret und Sarasin[1] für die Rotationsdispersion des Quarzes gegebenen Interpolationsformel:

$$\alpha = \frac{7.10829}{10^6.\lambda^2} + \frac{0.14771}{10^{12}.\lambda^4} \qquad (\lambda \text{ in mm})$$

berechnen, wobei sich ergiebt:[2]

$$\lambda_j = 556^{\mu\mu}$$

Die Drehungswinkel der Natriumchloratkrystalle sind von L. Sohncke[3] und besonders von Ch. Eug. Guye[4] für eine grosse Zahl verschiedene Strahlen gemessen worden, und zwar fanden jene Beobachter in Bezug auf D und E, welche das Licht von der Wellenlänge λ_j einschliessen, bei der Temperatur 20° folgende Werthe:

Linie	λ	α für 1^{mm} Sohncke	Guye	Mittel	Verhältniss von Chlorat : Quarz
D	$589^{\mu\mu}$	$3^\circ.16$	$3^\circ.13$	$3^\circ.145$	1 : 6.936
E	527	3.96	3.94	3.95	1 : 6.982

Berechnet man aus dem Mittel der Beobachtungen für die beiden Strahlen zunächst die Constanten der Boltzmann'schen Dispersionsformel: $\alpha = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$, so resultirt $A = 1.0585$, $B = 0.01073$, und daraus ergiebt sich weiter für Licht von der Wellenlänge $556^{\mu\mu}$ der Drehungswinkel:

$$\alpha_j = 3^\circ.54.$$

Zu fast dem gleichen Werthe kommt man mit Hülfe des von Guye bestimmten Verhältnisses der Drehungen von Natriumchlorat und Quarz für D und E. Das Mittel beider Zahlen giebt

$$\alpha_j = \frac{24.5}{3.96} = 3^\circ.52.$$

Die Dichte der Krystalle, im gepulverten Zustande mittels des Pyknometers unter Anwendung von Benzol bestimmt, wurde durch zwei Versuche gleich 2.491 und 2.485 bei 20° gefunden. Mittel 2.488[5].

---

[1] Soret und Sarasin, C. r. 95, 635 — 1882.

[2] Biot hatte früher $550^{\mu\mu}$ angenommen.

[3] Sohncke, Wied. Ann. 3, 530—1878.

[4] Guye, Arch. d. sc. phys. et nat. Genève. (3) 22, 130 — 1889.

[5] Berthelot fand 2.467, Bödeker die jedenfalls irrthümliche Zahl 2.289.

Somit ergiebt sich endlich die specifische Drehung der Natriumchloratkrystalle zu:

$$[\alpha]_j = \frac{3.54}{2.488} = \pm 1^\circ.42 \text{ für } 1^{mm}.$$

Vergleicht man diesen Werth mit den für das gepulverte Salz erhaltenen Beobachtungen, so stellt er sich als ganz übereinstimmend mit denjenigen heraus, welche die fein geriebenen Praeparate ergeben haben, deren specifische Drehung im Mittel 1.41 beträgt. Daraus folgt, dass die Körnchen des Natriumchlorats bei einem Durchmesser von 0.004 bis $0^{mm}.012$ noch vollständig diejenige krystallinische Structur besitzen, welche zur Erzeugung der Circularpolarisation erforderlich ist. Selbst wenn eine besonders feine Zertheilung vorgenommen wird, wie dies bei den Praeparaten II 3 und II 5 der Fall war, wo die Körnergrösse vorherrschend nur 0.003 bis $0^{mm}.007$ betrug, giebt sich noch nicht eine Abnahme des Drehvermögens zu erkennen.

Selbstverständlich stellen solche Theilchen Aggregate einer grossen Zahl von Krystallmolecülen dar, welch letztere nach den Erörterungen von NERNST[1] sowie FOCK[2] wenigstens bei $KClO_3$, KH_2PO_4 und KH_2AsO_4 als identisch mit den chemischen Molecülen zu betrachten sind. Wie viele derselben sich zusammenlagern müssen, um ein circularpolarisirendes Krystallelement hervorzubringen, bleibt natürlich unbestimmt.

Die Versuche mit dem gröber gepulverten Natriumchlorat haben stets eine höhere specifische Drehung als 1°.42 ergeben, und ferner weichen die Werthe nicht unerheblich von einander ab, indem sie zwischen 1.53 und 1.72 schwanken. Die Ursache beider Erscheinungen ist sehr wahrscheinlich eine rein äusserliche. Wenn man nämlich, während die Röhre mit dem suspendirten Pulver in langsamer Drehung befindlich ist, das Ocular des Polarisationsapparates derart verschiebt, dass eine bestimmte Schicht der Flüssigkeitssäule deutlich sichtbar wird, so sieht man häufig einzelne gröbere Salzkörnchen rotiren, und dabei zeigt sich, dass dieselben nahe der Axe, wo die Bewegung eine geringere ist, in grösserer Anzahl auftreten. Hierdurch muss das mittlere Feld des dreitheiligen LIPPICH'schen Polarisators stärker beeinflusst werden als die beiden seitlichen, und somit ein höherer Drehungswinkel gefunden werden. Ertheilt man der Röhre eine grössere Rotationsgeschwindigkeit, so nimmt, wie schon früher bemerkt, der Drehungswinkel ab, indem die Salztheilchen nach

---

[1] NERNST, Zeitschr. f. physik. Chemie. 9, 142 — 1892.
[2] FOCK, Ber. d. D. chem. Ges. 28, 2734 — 1895.

der Peripherie wandern. Bei der Kleinheit dieser Winkel hat ferner eine geringe Änderung derselben, welche durch ungleichförmige Vertheilung der activen Partikeln hervorgebracht werden kann, einen erheblichen Einfluss auf die berechnete specifische Drehung, und dadurch erklären sich die in den letzteren erhaltenen Differenzen.

Im gelösten Zustande ist das Natriumchlorat, wie Marbach[1] schon fand, vollständig inactiv. Ich habe noch versucht, ob vielleicht bei übersättigten Lösungen, sowie solchen, welche eben Krystalle abscheiden, sich Drehung erkennen lässt, indem es unter diesen Verhältnissen nicht unmöglich ist, dass in der Flüssigkeit bereits grössere Molecülaggregate vorkommen. Die Prüfung in einer Röhre von 150^{mm} Länge liess jedoch keine Spur von Activität entdecken.

Ferner wurden einige Versuche mit Natriumchloratpraeparaten angestellt, welche aus wässeriger Lösung durch Alkohol ausgefällt worden waren. Die dabei entstehenden Niederschläge erwiesen sich unter dem Mikroskop als Würfel, deren Kantenlänge bis zu 0^{mm}.8 betrug; sie wurden erst fein zerrieben und sodann in Alkohol und Schwefelkohlenstoff suspendirt. Es ergab sich, dass, wenn man die Lösung von Rechts- oder Links-Salz mässig concentrirt nahm und den Alkohol rasch an Überschuss zufügte, die Fällungen stets entweder vollständig inactiv waren oder nur höchst geringe Drehung besassen. Wurden dagegen gesättigte Lösungen allmälig mit kleinen Portionen Alkohol versetzt, so entstanden active Niederschläge, welche meist die gleiche Rotationsrichtung zeigten, wie das angewandte Salz, aber auch entgegengesetzt ablenken konnten. Die specifische Drehung derselben war immer kleiner als die normale, sie bestanden daher aus Gemengen von R- und L-Salz. Es ergaben sich folgende Werthe für $[\alpha]_j$, aus welchen die procentische Zusammensetzung der Niederschläge unter der Annahme berechnet wurde, dass die normale specifische Rotation des Natriumchlorats ±1°.42 beträgt.

I. Fällungen aus der Lösung von R-Krystallen:

α_j	l	c	$[\alpha]_j$	Zusammensetzung R-Salz	Zusammensetzung L-Salz	
+0°.86	150^{mm}	0.0553	+1°.04	87	13	Procent
−0.06	95	0.0420	−0.15	45	55	

II. Fällungen aus der Lösung von L-Krystallen:

α_j	l	c	$[\alpha]_j$	Zusammensetzung R-Salz	Zusammensetzung L-Salz	
−1°.42	150^{mm}	0.0810	−1°.17	9	91	Procent
−0.249	95	0.2040	−0.128	45	55	
−0.122	95	0.1343	−0.096	47	53	

[1] Marbach, Pogg. Ann. 91. 487 — 1854.

Ob solche Niederschläge vorwiegend R- oder L-Salz enthalten, hängt ohne Zweifel davon ab, welche Drehrichtung die bei der Füllung zuerst gebildeten kleinen Krystalle besitzen. Dies bestätigte sich durch einen Versuch, bei welchem zu der gesättigten Lösung von L-Natriumchlorat erstens etwas Pulver von L-Salz, zweitens von R-Salz zugesetzt, und dann mit Alkohol gefällt wurde. Es ergab sich:

Zugefügt		α_j	l	c	$[\alpha]_j$	Zusammensetzung R-Salz	L-Salz	
1. R-Salz	(a)	+1°.51	95^{mm}	0g.1960	+0.81	79	21	Procent
	(b)	+1.42	95	0.1447	+1.03	—	—	
2. L-Salz		—1.84	95	0.2035	—0.95	17	83	»

Bei dem Versuch 1 a) war der Niederschlag fein, bei 1 b) grob gepulvert worden.

Bekanntlich hat schon GERNEZ[1] gefunden, dass wenn man in eine übersättigte Lösung von Natriumchlorat Fragmente von R- oder L-Salz bringt, allein die gleichnamigen Krystalle sich abscheiden, während, wenn die Lösung der Verdunstung überlassen wird, beide Arten in fast gleichen Mengen auskrystallisiren.

Eine wässerige Lösung von L-Salz auf dem Wasserbade eingedampft, gab einen Rückstand, welcher schwach nach links ablenkte. Ebenso zeigte käufliches kleinkrystallisirtes Natriumchlorat eine geringe Linksdrehung.

Schliesslich erwähne ich, dass unter etwa 20 Natriumchloratkrystallen, welche verbraucht wurden, zwei vorkamen, deren Drehung, im feingepulverten Zustande bestimmt, erheblich unter der normalen (±1.41) blieb. Dieselben lieferten die Zahlen:

	α_j	l	c	$[\alpha]_j$
1.	+0°.875	150^{mm}	0g.0582	+1.00
2.	+0.619	150	0.0420	+0.98
	+0.485	95	0.0478	+1.07

Diese niedrigere Drehung lässt sich vielleicht dadurch erklären, dass die betreffenden Krystalle Zwillinge von R- und L-Individuen waren. Auch MARBACH[2] giebt an, dass ihm Natriumchloratkrystalle vorgekommen seien, welche statt des Drehungswinkels 3°.66, der den meisten zukam, nur 3°.10 für 1^{mm} zeigten.

[1] GERNEZ, C. r. 66, 853 — 1868.
[2] MARBACH, POGG. Ann. 91, 486 — 1854.

Ausgegeben am 16. Juli.

1896.
XXXV.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

9. Juli. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Harnack legte eine Mittheilung des Dr. Carl Schmidt vor über 'Ein vorirenäisches gnostisches Originalwerk in koptischer Sprache'.

Die Mittheilung erscheint in einem der nächsten Berichte.

2. Der Vorsitzende las den zweiten Theil seiner Ausführungen 'über einige Anspielungen in den Hymnen des Callimachus'.

Die Mittheilung folgt umstehend.

Über einige Anspielungen in den Hymnen des Callimachus.

Von J. Vahlen.

II.

Der Hymnus auf Apollo, der zweite in der Reihe, aus dem mannichfaltige Beziehungen auf historische Verhältnisse gezogen worden, bietet der Erklärung, wenn sie darauf ausgeht, den Aufbau des Gedichtes zur Anschauung zu bringen, und aus der Gliederung der Theile das Ziel des Ganzen zu ermitteln versucht, nicht geringe Schwierigkeiten, und doch kann, was die bisherigen Untersuchungen nur zu sehr verkennen, erst auf dieser Grundlage die Frage aufgeworfen und mit Erfolg beantwortet werden, in wie weit Callimachus nach Aussen gewendete, auf Vorgänge der Zeit hinweisende Anspielungen sich gestattet habe.

Der Hymnus hebt mit der lebendigen Schilderung einer eben bevorstehenden Erscheinung (ἐπιδημία V. 13) Apollo's an: eine Versammlung Andächtiger, zu der der Dichter selbst sich rechnet, in einem nicht näher bezeichneten, aber mit den Insignien des Apollinischen Cultes versehenen Raume (μέλαθρον V. 2), und ein Chor von Knaben oder Jünglingen, bereit den Kommenden mit Saitenspiel und Reigentanz zu empfangen, erwartet den Gott. 'Wie bewegt sich Apollo's Lorbeerzweig, und das ganze Haus: fern fern bleibe, wer frevelhaft. Und schon stösst Phoebus mit dem schönen Fuss an die Thür. Siehst du nicht? süss nickte plötzlich die Delische Palme, und schön singt der Schwan in der Luft. Von selbst jetzt neigt euch, ihr Riegel der Thore, von selbst, ihr Schlüssel. Denn der Gott ist nicht mehr fern. Ihr aber, die Jünglinge, rüstet euch zu Gesang und Reigentanz.' Mit wenigen Strichen, aber anschaulich ist die Scene gezeichnet; an die in einem zweiten Anlauf sich Betrachtungen des Dichters knüpfen. 'Nicht Jedem erscheint Apollo, nur dem wer edel. Wer ihn gesehen, der ist gross, wer ihn nicht sah, der ist niedrig. Wir werden dich sehen, Ferntreffer, und niemals niedrig sein.'

ὡπόλλων οὐ παντὶ φαείνεται, ἀλλ' ὅ τις ἐσθλός·
10 ὅς μιν ἴδῃ, μέγας οὗτος, ὃς οὐκ ἴδε, λιτὸς ἐκεῖνος·
ὀψόμεθ', ὦ Ἑκάεργε, καὶ ἐσσόμεθ' οὔποτε λιτοί.

So führt er den Gedanken von V. 2, worin er den Frevler wegwies, in der ihm eigenen logischen Umständlichkeit aus, die durch Schlussfolgerung erzielt, was unmittelbaren Ausdruck vertragen hätte, wie oftmals, z. B. 4, 23-27 (und 7-10); und wie hier der allgemeine Satz, aus dem geschlossen wird, vorangeht, so umgekehrt 6, 69-71,

εἴκατι δαῖτα πένοντο, δυώδεκα δ' οἶνον ἄφυσσον·
καὶ γὰρ τᾷ Δάματρι συνωργίσθη Διόνυσος·
τόσσα Διώνυσον γὰρ ἃ καὶ Δάματρα χαλέπτει,

erst die Thatsache (συνωργίσθη), dann deren Begründung in allgemeinem Ausdruck[1]: 'Zwanzig bereiteten das Mahl, es schöpften Zwölf den Wein: denn mit der Demeter war erzürnt auch Dionysos: (begreiflich) denn den Dionysos bringt auf was auch die Demeter.'

Sodann weiter, wie er V. 8 die Knaben zu Saitenspiel und Reigen sich zu rüsten mahnte, wird auch dieses Gebot begründet. Ohne Anknüpfung führt er fort: 'Weder die Leier schweigend noch lautlos die Füsse dürfen die Knaben halten, wenn Phoebus in das Land kommt (ἐπιδημήσαντος), wofern sie Hochzeit begehen und graues Haar sich scheeren wollen und wünschen dass die Stadtmauern auf ihrem alten Grunde stehen bleiben.'

12 μήτε[2] σιωπηλὴν κίθαριν μήτ' ἄψοφον ἴχνος
τοῦ Φοίβου τοὺς παῖδας ἔχειν ἐπιδημήσαντος,
εἰ τελέειν μέλλουσι γάμον πολιήν τε κερεῖσθαι,
15 ἑστήξειν δὲ τὸ τεῖχος ἐπ' ἀρχαίοισι θεμείλοις.

---

[1] Wilamowitz hat umgestellt

τόσσα Διώνυσον γὰρ ἃ καὶ Δάματρα χαλέπτει·
καὶ τῷ γὰρ Δάματρι συνωργίσθη Διόνυσος.

Aber ich fürchte, dass bei dieser Abfolge der zweite Vers leichter überflüssig erscheint. Des Dativs τῷ bedurfte es nicht, und der Artikel τᾷ ist, wie der Apollohymnus zeigen kann, ohne Anstoss.

[2] Entsprechend 4, 300 ff.

Ἀστερίη θυόεσσα, σὲ μὲν περί τ' ἀμφί τε νῆσοι
κύκλον ἐποιήσαντο καὶ ὡς χορὸν ἀμφεβάλοντο·
οὔτε σιωπηλὴν οὔτ' ἄψοφον οὖλος ἐθείραις
Ἕσπερος, ἀλλ' αἰεί σε καταβλέπει ἀμφιβόητον.

Ob die Anknüpfung mit οὐδὲ (302), wie Wilamowitz schreibt, ebenso nothwendig ist (denn μὲν erzwingt sie nicht) wie sie sicher angemessen war, macht mir unsere Stelle zweifelhaft. Fragt man, wonach zu fragen die augenfällige Übereinstimmung nahe legt, welches von beiden das früher geschriebene sei, so wird die Erwägung nützlich sein, dass die beiden Adjectiva σιωπηλήν und ἄψοφον im Apollohymnus eine einfache Verwendung gefunden haben, eine freie und kühne im 4. Hymnus, in Anwendung auf die Insel, die οὔτε σιωπηλὴ οὔτ' ἄψοφος genannt wird, weil es um sie nicht still noch geräuschlos ist, indem aus ἀμφιβόητον der Begriff der Umgebung genommen wird.

Inzwischen hat der Chor der Knaben, wir denken, weil der Gott erschienen, die Leier gerührt. 'Ich bewundere', sagt Callimachus V. 16, 'die Knaben, da die Leier nicht mehr unthätig ist',

16 ἠγασάμην[1] τοὺς παῖδας, ἐπεὶ χέλυς οὐκέτ' ἀεργός,

und wendet sich an die Hörer mit der Aufforderung zu andächtigem Schweigen, was ihm erneuten Anlass giebt zu weiterer Betrachtung.

εὐφημεῖτ' ἀίοντες ἐπ' Ἀπόλλωνος ἀοιδῇ.
εὐφημεῖ καὶ πόντος, ὅτε κλείουσιν ἀοιδοὶ
ἢ κίθαριν ἢ τόξα, Λυκωρέος ἔντεα Φοίβου,
20 οὐδὲ Θέτις Ἀχιλῆα κινύρεται αἴλινα μήτηρ,
ὁππότ' ἰὴ παιῆον ἰὴ παιῆον ἀκούσῃ,
καὶ μὲν ὁ δακρυόεις ἀναβάλλεται ἄλγεα πέτρος,
ὅστις ἐνὶ Φρυγίῃ διερὸς λίθος ἐστήρικται,
μάρμαρον ἀντὶ γυναικὸς ὀιζυρόν τι χανούσης.

'Schweigt, die ihr es hört, zu dem Loblied des Apollo: es schweigt auch das Meer, wenn die Sänger Leier oder Bogen, die Waffen des Phoebus Lycoreus, preisen, und nicht Thetis die Mutter wimmert in Klagegetön um den Achill, wenn sie den Ruf ἰὴ παιῆον vernimmt, und es verschiebt seine Schmerzen der thränenreiche Fels, der in Phrygien, ein feuchter Stein, aufgerichtet steht, ein Marmor an Stelle des Weibes das Klagegetön aushaucht.' Nächst dem Meer, das sein Tosen legt, wenn dem Apollo Gesang ertönt[2], dienen ihm Thetis und Niobe als wirksame Beispiele für diesen Gedanken, die beiden klagenden Mütter, denen Apollo, jener den Achill, dieser ihre blühende Kinderschaar entrissen hat (4, 96 ff.), die aber dennoch ihre Klagen hemmen, wenn mit dem Ruf ἰὴ παιῆον der Lobgesang auf Apollo erschallt. Die Erinnerung an Niobe aber, den thränenrinnenden Fels, veranlasst den Ausruf 'Ἰὴ ἰὴ lasset erschallen, arg ist es mit Himmlischen zu wetteifern'; und was sich weiter daran anschliesst, 'Wer mit den Himmlischen kämpft, könnte (auch) mit meinem Könige kämpfen, wer mit meinem Könige, stritte auch mit Apollo.'

25 ἰὴ ἰὴ φθέγγεσθε· κακὸν μακάρεσσιν ἐρίζειν.
ὃς μάχεται μακάρεσσιν, ἐμῷ βασιλῆι μάχοιτο·
ὅστις ἐμῷ βασιλῆι, καὶ Ἀπόλλωνι μάχοιτο.

Von der Niobe hat er den Gedanken entnommen, denn von ihr gilt das ἐρίζειν in strengem Sinne (vgl. 3, 7), und ihr Schicksal hat gezeigt,

[1] ἠγασάμην, wie ἐγέλασα, ἤσθην bei Aristophanes Ritter 696 und die vielen ähnlichen Aoriste.

[2] Vergl. den Spott in Aristophanes Thesmophor. 39, der aber, wie immer, die wirkliche Sitte durchblicken lässt, εὔφημος πᾶς ἔστω λαὸς στόμα συγκλήσας· ἐπιδημεῖ γὰρ θίασος Μουσῶν ἔνδον μελάθρων τῶν δεσποσύνων μελοποιῶν. ἐχέτω δὲ πνοὰς νήνεμος αἰθήρ, κῦμα δὲ πόντου μὴ κελαδείτω γλαυκόν κτλ.

wie verderblich Wettstreit mit den Göttern sei. Dieser enge Zusammenhang, der für das Verständniss wesentlich ist, wird durch den Perikopenabschluss vor V. 25 verdunkelt und der Leser durch die Abtrennung an dieser Stelle eher gehemmt als gefördert. Zwar ist nicht zu verkennen, dass zweimal (V. 1–8 und 9–16), und wird mit V. 24 geschlossen, noch ein drittes Mal der Gedankenausdruck in je acht Versen sich abrundet, ebenso zweimal am Schluss des Hymnus (V. 97–104 und 105–112), wenn auch der vereinzelt übrig bleibende Schlussvers (113) einem Zweifel Raum giebt; aber schon von V. 25 ab, wenn dieser vom Vorigen abgetrennt stehen bleibt, schwindet jede Spur dieser Gliederung (denn auch V. 47–54 kann sie nicht gelten), und der eigentliche Rumpf des Gedichtes, obwohl der scharfgegliederte Inhalt einer Trennung nach gleichzeiligen Perikopen nicht entgegen war, lässt diese Absicht des Dichters nicht erkennen. Daher es vielleicht gerathener ist, überall auf die Gliederung, auch wo sie möglich ist, zu verzichten, was nicht hindern wird, die Gedankenabrundung richtig aufzufassen, oder doch an unserer Stelle den geschlossenen Zusammenhang nicht äusserlich zu unterbrechen. Von den beiden erläuternden Sätzen 26. 27

ὃς μάχεται μακάρεσσιν, ἐμῷ βασιλῆι μάχοιτο,
ὅστις ἐμῷ βασιλῆι, καὶ Ἀπόλλωνι μάχοιτο,

ist, genau betrachtet, nur der erste dem vorliegenden Falle angepasst: wer wie Niobe mit den Unsterblichen streitet, könnte wohl auch mit meinem Könige streiten. Aber die Zusammenordnung der beiden hat etwas von der formelhaften Art, die Callimachus liebt, wie wenn er 1, 94 schreibt

δίδου δ' ἀρετήν τ' ἄφενός τε.
οὔτ' ἀρετῆς ἄτερ ὄλβος ἐπίσταται ἄνδρας ἀέξειν
οὔτ' ἀρετὴ ἀφένοιο· δίδου δ' ἀρετήν τε καὶ ὄλβον

oder 4, 84 auf die Frage *ἦ ῥ' ἐτεὸν ἐγένοντο τότε δρύες ἡνίκα Νύμφαι;* geantwortet wird

Νύμφαι μὲν χαίρουσιν, ὅτε δρύας ὄμβρος ἀέξει,
Νύμφαι δ' αὖ κλαίουσιν, ὅτε δρυσὶν οὐκέτι φύλλα.

Dieser Parallelismus aber verlangt beide Male gleiches Verständniss: 'wer das Eine thut, wäre wohl auch im Stande das andere zu thun'. Denn man könnte z. B. *Ἀπόλλωνι μάχοιτο* sprachlich auch so auffassen: 'Der möge mit Apollo kämpfen (ich wünsche ihm das, damit er sehe, was für einen Gegner er an ihm findet)'. Aber besser werden wir beide Verse in potentialem Sinne nehmen; und wenn ich Ausdrücke vergleiche, wie bei Ovid in der Elegie auf Tibull's Tod (*Am.* 3, 9, 43), dass die Flammen, die des Dichters Leib verbrannt hätten, wohl auch die Tempel der Götter verbrennen könnten,

tene, sacer vates, flammae rapuere rogales
pectoribus pasci nec timuere tuis?
aurea sanctorum potuissent templa deorum
urere, quae tantum sustinuere nefas,

oder bei Tibull (1, 10, 60), dass wer sein Mädchen schlägt, die Götter vom Himmel herunterreisst,

ah lapis est ferrumque, suam quicumque puellam
verberat: e caelo deripit ille deos,

und ähnliches bei Ovid *Amor.* 1, 7, 5.6 oder Plutarch *Cato mai.* c. 20, 3, so meine ich, auch Callimachus' Gedanke sei, wer so verwegen ist, mit meinem Könige zu streiten, könnte wohl gar gegen die Götter sich auflehnen und sie vom Himmel reissen wollen; nur dass Callimachus den Gedanken nach beiden Seiten gewendet, mit der gleichen Absicht, in dem einen wie in dem anderen Falle die Grösse des Verbrechens durch den Vergleich zu heben und anschaulich zu machen: 'wer mit den Himmlischen stritte, könnte wohl auch mit meinem Könige streiten, und wer mit meinem Könige kämpft, nähme es wohl gar mit Apollo auf.' Wen Callimachus seinen König nennt, ist aus der Stelle selbst, die eine thatsächliche Unterlage, nach meiner Auffassung derselben, nicht haben kann[1], nicht zu deduciren, und des Scholiasten Notiz zu V. 26 *βασιλῆι: τῷ Πτολεμαίῳ τῷ Εὐεργέτῃ· διὰ δὲ τὸ φιλολόγον αὐτὸν εἶναι, ὡς θεὸν τιμᾷ*, wofern sie nicht anderweitig Unterstützung empfängt, ist so werthlos, wie seine Erklärung unhaltbar ist. Nur die nahe Beziehung, in welcher der Apollohymnus zu dem Hymnus auf Zeus steht, macht es glaublich, dass er denselben König meint, den er dort gepriesen V. 86; in diesem aber den Philadelphus zu erkennen, hat Theokrit geholfen. Aber ob es Philadelphus oder Euergetes sei, in jedem Falle hat man geglaubt, in der Art, wie V. 27 König und Apollo zusammengerückt werden, gleich an der Schwelle des Hymnus[2] ein siche-

---

[1] Ich sehe zwar, dass A. Gercke im Rhein. Mus. Bd. 44 (1889) S. 254, 1 eine historische Beziehung den Worten unterlegt, aber ich kann ihm darin wie in anderem, was er dort über diesen Hymnus ausführt, nicht folgen. — Auch von dem *ξυνός τις ἄεθλος*, den nach Apollo's Weissagung (4, 171 ff.) Ptolemaeus gemeinsam mit ihm zu bestehen habe, ist an unserer Stelle kein Gebrauch zu machen.

[2] Fr. Studniczka Hermes Bd. 28 (1893) S. 15 hat auch schon in der im Eingang geschilderten *ἐπιδημία* Apollo's einen Hinweis auf den König Euergetes gefunden. Wie wenig ich dies mit meinen Auffassungen zu reimen im Stande bin, werden meine späteren Darlegungen zeigen. — Überhaupt weicht mein hermeneutischer Versuch, der nur die elementare Aufgabe verfolgt, den Gang des Gedichtes nach Thunlichkeit plan zu legen, von den heute herrschenden, im Einzelnen auch unter einander sehr divergirenden, Ansichten so erheblich ab, dass es ohne Nutzen und in Kürze nicht möglich ist, auf all und jedes berücksichtigend und widerlegend einzugehen. In dieser Beziehung werden Bruno Ehrlich's Zusammenstellungen (De Callimachi hymnis quaestiones chronologicae. Breslau 1894) nützlichen Dienst thun.

res Indicium dafür zu erkennen, dass unter dem Bilde des Apollo der aegyptische König (welcher es sei), an dessen Hofe Callimachus lebte, gepriesen werde. Wenn man die Worte erwägt, muss man bekennen, der Ausdruck, wie er steht, ist dieser Annahme entgegen, und fordert vielmehr Trennung der Personen, zumal wenn wir richtig gedeutet haben, dass der doppelt gewendete Vergleich dazu dienen soll, die Schwere des Vergehens nach beiden Seiten hervorzuheben, und eine Stelle wie diese hätte bei genauer Ausdeutung im Gegentheil dazu führen müssen, einzusehen, dass da, wo vom Gott die Rede ist, nicht auch an den König gedacht sein könne. Oder wenn der Zeushymnus das besondere Wohlwollen des Zeus für die Könige überhaupt und für den aegyptischen insbesondere betont (V. 85 ff.), mit wieviel Wahrscheinlichkeit werden wir da auch noch in der Maske des Zeus den König erkennen wollen? Und die Darstellung im Hymnus auf Delus, auf die wiederholt zu diesem Zweck verwiesen wird, dass der noch ungeborene Gott seiner Mutter Leto widerräth, Kos zu seiner Geburtsstätte zu wählen, da dieser Insel *ἄλλος θεός* (165) beschieden sei, der als König Ptolemaeus deutlich gekennzeichnet, schliesslich auch mit diesem Namen genannt wird (188), und dem der Gott einen mit ihm gemeinsam zu bestehenden Kampf für die Zukunft weissagt (171 ff.), welche Berechtigung zu solcher Vermischung könnte sie uns gewähren? Denn wie hier der Gott und der König zwei sind, so haben wir auch kein Recht, wenn der Gott gepriesen wird, den König zu verstehen; und der Ausdruck *θεὸς ἄλλος*, zu dessen Rechtfertigung es kaum der Erinnerung an die übliche Apotheosirung der aegyptischen Könige bedarf, kann uns doch nicht ermächtigen, den König nicht für einen *ἄλλος θεὸς* neben Apollo, sondern für den Gott Apollo selbst zu erklären.

Nach der durch die Erwähnung der Niobe herbeigeführten Digression fährt Callimachus V. 28 fort:

28 *τὸν χορὸν ὡπόλλων, ὅ τι οἱ κατὰ θυμὸν ἀείδει,*
τιμήσει· δύναται γάρ, ἐπεὶ Διὶ δεξιὸς ἧσται·
30 *οὐδ' ὁ χορὸς τὸν Φοῖβον ἐφ' ἓν μόνον ἦμαρ ἀείσει·*
ἔστι γὰρ εὔυμνος· τίς ἂν οὐ ῥέα Φοῖβον ἀείδοι;

'Den Chor wird Apollo, was immer er ihm nach Wunsch singt, ehren: denn er kann es, da er dem Zeus zur Rechten sitzt; und der Chor wird den Phoebus nicht für einen Tag allein besingen; denn er ist reich an Gesang: wer besänge den Phoebus nicht leicht.' Diese vier Verse, wie sie unverbunden stehen, haben auch zu dem nächst Vorangegangenen keine Beziehung, sondern weisen zurück auf die Scene des Eingangs. Der Dichter hatte V. 8 die Knaben ermuntert, beim Erscheinen des Gottes sich zu Gesang und Reigen bereit zu halten, hatte ihnen (V. 12) diese Pflicht eingeschärft, deren Erfüllung Glück und Segen

bringen werde, und nachdem sie die Leier gerührt (V. 16), andächtiges Schweigen für ihren Gesang begehrt. Jetzt nachdem er von Thetis und Niobe geredet, greift er in den früheren Zusammenhang zurück, verheissend, dass den Chor Apollo ehren werde, wenn sein Gesang ihn erfreut, wie auch der Chor den gesangesreichen Gott oftmals besingen werde, und verleiht damit der im Eingang gezeichneten Situation einen angemessenen Abschluss.

Ich betrachte aber diesen Eingang selbst (V. 1–31) nur als einen freien poetischen Erguss des Dichters, den er seinem Hymnus auf Apollo als ein selbständiges exordium vorgesetzt habe, etwa wie in den beiden Homerischen Hymnen auf Apollo dem eigentlichen Loblied eine besondere den Apollo in einer bestimmten Situation darstellende Scene voraufgeschickt ist[1], und kann ihm daher als einem reinen Erzeugniss dichterischer Imagination auch keinen anderen als dichterischen Zweck zuschreiben, und insbesondere nicht einräumen, dass die Delische Palme (V. 4) ihn an eine bestimmte Örtlichkeit binde oder davon ausschliesse. Dass aber der mit V. 32 anhebende Lobgesang auf Apollo 'Golden sind Apollo's Gewänder und Leier und Bogen und Köcher u. s. w.' der Chorgesang sei, den der Knabenchor zum Empfang des Gottes anstimme, diese verbreitete Annahme kann bei genauer Betrachtung des Eingangs nicht bestehen, den für den einleitenden Kopf zu dem alsdann vorgetragenen Hymnus zu halten, nicht angeht ohne dem Dichter ein erhebliches Ungeschick zuzutrauen. Denn die angeknüpften Betrachtungen, so sehr sie bei Schilderung einer selbständigen Scene am Platze sind, würden im anderen Falle nothwendig als hemmend und störend empfunden. Aber nicht minder würde der Lobgesang selbst jener Annahme widersprechen, der nicht nur keine Beziehung zu der vorausgesetzten Gelegenheit des Vortrags (der ἐπιδημία des Gottes) erkennen lässt, sondern überhaupt als Chorgesang, unter den Klängen der Leier und mit Reigentänzen vorgetragen, nicht gedacht sein kann, in dem wir vielmehr ein Preislied auf Apollo erkennen, welches in mehr erzählender, fast didactischer Weise die verschiedenen Seiten, die an dem Gott zu preisen Anlass ist, in angemessener Ordnung und in scharfer Gliederung der Theile zur Darstellung bringt, nicht ohne dass der Dichter selbst, wie er zu thun liebt, mit seiner Persönlichkeit sich in die Lobpreisung des Gottes mischt (65 ff. 71).

Allein indem wir so dem Eingang mit seiner abgeschlossenen Selbständigkeit den poetischen Werth und Zweck zu sichern versuchen, erhebt sich von der anderen Seite der Einwand, dass nun der mit χρύσεα

[1] Verwandter Art sind auch die Einkleidungen des 5. und 6. Hymnus, nur dass sie vollständige sind, indem der Schluss zum Anfang zurückkehrt und die frei eingelegte Darstellung von beiden Seiten umschlossen wird.

τὠπόλλωνι τό τ' ἐνδυτόν (V. 32) beginnende Lobgesang abrupt und verbindungslos einsetze, und unsere Ansicht läuft Gefahr an dieser Klippe Schiffbruch zu leiden. Dies nöthigt mit noch geschärfterer Aufmerksamkeit die vier Verse 28–31 in das Auge zu fassen, in denen wir den Abschluss der Eingangsscene erkannten. Sie enthalten nun zwar keinen Hinweis auf die dort geschilderte Erwartung und Erscheinung des Gottes, ja scheinen in den Worten (29), 'Apollo werde den Chor ehren: denn er könne es, da er dem Zeus zur Rechten sitze', einer anderen Vorstellung zu folgen. Und vergleicht man, wie Callimachus den Eingang zu seinem Hymnus auf Delus geformt hat, 'alle Cycladen sind reich an Gesängen, aber Delus, die Geburtsinsel Apollo's, verdient den Preis: wie die Musen hassen den Sänger, der Pimpleia nicht besingt, so Apollo, wer Delus vergisst. Delus will ich besingen, auf dass Apollo mich lobt', so möchte man fast glauben, auch unsere vier Verse seien nur dazu bestimmt, dem mit (32) *χρύσεα τὠπόλλωνι* anhebenden Lobgesang, damit er nicht verbindungslos stehe, zur Überleitung und Einführung zu dienen. Aber dennoch nöthigt die wiederholte Betonung von *χορός* (28 und 30) den aufgewiesenen Zusammenhang mit dem Eingang festzuhalten, zumal trotz der angedeuteten Verschiedenheit der Vorstellung die Gedankenverbindung noch zu erkennen ist in der doppelten Versicherung, dass Apollo (entsprechend der früheren Verheissung des Dichters, V. 14 f.) den Chor, was er ihm nach Wunsch singe, ehren, und dass der Chor (wie er sich jetzt bei der Epiphanie des Gottes bethätigt hat, V. 16, so) oftmals den Gott besingen werde, der so reichen Stoff zum Gesange darböte. Aber auch den anderen Zweck erfüllen diese Verse, dem speciellen Lobgesang zu einem überleitenden Eingang zu verhelfen, wie namentlich der letzte Vers (31) *ἔστι γὰρ εὔυμνος· τίς ἂν οὐ ῥέα Φοῖβον ἀείδοι*; so gut er an das Vorige sich anschliesst, doch auch diesen Dienst versieht, indem an ihn, gleichsam zur Bestätigung der Aussage, mit *χρύσεα τὠπόλλωνι* der Hymnus selbst sich ansetzt. Dass ich aber diesem Schlussvers, dem zu Liebe auch das Vorangegangene seine besondere Form erhalten hat, einen doppelten Zweck zu vindiciren versuche, darf nicht Wunder nehmen oder gegen die hier entwickelte Auffassung Bedenken erregen. Ähnliches weisen Callimachus' Hymnen auch sonst auf.

Im Hymnus auf die Artemis fährt Callimachus, nachdem er die Glücklichen und Zufriedenen gepriesen, V. 137 also fort 'Zu denen möchte ich gehören, und mir immer Gesang am Herzen liegen, der Leto's Hochzeit besingen wird, dich oft und Apollo, all deine Kämpfe, deine Hunde und Bogen und Wagen, die dich leicht dahin tragen, wann du zum Haus des Zeus fährst'

τῶν εἴην αὐτός, μέλοι δέ μοι αἰὲν ἀοιδή,
τῇ ἔνι μὲν Λητοῦς γάμος ἔσσεται, ἐν δὲ σὺ πολλή,
ἐν δὲ καὶ Ἀπόλλων, ἐν δ' οἵ σεο πάντες ἄεθλοι,
140 *ἐν δὲ κύνες καὶ τόξα καὶ ἄντυγες, αἵ τέ σε ῥεῖα*
θηητὴν φορέουσιν, ὅτ' ἐς Διὸς οἶκον ἐλαύνεις.

Dies alles ist festgefügte Bezeichnung des Inhalts, den er seinem Gesange zu geben verheisst. Wenn er aber dann V. 142 fortfährt 'dort am Vorhof dir entgegenkommend nimmt Hermes die Waffen, Apollo das erlegte Wild dir ab'

ἔνθα τοι ἀντιόωντες ἐνὶ προμολῇσι δέχονται
ὅπλα μὲν Ἑρμείης Ἀκακήσιος, αὐτὰρ Ἀπόλλων
θηρίον ὅττι φέρῃσθα κτλ,

so hat er, was mit zum Inhalt des beabsichtigten Gesanges gehörte, wie ausserhalb stehend benutzt, den weiteren Gang der Erzählung unmittelbar daran anzuknüpfen, und um dies zu erleichtern, hat er dem Wagen (*ἄντυγες*) eine vollere Bezeichnung verliehen, als der Zweck, die Gegenstände seiner Dichtung zu nennen, erheischte. Ein anderes Beispiel ähnlicher Composition finde ich, oder glaube ich zu finden, in dem Demeterhymnus. Nachdem Erysichthon in seiner verhängnissvollen Unersättlichkeit schon Alles verschlungen hat, wendet sich Triopas, der Vater des Unglücklichen, an Poseidon, dass er den Sohn von der unseligen Krankheit befreie oder ihn selbst zu sich nehme und nähre: denn (104) 'meine Tische sind zu Ende, leer sind die Ställe, die Höfe von Vieh, es versagen sich mir die Fleischer'

ἁμαὶ γὰρ ἀπειρήκαντι τράπεζαι.
105 *χῆραι μὲν μάνδραι, κενεαὶ δέ μοι αὔλιες ἤδη*
τετραπόδων, ἤδη μοι ἀπαρνήσαντο μάγειροι[1].

Damit schliesst die Rede des Vaters, wenn aber fortgefahren wird 'aber auch die Maulthiere vom grossen Wagen spannten sie ab, und die Kuh verschlang er, die der Hestia bestimmt war' u. s. w.

ἀλλὰ καὶ οὐρῆας μεγαλᾶν ὑπέλυσαν ἁμαξᾶν,
καὶ τὰν βῶν ἔφαγεν, τὰν Ἑστίᾳ ἔτρεφε μάτηρ —

so ist an die letzten Worte der Rede, wie wenn sie Erzählung wäre, mit *ἀλλὰ καὶ* unmittelbar der Fortgang der Ereignisse angeschlossen.

So meine ich mit der hier versuchten Erklärung der vier Verse 28–31 den doppelten Zweck erreicht zu haben, dass der eigentliche Lobgesang (V. 32) nicht zusammenhanglos beginnt, und dass 2. die Scene des Eingangs ihres Abschlusses nicht entbehrt. In ihnen selbst bedarf

---

[1] Vgl. Progr. 1889 S. 11. Über *μάγειροι* ist es vielleicht nicht unnützlich zu erinnern an Plato *Νόμοι* VIII p. 849 *ζώων διαμερισθέντων μάγειροι διατιθέσθων ξένοις τε καὶ δημιουργοῖς καὶ τούτων οἰκέταις* und an Plutarch *de curios.* c. 8 p. 519*b* *ὡς γὰρ οἱ μάγειροι φορὰν εὔχονται βοσκημάτων, οἱ δ' ἁλιεῖς ἰχθύων.*

die Versicherung (V. 29), Apollo werde den Chor ehren, denn er könne es, weil er dem Zeus zur Rechten sitze, eines abwehrenden Wortes. Denn von der Meinung ausgehend, dass man so 'die Macht wirklicher Gottheiten nicht begründen' könne[1], fand man unter dieser Hülle der beiden Götter die aegyptischen Könige, Philadelphus und seinen Thronerben Euergetes bezeichnet, von denen also der letztere es ist, der mit der Gnade des ersteren den Lohn austheilt an den Chor der Knaben für seinen Gesang nicht auf den Gott, den er nennt, sondern auf den König, den er verschweigt. Ich sehe hierin, wenn ich meine Meinung sagen darf, ein sprechendes Beispiel einer verführerischen aber haltlosen Art von Dichtererklärung, die, denke ich, verschwinden wird, wie die symbolisirende Auslegung der Homerischen Gedichte. Oder war es denn so unbekannt, dass schon Pindar der Pallas Athene diesen Platz zur Rechten des Zeus eingeräumt in den Worten (S. 628 Boeckh; n. 146 Bergk) *πῦρ πνέοντος ἅ τε κεραυνοῦ ἄγχιστα δεξιὰν κατὰ χεῖρα πατρὸς ἕζεαι*, die der Scholiast zu einer ähnlichen Sinn enthaltenden Stelle der Ilias (24, 100) aufbewahrt und Plutarch in einer breiteren Ausführung über den Ehrensitz auch unter den Himmlischen (Quaest. Sympos. 1, 2, 6. 7), und Aristides in seiner Rede auf Athena (1 p. 15 Dind.) verwerthet haben. Was aber der Pallas eingeräumt worden, von deren naher Beziehung zu Zeus auch Callimachus spricht (5, 131) *τὸ δ' ἐντελὲς ᾧ κ' ἐπι νεύσῃ Παλλάς, ἐπεὶ μώνᾳ Ζεὺς τόγε θυγατέρων δῶκεν Ἀθαναίᾳ, πατρώια πάντα φέρεσθαι κτλ.*, und Horatius, wenn er sagt *proximos illi* (*Iovi*) *tamen occupavit Pallas honores*, das bei Gelegenheit auf Apollo übertragen zu sehen, kann es Verwunderung erregen Angesichts einer Stelle, wie z. B. die im Homerischen Hymnus auf Hermes (468)

> *πρῶτος γὰρ Διὸς υἱὲ μετ' ἀθανάτοισι θαάσσεις,*
> *ἠύς τε κρατερός τε· φιλεῖ δέ σε μητίετα Ζεὺς*
> *ἐκ πάσης ὁσίης, ἔπορεν δέ τοι ἀγλαὰ δῶρα*
> *καὶ τιμάς κτλ.*

Und bei dieser Verheissung von Ehrengaben an den Chor nicht an Apollo's eigenen Reichthum, von dem nachher die Rede ist, sondern an seine Gunst bei Zeus zu erinnern, war es etwa ungeziemend für den Dichter, der im ersten Hymnus den Zeus als den *δῶτορ' ἐάων* (V. 91) gepriesen hatte, *a quo sunt primo omnia nata bono* (Catull), den Zeus, von dem Pindar sagt (*Pyth.* 5, 122) *Διός τοι νόος μέγας κυβερνᾷ δαίμον' ἀνδρῶν φίλων* oder Aeschylus (Agam. 1448) *Διὸς παναιτίου πανεργέτα· τί γὰρ βροτοῖς ἄνευ Διὸς τελεῖται?* Nur das einmal festgewurzelte Vorurtheil mag es erklären, dass ein so einfacher Ausdruck zu wiederholten Malen so seltsam hat missdeutet werden können.

[1] Gercke im Rhein. Mus. 42 (1887) S. 623, dem Ehrlich a. a. O. S. 68 und Rannow Wochenschr. f. class. Philol. 1895 S. 544 beistimmen.

Mit V. 32 beginnt das Loblied auf Apollo, das von der äusseren Erscheinung des Gottes seinen angemessenen Ausgang nimmt, und den goldreichen Gott, bei dem alles in Golde strahlt, und seinen Schätzereichthum, seine ewige Schönheit und ewige Jugend preist, dessen Wangen stets jungfräulich, dessen Haupthaar reinen Balsam träufelt, der alles gesund macht (32–41)

χρύσεα τὠπόλλωνι τό τ' ἐνδυτὸν ἥ τ' ἐπιπορπὶς
ἥ τε λύρη τό τ' ἄεμμα τὸ Λύκτιον ἥ τε φαρέτρη,
χρύσεα καὶ τὰ πέδιλα· πολύχρυσος γὰρ Ἀπόλλων.
35 καί τε πολυκτέανος· Πυθῶνί κε τεκμήραιο.
καὶ μὲν ἀεὶ καλὸς καὶ ἀεὶ νέος· οὔποτε Φοίβου
θηλείῃσ' οὐδ' ὅσσον ἐπὶ χνόος ἦλθε παρειαῖς.
αἱ δὲ κόμαι θυόεντα πέδῳ λείβουσιν ἔλαια.
οὐ λίπος Ἀπόλλωνος ἀποστάζουσιν ἔθειραι,
40 ἀλλ' αὐτὴν πανάκειαν· ἐν ἄστεϊ δ' ᾧ κεν ἐκεῖναι
πρῶκες ἔραζε πέσωσιν ἀκήρια πάντ' ἐγένοντο.

Bei den ersten Versen (32–34) χρύσεα τὠπόλλωνι κτλ. erinnert man sich leicht an Poseidon in der Ilias 13, 21 (vgl. 8, 42 ff.)

ἔνθα τέ οἱ κλυτὰ δώματα βένθεσι λίμνης
χρύσεα μαρμαίροντα τετεύχαται
ἔνθ' ἐλθὼν ὑπ' ὄχεσφι τιτύσκετο χαλκόποδ' ἵππω
ὠκυπέτα, χρυσέῃσιν ἐθείρῃσιν κομόωντε,
χρυσὸν δ' αὐτὸς ἔδυνε περὶ χροΐ· γέντο δ' ἱμάσθλην
χρυσείην εὔτυκτον —

Und wer überdies beachtet, wie Callimachus selbst 3, 110 die Artemis,

Ἄρτεμι Παρθενίη Τιτυοκτόνε, χρύσεα μέν τοι
ἔντεα καὶ ζώνη, χρύσεον δ' ἐζεύξαο δίφρον,
ἐν δ' ἐβάλευ χρύσεια, θεή, κεμάδεσσι χαλινά,

4, 260 Apollo's Geburtsinsel Delus beschreibt,

χρύσεά τοι τότε πάντα θεμείλια γείνετο, Δῆλε,
χρυσῷ δὲ τροχόεσσα πανήμερος ἔρρεε λίμνη,
χρύσειον δ' ἐκόμησε γενέθλιον ἔρνος ἐλαίης,
χρυσῷ δ' ἐπλήμμυρε βαθὺς Ἰνωπὸς ἑλιχθείς.
αὐτὴ δὲ χρυσέοιο ἀπ' οὔδεος εἵλεο παῖδα,

wird an der aufgewendeten Fülle des Goldes sich nicht stossen, sondern darin eine den Dichtern von Alters her geläufige Manier in der Schilderung von Göttern und gottähnlichen Wesen erkennen, und nicht in die Versuchung gerathen, mit Studniczka[1] in dieser Zeichnung des

---

[1] A. a. O. S. 10. Er redet sehr zuversichtlich. 'Mit der hier eröffneten Aussicht auf Belohnung hängt für jeden, der hören will, die unmittelbar folgende Schilderung von Apollon's goldener Pracht und ungeheurem Reichthum zusammen' u. s. w. So wird man es mir nicht verargen, dass ich ein paar Stellen dem Leser unter die Augen ge-

goldreichen Gottes bettelhafte Absichten des Dichters auf den Goldschatz des Königs Ptolemaeus zu vermuthen. Dass auf Pytho verwiesen wird als Beweis für den Schätzereichthum V. 35, lag dem Dichter im Sinn, als er im 3. Hymnus V. 250 vom Tempel der Ephesischen Artemis schrieb *τοῦ δ' οὔτι θεώτερον ὄψεται ἠὼς οὐδ' ἀφνειότερον· ῥέα κεν Πυθῶνα παρέλθοι.* Auch der Preis der ewigen Jugend, der ewigen Schönheit Apollo's, von dem Tibull sagt (1, 4, 37), *solis aeterna est Phoebo Bacchoque iuventa*, und Plutarch (*de* E *apud Delphos* 389b) *ἀγήρων τοῦτον ἀεὶ καὶ νέον ... ἐν γραφαῖς καὶ πλάσμασι δημιουργοῦσιν*, wird einfachem Urtheil in sich genügend gerechtfertigt erscheinen: doch hat man auch hier, wie sich zeigen wird, Fremdartiges in die Deutung hineingelegt. 'In der Kunst aber', fährt Callimachus fort, mit dem Glanz der äusseren Erscheinung des Gottes die Fülle seiner Kunstfertigkeit verbindend, 'ist keiner so umfassend (*ἀμφιλαφής*) wie Apollo. Er hat den pfeilschiessenden Mann sich erkoren, er den Sänger: denn dem Phoebus ist Bogen und Gesang vertraut; sein sind die Weissagesteinchen und die Propheten, und vom Phoebus haben die Ärzte gelernt, den Tod zu verschieben.' 42–46.

> 42 *τέχνῃ δ' ἀμφιλαφὴς οὔ τις τόσον ὅσσον Ἀπόλλων·*
> *κεῖνος ὀιστευτὴν ἔλαχ' ἀνέρα, κεῖνος ἀοιδόν,*
> *Φοίβῳ γὰρ καὶ τόξον ἐπιτρέπεται καὶ ἀοιδή,*
> 45 *κείνου δὲ θριαὶ καὶ μάντιες, ἐκ δέ νυ Φοίβου*
> *ἰητροὶ δεδάασιν ἀνάβλησιν θανάτοιο.*

So fasst Callimachus in kurzem, aber zierlichem Ausdruck zusammen, was ihm über Apollo's Künste der Mythus an die Hand gab. Den Begriff des *λαχεῖν* (V. 43) von den Begleitern des Gottes, die er gemäss den Künsten, in deren Besitz er sich befindet, aus den Künstlern sich erlost oder erwählt, hat der Hymnus auf Zeus (V. 70–80) entwickelt, und der Dichter darf erwarten, dass er von dorther dem Leser bekannt und verständlich sei. Und wer den ausgesprochenen Gegensatz zwischen den Künstlern, die des Gottes Umgebung ausmachen, und den Künsten, die er übt, im Auge behält, wird nicht Anlass finden, an dem begründenden Satz V. 44 *Φοίβῳ γάρ* —, der kein parenthetischer zu sein braucht, trotzdem mit *κείνου δέ* V. 45 *κεῖνος* V. 43 aufgenommen wird, sich zu stossen, und vielleicht auch einsehen, dass hier die geflissentliche Begründung motivirter war, als z. B. in dem oben besprochenen Verspaar des Demeterhymnus V. 69–71, und was sonst sich anführen liesse (s. Progr. 1889 S. 8). Bei Beachtung dieses Satzverhältnisses aber und der aufgewiesenen Beziehung zum Zeushymnus

---

rückt habe; angeführt aber habe ich nur, wo gehäuftes Gold begegnet: wollte ich citiren, wo es in gleicher Absicht einzeln erscheint, wäre des Citirens kein Ende.

ist leicht ersichtlich, wie wenig zutreffend die Bemerkung von Studniczka (S. 10) war, 'dass Apollo nicht so sehr selbst als Schütze und Sänger, Seher und Arzt, wie als Herr und Meister all dieser Künstler gepriesen werde, und dass dies der geistigen Bedeutung der Ptolemaeerherrschaft so vortrefflich entspreche.' Die Apollinischen Künste selbst, alle vier, wie hier, Bogenkunst und Leier, Weissagung und Heilkunst, oder deren drei, in wechselnder Auswahl, werden so oft genannt[1], dass man glauben sollte, in dem Lobgesang auf den Gott sei ihre Erwähnung von selbst gegeben und trage ihren Zweck in sich. Dennoch war J. G. Droysen anderer Meinung, und sein Ansehen hat gewirkt. Weil nämlich Phylarchus, nach Polybius ein nicht eben sehr zuverlässiger Gewährsmann, bei Athenaeus (xii 536 d e) sagt, 'der so hochgebildete König Ptolemaeus der Zweite habe in Folge unmässigen Schwelgens (*τρυφῆς*) seinen Verstand so geschwächt, dass er sich eingebildet, er werde ewig leben und er allein habe die Unsterblichkeit (*ἀθανασία*) entdeckt, dass aber dem vom Podagra geplagten der Anblick einiger gewöhnlicher Aegypter, die vor seinem Fenster im Sande ihr Frühstück verzehrten, den Wunsch abgepresst habe, einer von diesen zu sein', so meinte Droysen (Gesch. d. Hellen. 3 S. 263), 'diese Nachricht des Phylarchos[2] finde eine gewisse Bestätigung in Äusserungen des Kallimachos, die wenigstens zeigten, wie dergleichen damals der Anschauungsweise des Hofes nahegelegen, so *in Apoll.* V. 40 . . . *Ἀπόλλωνος ἀποστάζουσιν ἔθειραι . . . αὐτὴν πανάκειαν* u. s. w. und V. 45, die *ἀνάβλησις θανάτοιο*.' Betrachtet man die angezogenen Ausdrücke in ihrem Zusammenhange beim Dichter, den einen in der Schilderung des glänzenden Hauptthaares Apollo's, *οὐ λίπος Ἀπόλλωνος ἀποστάζουσιν ἔθειραι ἀλλ' αὐτὴν πανάκειαν*, die *ἀνάβλησις θανάτοιο* aber unter den Künsten Apollo's in dem Satz, dass die Ärzte von Apollo die Kunst den Tod hinauszuschieben und

---

[1] Pindar *Pyth.* 5, 63 *ὃ καὶ βαρειᾶν νόσων ἀκέσματ' ἄνδρεσσι καὶ γυναιξὶ νέμει, πόρεν τε κίθαριν, δίδωσί τε Μοῖσαν οἷς ἂν ἐθέλῃ. . . μυχόν τ' ἀμφέπει μαντεῖον.* Plato *Symp.* 197*a* *τοξικήν γε μὴν καὶ ἰατρικὴν καὶ μαντικὴν Ἀπόλλων ἀνηῦρεν ἐπιθυμίας καὶ ἔρωτος ἡγεμονεύσαντος.* Diodor. 5, 74, 5. Horaz *C. S.* 61 *augur et fulgente decorus arcu Phoebus acceptusque novem Camenis, qui salutari levat arte fessos corporis artus.* Virgil *Aen.* 12, 393 ff. *ipse suas artes, sua munera, laetus Apollo augurium citharamque dabat celeresque sagittas: ille ut depositi proferret fata parentis scire potestates herbarum usumque medendi maluit.*

[2] Man muss übrigens nachlesen, wie Droysen die griechischen Worte wiedergiebt, um zu erkennen, dass seine Phantasie ihn weit über den schlichten Wortlaut seines Gewährsmannes hinausträgt. Wenn er zu den angeführten Stellen des Callimachus noch hinzufügt 'das Fragment bei *Clem. Alex. Str. V.* c. 11 § 69 *ἦ πανακὲς πάντων φάρμακον ἁ σοφία*', so sei bemerkt, dass dieses vermeintliche Fragment V. 4 des Epigramms 46 ist, und hier zeigt sich um so mehr, dass ihm keinerlei Beziehung zum Alexandrinischen Hof zukommen kann, wofern man nicht etwa meint, dass man von *πανακές* und *πανάκεια* nicht reden könne, ohne dass an den heilungbedürftigen König gedacht werde.

das Leben zu verlängern gelernt hätten[1], *ἐκ δέ νυ Φοίβου ἰητροὶ δεδάασιν ἀνάβλησιν θανάτοιο*, so möchte vorurtheilsfreie Beurtheilung und die schlichte Gewohnheit Sinn und Absicht eines Dichters nicht zu erträumen, sondern aus seinen Worten abzulesen, die Frage aufwerfen, wie es möglich sei, hierin wie immer gewendete und wie leise angedeutete Hinweisungen auf den König zu erkennen oder zu ahnen. Dennoch hat O. Richter[2] 'Droysen's Combination schlagend und geistreich gefunden', und hat versucht, der von Droysen nur in nebelhafter Unbestimmtheit angedeuteten Beziehung einen schärferen und fassbareren Ausdruck zu geben, indem er die V. 39–46, die er (nicht eben im Sinn des Dichters) als ein Ganzes zusammenfasst, von Callimachus gleichsam aus der Seele des kränkelnden und nach Heilung dürstenden Königs concipirt sein lässt, in der Absicht, den sehnsüchtigen Wünschen des Königs mit hoffnungsreichen Andeutungen entgegenzukommen. Ein Bild des Königs selbst soll Apollo hier nicht abgeben, sondern man soll nur aus der Zeichnung des Gottes erkennen, dass es die Gebrechlichkeit des Königs sei, in der ihm Apollo, der Heilgott, hülfreiche Hand leihen könne; und es würde dieser Vorstellung an sich noch nicht entgegen sein, dass unmittelbar vorher der ewig junge, ewig schöne Gott geschildert ward. Allein Richter hat an anderer Stelle auch Identificirung des Gottes mit dem König' ausgesprochen, d. h. was von dem Gotte ausgesagt war, direct auf den König übertragen und redet in diesem Sinne von Apollo-Philadelphus, während er dann auch wieder den Gott nur in wohlwollende Beziehung zu dem König gesetzt sein lässt. Und nicht genug an Philadelphus, hat er einen Theil dieses seltsam zerrissenen Götterbildes auch noch für den dritten Ptolemaeer übrig; und scheint gar keinen Anstoss daran zu nehmen, dass auf diese Weise so verschiedenartige und unvereinbare Vorstellungen an ein und denselben Namen geknüpft und in ein und demselben Gedicht unter einander gemischt werden, dass dem Leser, der Verständniss sucht, schwindelig zu werden anfängt.

Wie Richter an Droysen, so hat an Richter neuestens Studniczka sich angeschlossen, der für die 'durchgängige Parallelisirung des Königs mit dem Gotte' (S. 11) wiederholt und mit Nachdruck eintritt. Der von ihm gegen Richter erhobene Einwand einer 'schreienden Dissonanz', weil er Hindeutungen auf den altersschwachen Philadelphus angenommen, während dicht dabei ein jugendschöner Gott gezeichnet werde, war zwar in diesem Sinne, wie angedeutet, nicht gerechtfertigt, wenn auch

[1] Ich sehe darin nur eine poetische Bezeichnung der ärztlichen Kunst, s. Virgil a. a. O.

[2] 'Kallimachus' Hymnen auf Zeus und Apollo: zwei Momente im Leben des Ptolemaeus Philadelphus' (Programm von Guben 1871) S. 8.

der ewig junge Apollo mit Richter's übriger Ansicht schwer vereinbar bleibt, aber Studniczka lässt aus diesem Grunde den Hinweis auf des siechen Königs Philadelphus Sehnsucht nach Heilung, die Apollo bringen werde, d. h. eben das, was die Grundlage der bisherigen Combination ausmachte, stillschweigend fallen, recht zum Beweise, wie sehr sie in leere Luft gestellt war, und sieht mit gleich sicherer Phantasie aus den Zügen des jugendschönen Apollo das Bild des jugendkräftigen Königs Ptolemaeus Euergetes hervorleuchten: was ihn indessen nicht abgehalten hat, wenn ich anders recht verstehe, in dem goldstrahlenden Apollo und dem Beschützer der Künste den Philadelphus zu erkennen (S. 10 f.). Wer die wechselnden und verwirrenden Ergebnisse, die auf diesem Wege seit Droysen erzielt worden, unbefangenen Auges betrachtet, wird an dem eingeschlagenen Verfahren irre werden, das als ein trügerisches und gesunder Hermeneutik, die Verständlichmachung bezweckt, zuwiderlaufendes sich darstellt. Dem gegenüber verbleibe ich bei der bescheidenen Meinung, dass Callimachus, der den Gott Apollo besingen wollte, den Gott und nicht den König besungen habe, und mit dieser natürlichsten aller Voraussetzungen, durch welche dem Dichter einfacher und einheitlicher Zweck vindicirt wird, kehrt beruhigende Tageshelle zurück an Stelle des schillernden Zwielichts der combinationsreichen Erklärungen der Neueren. Und halte an dieser Voraussetzung bei den beiden bisher herausgehobenen Gruppen der Jugend und Schönheit und des Künstereichthums Apollo's, die zu so argen Missdeutungen Anlass gegeben, um so zuversichtlicher fest, weil die Darstellung nicht einen Schritt weit von der althergebrachten, Jedermann bekannten und geläufigen Vorstellung Apollo's sich entfernt hat. Woran soll der Leser merken, dass hier noch Anderes, als der Wortlaut besagt, in der Tiefe ruht?

Doch ich fahre fort dem Gang des Gedichtes zu folgen. Es reiht sich frei, aber nicht unzweckmässig in der Abfolge, an den kunstreichen Apollo der Gott der Herden, in einer dritten Gruppe, auch in acht Versen (47–54) beschlossen, aber mitten unter anderen mit verschiedenen Verszahlen. 'Wir nennen', hebt Callimachus an, 'den Phoebus auch *Νόμιος* seit der Zeit, seit er die Stuten des Admetus am Amphrysus geweidet.' Er will die Herleitung der bekannten Bezeichnung erklären, wie er V. 97 ff. in verwandter Wendung angiebt, aus welchem Anlass der Apollinische Ruf *ἰὴ παιῆον* (vgl. V. 21) seinen Ursprung genommen. Zugleich unterlässt er nicht die Wirkung des Herdengottes kurz und knapp in einigen Zügen aufzuweisen: er thut es in analogem Ausdruck, wie im Artemishymnus (3, 129 ff.)

οἷς δέ κεν εὐμειδής τε καὶ ἵλαος αὐγάσσηαι,
κείνοις εὖ μὲν ἄρουρα φέρει στάχυν, εὖ δὲ γενέθλη
τετραπόδων, εὖ δ' ὄλβος ἀέξεται,



und fasst alles in Einen Satz zusammen,

50 *ῥεῖά κε βουβόσιον τελέθοι πλέον, οὐδέ κεν αἶγες*
δεύοιντο βρεφέων ἐπιμηλάδες, ᾗσιν Ἀπόλλων
βοσκομένῃσ' ὀφθαλμὸν ἐπήγαγεν, οὐδ' ἀγάλακτες
οἶες οὐδ' ἄκυθοι, πᾶσαι δέ κεν εἶεν ὕπαρνοι,
ἡ δέ κε μουνοτόκος διδυμητόκος αἶψα γένοιτο,

indem er, was zu allen Gliedern gedacht ist, *ᾗσιν Ἀπόλλων κτλ.* zu dem einen in die Mitte gestellten in genauem Anschluss fügte, ungefähr wie V. 20 ff.

οὐδὲ Θέτις Ἀχιλῆα κινύρεται αἴλινα μήτηρ,
ὁππότ' ἰὴ παιῆον ἰὴ παιῆον ἀκούσῃ,
καὶ μὲν ὁ δακρυόεις ἀναβάλλεται ἄλγεα πέτρος, ὅστις —

der mittlere Satz *ὁππότ' ἰὴ π.* zu beiden gehört; weshalb vielleicht auch hier wie dort die gelindere Interpunction vor *οὐδὲ* V. 52 und *καὶ μὲν* V. 22 vorzuziehen ist. An den *Νόμιος* hat man zwar auch meines Erachtens unnöthige und unerweisliche Annahmen geheftet, aber der Versuch ist meines Wissens nicht gemacht worden, ihm eine persönliche Anspielung abzugewinnen, und an diesem Beispiele wenigstens sieht man, Callimachus' Dichtung konnte auch ohne dergleichen bestehen.

Vom Herdengott geht Callimachus zum Städte gründenden Apollo, dem die folgende grosse Gruppe, von V. 55–96, gewidmet ist, die ein einheitlich geschlossenes Ganze darstellt, dessen Ziel die Verse des Eingangs bezeichnen

55 *Φοίβῳ δ' ἑσπόμενοι πόλιας διεμετρήσαντο*
ἄνθρωποι· Φοῖβος γὰρ ἀεὶ πολίεσσι φιληδεῖ
κτιζομένῃσ'[1], *αὐτὸς δὲ θεμείλια Φοῖβος ὑφαίνει.*

Im Innern gliedert sich die Gruppe in zwei Theile, deren erster kürzerer inhaltlich als Vorbereitung auf den zweiten umfangreicheren gedacht ist. Denn zunächst schliesst an das Allgemeine, dass Apollo immer seine Freude am Städtebau habe und selbst die Grundlagen lege, die Erzählung sich an, wie der Gott, ein vierjähriger Knabe, Bauten zu errichten gelernt hat, als er auf Ortygia mit Hülfe der Artemis aus den von dieser erbeuteten Ziegenhörnern einen Altar erbaut, Grundlagen und alles aus Hörnern. Indem aber der Eingangsvers 58

τετραέτης τὰ πρῶτα θεμείλια Φοῖβος ἔπηξε

---

[1] Ich bemerke beiläufig in der Anmerkung, dass man diesen Ausdruck direct auf den Ptolemaeus Philadelphus bezogen hat (Richter S. 12 nach Droysen), während doch Niemanden unbekannt ist, dass dies von Apollo selbst ohne jede Nebenbeziehung ausgesagt werden konnte. Und welche Art von Auslegung ist es denn, einem einzelnen Ausdruck eine solche Deutung unterzulegen, die seiner ganzen Umgebung nothwendig fremd ist.

nach Callimachus' oft verkannter Weise am Schluss wieder aufgenommen wird, 64

ὧδ' ἔμαθεν τὰ πρῶτα θεμείλια Φοῖβος ἐγείρειν,

ist leicht zu erkennen, dass dieser erste Versuch als Vorbereitung gedacht ist auf grössere und wichtigere Gründungen, die Apollo herbeigeführt hat. Und so fährt der Dichter fort: 'Phoebus hat auch meine Stadt dem Battus verkündigt und hat dem Ansiedlervolk, als es in Libyen einzog, als Rabe zur Rechten den Weg gewiesen, und hat geschworen, unseren Königen Stadtmauern geben zu wollen, und immer hält Apollo seinen Eid.'

Φοῖβος καὶ βαθύγειον ἐμὴν πόλιν ἔφρασε Βάττῳ
καὶ Λιβύην ἐσιόντι κόραξ ἡγήσατο λαῷ
δεξιὸς οἰκιστῆρι καὶ ὤμοσε τείχεα δώσειν
ἡμετέροις βασιλεῦσιν. ἀεὶ δ' εὔορκος Ἀπόλλων.

In diesen Sätzen ist die Gründung Cyrenes und, worauf es allein ankam, der vorwiegende Antheil des Apollo an dieser Gründung bezeichnet. Wir verstehen aber, Phoebus hat, da er immer sein Vergnügen findet am Städtebau, wie andere Gründungen, so auch meine (des Dichters eigne) Stadt in tiefem fruchtbaren Erdreich (*βαθύγειον*) dem Battus verkündet (*ἔφρασε*), d. h. durch sein Orakel den Battus nach Libyen gewiesen, die Stadt zu bauen. Herodot führt das Orakel an (4, 155)

Βάττ', ἐπὶ φωνὴν ἦλθες· ἄναξ δέ σε Φοῖβος Ἀπόλλων
ἐς Λιβύην πέμπει μηλοτρόφον οἰκιστῆρα,

und ausser diesem noch ein zweites und ein drittes (4, 156. 157), deren jedes von Neuem den widerstrebenden Battus antreiben sollte, sich als *οἰκιστὴρ* der vom Gott gebotenen Ansiedelung zu unterziehen. Das erste mit demselben Eingang, aber vollständiger haben auch Excerpte aus Diodor VIII 29 (2 S. 138 Dind.) erhalten, *ὅτι Ἀριστοτέλης ὁ καὶ Βάττος κτίσαι βουλόμενος Κυρήνην ἔλαβε χρησμὸν οὕτως,*

Βάττ', ἐπὶ φωνὴν ἦλθες· ἄναξ δέ σε Φοῖβος Ἀπόλλων
εἰς Λιβύην πέμπει καλλιστέφανον Κυρήνης
εὑρείης ἄρχειν καὶ ἔχειν βασιληίδα τιμήν.
ἔνθα σε βάρβαροι ἄνδρες, ἐπὰν Λιβύης ἐπιβήῃς,
βαιτοφόροι ἐπίασι· σὺ δ' εὐχόμενος Κρονίωνι
Παλλάδι τ' ἐγρεμάχῃ γλαυκώπιδι καὶ Διὸς υἱῷ
Φοίβῳ ἀκερσεκόμῃ νίκην ὑποχείριον ἕξεις,
καὶ μάκαρος Λιβύης καλλιστεφάνου βασιλεύσεις
αὐτὸς καὶ γένος ὑμόν· ἄγει δέ σε Φοῖβος Ἀπόλλων,

dessen Fassung indessen mit der Herodotischen Erzählung sich, wie mir scheint, nicht wohl vereinigen lässt. Das Orakel erwähnt auch Pindar *Pyth.* 4,3 *Λατοίδαισιν ὀφειλόμενον Πυθῶνί τ' αὔξῃς οὖρον ὕμνων, ἔνθα ποτὲ χρυσέων Διὸς αἰητῶν πάρεδρος οὐκ ἀποδάμου Ἀπόλλωνος τυχόντος ἱέρεια*

χρῆσεν οἰκιστῆρα Βάττον καρποφόρου Λιβύας, ἱερὰν νᾶσον ὡς ἤδη λιπὼν κτίσσειεν εὐάρματον πόλιν ἐν ἀργινόεντι μαστῷ, und noch einmal aus dem Munde der Medea in demselben Gesang V. 52 *οἵ κεν τάνδε σὺν τιμᾷ θεῶν νᾶσον ἐλθόντες τέκωνται φῶτα κελαινεφέων πεδίων δεσπόταν· τὸν μὲν πολυχρύσῳ ποτ' ἐν δώματι Φοῖβος ἀμνάσει θέμισσιν Πύθιον ναὸν καταβάντα χρόνῳ ὑστέρῳ νάεσσι πολεῖς ἀγαγεῖν Νείλοιο πρὸς πῖον τέμενος Κρονίδα.*

Das erste also war die Verkündigung (*ἔφρασε*) und das Gebot des Gottes. Aber der Gott hat die Ansiedler auch geleitet und ihnen den Weg gewiesen; in Gestalt eines Raben flog er dem Ansiedlervolk (*λαῷ οἰκιστῆρι*), als sie in Libyen einzogen, als Wegweiser voran: dies ein Zug, der, soviel ich weiss, sonst bei der Gründung Cyrene's nicht erwähnt wird, der aber eine Analogie findet in den bekannten Erzählungen von Alexander's Zug zum Orakel des Ammon, wobei ihm zwei Raben (*κόρακες δεξιοί* sagt Diodor) das Geleit gaben, und ist dieses Moment wohl mehr durch Libyen als durch den Apollo, obwohl ihm der Rabe geweiht war, herbeigeführt worden und dafür bezeichnend.

Noch ein drittes reiht sich an: der Gott, der den Battus und seine Leute nach Libyen geleitet, hat geschworen, dass er Stadtmauern (*τείχεα moenia*) unseren Königen verleihen werde, und immer hält Apollo den Eidschwur. 'Unsere Könige' nennt der Cyrenaeer Callimachus die Cyrenaeischen Könige, etwa wie der Cyrenaeer Theodorus bei Plato im Politicus 257 b den Ammon 'unseren Gott' nennt (*Ἄμμωνα τὸν ἡμέτερον θεόν*); auch Pindar's Wort, das er an den Cyrenaeer Arcesilas richtet (*Pyth.* 4, 259) ist vergleichbar, *ἔνθεν δ' ὔμμι Λατοίδας ἔπορεν Λιβύας πεδίον σὺν θεῶν τιμαῖς ὀφέλλειν* d. h. 'euch, dem Battus und den Battiaden.' So, meine ich, versteht auch Callimachus unter *ἡμετέροις βασιλεῦσιν*[1] die aus dem Geschlecht des Battus stammenden Könige, die er V. 96 *Βαττιάδαι* nennt, deren auch Pindar neben dem alten Battus gedenkt *Pyth.* 5, 96 ff. und deren Reihenfolge in dem Wechsel von Battus und Arcesilas Herodot (4, 159. 160. 161. 162. 163) bezeichnet hat. An das *γένος* des *Βάττος*, das über Libyen herrschen werde, erinnert auch das Orakel bei Diodor. Die gewählte Form 'Apollo schwur, unseren Königen Stadtmauern geben zu wollen' u. s. w. enthält, gewiss nicht ohne Absicht, eine starke Versicherung, und fragt man, welchen Anlass sie gehabt habe, so könnte man denken an die wiederholten Anfragen des Battus und der Theraeer bei dem Delphischen Gott, die immer das gleiche Gebot der Ansiedelung in Libyen erzielten (s. Herodot 4, 155. 156. 157), oder vielleicht besser noch an die späteren

[1] Wenn der Scholiast zu diesen Worten anmerkt *τῷ Πτολεμαίῳ*, so kann dies nur zeigen, wie wenig Verlass auf seine Sachkenntniss und sein Verständniss ist. S. zu V. 27.

Wechselfälle, durch welche die Ausführung des göttlichen Gebotes in Frage gestellt schien, zumal die Theraeischen Ansiedler, nachdem sie nach Libyen gekommen, auch nach Callimachus' Darstellung (V. 88 ff.), lange bevor die neue Stadt gegründet ward, in den waldigen Thalschluchten von Azilis ihren Wohnsitz hatten (Herod. 4, 157. 158), so dass eine so nachdrückliche Versicherung des Gottes, er werde ihnen Stadtmauern verleihen, ihren guten Grund gehabt hätte. Lässt doch auch Pindar es dem Apollo sehr am Herzen liegen, dass seine Weissagungen, die er dem Battus gegeben, nicht unerfüllt blieben, *Pyth.* 5, 55 ὁ Βάττου δ᾽ ἕπεται παλαιὸς ὄλβος ἔμπαν τὰ καὶ τὰ νέμων, πύργος ἄστεος ὄμμα τε φαεννότατον ξένοισι. κεῖνόν γε καὶ βαρύκομποι λέοντες περὶ δείματι φύγον . . ὁ δ᾽ ἀρχαγέτας ἔδωκ᾽ Ἀπόλλων θῆρας αἰνῷ φόβῳ, ὄφρα μὴ ταμίᾳ Κυράνας ἀτελὴς γένοιτο μαντεύμασιν, eine Wendung, die eine gewisse Verwandtschaft mit dem versichernden Ausdruck des Callimachus aufweist. Dass jedoch Callimachus nicht den Battus, dem die Verkündigung galt und die göttliche Geleitung nach Libyen zu Theil ward (ἔφρασε Βάττῳ καὶ . . . ἡγήσατο λαῷ), sondern 'unsere (d. h. die Cyrenaeischen) Könige' nennt, nöthigt wenigstens mitzudenken an des Battus nächste Nachfolger, die wie Herodot (4, 159. 161) berichtet auch zu wiederholten Malen an den Delphischen Gott um Rath nnd Hülfe sich gewendet haben, und denen zuletzt der Spruch zu Theil ward (Herodot 4, 163) ἡ δὲ Πυθίη οἱ χρᾷ τάδε 'ἐπὶ μὲν τέσσερας Βάττους καὶ Ἀρκεσίλεως τέσσερας, ὀκτὼ ἀνδρῶν γενεάς, διδοῖ ὑμῖν Λοξίης βασιλεύειν Κυρήνης, πλέον μέντοι τούτου οὐδὲ πειρᾶσθαι παραινέει. An das Geschlecht der Battiaden denkt auch Pindar in den oben berührten Worten (*Pyth.* 4, 259), wenn er sagt, ἔνθεν ὔμμι Λατοΐδας ἔπορεν Λιβύας πεδίον σὺν θεῶν τιμαῖς ὀφέλλειν κᾶστυ χρυσοθρόνου διανέμειν θεῖον Κυράνας ὀρθόβουλον μῆτιν ἐφευρομένοις (s. auch das Orakel bei Diodor). Allein die beiden an Apollo geknüpften Aussagen des Herodot und des Pindar reden von der Herrschaft der Battiaden über Cyrene oder von der Hebung und Förderung der Stadt durch das Battiadengeschlecht, Callimachus' Ausdruck τείχεα δώσειν (vgl. Virgil *Aen.* 3, 85 *da propriam, Thymbraee, domum, da moenia fessis et genus et mansuram urbem*) ist hingegen nur von der ersten Gründung der Stadt zu verstehen, die das Werk des Battus war, der allein als οἰκιστής bezeichnet wird (Herod. 4, 159. Pindar *Pyth.* 4, 3). Und während dieser Ausdruck selbst, im strengsten Sinne genommen, der einleuchtendsten Beziehungen nicht ermangelte, erwächst aus dem damit verbundenen Plural ἡμετέροις βασιλεῦσιν eine Schwierigkeit, die ich nicht befriedigend zu erledigen weiss. Vielleicht genügt es, den Begriff des δώσειν in scharfer Anwendung auf die Aufeinanderfolge der mehreren Könige zu dem Begriff des Erhaltens

auszuweiten, wiewohl auch ein Ausdruck wie *ὤμοσε τείχεα σώσειν ἡμετέροις βασιλεῦσιν*, 'Apollo schwur, dass er die *τείχεα*, die gegründete Stadt, schützen und erhalten werde unseren (den Cyrenaeischen) Königen', wie er ja der Stadt *τόσσα ὀφέλσιμα* wie keiner anderen verliehen (94), in den berührten Erzählungen über Cyrenes Anfänge und Weiterentwickelung einen Anhalt finden würde.

Doch wie dem sei, die Hauptsache ist, dass Callimachus, indem er von der ersten, unter dem Rath und Beistand Apollo's vollzogenen Gründung Cyrenes und von Battus und den aus Battus' Geschlecht stammenden Königen, die wie jener der Gunst des Gottes sich zu erfreuen hatten, spricht, an diesem hervorragenden, auch dem Dichter persönlich naheliegenden Beispiel Apollo's Neigung zur Stadtgründung und sein Verdienst um die hellenische Ansiedelung in dem fremden Lande in helles Licht zu setzen Gelegenheit gefunden hat. Denn das, nichts anderes, ist sein Zweck. Und diesen verfolgt er weiter, wenn er von Apollo's Namen einen neuen Ausgang nimmt, und in die Cyrenaeische Gründungssage zurückgreifend gleichsam die Vorstufen der Gründung in ihrer Abfolge bezeichnet. 'Viele nennen dich, Apollo, *Βοηδρόμιος*, viele *Κλάριος*, und überhaupt hast du der Namen viele (worauf Artemis in dem ihr gewidmeten Hymnus V. 7 anspielt), aber ich nenne dich *Καρνεῖος*: so ist es mir überkommene Sitte.'

ὤπολλον, πολλοί σε Βοηδρόμιον καλέουσι,
70 *πολλοὶ δὲ Κλάριον, πάντη δέ τοι οὔνομα πουλύ·*
αὐτὰρ ἐγὼ Καρνεῖον· ἐμοὶ πατρώιον οὕτω.

So schafft sich der Dichter den Übergang, um unter den Wanderungen des *Ἀπόλλων Καρνεῖος* die Wanderungen der Dorischen Stämme bis zu deren Niederlassung in Libyen darzustellen, nach seiner Art, in doppelter Wendung aus einander legend, was in einer ausgeführt sein konnte, zuerst die Ansiedelungen des *Καρνεῖος*

72 *Σπάρτη τοι, Καρνεῖε, τόδε*[1] *πρώτιστον ἔδεθλον,*
δεύτερον αὖ Θήρη, τρίτατόν γε μὲν ἄστυ Κυρήνης[2],

dann noch einmal denselben Wanderzug zugleich mit der Nennung der Führer beschreibend, um an des letzten Verdienst die aus der Heimat mitgebrachte, hier erneuerte Feier des Gottes anzuknüpfen.

---

[1] Sollte nicht der Vers des Aeschylus *Choeph.* 53 τὸ δ' εὐτυχεῖν, τόδ' ἐν βροτοῖς θεός τε καὶ θεοῦ πλέον genügen, das aufnehmende τόδε zu sichern, das, wenn es auch ἥδε heissen konnte, besser, bekanntem Sprachgebrauch gemäss, in Anlehnung an das Praedicat τόδε hiess?

[2] Pindar *Pyth.* 5, 72—81 τὸ δ' ἐμόν, γαρύειν τἀπὸ Σπάρτας ἐπήρατον κλέος, ὅθεν γεγενναμένοι ἵκοντο Θήρανδε φῶτες Αἰγεΐδαι, ἐμοὶ πατέρες, οὐ θεῶν ἄτερ, ἀλλὰ μοῖρά τις ἄγεν, πολύθυτον ἔρανον ἔνθεν ἀναδεξαμέναν, Ἄπολλον, τεᾷ, Καρνήϊ', ἐν δαιτὶ σεβίζομεν Κυράνας ἀγακτιμέναν πόλιν.

ἐκ μέν σε Σπάρτης ἕκτον γένος Οἰδιπόδαο
75 *ἤγαγε Θηραίην ἐς ἀπόκτισιν· ἐκ δέ σε Θήρης*
οὖλος Ἀριστοτέλης Ἀσβυστίδι πάρθετο γαίῃ·
δεῖμε δέ τοι μάλα καλὸν ἀνάκτορον, ἐν δὲ πόληι
θῆκε τελεσφορίην ἐπετήσιον, ᾗ ἐνὶ πολλοί
ὑστάτιον πίπτουσιν ἐπ' ἰσχίον, ὦ ἄνα, ταῦροι.

'Von Sparta (dem ersten Sitz des *Καρνεῖος*) führte dich im sechsten Geschlecht ein Sprössling des Oedipus (Herodot 4, 147[1]) in die Colonie von Thera; von Thera aber pflanzte dich *Ἀριστοτέλης*[2] (*ὁ καὶ Βάττος*) in dem Asbystischen Lande an (Herodot 4, 170[3]), und er baute dir einen prächtigen Tempel und versetzte in die Stadt (die neu gegründete, verstehen wir) die auch schon früher von diesen Ansiedlern in Libyen begangene Jahresfeier der *Καρνεῖα*, bei denen dir, o König, viele Rinder als Schlachtopfer fallen (wie Catullus 64, 389 sagt, *pater divum templo in fulgente revisens, annua cum festis venissent sacra diebus, conspexit terra centum procumbere tauros.*)

Aber neben dem an bestimmte Zeit des Jahres gebundenen Fest der *Καρνεῖα* unterlässt Callimachus nicht, auch der sonstigen frommen Verehrung zu gedenken, die Apollo hier gefunden hat. Denn so, denke ich, wird man, was sich anschliesst, zu deuten haben, das mit dem Ausruf anhebt: 'Ie Ie, Karneios, du viel im Gebet angerufener', um dann über die Anrede hinweg mit 'aber' an das von den *Καρνεῖα* gesagte das Weitere anzuknüpfen: 'deine Altäre aber tragen Blumen, im Frühling soviel die Horen in bunten Farben hervorbringen, wenn der Zephyrus Thau weht, im Winter aber lieblichen Safran, und immer leuchtet dir beständiges Feuer und niemals benagt die Asche die Kohle von gestern.'

80 *ἰὴ ἰή, Καρνεῖε πολύλλιτε, σεῖο δὲ βωμοὶ*
ἄνθεα μὲν φορέουσιν ἐν εἴαρι τόσσα περ Ὧραι
ποικίλ' ἀγινεῦσι ζεφύρου πνείοντος ἐέρσην,
χείματι δὲ κρόκον ἡδύν· ἀεὶ δέ τοι ἀέναον πῦρ
οὐδέ ποτε χθιζὸν περιβόσκεται ἄνθρακα τέφρη.

Mit *πολύλλιτε* hat Callimachus *πολύβωμε* verbunden in der Anrede (4, 316) *Ἀστερίη πολύβωμε πολύλλιτε*, das auch hier hätte stehen können, wenn nicht sofort von den Altären die Rede wäre; aber die

---

[1] *Θήρας ὁ Αὐτεσίωνος τοῦ Τισαμενοῦ τοῦ Θερσάνδρου τοῦ Πολυνείκεος ἔστελλε ἐς ἀποικίην ἐκ Λακεδαίμονος.*

[2] Vgl. Pindar *Pyth.* 5, 87 ff. *τοὺς Ἀριστοτέλης ἄγαγε ναυσὶ θοαῖς ἁλὸς βαθεῖαν κέλευθαν ἀνοίγων* und was er dort weiter über die Verdienste des Gründers um die Stadt und den Apollinischen Dienst in derselben ausführt.

[3] *Γιλιγαμέων δὲ ἔχονται τὸ πρὸς ἑσπέρης Ἀσβύσται· οὗτοι ὑπὲρ Κυρήνης οἰκέουσι. ἐπὶ θάλασσαν δὲ οὐ κατήκουσι Ἀσβύσται· τὸ γὰρ παρὰ θάλασσαν Κυρηναῖοι νέμονται.* — Vergl. C. von Holzinger Lykophron S. 46.

Gedankenverbindung weist doch eine Analogie mit jener Zusammenstellung auf: denn die Anrede *πολύλλιτε* ist nicht grundlos. *βωμοί* aber, wofür *βωμοῖς* Meineke, *βωμῷ* Kaibel und von Wilamowitz gesetzt haben[1], glaubte ich festhalten zu können, indem ich die Worte so verbinde, *σεῖο δὲ βωμοὶ ἐν εἴαρι μὲν ἄνθεα ποικίλα φορέουσιν, χείματι δὲ κρόκον ἡδύν*, so dass die Horen nicht mit den Altären, sondern nur mit den bunten Blumen des Frühlings in Beziehung gesetzt werden, *τόσσα Ὧραι ἀγινέουσι ζεφύρου πνείοντος ἐέρσην*, ungefähr wie Catullus sich ausdrückt 64, 282 *quos propter fluminis undas aura parit flores tepidi fecunda favoni.* Bei dem zu Ehren des Gottes unaufhörlich brennenden Feuer ist nicht unbemerkt geblieben, dass Virgil hierin, wie in der ganzen Färbung des Ausdrucks Vergleichbares darbietet *Aen.* 4, 200 vom Jarbas: *hic Hammone satus ... templa Iovi centum latis immania regnis, centum aras posuit vigilemque sacraverat ignem, excubias divum aeternas, pecudumque cruore pingue solum et variis florentia limina sertis.* Callimachus' Gedanke aber bei diesem zwiefältigen Cult des Apollo weilt nicht in der Gegenwart, sondern ist der historischen Betrachtung der alten Zeit zugewendet, in welcher der Carneische Gott in Libyen angesiedelt und ihm in der neu gegründeten Stadt Cyrene die jährige Feier der Carneen gestiftet und ihm zugleich die durch das Jahr hin dauernde Verehrung an den geschmückten Opferaltären und in dem ewig lodernden Feuer zu Theil ward. Auf jene aber greift er in einem neuen gesonderten Abschnitt (V. 85–96) noch einmal zurück, indem er eine Feier der Carneen in noch älterer Zeit, noch bevor Stadt und Tempel gegründet worden, und in der geschilderten Theilnahme Apollo's an seinem Fest des Gottes Verbindung mit Cyrene noch von einer andern Seite aufweist, als der bisher gepriesenen Geleitung des Battus nach Libyen.

85 *ἦ ῥ᾽ ἐχάρη μέγα Φοῖβος, ὅτε ζωστῆρες Ἐννοῦς*
ἀνέρες ὠρχήσαντο μετὰ ξανθῇσι Λιβύσσαις,
τέθμιαι εὖτέ σφιν Καρνειάδες ἤλυθον ὧραι.
οἱ δ᾽ οὔπω πηγῇσι Κύρης ἐδύναντο πελάσσαι
Δωριέες, πυκινὴν δὲ νάπαις Ἄζιλιν ἔναιον.
90 *τοὺς μὲν ἄναξ ἴδεν αὐτός, ἐῇ δ᾽ ἐπεδείξατο νύμφῃ*
στὰς ἐπὶ Μυρτούσης κεραώδεος, ἧχι λέοντα
Ὑψηὶς κατέπεφνε βοῶν σίνιν Εὐρυπύλοιο.
οὐ κείνου χορὸν εἶδε θεώτερον ἄλλον Ἀπόλλων,
οὐδὲ πόλει τόσ᾽ ἔνειμεν ὀφέλσιμα τόσσα Κυρήνῃ,

---

[1] Ich bestreite nicht, dass *φορέουσιν Ὧραι* stehen konnte, wie 110 *φορέουσι μέλισσαι* (vgl. Apuleius *Metam.* 6, 24 *Horae rosis et ceteris floribus purpurabant omnia*), aber es schien nicht gefordert und *φορέουσι* von den Altären nicht unrichtig zu sein; überdies möchte ich den Plural *βωμοί* nicht missen (Apoll. Rhod. 4, 1219).

95 *μνωόμενος προτέρης άρπακτύος, οὐδὲ μὲν αὐτοὶ*
Βαττιάδαι Φοίβοιο πλέον θεὸν ἄλλον ἔτισαν.

In den Mittelpunkt dieses schön gerundeten Kolon ist das anmuthige Bild des Gottes gestellt, der selbst seinem Feste beiwohnend an der Seite seiner Braut von der Höhe herab an den Reigentänzen der von ihm nach Libyen geführten Krieger mit den Libyschen Frauen seine Blicke weidet: eine Vorstellung, welche lebhaft erinnert an den im Hymnus auf Artemis (3, 177 ff.) gepriesenen Reigen, in dem die Nymphen um die Göttin tanzen, bei dessen Anblick Helios vor Verwunderung seinen Wagen stehen und die Tage sich dehnen lässt. Doch um dem Einzelnen näher zu treten, es sind die festgesetzten Stunden *τέθμιαι ὧραι* V. 87), die das Carneenfest bringen, nicht wie die andere Feier durch das Jahr hin dauert (80–84). Aber begangen wird das Fest nicht schon in der Stadt Cyrene (*ἄστυ Κυρήνης* V. 73), die, wie der Tempel Apollo's in ihr, noch nicht erbaut ist; denn noch nicht (*οὔπω* V. 88) konnten die Dorischen Einwanderer der Quelle von *Κύρη* sich nähern, sondern wohnten noch in den Thalschluchten von Azilis (Herodot 4, 157. 158. 169[1]). Das Carneenfest aber, das aus der Heimat mitgebrachte, begehen sie doch und es schwingen sich die Gürtel der Enyo (wie die Krieger mit kühnem aber nicht unverständlichem und der Analogie nicht entbehrendem Ausdruck genannt werden) im Reigen mit den blonden Libyerinnen, mit denen sie sich verbanden (Herodot 4, 159. 186. Stein)[2]. Apollo aber betrachtet sie von der Höhe von *Μυρτοῦσα*, er und seine *νύμφη*, die *Ὑψηίς* (92), die er, wie Apollonius erzählt (*Argon.* 2, 503), fern vom Thessalischen Land, wo sie am Fluss ihres Vaters Herden weidete, wegraffend unter die Libyschen Nymphen am Gipfel von *Μυρτοῦσα* verpflanzte[3]. An diesen Raub, durch den Apollon die muthige Tochter des Lapithenkönigs *Ὑψεύς* aus ihrer Heimath am Pelion nach Libyen entführt, hat auch Callimachus erinnert (*μνωόμενος προτέρης άρπακτύος* V. 95), der sie hier in Libyen, um die Herden des Königs Eurypylos zu schützen, einen Löwen erlegen lässt (*ἧχι λέοντα Ὑψηὶς κατέπεφνε βοῶν σίνιν Εὐρυπύλοιο* V. 92). Den Eurypylos nennen die Argonautika 4, 1561 (*Εὐρύπυλον Λιβύῃ θηροτρόφῳ ἐγγεγαῶτα*) und Pindar *Pyth.* 4, 33. Und über das durch ihn veranlasste Löwen-

---

[1] 157 *ἔκτισαν αὐτῆς τῆς Λιβύης χῶρον ἀντίον τῆς νήσου τῷ οὔνομα ἦν Ἄζιρις, τὸν νάπαι τε κάλλισται ἐπ' ἀμφότερα συγκλῄουσι καὶ ποταμός κτλ.* — 158 *ἀγαγόντες δέ σφεας ἐπὶ κρήνην λεγομένην εἶναι Ἀπόλλωνος.* — 169 .. *καὶ Ἄζιρις, τὴν οἱ Κυρηναῖοι οἴκεον.* — Pindar *Pyth.* 4, 294 *ἐπ' Ἀπόλλωνός τε κράνᾳ* und Boeckh S. 282.

[2] Einen ähnlichen Fortschritt von dem *βρέτας*, um das sich die Reigentänze bewegen, zum prächtigsten Tempel giebt Callimachus' Erzählung von der Ephesischen Artemis 3, 238–250.

[3] Vgl. Pindar *Pyth.* 9, 5 ff.

abenteuer hatte, wie die Scholien zu Apollonius 2, 498 (S. 417, 27 K.) angeben, *Ἀκέσανδρος ἐν τοῖς περὶ Κυρήνης* berichtet, *ἐπ' Εὐρυπύλου βασιλεύοντος Κυρήνης ὡς ὑπ' Ἀπόλλωνος διακομισθείη ἡ Κυρήνη. λέοντος δὲ τὴν χώραν λυμαινομένου προθείη τὴν βασιλείαν ὁ Εὐρύπυλος ἆθλον τῷ ἀποκτενοῦντι τὸν λέοντα· τὴν δὲ διαχρήσασθαι αὐτόν.* Vgl. ebend. 509 und zu 4, 1561. Was also Pindar von der Lapithenjungfrau singt (*Pyth.* 9, 18–23), dass sie mit Speer und Schwert gerüstet die wilden Thiere vertilgt und die Herden ihres Vaters geschützt habe, sehen wir, ist bei Callimachus und in dem Bericht des *Ἀκέσανδρος* auf die Herden des Eurypylos übertragen, denen sie durch die Erlegung des Löwen Schutz und Sicherheit gewährt. Löwen in Libyen hilft auch Apollo dem Battus von der neuen Ansiedelung abwehren bei Pindar *Pyth.* 5, 55 ff. Dagegen lässt Pindar *Pyth.* 9, 26 ff. den Löwenkampf der Jungfrau in Thessalien vor sich gehen, wie sie hier auch ihres Vaters Herden schützte, und Apollo von Bewunderung über die kühne Kämpferin ergriffen, führt sie erst nach dem erfolgreich ausgeführten Wagestück mit sich nach Libyen fort. Bei Callimachus ist alles in untadeligem Zusammenhang und die von ihm befolgte Fassung der Sage war, wie wir sehen, nicht vereinzelt und ist schwerlich von ihm ersonnen worden[1].

Callimachus schliesst die Scene ab (V. 93), indem er zum Eingang zurückkehrt (85): 'Einen herrlicheren (*θεώτερον*) Reigen als jenen (*κείνου* V. 93, den vorbezeichneten, den die Ansiedler noch vor Gründung der Stadt aufgeführt) hat Apollo nicht gesehen.' Aber mit dieser Wiederaufnahme des früher ausgesprochenen verbinden sich nun in bequemer Anknüpfung die Schlussgedanken: 'und nachdem sie gegründet war, hat der Gott der Städtegründung keiner Stadt so viel Heilsames verliehen als der Stadt Cyrene, eingedenk des früheren Raubes (94. 95), den er an der Nymphe Cyrene verübt', indem in einem einleuchtenden Beispiel Name der Stadt und Name der Nymphe in demselben Gedanken verwoben sind. 'Aber auch ihrerseits haben die Battiaden, die Könige aus dem Hause des Battus, keinen Gott mehr als den Apollo geehrt (95. 96).' So findet dieser ganze weit ausgesponnene dem städtegründenden Apollo gewidmete Theil, dessen kunstreiche Gliederung lichthell dem Betrachter entgegentritt, gewichtvoll seinen Abschluss in der Verehrung des Gottes, dem Alles gelten sollte; und wie kein Strich

[1] Die verschiedenen Versionen der Sage mit ihren Gewährsmännern näher zu verfolgen, ist nicht meine Absicht, so wenig als ich eine sachliche Erklärung des Hymnus versuchen wollte oder könnte. Nur so viel berühre ich, als räthlich oder erforderlich schien, um mir vor allem und, wenn es sein kann, auch anderen Callimachus' Darstellung verständlich und anschaulich zu machen. Im Übrigen sei auf Studniczka verwiesen, den hier besonders in Betracht gezogenen Aufsatz im Hermes und sein Buch über Kyrene (Leipzig 1890).

in dieser Zeichnung über den Apollo hinausreicht, so auch kein Zug über die alte Zeit der Battiadenherrschaft Cyrenes.

Dennoch hat gerade dieser Abschnitt den Bemühungen der neueren Interpreten, Callimachus' Hymnus als ein Zeitbild unmittelbarster Gegenwart zu deuten, reichlichen Vorschub geleistet. So hat Studniczka einen Gedanken von Richter aufnehmend und weiterführend darzuthun versucht und andere überzeugt[1], dass das Bild von Apollo mit seiner Braut Cyrene nur der mythologische Schleier sei, hinter welchem man den regierenden König Ptolemaeus Euergetes und seine Braut Berenice, des Magas Tochter, zu erkennen habe. Sein Beweis beruht wesentlich darauf, dass Callimachus im Hymnus auf Artemis (3) den Löwenkampf der Cyrene nach Thessalien, in dem Apollohymnus (2) hingegen, wie wir sahen, nach Libyen verlegt hätte, und dass, wenn er in dem späteren Hymnus eine solche Umformung der Sage vorgenommen, dies seine Erklärung nur darin finden könne, dass er in dem veränderten Mythus eine Verherrlichung des jungen Königspaares beabsichtigt habe, das seine Verbindung der Erlegung auch eines, freilich anders gearteten, Löwen zu danken habe. Uns hat sich ergeben, dass der dritte Hymnus, der ein, zwei Mal directe Beziehung auf den zweiten zu nehmen schien (s. zu V. 35 und 70), der spätere sei, so dass, wenn beide den Löwenkampf in verschiedener Weise darstellen, man nur beim dritten fragen könnte, warum der Dichter von der früher befolgten Sagenform später abgewichen sei, zumal wir sahen, dass die im zweiten Hymnus ausgeführte Libysche Tradition nicht vereinzelt und darum auch schwerlich als eine freie Erfindung des Dichters anzusehen sei. Vollends aber würden Studniczka's Combinationen ihren Halt verlieren, wenn sich zeigen liess, dass in dem dritten Hymnus Cyrene's Löwenkampf überhaupt nicht erwähnt sei. Mitten unter der Aufzählung der von der Artemis erkorenen Gefährtinnen werden der Cyrene folgende drei Verse gewidmet (3, 206)

καὶ μὴν Κυρήνην ἑταρίσσαο, τῇ ποτ' ἔδωκας
αὐτὴ θηρητῆρε δύω κύνε, τοῖς ἔνι κούρη
Ὑψηὶς παρὰ τύμβον Ἰώλκιον ἔμμορ' ἀέθλου.

Hierin ist zwar eine thessalische Örtlichkeit bezeichnet, aber ein klarer Hinweis auf den Kampf der Jungfrau mit dem Löwen ist in diesen Versen nicht enthalten, ja die Ausdrücke *Ὑψηὶς παρὰ τύμβον Ἰώλκιον ἔμμορ' ἀέθλου* scheinen mehr auf Leichenspiele zu deuten, wie sie am *τύμβος* eines Verstorbenen veranstaltet zu werden pflegten[2], und Meineke war

[1] Ehrlich a. a. O. S. 65.

[2] Pindar *Nem.* 4, 20 *Ἀμφιτρύωνος ἀγλαὸν παρὰ τύμβον* und die Schol. und Dissen bei Boeckh S. 382 u. 325. Rohde *Psyche* S. 18 u. 140 f. u. ö. — Mit Callimachus' Ausdruck vergl. Ion (*Trag. Graec. frgm.* p. 732 Nauck) *οἴσει δὲ δῶρον ἄξιον δραμήματος ἔκπωμα δακτυλωτόν, ἄχραντον πυρί, Πελίου μὲν ἆθλον, Κάστορος δ' ἔργον ποδῶν.*

nicht im Unrecht, in der Erwähnung des *τύμβος* von Iolcus eine Andeutung der berühmten *ἆθλα ἐπὶ Πελίᾳ* zu finden. Und nicht undenkbar wäre, dass in diesen, wie Atalanta im Ringen (Apollodor 3, 106. 164), so Cyrene einen Preis (*ἆθλον*) etwa im Wettlauf erlangt hätte. Die alte Erklärung, die Studniczka mit Schneider befolgt, scheinen die *θηρητῆρε δύω κύνε* besonders zu stützen, mit denen (unter denen) Cyrene ihr *ἆθλον* am Grabmal in Iolcus gewann. Als Jägerin, Jagdgenossin der Artemis, ist in diesem Hymnus die Hypseis gedacht, und als Jägerin hat sie Pindar gezeichnet *Pyth.* 9, 20 *ἀκόντεσσίν τε χαλκέοις φασγάνῳ τε μαρναμένα κεράιζεν ἀγρίους θῆρας, ἦ πολλάν τε καὶ ἡσύχιον βουσὶν εἰρήναν παρέχοισα πατρῴαις*, bei dem sie jedoch in den gleich folgenden Versen (27 ff.) den Löwen ohne Waffen bloss im Ringen bewältigt *κίχε νιν λέοντί ποτ' εὐρυφαρέτρας ὀμβρίμῳ μούναν παλαίοισαν ἄτερ ἐγχέων ἑκάεργος Ἀπόλλων*. Aber aus den Jagdhunden allein ist nicht schon auf die Bezwingung des Löwen zu schliessen, die im Übrigen kein Wort bezeichnet. Artemis lässt sich V. 91 vom Pan Hunde schenken, *οἵ ῥα λέοντας αὐτοὺς ἀνερύοντες, ὅτε δράξαιντο δεράων, εἷλκον ἔτι ζώοντας ἐπ' αὐλίον*, aber andere (94 ff.) *θάσσονας αὐράων Κυνοσουρίδας, αἵ ῥα διῶξαι ὤκισται νεβρούς τε καὶ οὐ μύοντα λαγωόν κτλ.* Und obwohl die Hunde mit ihr fortstürmen (98 *μετὰ καὶ κύνες ἐσσεύοντο*), die Hirsche, auf die sie trifft, fängt sie im Lauf ohne die Hunde (105 *πίσυρας δ' ἕλες ὦκα θέουσα νόσφι κυνοδρομίης*), ungefähr wie Pindar vom Achill sagt (*Nem.* 3, 45) *ἴσα τ' ἀνέμοις μάχᾳ λεόντεσσιν ἀγροτέροις ἔπρασσεν φόνον ... (51) κτείνοντ' ἐλάφους ἄνευ κυνῶν δολίων θ' ἑρκέων· ποσσὶ γὰρ κράτεσκε.* Und wenn Catullus 64, 340 von demselben Achill schreibt *qui persaepe vago victor certamine cursus flammea praevertit celeris vestigia cervae* (vgl. Iphig. Aul. 206. 209. 225), dürften wir nicht glauben, dass Cyrene mit oder unter ihren windschnellen Jagdhunden, die Artemis schenkte, einen Preis im Wettlauf errang? Doch ich bin weit entfernt, zu bestimmen, welche Art von Wettkampf es war, in welchem der Cyrene das *ἆθλον* zu Theil ward: nur dass es der Löwenkampf, dieses vielgepriesene Abenteuer, nicht sei, da jedes unzweideutige Zeichen fehlt und die Ausdrücke so gewählt sind, dass sie den Leser fast unwillkürlich nach entgegengesetzter Seite leiten müssen[2], das wage ich mit etwas mehr Zuversicht auszusprechen, und entfällt daher in meinen Augen auch von dieser Seite jeder Anlass nach Gründen für eine veränderte Sagendarstellung zu forschen, die als nicht vorhanden sich erweist. Doch urtheile man über den dritten Hymnus und die hier der Cyrene eingeräumten drei Zeilen, wie man wolle,

---

[1] Man sehe auch, wie in den gleich folgenden Versen 215—223 die Atalanta, die den Calydonischen Eber bezwang, gezeichnet ist.

man wird doch nicht erweisen können, dass in der Darstellung des Apollo und der Hypseis in unserem Hymnus mehr und anderes enthalten sei, als die mythische Zeichnung des Gottes darbietet, die festgefügt, wie sie ist, und in geschlossenem Zusammenhang durch die gewaltsame Einmengung des Fremdartigen, das doch nirgendwo dem Gegebenen sich passend anschmiegt, nur zerstört und geschädigt wird.

Wenn aber Andere den Hymnus auf Apollo als ein Festgedicht zur Feier der Carneen und zwar der Carneen in Cyrene[1] ansehen, dessen Gründungssage den Kern und das Ziel des ganzen Gedichtes ausmache, so habe ich, indem ich dem Gang des Gedichtes in paraphrasirender Auslegung folgte, zu zeigen versucht, dass der *Καρνεῖος* und die *Καρνεῖα* nur Ein Moment seien in der von Callimachus eigenthümlich geformten historischen Darlegung der Gründung Cyrenes, und dass diese selbst nur Ein Beispiel sei, ein dem Dichter persönlich am Herzen liegendes, für die Bedeutung des Apollo als des Beschützers der Stadtgründung und Colonieaussendung, dass aber dieses besondere Verdienst des Gottes in der Reihe der verschiedenen Eigenschaften, die der Hymnus preist, als ein selbständiges Glied den übrigen gleichartig und gleichwerthig an die Seite trete.

Diese Auffassung des Gedichtes empfängt, wenn ich nicht irre, noch eine Bestätigung aus der letzten Gruppe des eigentlichen Lobgesanges.

ἰὴ ἰὴ παιῆον ἀκούομεν, οὕνεκα τοῦτο
Δελφός τοι πρώτιστον ἐφύμνιον εὕρετο λαός.
ἦμος ἐκηβολίην χρυσέων ἐπεδείκνυσο τόξων.
100 *Πυθώ τοι κατιόντι συνήντετο δαιμόνιος θήρ,*
αἰνὸς ὄφις. τὸν μὲν σὺ κατήναρες, ἄλλον ἐπ' ἄλλῳ
βάλλων ὠκὺν οἰστόν· ἐπηύτησε δὲ λαὸς
'ἰὴ ἰὴ παιῆον, ἵει βέλος, εὐθύ σε μήτηρ
γείνατ' ἀοσσητῆρα'· τὸ δ' ἐξέτι κεῖθεν ἀείδῃ.

'*ἰὴ ἰὴ παιῆον* hören wir[2] (nicht etwa jetzt, weil ein derartiger Festgesang ertönte, sondern immer, so oft Apollo besungen wird, d. h. die Anwendung des Rufes hat ihren Grund) weil das Delphische Volk diesen Zuruf zuerst erfand, als du eine Probe deiner Ferntreffkunst mit deinem goldenen Bogen gabst. Wie du nach Pytho hinabgingst, kam dir das Unthier, der Drache, entgegen, den erlegtest du, Pfeil auf Pfeil schiessend, und das Volk rief dazu "*ἰὴ παιῆον*, (*ἵει βέλος*) schiesse: deine Mutter hat dich uns gleich als Heiland geboren". Seit der Zeit ertönt dieser Ruf.' Der Schluss kehrt zum Anfang zurück (wie 57–64; 85–93), wodurch das Ganze als selbständiges Kolon umschlossen wird, und um so deut-

---

[1] Ehrlich a. a. O. S. 61 f.

[2] *ἀκούομεν* wie *κικλήσκομεν* V. 47, wie dort bemerkt ist.

licher heraustritt, dass der Dichter keinen anderen Zweck hatte, als zu erklären, seit wann und bei welcher Gelegenheit der Ruf *ἰὴ παιῆον* in Gebrauch gekommen. Nichts lag Callimachus ferner als die Sage vom Pythontödtenden Apollo zu entfalten; auf jene Frage, die ihn allein beschäftigt, giebt er die Antwort, indem er den thatsächlichen Anlass bezeichnet und den Sinn des Rufes, selbst bis auf den Wortlaut (103. 104), erklärt.

Man hat angenommen (Böckh Comment. z. Pind. *Pyth.* 5 S. 258), dass auch in Cyrene Apollo mit dem Ephymnion *ἰὴ παιῆον* angerufen worden, was man leicht einräumen kann. Aber die aus diesem Grunde vorausgesetzte Verbindung der mit *ἰὴ παιῆον* anhebenden Verse (97 ff.) mit dem über Cyrene Ausgeführten ist irrig: das Kolon selbst, richtig verstanden, beweist es; und Hr. von Wilamowitz, obwohl ich gegen seine nicht durchgeführte Perikopenabtheilung ein Bedenken geäussert habe, war doch hier im Recht, die Trennung zu bezeichnen und sie war nützlich. Diejenigen aber, welche die Gründung Cyrenes und das damit zusammenhängende Carneenfest als letztes Ziel des Gedichtes ansehen, hätten die Frage beantworten müssen, wie es zu erklären sei, dass hier, nach der breiteren Ausführung über Cyrene und die Stadtgründung, ohne irgend ersichtlichen Zusammenhang damit, vollends am Schluss des eigentlichen Lobgesanges ein Gegenstand wie der erörterte habe Platz finden können. Denn entweder muss sich dafür ein einleuchtender Grund angeben lassen, oder jene Bestimmung des Zweckes des Gedichtes kann nicht zutreffend sein. Richtig angesehen, wird dieses Schlusskolon in seiner selbständigen und losgelösten Verfassung vielmehr als ein neuer Beweis dafür zu gelten haben, dass die einzelnen Gruppen, obwohl sie alle ihre nirgends verkennbare Beziehung zu dem Gotte haben, der den Mittelpunkt der Darstellung abgiebt, unter sich nicht in eine sachliche Verbindung gebracht sein sollten. Oder wird man bezweifeln, dass, wenn Callimachus darauf ausgegangen wäre, er die Erzählung von der Erlegung des Python an geeigneter Stelle fest in den Zusammenhang der Darstellung ohne Mühe hätte einfügen können? Dass aber das sein Zweck nicht war, können auch andere Ausführungen zeigen. Pindar hat *Pyth.* 5, 64 ff. die Künste, über welche Apollo gebietet, Heil- und Musenkunst und die Weissagung, in Beziehung gesetzt zu dem, was der Gott der Stadt Cyrene Heilsames verliehen. Callimachus, obwohl er versichert, Apollo habe keiner Stadt *τόσα ὀφέλσιμα* gebracht *τόσσα Κυρήνῃ* (94), hat eine ähnliche Verknüpfung nicht gewollt, für ihn ist die Vielseitigkeit der Kunst, die dem Apollo eigen ist (V. 42–46), ein einzelnes Moment neben anderen in dem Ganzen des Lobgesanges. Auch für den *Ἀπόλλων Νόμιος* (47–54) hätte leicht eine Anknüpfung sich darbieten können in dem *Ἀρισταῖος*, dem Sprössling

aus Apollo's Verbindung mit der Cyrene, der Ἀγρεὺς καὶ Νόμιος hiess (Pindar *Pyth.* 9, 65. Apollon. 2, 507 u. schol.). Und wer wollte dem sinnreichen Dichter die Hand führen? Er hat eine Verbindung verschmäht, setzt die Erklärung des Namens Νόμιος nicht mit Cyrene, sondern mit Admet und der Thessalischen Sage in Beziehung und lässt sie eine Gruppe für sich bilden. Ja, da den Schätzereichthum zu begründen, auf Python verwiesen wird (V. 35 Πυθῶνί κε τεκμήραιο), warum nicht dies wenigstens in die Sage von der Erlegung des Pythischen Unthiers gemischt?

So halten wir daran fest, dass die einzelnen Momente, aus denen der Lobgesang des Gottes sich zusammenfügt, frei und unverbunden, wenn auch in nicht unzweckmässiger Abfolge, für sich stehen, und geben den Gedanken auf, eines derselben, gegen die Absicht des Dichters, als das Vorwiegende zum Ziel einer Dichtung zu machen, die den vielseitigen Gott nach seinen verschiedenen Seiten im Lobgesange zu erheben beabsichtigte.

Es erübrigt noch das von dem Lobgesang selbst getrennte, für sich stehende Schlusskolon des ganzen Gedichts (105–113)

105 ὁ Φθόνος Ἀπόλλωνος ἐπ' οὔατα λάθριος εἶπεν
'οὐκ ἄγαμαι τὸν ἀοιδὸν ὃς οὐδ' ὅσα πόντος ἀείδει'.
τὸν Φθόνον ὡπόλλων ποδί τ' ἤλασεν ὧδέ τ' ἔειπεν
'Ἀσσυρίου ποταμοῖο μέγας ῥόος, ἀλλὰ τὰ πολλὰ
λύματα γῆς καὶ πολλὸν ἐφ' ὕδατι συρφετὸν ἕλκει.
110 Δηοῖ δ' οὐκ ἀπὸ παντὸς ὕδωρ φορέουσι μέλισσαι,
ἀλλ' ἥτις καθαρή τε καὶ ἀχράαντος ἀνέρπει
πίδακος ἐξ ἱερῆς ὀλίγη λιβὰς ἄκρον ἄωτον.'

Es kann meine Absicht nicht sein, die vielen Fragen und Erörterungen, die sich im Ganzen und im Einzelnen an diese Verse knüpfen, einer Prüfung zu unterziehen. Es möge genügen, kurz zu sagen, wie ich meine, sie auffassen zu sollen.

Callimachus wehrt im Voraus möglichen Tadel seiner Dichtung ab. Das Besondere seines Hymnus liegt (wie ich ähnlich über den Zeushymnus geurtheilt habe) in der Auswahl und in der Formation der hier zum Lobgesang vereinigten Mythen. Er hat aus einem reichhaltigen Mythenschatz ausgelesen, was ihm für sein Preislied des Gottes passend erschienen, und hat dem Ausgewählten in zierlicher Knappheit (die gewisse Breiten im Einzelnen nicht ausschliesst) ein eigenthümliches Gepräge verliehen. Gerade das, was Callimachus als einen besonderen Vorzug seiner Dichtung empfand, der es verschmähte, im grossen Strom epischer Darstellung, wie sein Stoff wohl gestattete, sich zu ergiessen, sondern es vorzog, die mannigfaltigen Seiten seines Gegenstandes in zusammengefasster Rede zu anschaulichem Ausdruck zu



bringen, war auch geeignet, den Tadel wachzurufen derer, die anderes von der Dichtung erwarteten als Callimachus zu geben beabsichtigte. Ein solches Gedicht zu machen, mochten sie denken, ist kein Kunststück (*similes horum mille die versus deduci posse*). Denen entgegnet er: Wollt ihr es tadeln, dass ich keinen grossen Schwall gemacht habe, so wisset, der Euphrat ist ein mächtiger Strom, aber er führt viel Schlamm mit sich (*lutulentus fluit* nach Horatius' Ausdruck), der Demeter dagegen bringen die Melissen nicht Wasser von allem, sondern nur das Reinste von dem wenigen Nass, das ungetrübt aus heiliger Quelle fliesst[1]. Das doppelte Gleichniss, dessen Anwendung auf die Dichtung keiner Erläuterung bedarf, zeigt deutlich, wie Callimachus seine Dichtung angesehen wissen wollte.

Nun hat diese Abfertigung der Tadler nicht Callimachus ausgesprochen, sondern er hat sie dem Gotte, dem sein Loblied galt, in den Mund gelegt, der ja über das was einer ihm *κατὰ θυμὸν ἀείδει* (V. 28) muss urtheilen können. Damit war die erzählende Form gegeben, die doch nicht hindert, dass alles auf das vorliegende Gedicht bezogen wird. Der **Φθόνος** (die Personificirung des neidischen Tadels) raunte dem Apollo heimlich in's Ohr: ich bewundere den Sänger nicht, der nicht so viel wie der Meeresschwall singt; den stiess Apollo mit dem Fuss davon und sagte: 'der Assyrische Strom' u. s. w.

Wer nun hier unter dem Apollo nicht den Gott, sondern den König Ptolemaeus versteht, der die Tadler des Dichters zurückweisen werde, der sieht nicht, wie sehr er durch diese Deutung den Dichter schädigt und die Feinheit seiner Erfindung mit einer *ἄγροικος σοφία*, sagt Socrates, zerstört. Aber auch der Gedanke ist fern zu halten, dass ein von diesem Gedicht völlig abliegender litterarischer Streit mit einem zeitgenössischen Dichter die Äusserung des Callimachus veranlasst habe. An ungünstigen Urtheilen hat es ihm sicher nicht gefehlt, zumal er gewissen Richtungen der Zeit feindselig gegenüberstand. Das war ausreichend, um diese Abwehr der Tadler mit alleiniger Beziehung auf das vorliegende Gedicht begreiflich zu machen.

Es ist das Schlusswort an die *critici*; und dies giebt auch, dünkt mich, den genügenden Beweis dafür, dass es sich nicht sowohl um ein Cultuslied zur Aufführung als um eine litterarische Leistung handelt, die dem Urtheil des Publicums unterzogen wird und die der Dichter richtig beurtheilt zu sehen wünschen muss.

---

[1] Ich weiss nicht, ob ich richtig verstehe, aber ich möchte V. 112 das Komma vor *ἄκρον* beseitigt sehen, damit man verbinden könnte, *ἄκρον ἄωτον ὀλίγης λιβάδος ἥτις .. ἀνέρπει ἐξ ἱερῆς πίδακος*, was eine festere Fügung des Ausdrucks und eine Steigerung des Gedankens ergäbe; dass es aber heisst *ἥτις ἀνέρπει .. ὀλίγη λιβάς* statt *ὀλίγης λιβάδος ἥτις ἀνέρπει* ist bekanntem Gebrauche entsprechend.

Zum Schluss das übliche Lebewohl an den besungenen Gott, hier vermischt mit einer Bekräftigung der von Apollo ausgesprochenen Zurückweisung des Tadlers. Lebe wohl, König: der Tadel aber gehe zum Henker: *χαῖρε ἄναξ, ὁ δὲ Μῶμος, ἵν' ὁ φθόρος*[1], *ἔνθα νέοιτο.*

---

[1] Es gelingt mir nicht, den Zusammenhang des Gedankens festzuhalten und mir verständlich zu machen, wenn nicht *Μῶμος* (113) mit *Φθόνος* (105. 107) nur im Ausdruck variirt, in der Sache identisch ist. Dass *Φθόνος* den Tadel bezeichnen könne, wie *Μῶμος*, wird man kaum bezweifeln dürfen Angesichts einer Stelle wie Euripid. *Electr.* 900 ff.

— *νεκροὺς ὑβρίζειν, μή μέ τις φθόνῳ βάλῃ*
— *οὐκ ἔστιν οὐδεὶς ὅστις ἄν μέμψαιτό σε.*
— *δυσάρεστος ἡμῶν καὶ φιλόψογος πόλις*

wo die drei Ausdrücke für Tadel unterschiedslos wechseln. Denn H. Weil zu 902 legt vielleicht schon zu viel in *φθόνῳ βάλῃ* hinein. Ebenso Wilamowitz Herm. 18 S. 224 zu V. 30. Ich bestreite natürlich nicht den tieferen Sinn, den beide Gelehrte in *φθόνος* erkennen, sondern meine nur, das Wort sei gelegentlich im Gebrauch bis zu der Bedeutung von *ψόγος* abgeschwächt worden. Aeschyl. *Agam.* 250 *κλύοιμ' ἂν εὔφρων*, sagt der Chor zu Klytaemnestra, *οὐδὲ σιγώσῃ φθόνος*, was der Scholiast erklärt *εἰ μὴ θέλεις εἰπεῖν, οὐ μεμψαίμην ἄν*; und mehr kann nicht darin liegen. Vgl. auch *Agam.* 901

— *μή νυν τὸν ἀνθρώπειον αἰδεσθῇς ψόγον*
— *φήμη γε μέντοι δημόθρους μέγα σθένει.*
— *ὁ δ' ἀφθόνητός γ' οὐκ ἐπίζηλος πέλει*

und Soph. *Electr.* 641. — Wenn aber *Φθόνος* und *Μῶμος* bei Callimachus Eins ist, kann es dann im letzten Vers nicht heissen *ἵν' ὁ Φθόνος*, sondern nur *ἵν' ὁ φθόρος*, wie die Handschriften haben.





Kesselfang bei den Westsachsen im siebenten Jahrhundert.

Von Prof. Dr. F. LIEBERMANN
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. BRUNNER am 18. Juni [s. oben S. 679].)

Die uns erhaltene Lateinische Liturgie des Englischen Gottesurtheils entstammt dem Frankenreiche[1] und ist nicht vor dem Ende des 10. Jhs. überliefert[2]. Die Englisch geschriebenen Ritualformeln[3] und die staatliche Verordnung über Ordal-Abhaltung[4] zeigen spät-Angelsächsische Sprache. In den Gesetzen mit Königsnamen erwähnt des Ordals zuerst der von Eadward bestätigte Friede Guthrums[5]. Die Sprache einer Kentischen Beschwörung vor dem Ordalgang setzt Sweet[6] nur über 900 hinauf. So entstand die Meinung, das Ordal erscheine in England erst zur Dänenzeit[7]. Allein es steht schon in Ines Gesetz an drei Stellen und ist nur durch Missverständniss Eines Wortes, durch Vernachlässigung Eines Buchstaben der Rechtsgeschichte entgangen.

Ein Original von Alfreds Gesetz, in dessen Anhang allein uns Ines Recht erhalten ist, fehlt. Alle Handschriften gehen zurück auf einen Archetyp *a*, welcher die Capitel so unlogisch zählt und überschreibt, dass man Ziffern und Rubriken dem grossen König nicht unterschieben, also *a* nicht für Alfredisch halten darf. Die älteste Handschrift E[8] ist freilich nur ein oder zwei Menschenalter nach seinem Tode geschrieben und bewahrt durchgehend ältere Sprachformen als die übrigen Codices. Dennoch begeht sie Auslassungen und sonstige

[1] BRUNNER *Deutsche Rechtsgesch.* II 401.

[2] ZEUMER *Formulae* 710. Unter den nicht benutzten Hss. sind Cambridge Corpus 146 und 422 vom 11. Jh., n. 70 vom 14. Jh., Cambridge Trinity B 11, 10 vom 12. Jh., das *Dunelm. rituale* (ed. STEVENSON) vom 10. Jh. ZEUMER bezeichnet als Englisch p. 601. 720 auch seine *Appendices* II. IV aus Hss. des 11–13. Jhs.; und seine Appendix III druckten 1568 Lambarde (*Archaionomia*) und 1577 Harrison (neu edirt von FURNIVALL, *New Shakespeare soc.* I 193).

[3] Cambridge Corpus 422.

[4] SCHMID *Gesetze der Angelsachsen*, App. XVI.

[5] EGu 9; SCHMID 124.

[6] *Oldest English texts* 176. Auch hier heisst *ordal* schon technisch: Gottesurtheil.

[7] Zuerst STEENSTRUP, zuletzt POLLOCK *Hist. of Engl. law* I 16.

[8] Cambridge Corpus 173.



Fehler gegenüber allen anderen Hss., ist also nicht deren Vorlage. Unter diesen (von denen zwei an unseren drei Stellen Lücken zeigen, also hier fortfallen) enthält G[1], um 1070, jetzt nur noch die Rubriken. Die übrigen zwei, B[2] um 1130 und H[3] um 1120, gehen auf Eine Vorlage bh zurück. Eine ebenfalls verlorene Vorlage v benützte der Anglonormannische Übersetzer im Quadripartitus[4] um 1114. Da bh und v nicht aus G, und bh nicht aus v floss, da sie auch keine Verwandtschaft zeigen, sie sich nicht durch Abstammung aus *a* erklärte, so haben sie, wenn sie übereinstimmen, ausser bei sprachlichen Modernisirungen, dreifachen Werth gegenüber E.

Die drei Stellen lauten[5]:

37. Se cirlisca mon se ðe oft betygen wære ðiefðe ⁊ þon*ne* æt siðestan synnigne gefó in ceace[6] oððe elles æt openre scylde, slea him mon hond óf oððe fót.

Wenn ein gemeinfreier Mensch [schon] oft bescholten war, und man ihn dann zuletzt als Schuldigen fasst im Kesselfang oder sonst bei offener Missethat, so haue man ihm Hand oder Fuss ab.

62. Be þon þe mon to ceace[7] fordræfe.

Davon dass man zum Kesselfange zwingt.

þon*ne* mon bið tyhtlan betygen, ⁊ hine mon bedrifeð to ceace,[8] nah þon*ne* self nane wiht to gesellanne beforan ceace[9], þon*ne* gæð oðer mon, seleð his ceap fore, swa he þon*ne* geþingian mæge, on ða rædenne, þe he him ga to honda, oð ðæt he his ceap him geinnian mæge: þon*ne* betyhð hine mon eft oþre siðe ⁊ bedrifð to ceace[10], gif hine forð nele forstandan se ðe him ær ceap foresealde, ⁊ he hine þon*ne* forfehð, þolige þon*ne* his ceapes se ðe he him ær foresealde.

Wenn Jemand einer Strafsache angeschuldigt ist und zum Kesselfange gezwungen wird, aber selbst nichts vor dem Kessel[11] herzugeben besitzt, wenn dann ein Dritter kommt [und] sein Gut[12] vorschiesst (je wie er dann [mit dem Kläger] abmachen kann) auf die Bedingung hin, dass ihm der Schuldner diene, bis dass er[12a] ihm sein Gut[12] einbringen kann: es wird aber jener Schuldner späterhin zum zweiten Male[13] verklagt und zum Kesselfange gezwungen; wenn der Leister des früheren Vorschusses nicht ferner für ihn einstehn will, und jener dann [dem zweiten Kläger] verfangen wird, so verliere[14] dann der Leister des früheren Vorschusses dieses Gut[12].

---

[1] Cotton Nero A 1.

[2] Cambridge Corpus 383.

[3] Textus Roffensis.

[4] Vergl. meinen *Quadripartitus* p. 44.

[5] Für den Sinn gleichgiltige Varianten bleiben fort; die Rubrik steht in *a* nicht vor 62, sondern in der Rubrikenliste.

[6] so bh; *ceape* E und (da *captale* Quadr.) v.

[7] so G. bh. v; *ceape* E.

[8] so bh; *ceace* neben *ceape* (da *fauces* Quadr. II, *captale* Quadr. I) v; *ceape* E.

[9] so bh und (da *certamen* Quadr.) v; *ceape* E.

[10] so bh; *ceape* E und (da *componendum* Quadr.) v.

[11] Als Abfindung vor Vollziehung des Ordals. Vergl. Lex Salica 53: de manu ad eneo redimenda und Brunner II 407.

[12] = Fahrhabe, namentlich Vieh. [12a] Schuldner.

[13] Nicht nothwendig an anderer Dingstätte, wie Stephen *Hist. of crim. law* I 69 meint.

[14] Ein Fränkisches Capitular verordnet 803: »Wenn ein Selbstverpfändeter Jemandem etwas verbricht, zahle der Pfandgläubiger den Schaden oder liefere den

Diese Stellen zeigen denselben Stil wie andere, die unzweifelhaft vom Ordal handeln, und umgeben *ceac* mit Rechtsnormen, die entweder anderswo neben dem Gottesgericht erscheinen oder wenigstens ihm nicht zuwiderlaufen. Keinen Anstoss erregt »Kessel« statt »Kesselprobe«; denn ebenso sagen spätere Englische Rechtsquellen »Eisen«[1] statt »Gottesgericht heissen Eisens«, »Wasser« statt »Wasserordal«[2] und »Probebissen«[3] statt »des Ordals«[4], die Lex Salica *ad aeneum ambulare*, der Frise *to tha sthitle gunga*[5]. Für »Kesselgriff« fehlt den Angelsachsen auch später, wie manchen anderen Germanen, ein besonderer Ausdruck. — *Bedrifan*[6] *to* sagt Ine auch sonst vom Kläger der Verklagten zwingt etwas auf sich zu nehmen[7]; *bedrifan to ceace* ist Fränkisch *ad aeneum provocare*, *admallare*[8]. — Die zum Ordal führende Klage heisst auch sonst *tihtla*[9]. — Ine 37 handelt vom oft Bescholtenen; gerade diese Eides Unfähigen müssen später zum Ordal[10]. — Als einen Fall, in welchem der Dieb Leibesstrafe leidet, nennt späteres Recht[11] neben handhafter That das misslungene Ordal und verhängt dafür Tod[12] oder, wie Ine, Verstümmelung[13]. — *Forstandan* heisst auch sonst das Eintreten für solche Unglücklichen[14]. — Falls hier *ceap* für *ceapgyld* (Ersatzgeld)[15] steht, so wäre Busse und Strafgeld hinzuzudenken, was ja der Herr auch dem Schuldner vorschiessen müsste. — Nur über den Anspruch des Klägers, nicht über das Strafgeld, dürfen die Parteien »dingen«, auch dann noch wenn das Beweisurtheil bereits auf Ordal lautete, welches dann natürlich unterbleibt: *gif hwa þingie for ordal, þingie on þam ceapgilde*[16]. — *Beforan*

Verpfändeten im Gericht aus, unter Verlust seiner Pfandsumme« [dies wiederholt in England der Compilator der Leges Henr. 89, 3]; Price *Ancient laws* 62 vergleicht ausserdem Formeln [Andegavenses]; andere Parallelen nennt Brunner II 443. 478.

[1] II As 14, 1; III Atr 6; *hine werige mid irene* II Wl 2 f.

[2] II As 23, 1; III Atr 6; I Wl 15; Glanvilla 14, 1, 8.

[3] VIII Atr. 22. 24; I Cn 5, 2.

[4] Umgekehrt steht *ordal* statt »Eisen« und »Wasser« Schmid App. XVI Pr. 3.

[5] Richthofen *Altfris. Wb.* s. v. *ketel.*

[6] *nyd fordraf* (Noth zwang); Grein *Glossar* (Also nicht bloss »vertreiben«).

[7] 48; 54, 2; ähnlich Frisisch: Richthofen s. v. *driva.*

[8] Brunner II 406 n. 29.

[9] II As 23, 2.

[10] I Ew 3; II As 7; VI As 1, 4; I Atr 1, 1; 1, 4; III Atr 3; II Cn 30; Hn 65, 3; 67, 1.

[11] *Fur non vita dignus, si.. in ordalio reus vel per aliud aliquid culpabilis innotescat* IV As 6.

[12] VI As 1, 4; I Atr 1, 6; 2; III Atr 4, 1; 8; II Cn 32; Blas.

[13] II Cn 30, 4.

[14] VI As 1, 4.

[15] Schmid 543.

[16] II As 21. Zwar versprach auch bei den Angelsachsen der Verurtheilte den Vollzug des Ordals unter Pfand oder Bürgschaft; II As 23; III Atr 7; II Cn 35. Doch meint Ine sicher nicht diese kleine Summe; denn statt sich ihretwegen zu verpfänden,

ordale entspricht entweder genau diesem *for ordal* in voriger Zeile, heisst also »für das Gottesurtheil, statt des Kesselfangs«[1], oder aber *beforan* bedeutet, wie gewöhnlich, »in Gegenwart von«, wobei der gegenwärtige Gegenstand, der Kessel, das beim Misslingen drohende Verbrühen der Hand sammt folgender Leibesstrafe, als einwirkend[2] gedacht wird. — Das Wort *ceac* endlich glossirt *urceus* und übersetzt »Becken«, *caucus*[3]. Letzterem ist es früh entlehnt[4]. Es fehlt den anderen Germanen, kommt Angelsächsisch nicht häufig vor und ist im Mittelenglischen verschollen[5]. Bereits der Quadripartitus versteht es nicht mehr.

Wie erklärt sich die Verschreibung *ceape* für *ceace*? Alfred gebraucht das Wort auch sonst[6]; der Rubricator führt es ein; und noch der Archetyp muss, laut bh's Lesung, es ursprünglich überall richtig bewahrt haben. Nachdem dieser aber durch die Vorlagen von bh und G copirt worden war, setzte vielleicht ein Leser in Ine 37 und zweimal in Ine 62 einen Punkt unter das zweite *c* und *p* darüber. Er gewann so für Ine 37 den erträglichen Sinn »beim Geschäfte«, für Ine 62 »zur Busszahlung«[7]; denn *ceape* kann beides bedeuten. So geändert mag *a* durch *v* copirt worden sein. E dagegen mag die angebahnte Änderung systematisch durchgeführt haben. Eine Spur dass v einmal *ceape* neben *ceace* las, bewahrt Quadripartitus da wo er eine Stelle in Ine 62 zuerst mit *captale*, in späterer Ausgabe mit *fauces* übersetzt.

Die gelehrten Versuche früherer Erklärer bedürfen nun noch der Widerlegung. Quadripartitus meinte unter *in captali* zu Ine 37 wahrscheinlich »mit gestohlener Fahrhabe«, denn *captale* braucht er sonst für »Vieh«. Allein englisches *in* heisst nicht »mit«. — Seine Rubrik zu In 62 lautet: *Si quis ad ceace pertrahatur, id est contamen* [*certamen* T] *vel fauces vel anclidiam.* Auf *fauces* verfiel er wohl durch Verwechselung des

---

brauchte ja der Verurtheilte nur bis zum Termine des Kesselfangs sich verhaften zu lassen.

[1] *He beforan manna synnum fæste* führt Thorpe, *Anc. laws* hierzu an aus Codex Vercellensis (worüber vergl. Wülker *Grundriss Angels. Liter.* 489). Diese Bedeutung fehlt Ags. Grammatiken und Wörterbüchern.

[2] Das kommt nicht erst Neuenglisch vor (Koch *Histor. Gramm. Engl.* ed. Zupitza II 358), sondern schon Mittelenglisch; Mätzner *Altengl. Spra.* II 232.

[3] Bosworth-Toller *Anglos. dict.* Sein Citat aus Alfred's Gregor-Übersetzung steht ed. Sweet p. 105: *ceac* heisst da das eherne Meer vor dem Tempel Salomonis.

[4] Aus Pogatscher *Lautlehre Grie. Lehnw.* vergleiche *sagma: seam*; auch Cosijn *Altwestsä. Gram.* § 92.

[5] Vielleicht vor *cytel* (Kessel), auch einem Lehnwort, aber den Skandinaven bekannt.

[6] S. o. Anm. 3.

[7] = *ad componendum* Quadripartitus.

masc. *ceac* mit dem fem. *ceace* (Backe, Wange[1]), dessen Dativ *ceacan* lauten müsste. Meint er unter *ad fauces pertrahi*: »am Halse zum Galgen geschleift werden?«[2] — *Contamen* soll vielleicht »Schande« heissen. Oder ist es verschrieben für *certamen*? — *Certamen* erklärt sich vielleicht durch ein Missverständniss eines das zweite *ce* wie *se* sprechenden Franzosen; denn *cease* würde allerdings »certamine« heissen[3]. — Eine Hs. des Quadripartitus liest *aneidiam*, die andere *ancillam*[4], beides wohl statt *anclidiam* »Schöpfrad«[5]. Er fand vermuthlich *ceac* mit »Eimer«, *cæcbora*: *antulus*[6] glossirt und erklärte sich das Wort, vielleicht auch durch *antliam* (Wasserpumpe) mit veranlasst, als ein Strafmittel.

Der nächste Erklärer, Lambard, druckt in Ine 37 aus E *in ceape* und übersetzt *venditione*. Ein blosser Marktbetrug wurde aber schwerlich mit Verstümmelung geahndet, kommt auch sonst umgeben von ganz anderen Rechtsnormen vor. — Zu Ine 62 verbindet Lambard E und B[7]; er übersetzt da *ceape*, wohl nur aus geistreicher Combination, mit *pignus*, welche Bedeutung aber weder in England noch bei anderen Germanen dafür vorkommt[8]; auch hat der Angelsachse andere Wörter für »Pfand«. *Beforan ceace* (aus B) übersetzt Lambard *ante litem aestimatam* vielleicht gemäss *certamen* des Quadripartitus[9]. — Somner setzte, wohl deshalb, an den Rand seiner Abschrift[10]: *ceast*[11] *fortasse* und verzeichnete in seinem Wörterbuche *ceace*: *exploratio*[12], vermuthlich nur den aus dem Zusammenhange von Ine 62 ungefähr richtig errathenen Sinn. — Wilkins nahm dies *ceace: ante explora-*

---

[1] *faux*: *cheke*, Mittelengl. Vocabular bei MÄTZNER.

[2] *fauces*: unterirdischer Kerker kam ihm kaum in den Sinn; auch *fauces* für *furcas* (Galgen) kommt wohl im Anglonormannischen Latein nicht vor. Ebenso wenig klärt hier die von SCHMID angezogene Glosse *mandibulas*: *ceacan*, *galgan*; denn *maxillam* [= *mandibulas*] steht nicht (wie SCHMID meint) im Quadripartitus, und *kāk* (Schandpfahl) gehört nicht hierher; s. folg. S.

[3] Dass der Frise das Gottesurtheil »Kampf, Streit« nennt (BRUNNER II 409 n. 44), wusste Quadripartitus schwerlich. Und wenn er »Rechtsstreit« etwa aus *ceape* (negotio) abgeleitet hätte, so würde er dafür nicht »certamine«, sondern *lite* (*causa*, *placito*) gesagt haben.

[4] *maxillam*, wie PRICE vermuthet, wäre (namentlich neben *fauces*) nie verschrieben worden, gäbe auch keinen Sinn.

[5] Ducange.

[6] Im Corpus-Glossar; »Eimerjoch« KLUGE, *Angels. Lesebuch* 150.

[7] Er sah beide in Erzbischof Parker's Bibliothek.

[8] *unsupported* Thorpe 549, obwohl er diese Übersetzung annimmt.

[9] Er benutzt ihn aus Bromton, ebenfalls einer Hs. Parker's.

[10] Im Dome zu Canterbury, lückenhaft, ohne Ine 37. Sie bessert öfters Lambard aus E.

[11] S. o. Zeile 6.

[12] Wiederholt von anderen Lexikographen, zuletzt BOSWORTH-TOLLER, ohne weiteren Beleg, schon von SCHMID angezweifelt.

tionem auf, übersetzte aber *ceap* bald *emptio* (so zu Ine 37[1]) bald *venditio*, ohne verständlichen Sinn.

Seit Price steht in allen Texten überall *ceap*, und *ceac* nur in den Varianten. Zu Ine 37 versteht er[2] »in the fact«. Allein diese, wohl von »negotium« zu weit abgeleitete, Bedeutung ist für *ceap* nicht belegt; auch drückt der Angelsachse »handhafte That« anders aus. Zu Ine 62 gibt Price zwei verschiedene Erklärungen, die jener und einander widersprechen. *Ceac* stehe für **sceac* »Raub«[3]. Das streitet aber wider alle Lautgesetze und passt nicht zu Ine 62. *Ceap* und *ceac* seien nur dialektische Varianten Eines von *ceap* (Kauf) zu trennenden Wortes[4], wie [hochdeutsch] *ft* in [ndd.] *cht*[5] übergeht. Allein, dies belegt nicht den angeblichen Wechsel eines [Westsächsischen] *p* zu [Kentischem] *k*. Von jenen zwei Formen stamme *ceap* aus *cippus* (Stock, Gefängniss); leider aber fehlt das Wort (im Altfranzösischen *cep*) allen Germanen, und ergäbe *cippus* nicht diese Form. *Ceac* dagegen hänge mit [dem ganz verschiedenen!] *kāk* (Pranger, Schandpfahl bei Deutschen und Dänen) zusammen, von dem eine Spur im Englischen *cage* bestehe[6]. Letzteres aber kommt vom Französischen *cage* (aus *cavea*), und die Lautgesetze verbieten *ceac* und *kak*[7] zusammenzubringen. Rechtsgeschichtliche Vergleiche[8] helfen da nichts. Nimmermehr darf man zwei Wurzeln contaminiren und aus ihren zwei Bedeutungen eine dritte extrahiren. Price empfiehlt »punishment«[9]; allein an sich schon ist es unwahrscheinlich, dass Ein Wort concret »Fussblock« oder »Pranger« und abstract »Strafe« bedeute; »punishment« passt auch nicht zu Ine 37[10]. — Thorpe's Glossar folgt Price, widerspricht also grell der Übersetzung, den Anmerkungen und dem Nachtrage der *Ancient laws*, die für Ine 62 Schmid zustimmen.

---

[1] S. dagegen vor. S. Zeile 12.

[2] Danach Thorpe. S. dagegen auch vor. S. Anm. 3. Price vertheidigt diese Bedeutung unglücklich damit, dass *ceap* die Wurzel sei von *cepan* (to keep, captare); es ist die Wurzel auch von *ceapian* (handeln), woran Lambard dachte.

[3] Andere Germanen kennen dies Wort (Brunner II 647. 649), die Angelsachsen *sceacere*: Schächer.

[4] So auch Thorpe's Glossar.

[5] *gekocht* ist nicht Österreichisch.

[6] Thorpe sieht einen Rest von *ceac* in *jack* (Maschine, Instrument), wogegen Skeat *Ethymol. dictionary* s. v.

[7] Quadripartitus kann dies nicht bezeugen; s. o. S. 833 Anm. 2.

[8] Dass der handhafte Dieb in Lübeck das Geschorenwerden abkauft. Price hätte den *cippus* bei Aldhelm nachweisen, auch bemerken können, dass man säumige Schuldner in den Stock legte; Grimm, *Dt. Rechtsalt.* 614.

[9] »fetters« Thorpe's Glossar.

[10] Unnöthig erschwert sich Price *be(for-)drifan* und holt aus Schweden die Bedeutung *percutere* als Parallele zu »in den Stock schlagen«. Die Wendung »in den Stock treiben« würde keinen Anstoss erregen, stünde nur der »Stock« fest.

SCHMID sieht von den Lesarten *ceace* ab, verzichtet auf ihre Erklärung, hält sie also für Schreibfehler. Ebenso TURK[1]. Allein viermal verschreibt sich Niemand im selben Worte in derselben Weise. Zweitens widerspräche es obiger Filiation der Hss.[2], wenn G, bh und v auf Eine Vorlage ausser auf *a* zurückgingen. Drittens entsteht eher ein gewöhnliches *ceap* durch Verschreibung aus seltenem *ceac* als umgekehrt. Viertens müsste auffallen, dass bh *ceap* überall stehen lässt wo der Sinn »Fahrhabe« richtig ist, und dass G, bh und v niemals anderswo das in allen Gesetzen so häufige *ceap* in *ceac* verwandeln. Zu Ine 62[3] übernimmt SCHMID *ceap*: »Pfand« aus Lambard[4] und überträgt *beforan ceape* »als (= zum) Pfand«; allein der Beleg[5], den er anführt, passt nicht genau. Selbstverpfändung und bei zweiter Verurtheilung des Verpfändeten der Verlust des Pfandgläubigers kamen nach anderen Germanischen Rechten bei Zahlungsunfähigkeit aus irgend welcher gerichtlich erkannten Schuld vor; es erhellt kein Grund, weshalb Ine den Fall nur auf die eine Zahlungsunfähigkeit bei der Pflicht der Pfandbestellung[6] sollte beschränkt haben.

Gegen alle bisherigen Erklärungen sprechen also Rechtsgeschichte, Sprachwissenschaft, Handschriftenkritik und die Nothwendigkeit, die Räthsel von Ine 37 und 62 mit Einem Schlüssel zu lösen. Gegen die Erklärung *ceac*: Kessel spricht nur eine Theorie, die sich bloss auf bisherigen Mangel an Quellen beruft. Nunmehr muss man den Ursprung des Ordals weit hinaufrücken. Ine spricht vom Kesselgriff als etwas lang Bekanntem; auch mangelte der Westsächsischen Monarchie des 7. Jahrhunderts wahrscheinlich die Stärke und der Römischen Mission der Wille zu Umwälzungen im Beweisrechte des Volkes. Folglich wird wohl das Gottesgericht auch bei den Inselgermanen schon im Heidenthum bestanden haben und bestätigt sich die Ansicht[7] von seinem Germanischen Ursprung.

---

[1] *Legal code of Ælfred* 21.
[2] S. o. S. 830 Anm. 2.
[3] Ine 37 »mit dem Vieh«; s. dagegen o. S. 832 Anm. 4.
[4] S. dagegen o. S. 833 Anm. 5.
[5] Oben S. 832 Anm. 1; das Fasten geschieht da nicht »als (zu)«, sondern »für (wegen) Sünden«.
[6] S. dagegen auch o. S. 831 Anm. 16.
[7] BRUNNER II 400.

Ausgegeben am 16. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.



1896.
XXXVI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

16. Juli. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Schulze hielt einen Vortrag 'über die Verbindung der Epithelzellen unter einander'.

2. Hr. Frobenius überreichte eine Abhandlung 'über Gruppencharaktere'.

3. Hr. Fuchs legte eine Ausführung des Dr. Eugen Jahnke in Berlin 'über ein allgemeines aus Thetafunctionen von zwei Argumenten gebildetes Orthogonalsystem und seine Verwendung in der Mechanik' vor.

Die Mittheilungen 1. 2. 3. folgen in einem der nächsten Berichte.

4. Hr. du Bois-Reymond überreichte das von Sr. Excellenz dem Wirklichen Geheimen Rath Dr. Menzel der Akademie zum Geschenk gemachte Werk 'Das Werk Adolph Menzel's 1885–1895. Nachtrag zum Hauptwerk'. München 1895.

5. Hr. Auwers überreichte den von ihm nach seinen Beobachtungen auf der Berliner Sternwarte 1869–1874 bearbeiteten Catalog der Zone +15° bis +20° (Stück XI der I. Abtheilung des Catalogs der Astronomischen Gesellschaft).

Derselbe überreichte ferner den Band VI des Berichts über die deutschen Beobachtungen der Venusdurchgänge von 1874 und 1882,

welcher den Abschluss der wissenschaftlichen Bearbeitung des gesammelten Materials enthält, in drei Abschnitten: die Beobachtungen der Ränderberührungen (1874 und 1882); die photographischen Aufnahmen (1874); die Beobachtungen zur Bestimmung der geographischen Lage der Stationen und der Ortszeit (Expeditionen 1874 und 1882).

6. Hr. von Bezold überreichte im Auftrag des Verfassers die Schrift 'Südwest-Afrika. Kriegs- und Friedensbilder aus der ersten deutschen Colonie. Von Dr. K. Dove'. Berlin 1896.

7. Hr. Prof. Dr. F. Buchenau übersendet ein Exemplar seiner mit Unterstützung der Akademie herausgegebenen 'Flora der ostfriesischen Inseln'. Leipzig 1896.

8. Die Syndics of the Cambridge University Press senden 'The collected mathematical papers of Arthur Cayley. vol. X'. Cambridge 1896.

9. Hr. Heinrich Winkler in Breslau sendet seine Schrift 'Die Sprache der zweiten Columne der dreisprachigen Inschriften und das Altaische'.

Die philosophisch-historische Classe hat Hrn. Dr. Bruno Gebhardt zu archivalischen Studien behufs Fortführung seines Werkes über Wilhelm von Humboldt 600 Mark; ihrem Mitgliede Hrn. Sachau zur Herstellung einer Copie der altaramäischen Bauinschrift des Königs Panamû 100 Mark, dem Verlagsbuchhändler Joh. Ambrosius Barth in Leipzig für die von Dr. C. Pauli besorgte Edition des Corpus inscriptionum Etruscarum einen Subventionsbetrag von 2500 Mark bewilligt.

Die Akademie hat
die ordentlichen Mitglieder
der physikalisch-mathematischen Classe Heinrich Ernst Beyrich am 9. Juli c.
der philosophisch-historischen Classe Ernst Curtius am 11. Juli c.
das auswärtige Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe August Kekulé von Stradonitz in Bonn am 14. Juli c.
durch den Tod verloren.

Ein vorirenaeisches gnostisches Originalwerk in koptischer Sprache.

Von Dr. Carl Schmidt.

(Vorgelegt von Hrn. Harnack am 9. Juli [s. oben S. 795].)

Im Januar dieses Jahres wurde Hrn. Dr. Reinhardt in Kairo von einem Antikenhändler aus Achmim eine umfangreiche Papyrushandschrift angeboten, die nach dessen Angaben von einem Fellahen in einer Mauernische gefunden sein sollte. Bereits eine oberflächliche Prüfung überzeugte mich von dem hohen Werth dieser Handschrift, für deren Erwerbung die Wissenschaft Hrn. Reinhardt zu grossem Danke verpflichtet ist. Heute befindet sich der Schatz bereits im Aegyptischen Museum zu Berlin, woselbst jedes einzelne Blatt sorgsam unter Glas geborgen ist.

Das Manuscript lag noch in dem Originaldeckel aus Leder und Papyrus, wie überhaupt das Ganze in einem unversehrten Zustande gefunden sein musste. Aber schon hatten die Hände der habgierigen Araber die einzelnen Lagen der Blätter unter einander geworfen, so dass bei der ersten flüchtigen Prüfung die ursprüngliche Zahl der Blätter nicht festgestellt werden konnte; erst nach der Abschrift ergab sich, dass die Handschrift fast vollständig erhalten war, nur einige Blätter waren entweder geraubt oder zerstört. Die einzelnen Seiten sind fortlaufend numerirt, freilich ist eine Anzahl Nummern weggebrochen. Das letzte Blatt trägt die Zahl ⲣⲙⲁ, mithin umfasste das Manuscript 71 Blätter bez. 142 Seiten, von denen die letzte Seite unbeschrieben geblieben ist. Von diesen 71 Blättern fehlen nur 6, nämlich 5 am Anfang und ⲣⲗϭ-ⲣⲗⲁ. Jede Seite umfasst ungefähr 18–22 Zeilen; die Schrift ist von ungemeiner Feinheit und weist meines Erachtens auf das 5. Jahrhundert.

Das Manuscript trägt nach einer kleinen Vorbemerkung die Aufschrift *Εὐαγγέλιον κατὰ Μαριάμ* (in griechischer Rückübersetzung) und auf Seite ⲟⲋ die Unterschrift *Ἀπόκρυφον Ἰωάννου*, unmittelbar auf derselben Seite die Aufschrift *Σοφία Ἰησοῦ Χριστοῦ* und auf Seite ⲣⲕⲍ die

nämliche Unterschrift. Die nächste Seite beginnt ohne Aufschrift, dafür finden wir am Schluss den Titel Πρᾶξις Πέτρου. Daraus ergiebt sich, dass das Manuscript drei selbstständige, in sich abgeschlossene Abhandlungen enthält, da Evangelium Mariae und Apokryphon Johannis, wie wir gleich sehen werden, identisch sind.

Das erste Werk beginnt nämlich mit den Worten: »Es geschah aber an einem von diesen Tagen, als Johannes, der Bruder des Jacobus, welches sind die Söhne Zebedaei, hinaufgegangen war zum Tempel, da nahte sich ihm ein Pharisäer mit Namen Ananias (?)[1] und sprach zu ihm: Wo ist dein Meister, dass du ihm nicht folgst? Er sprach zu ihm: Von wo er gekommen ist, dorthin ist er gegangen (?). Es sprach zu ihm der Pharisäer: Durch einen Betrug hat euch der Nazarener betrogen, denn er hat euch .... und der Überlieferung eurer Väter abwendig gemacht. Als ich dieses hörte, wandte ich mich aus dem Tempel zum Berge an einen einsamen Ort und war sehr traurig im Herzen und sagte: Wie nun ist der Erlöser erwählt, und warum ist er durch seinen Vater, der ihn geschickt hat, zum Kosmos gesandt, und wer ist sein Vater, und wie ist jener Aeon beschaffen, zu dem wir gehen werden?«

Während er in diesen Gedanken versunken ist, öffnen sich plötzlich die Himmel und der Herr erscheint ihm wie den Jüngern, um sie über das Gewünschte aufzuklären. Darauf geht er von ihnen, und wiederum sind sie traurig und weinen. Sie sprechen: »Wie können wir zu den Heiden gehen und das Evangelium vom Reiche des Menschensohnes predigen; haben sie jenen nicht aufgenommen, wie werden sie uns aufnehmen? Da erhob sich Maria, umarmte sie alle und sprach zu ihren Brüdern: Weinet nicht und trauert nicht noch zweifelt, denn seine Gnade wird mit euch allen sein und wird euch beschatten. Lasst uns vielmehr preisen seine Güte, dass er uns bereitet und zu Menschen gemacht hat.« Petrus fordert sie in Anerkennung der grossen Auszeichnung, die der Herr ihr stets vor allen Frauen habe zu Theil werden lassen, auf, das ihr vom Herrn Offenbarte zu verkündigen. Darauf beginnt sie mit der Erzählung einer Traumerscheinung des Herrn; leider ist der Inhalt, weil Blätter fehlen, unklar. Kaum hat sie geendet, da erhebt sich Andreas und erklärt, er könne nicht glauben, dass der Herr solches gesagt habe, da diese Lehren ganz andere Gedanken enthalten. Auch Petrus weist sie zurück und schilt sie. Spricht Maria weinend zu ihm: »Petrus, an was denkst du? Glaubst du, dass ich es allein in mir ausge-

[1] In den syrischen Philippusacten findet sich ein Jude Ananias, der Christus und die Apostel lästert.

dacht oder den Herrn belogen habe?« Jetzt tritt Levi für die Maria ein und schilt Petrus als einen ewigen Querulanten. Wie der Streit weiter verlaufen ist, können wir nicht feststellen, da zwei Seiten ausgefallen sind. Auf Seite ⲕⲁ beginnt eine neue Episode, die ununterbrochen bis zum Schluss läuft. Der Herr erscheint wieder dem Johannes; denn das stetig wiederkehrende »Ich« bezieht sich auf diesen, wie der Schluss lehrt: »Sofort wurde er (Christus) ihm unsichtbar, und er (Johannes) begab sich zu seinen Mitjüngern und begann ihnen das zu verkündigen, was der Soter zu ihm gesagt hatte.« Diese ganze Offenbarung, welche den Hauptheil der Abhandlung ausmacht, hat ihr den Titel »Apokryphon Johannis« gegeben, wie ja auch schon im Anfang Johannes als Träger der Offenbarung auftritt. Dagegen ist der Titel »Evangelium Mariae« meines Erachtens aus der obigen kleinen Episode geflossen; daher müssen wir jenen als Haupttitel betrachten, wenn wir auch nicht leugnen können, dass vielleicht im Kreise der Gnostiker das Werk stets unter dem Namen der Maria tradirt ist, zumal da der Titel *ἀπόκρυφον* nicht als ursprünglich zu betrachten ist. Wahrscheinlich stand dafür *ἀποκάλυψις*, ein Titel, der mit anderen gnostischen Werken stimmen würde.

Das Buch der »Sophia Jesu Christi« beginnt mit den Worten: »Nach seiner Auferstehung von den Todten hatten sich seine zwölf Jünger und sieben Frauen, seine Jüngerinnen, nach Galilaea begeben, auf den Berg, welcher . . . . . und Freude genannt wird, indem sie in Zweifel waren in Betreff der Hypostasis des Alls und der Oikonomia und der heiligen Pronoia und der Aretê (= Kraft) der Gewalten, in Betreff aller Dinge, welche der Erlöser mit ihnen gemacht hatte, die Mysterien und die heilige Oikonomia. Da offenbarte sich ihnen der Erlöser nicht in seiner früheren Gestalt, sondern in dem unsichtbaren Geiste. Seine Gestalt war die eines grossen Engels des Lichtes, sein Wesen unbeschreiblich, und nicht hatte er Fleisch an sich, welches stirbt, sondern reines vollkommenes Fleisch, so wie er es uns gelehrt hatte auf dem Berge in Galilaea, welcher . . . . . genannt wird. Er sprach: Friede sei euch; meinen Frieden gebe ich euch. Und sie wunderten sich alle und fürchteten sich«. Der Herr fordert sie auf, ihm alle ihre Fragen und Zweifel vorzulegen, und so geschieht es auch; dieser oder jener Jünger richtet eine Frage an ihn und erhält sofort die gewünschte Auskunft. Der Inhalt bewegt sich hauptsächlich um die obengenannten Punkte.

Die Praxis Petri, ebenfalls gnostischen Ursprungs, gehört zu der grossen Gruppe der von den Haeretikern so zahlreich fabricirten apokryphen Apostelgeschichten. Sie behandelt eine Episode aus den Heilungswundern des Apostels Petrus und lautet am Anfang: »An

dem Tage nach dem Sabbat, d. i. *κυριακή*, versammelte sich eine Menge, und sie brachten zu Petrus viele Kranke, auf dass er sie heile. Einer aber aus der Menge wagte zum Petrus zu sagen: Petrus, siehe, vor unseren Augen machst du die Blinden sehend, die Tauben hörend, die Lahmen gehend und hilfst den Schwachen und giebst ihnen Kraft, warum nun hast du deiner jungfräulichen Tochter ..... nicht geholfen und sie vernachlässigt?« Die Tochter des Petrus ist nämlich seit langer Zeit paralytisch. Petrus heilt sie vor den Augen der Anwesenden, um die Kraft Gottes zu zeigen, und lässt sie dann wieder in ihren alten Zustand zurückkehren, da Gott es so zum Heile des Kindes wolle. Er erzählt darauf ihre Lebensgeschichte und die Bekehrung eines gewissen Ptolemaeus, eines Heiden, der sie zur Frau begehrte und gegen den Willen der Eltern entführte, sie aber zurückbrachte, als sie von der Krankheit befallen wurde. Die Abhandlung schliesst mit den Worten: »Petrus gab ihnen allen (nämlich den Anwesenden) von dem Brote und als er es vertheilt hatte, erhob er sich und begab sich in sein Haus«.

So weit über den Inhalt der einzelnen Werke. Der Werth der Handschrift besteht nun nicht allein darin, dass sie uns drei bis dahin selbst dem Namen nach unbekannte altgnostische Schriften überliefert, sondern vor Allem darin, dass sie uns ein Werk bietet, das bereits dem Irenaeus bekannt war und das er, ohne seine Quelle oder den Namen des Buches zu nennen, excerpirt hat. Es ist dies das »Evangelium Mariae«.

Irenaeus beginnt nämlich den letzten Abschnitt seines Buches I, 29—31 mit den Worten: *Super hos autem ex his, qui praedicti sunt Simoniani, multitudo Gnosticorum Barbelo exsurrexit, et velut a terra fungi manifestati sunt, quorum principales apud eos sententias enarramus.* Er behandelt in Cap. 29 zunächst eine Gruppe der sogenannten Barbelo-Gnostiker, bez. er giebt den Inhalt eines von diesen gebrauchten Buches an, eine Lehre, welche wir weder bei den früheren, noch späteren Haeresiarchen dargestellt finden. Nur Theodoret h. f. I, 13 kennt sie, hat aber den Text des Irenaeus wörtlich ausgeschrieben und ist deshalb für die griechische Rückübersetzung des Abschnittes unentbehrlich. In meinen Untersuchungen[1] über dieses Capitel hatte ich behauptet, dass alle Merkmale der Darstellung darauf hinwiesen, Irenaeus habe nicht, wie Hilgenfeld (Ketzergeschichte S. 235) meint, eine ältere Quelle benutzt, sondern eine Originalschrift zu Händen gehabt und diese zuweilen ohne genaueres Verständniss excerpirt.

Diese Hypothese ist jetzt urkundlich bestätigt. Hier haben wir in dem Evangelium der Maria die gesuchte Schrift und können nun-

[1] Texte und Untersuchungen VIII, 1. S. 650ff.

mehr den Irenaeus Punkt für Punkt controliren, um zugleich zu erkennen, wie wenig es den Haeresiarchen gelungen ist oder gelingen konnte, die äusserst complicirten Systeme der gnostischen Schulen wiederzugeben. Für heute wird es genügen, die Identität der Quelle des Irenaeus mit unserem Originalwerk an einzelnen Punkten näher zu begründen.

Bei Irenaeus heisst es zu Anfang: *Quidam enim eorum Aeonem quendam nunquam senescentem in virginali spiritu subjiciunt, quem Barbelon nominant. Ubi esse Patrem quendam innominabilem dicunt.*

Dieser »Vater des Alls« wird (Seite ⲕⲃ ff.) bezeichnet als der Unsichtbare, als das reine Licht, in das Niemand mit seinen Augen sehen kann, als der Geist, den Niemand denken kann wie er beschaffen ist, der Ewige, der Unaussprechliche, der Unbenannte, weil Niemand vor ihm existirt, um ihm einen Namen zu geben (d. h. *innominabilis*). Von ihm wird gesagt: »Er denkt sein Bild allein und sieht es in dem Wasser des reinen Lichtes, welches ihn umgiebt. Und seine Ennoia machte ein Werk und offenbarte sich und stand vor ihm in dem Funken des Lichtes, welcher ist die vor dem All existirende Kraft, die sich offenbart hat, welcher ist die vollkommene Pronoia des Alls, das Licht, die Ähnlichkeit des Lichtes, das Bild des Unsichtbaren, d. i. die vollkommene Kraft, die Barbelo, der an Herrlichkeit vollkommene Aeon, indem sie ihn pries, weil sie sich in ihm offenbart hat und ihn denkt. Sie ist die erste Ennoia, sein Bild; sie wurde Protanthropos, d. h. das *παρθενικὸν Πνεῦμα*, der Dreimännliche, der zu der Dreikraft Gehörige, der Dreinamige, der Dreigebürtige, der Aeon, welcher nicht altert, der Mannweibliche, welcher aus seiner Pronoia herausgekommen ist.« Darnach steht an der Spitze des Systems der »Vater des Alls«, der »Unsichtbare«, ihm folgt sein »Bild«, d. i. die »Barbelo«, die »vollkommene Kraft«, der »nichtalternde Aeon« (*nunquam senescens Aeon*). Beim Denken seines Bildes offenbart sich die Ennoia in dem Funken des Lichtes, d. h. in der Barbelo. Irenaeus giebt dies in kurzem, unverständlichem Auszug also wieder: *Voluisse autem hunc manifestare se ipsi Barbeloni; Ennoiam autem hanc progressam stetisse in conspectu eius et postulasse prognosin.*

Darauf fährt unser Text fort: »Und es bat durch ihn (?) die Barbelo, ihr eine Prognosis zu geben. Er nickte zu, und als er zugenickt hatte, offenbarte sich die Prognosis und stand mit der Ennoia, d. h. der Pronoia, und lobpries den Unsichtbaren und die vollkommene Kraft, die Barbelo, dass sie durch sie entstanden waren. Wiederum bat diese Kraft, ihr Aphtharsia zu geben, und er nickte zu und als er zugenickt hatte, offenbarte sich die Aphtharsia und

stand mit der Ennoia und der Prognosis, indem sie lobpries den Unsichtbaren und die Barbelo, dass sie entstanden war. Ihretwegen bat sie, ihr das ewige Leben zu geben. Er nickte, und als er zugenickt hatte, offenbarte sich das ewige Leben, und sie standen und lobpriesen ihn und die Barbelo, weil sie ihretwegen entstanden waren in der Offenbarung des unsichtbaren Geistes. Dies ist die Pentas der Aeonen des Vaters, d. h. des Protanthropos, das Bild des Unsichtbaren, d. i. die Barbelo und die Ennoia und die Prognosis und die Aphtharsia und das ewige Leben.«

Auf Bitten der Barbelo lässt also der Unsichtbare nach der Ennoia die drei folgenden weiblichen Aeonen hervorgehen, wie Irenaeus fortführt: *(Ennoiam) postulasse Prognosin; cum prodiisset autem et Prognosis his rursum petentibus prodiit Incorruptela; post deinde Vita aeterna: in quibus gloriantem Barbelon et prospicientem in magnitudinem et conceptu delectatam in hanc generasse simile ei lumen. Hanc initium et luminationis et generationis omnium dicunt, et videntem patrem lumen hoc unxisse illud sua benignitate, ut perfectum fieret. Hunc autem dicunt esse Christum.*

Unzweifelhaft hatte Irenaeus die Worte vor Augen: »Er ist die Dekas der Aeonen, d. h. er ist der Vater des *ἀγένητος*-Vaters. Es blickte die Barbelo in ihn angestrengt hinein .... und sie gebar einen seligen Lichtfunken. Er ist aber von ihr an Grösse nicht verschieden. Dies ist der Monogenes, welcher sich in dem Vater offenbart hat, der *αὐτογένητος*-Gott, der erstgeborene Sohn des Alls, des reinen Lichtgeistes. Es jubelte aber der unsichtbare Geist über das Licht, welches entstanden war, welches sich zuerst offenbart hatte in der ersten Kraft, d. h. seiner Pronoia, der Barbelo. Und er salbte ihn mit seiner Güte, damit er vollkommen würde.« Dieser Monogenes ist mithin mit dem Lichte oder »Christus« identisch; Irenaeus bietet uns hier keine Aufklärung, weiter unten bietet er nur den Satz: *Deinde ex primo angelo, qui adstat Monogeni* u. s. w.

Der Monogenes bittet, ihm den Nus zu geben; nachdem dies geschehen ist, preist jener wie der Nus den Vater und die Barbelo. Irenaeus führt fort: *Hunc autem dicunt esse Christum, qui rursus postulat quemadmodum dicunt adiutorium sibi dari Nun, et progressus est Nus. Super haec autem emittit pater Logon.* An dieser Stelle hat Irenaeus einen Passus überschlagen und hat dadurch den dritten männlichen Aeon, nämlich das Thelema ganz vergessen. Unser Manuscript bietet Folgendes:

»Es wünschte der unsichtbare Geist ein Werk zu machen. Sein Wunsch machte ein Werk, und es offenbarte sich und stand mit dem Nus und dem Lichte, indem es ihn pries. Der Logos folgte dem »Wunsche«, denn durch den Logos hat Christus alle Dinge geschaffen.«

Damit ist die obere Ogdoas bez. Dekas abgeschlossen, und aus den einzelnen Syzygien entstehen die unteren Aeonen. Zunächst aus der Ennoia und dem Logos der Autogenes, von dem geschrieben wird: »Den er mit grosser Ehre geehrt hat, weil er aus seiner ersten Ennoia entstanden war. Diesen hat der Unsichtbare als Gott über das All gesetzt. Der wahrhaftige Gott gab ihm alle Gewalten und liess die in ihm befindliche Wahrheit ihm unterthan sein, damit er das All denke.« Irenaeus giebt dies also wieder[1]: *Post deinde et de Ennoia et de Logo Autogenem emissum dicunt ad repraesentationem magni luminis, et valde honorificatum dicunt et omnia huic subiecta. Coëmissam autem ei Alethiam, et esse coniugationem Autogenis et Alethiae.*

Aus dem »Lichte Christi« und der »Aphtharsia« gehen durch den Autogenes vier grosse Lichter hervor, um den Autogenes zu umstehen. Ihre Namen sind Harmozêl, Ôroiaêl, Daveithe und Eleleth. Aus dem »Wunsche« und dem »ewigen Leben« entstehen vier andere: Charis, Synesis, Aisthesis und Phronesis. Irenaeus fährt fort: »*De Lumine autem quod est Christus et de Incorruptela quatuor emissa Luminaria ad circumstantiam Autogeni dicunt, et de Thelemate rursus et Aeonia Zoë quatuor emissiones factas ad subministrationem quatuor luminaribus, quas nominant Charin, Thelesin, Synesin, Phronesin. Et Charin quidem magno et primo luminario adiunctam; hunc autem esse Sotera volunt et vocant eum Armogen, Thelesin autem secundo, quem et nominant Raguel, Synesin autem tertio luminario, quem vocant David, Phronesin autem quarto, quem nominant Eleleth.*

Diese Stelle ist in mehrfacher Weise von Interesse. Zunächst erfahren wir die richtigen Namen. Statt Armogen oder Armogenem der Ausgaben müssen wir Harmozêl restituiren, ebenso Oroiaêl statt Raguel und Daveithe statt David. Merkwürdig ist es, dass das Manuscript Aisthesis statt Thelesis bietet. Drei von den Namen der vier luminaria finden sich auch in dem Codex Brucianus als Eleleth, Daveide, Oroiaêl; wir können somit die Verwandtschaft dieses Werkes mit dem ersten Stück unserer Handschrift feststellen, zugleich ein Beweis, dass das System, wie es uns der Cod. Bruc. liefert, späteren Ursprungs ist, als wir es Anfangs ansetzen zu müssen glaubten. —

Diese Proben werden genügen, um den vollgültigen Beweis zu liefern, dass das Evangelium Mariae vor 180 n. Chr. verfasst ist und dem Irenaeus im griechischen Original vorgelegen hat. Meines Erachtens ist das Werk in Aegypten entstanden und später, als die gno-

[1] Voran stehen die Worte: *Super haec autem emittit Pater Logon; coniugationes autem fient Ennoiae et Logi, et Aphtharsias et Christi, et Aeonia autem Zoë Thelensati coniuncta est* (hier bietet also auch Irenaeus den Aeon »Thelema«, den er oben im Excerpt übergangen hat), *et Nus Prognosi, et magnificabant hi magnum lumen et Barbelon.*

stische Secte sich unter den Eingeborenen weiter verbreitet hatte, in's Koptische übertragen worden. Diese Secte war die von Irenaeus unter dem Gesammttitel Barbelo-Gnostiker bezeichnete oder, wie sie sich selbst zu benennen pflegten, die *Γνωστικοί*, welche sich wieder in viele einzelne Denominationen theilten, deren Namen und Lehren uns Epiphanius ausführlich überliefert hat. Unter ihnen waren zahlreiche Werke unter dem Namen der Maria verbreitet, so nennt Epiph. h. 26, 8 *Ἐρωτήσεις Μαρίας* und zwar die *Μεγάλαι* und die *Μικραί* und ebenda Cap. 12 eine *Γέννα Μαρίας*. Bereits Celsus hat diese Secte getroffen und vielleicht ebenfalls unser Werk gekannt, wenn er berichtet[1], dass einige Haeretiker ihren Ursprung von Mariamne und Martha ableiten, und das bekannte Diagramm der sogenannten Ophiten anführt. Aber noch mehr! Unser Original lässt erkennen, dass Irenaeus seine Vorlage nur bis zu einem gewissen Abschnitte excerpirt und in Lib. I, Cap. 30 noch ein zweites Werk derselben Secte, das ihm mit jenem in die Hände gefallen war, benutzt hat.

Nachschrift.

Der hier signalisirte Fund ist für die älteste Kirchengeschichte eine Entdeckung ersten Ranges. Nicht nur haben wir hier eine (vielleicht drei) gnostische Originalschriften aus dem 2. Jahrhundert erhalten (ist die »Sophia Jesu Christi« vielleicht das Werk Valentin's unter diesem Namen?), sondern ein günstiges Geschick hat es auch gefügt, dass Irenaeus aus einer der drei entdeckten Schriften einen Auszug gegeben hat. Wir sind also zum ersten Mal in den Stand gesetzt, die Darstellung eines gnostischen Systems, wie die Kirchenväter es bieten, an dem Original zu controliren. Diese Prüfung fällt so aus, wie wir sie erwarten mussten: durch Verkürzungen (nicht durch Entstellungen) — und weil gar nicht der Versuch gemacht wird, den Gegner zu verstehen — sind die keineswegs absurden Speculationen um ihren Sinn gebracht. Dazu kommt, dass man aus den Darstellungen der Gegner in der Regel nur mühsam erkennen kann, dass es sich um einen psychologischen Process innerhalb des Urwesens handelt, den die Gnostiker entwickeln wollten. Tertullian sagt freilich einmal (adv. Valent. 4): »*Ptolemaeus Valentini discipulus nomina et numeros Aeonum in personales substantias, sed extra deum determinatas, distinxit, quas Va-*

---

[1] Orig. z. Cels. V, 62.

lentinus in ipsa summa divinitatis ut sensus et affectus motus incluserat«, aber welcher Kirchenvater hat sich die Mühe genommen, die Speculationen Valentin's und anderer Gnostiker hiernach zu verstehen? Nach Hippolyt, Philos. VI, 42, haben sich die Anhänger des Gnostikers Marcus über die von Irenaeus gegebene Darstellung ihrer Lehre und ihres Cultus beschwert. Auch die Anhänger unseres neuentdeckten Buchs hätten sich beklagen können, dass Irenaeus ihre Lehre in wenig verständlicher Weise wiedergegeben habe. — Noch ist auf den paradoxen Gang der Überlieferung hinzuweisen. Ein wahrscheinlich in Aegypten im 2. Jahrhundert entstandenes griechisches gnostisches Buch lernen wir um das Jahr 185 im Auszug von einem gallischen Bischof kennen und finden es dann in einer koptischen Übersetzung des 5. Jahrhunderts wieder! Unsere Hoffnungen auf »Neues aus Africa« waren hochgespannt; aber dass uns zwei *libelli* aus der Zeit des Decius, ein Stück des Petrusevangeliums, ein Fragment der Petrusapokalypse und eine haeretische Schrift, die Irenaeus benutzt hat, geschenkt werden würden, das konnte Niemand erwarten! Den HH. Reinhardt und Schmidt, sowie der Direction der Königl. Museen, die den kostbaren Fund erkannt, gewürdigt und uns gesichert haben, gebührt der wärmste Dank.

A. Harnack.

Ausgegeben am 23. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.



1896.
XXXVII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

23. Juli. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

Hr. Tobler las 'Etymologisches'.

Hr. Weber überreichte einen Nachtrag zu den in der Sitzung am 18. Juni d. gelesenen 'Vedischen Beiträgen V'.

Beide Mittheilungen folgen umstehend.

Etymologisches.

Von A. Tobler.

---

it. *fiṣima* f. ,Laune, Einfall'

bringt Caix Nr. 321 mit *fisare*, *fissare* als vermeintliche Ableitung in Zusammenhang, auf deren Gestalt aufserdem *fantáṣima* eingewirkt hätte. Dies scheint mir kaum annehmbar: die Bedeutung von *fisima* ist wesentlich verschieden von der Bedeutung von *pensiero fisso*, *fissazione*, steht sogar zu ihr in einer Art von Gegensatz. Das stimmhafte *s* von *fisima* stimmt zwar zu dem ebenfalls stimmhaften des Lehnwortes *fisare*, *fiso*, nicht aber zu dem *ss* des üblichern *fissare*, und die Art der angenommenen Ableitung wird durch die angeführten *imbattimo*, *bulima*, *ruotima*, deren letzteres ich in den Wörterbüchern nicht finde, wenig klarer. Es scheint näher zu liegen *fisima* mit griech. φύσημα ,Blase' zu identifizieren. Die Blase ist als das unversehens an die Oberfläche Steigende, ebenso unversehens wieder Platzende, keinen erkennbaren Inhalt Bergende wohl geeignet der unvernünftigen Grille den Namen zu leihen. Man erwäge Anwendungen ähnlicher Art, die von lat. *bulla* im Altfranzösischen, von *blague* im Neufranzösischen gemacht sind, nicht zu reden von der sehr zweifelhaften Entstehung von *billevezée* aus *belle vessie* (Littré), und erinnere sich der Schillerschen Verse ,mein Gehirn Treibt öfters wunderbare Blasen auf, Die schnell, wie sie entstanden sind, zerspringen', Don Karlos II 8, 1734.

fz. *son* ,Kleie'.

Dafs man *son* nicht auf *summum* zurückführen darf, wie Diez gethan hat, bezweifelt man nicht mehr, seitdem Littré auf das bei Du Cange aus einer in Frankreich geschriebenen Urkunde des 13. Jahrhunderts belegte *seonnum* ,Kleie' hingewiesen hat. Das Wort mufs altfranzösisch *seon* gelautet haben, wenn wir gleich diese Form noch nicht nachweisen können[1]. *seon* gleich *secundus* zu setzen, wie Littré

---

[1] Die von Foerster Zts. f. rom. Phil. III 262 beigebrachte Stelle aus S. 97 von Michels Ausgabe des Eustache le Moine (= Nouvelles franç. du XIV[e] siècle S. 95) zeigt wohl ein *seon*, dies ist aber gleich nfz. *sien*; *pur du seon* heifst ,für etwas von

wollte, scheint bedenklich, weil das Ordinalzahlwort in solcher Form sonst nicht auftritt und keinesfalls seinen Dental hätte einbüfsen dürfen. Ebenso wenig kann ich mich entschliefsen mit G PARIS, Rom. VIII 628 an eine Ableitung von *ſeta* ‚Haar' zu glauben. Bezeichnete das französische Wort etwas, das mittels eines aus Haar gefertigten Gerätes (eines Siebes) gewonnen wird, so müfsten an den Stamm mindestens zwei Suffixe getreten sein; ein Suffix, das für sich allein so viel anzeigte, wie hier in ihm beschlossen sein müfste, giebt es wohl in keiner Sprache, sicher in keiner romanischen. Mir scheint völlig sicher, dafs *ſeon* ‚Kleie' dasselbe Wort ist, wie das bei DU CANGE unter *ſonare* 3 und unter *ſonatio* und bei GODEFROY in den Formen *ſaon*, *ſoon* reichlich nachgewiesene Wort, das ‚Verwerfung, Ausschliefsung, Zurückweisung' (*rebut*) bedeutet und provenzalisch in der Form *ſoan* und der weiblichen *ſoana* ebenfalls bekannt ist[1], wie denn auch die etymologische Einerleiheit von prov. *ſoanar* und afz. *ſaoner*, *ſooner*, *ſeoner* (auch schon *ſonner*) bei der völligen Übereinstimmung im Sinne keinem Zweifel unterliegt. Die provenzalischen Wörter haben festes *n*, wie das alte Reimwörterbuch lehrt, das *ſoans* = *repudium* und den Konjunktiv *ſoans* = *reſpuas* 42, 11 und 12 mit *ans* = *annus* u. s. w. zusammenstellt, und wie die Dichter bestätigen: *ſoan* : *enan*, B BORN 40, 14; : *antan*, eb. 42, 7; : *gualian*, MAHN W. II 86; : *beneſtan*, MAHN G. 45, 5; : *chan*, eb. 638, 1; : *talan*, Dern. Troub. S. 28, Z. 14 oder mit Verbalform *ſoan* : *fan* (thun), MAHN G. 610, 2. Es wird also jedenfalls für die provenzalischen Wörter eine Grundlage anderer Gestalt als das von FOERSTER, Zts. f. rom. Phil. VI 110 angesetzte, aber nicht weiter erklärte **ſub-hanare*, **ſub-fanare* anzunehmen sein, und zwar eine Grundlage, die doppeltes *n* gewährt, wie das span. *ſoſañar* sie in *ſubſannare* (afz. *ſubſaner* im Oxforder Psalter und nach GODEFROY auch sonst) thatsächlich besitzt. Erschwert wird das Finden der Etymologie (oder erleichtert?) durch das Bestehn der von DIEZ nachgewiesenen prov. Form *ſoſanar*, die sicher nur eine Nebenform von *ſoanar* ist, wie denn dem *ſoſanas* des Ferabr. 1401 im französischen Texte Z. 1136 *refuſes*

---

dem Seinigen', ‚für etwas von seiner Habe, seinem Gelde', vgl. *Gel gariroie por du ſon*, MONT. Fabl. V 41; *un compaignon ... Que por del voſtre löiſſiez* ‚den ihr für euer Geld mietetet', Tob. 620. Im Ménagier II 77 steht bereits *ſon* ‚Kleie', was in diesem späten Texte nicht eben auffallen kann. Das *ſeon*, das GODEFROY unter *ſaon* 2 aus HELINANTS Vers s. l. mort XIV anführt, halte ich für ein Adjektiv gleichen Stammes mit *ſeon* ‚Kleie'; es wird dort *denier* statt *deniers* zu schreiben sein.

[1] Zu beachten ist namentlich die von RAYNOUARD mifsdeutete Stelle *Aiſi com ſel que trabuca e peza Soan meſclat ab bos deniers de pes*, APPEL, Ined. 82, 5, 2, wo *ſoan* den Ausschufs vom Geld bezeichnet, wie *ſeon* an der oben erwähnten Stelle aus HELINANT: *Mais Rome emploie deniers* (l. *denier*?) *faus Et tout briſié et tout ſeon, Et ſi ſorargente le plon*. Gleichen Sinn hat das weibliche *ſoana*: *Dieus te met ab las ſoanas Com fals deniers c'om no pren*, MAHN W. II 205.

entspricht (weitere Belege sind etwa *Totz hom es nat a trebalar, Per que trebals no ſofanar*, Bartsch, Denkm. 210, 22, und *ſoffanador* in Guillem de la Bara). Da nun provenzalischem *an* aus *ann* französisches *on* lautgesetzlich kaum entsprechen kann — auf das Nebeneinanderbestehn des nun (Romania XX 377) wohl endgültig erklärten fz. *taon* und des pr. *tavan* (übrigens mit beweglichem *n*) oder des fz. *goudron* und des npr. *catran*, *quitran*, kat. *quitrá*, also gleichfalls mit beweglichem *n* trotz *catarannus* bei Du Cange wird sich niemand berufen wollen —, so wird man sich zu der Annahme genötigt sehn, afz. *ſaoner*, *ſaon* stehen für älteres **ſoaner*, **ſoan* infolge einer jener Metathesen, von denen ich in der Zts. f. vgl. Sprachf. N. F. III 417 aus Anlafs von *rouette* aus *reorte* Beispiele gegeben habe und seither von Behrens, Über reciproke Metathese, Greifsw. 1888 weitere umsichtig gesammelt sind.

Wie aber von prov. *ſoanar* zu sp. *ſoſañar* eine Brücke sich schlagen lasse, das sehe auch ich nicht. Und doch stehn die beiden Wörter, von dem zweiten *s* des letzteren abgesehn, sich nach Lautbestand und Sinn so nahe, dafs sie zu trennen kaum möglich erscheint. Das asp. Verbum scheint mir mit ‚zurückweisen, verschmähen' und andererseits mit ‚schelten, auszanken' am besten wiedergegeben zu werden: *El non lo* (l. *los*, nämlich *los comeres*) *quiere comer, a todos los ſoſanava*, Cid 1020; *Quando lo uio Elena* (den verwundet und zerrissen aus dem Kampf mit Menelaos zurückkehrenden Paris), *ſoſſanol un poco*, Alex. 466; *ſoſannar*, *correr* und *ferir* stehen beim Arcipreste de Hita 494 und wieder 495 nebeneinander um rauhe wörtliche und thätliche Behandlung eines Weibes durch Mann oder Mutter zu bezeichnen. So heifst das Substantivum *ſoſaño* sicher ‚Verweigerung' in *Diolis de los teſoros, partiolis ſin enganno, Non dando a ninguno refierta* (nsp. *reyerta*) *ni ſoſanno*, Berceo, SLor. 57; dagegen eher ‚Schelte' in *Tomaronla las virgines dandol grandes ſoſannos* (wegen ihres Widerstrebens), *Echaronla a Oria en eſos ricos pannos*, ders. SOria 131; *Su madre de Achilles daua grandes ſoſſannos* (als man ihren Sohn ins Griechenheer wegführte), Alex. 392; *Con buena paçiençia e ſin ningunt ſoſanno Te guardarás con ellos* (mit ehrlichen Freunden), *non les ſeas eſtranno*, Rim. d. Pal. 667[1]. An den beiden Stellen, die das Glossar des Cancionero de Baena nachweist, scheint das Substantivum eher ‚Widerwärtigkeit, Anfechtung' zu heifsen. Wie aber das *s*, wenn stammhaft, nördlich der Pyrenäen hätte schwinden können, vermag ich nicht zu erkennen (eine Dissimi-

[1] Im Apollonio 471 ist wohl eine kleine Änderung anzubringen: *Si de los ſuyos fueſſe, reçibria mal danyo* (der Ruhestörer durch den Kranken Apollonius); *Mas quando de tal guiſa vió omne eſtranyo, Non le recudió nada, enfogó el ſoſſanyo*, wahrscheinlich *el ſo ſanyo* ‚seinen Zorn'.

lation, wie sie Wölfflin in *Cerealia* für **Cereralia* angenommen hat, erklärt jetzt Grammont, la dissimilation consonant. S. 124 für unmöglich); und warum es hätte eingeschoben werden sollen, wenn nicht stammhaft, ist gleich wenig ersichtlich. Die Möglichkeit eines Ausfalls von *bs* zwischen Vokalen und der Einschaltung eines *f* zwischen Vokalen hat Mahn für das Provenzalische angenommen, Grammatik § 196, 13 und 199, 7, aber sich dafür nur auf unser Wort zu berufen gewuſst. Der prov. Formen *Mafumet*, *Bafumet* darf man sich wohl erinnern (Diez, Gr. I³ 330), doch fördert dies wenig.

fz. *forteresse*, f.

Wie ich mir dieses Wort gebildet denke, ist in der dritten Auflage meines Versbaus S. 36 Anm. in Kürze gesagt. Es sei erlaubt hier etwas eingehender auf die Sache zurückzukommen.

Wir finden im Altfranzösischen die Formen *fortece*, *fortrece*, *forterece* und *fortelece* sämtlich wohl bezeugt und mit geringem Unterschied in der Verwendung. Sicher steht der Annahme nichts entgegen, daſs sie sich in der angegebenen Reihenfolge eine aus der andern entwickelt haben: der Einschub des aus der ersten Silbe in die Tonsilbe hinein wiederholten *r*, den wir in der zweiten Form wahrnehmen, hat sich, um von weiter abliegenden ähnlichen Erscheinungen abzusehn, in ganz entsprechender Weise vollzogen in *Chartreuse* (alt *Chartrouse*, Ruteb. I¹ 167) neben *cartouse* bei G Paris, Alexis S. 219 Nr. 8, in *jardrin* neben *jardin* (s. Chambure u. *jairdrin*, Godefroy u. *jardinage*), in *pertruis* neben *pertuis* (s. Godefroy u. *pertuis*), in *ardrille* neben *ardille* (s. Godefroy, Complém. u. *argile*), in *Bertrain* neben *Bertain* (Cleom. 6), in *perdrix* neben *perdix* (Ph. Thaon, Best. S. 108)[1]. Die Einschaltung des *e* zwischen *t* und *r* sodann hat ihre Parallelen in afz. *charterier* neben *chartrier* ‚Kerkermeister', in *tourterelle* neben afz. *tortrele*, in afz. *chamberiere*, *chaisteron*, *poverin*, *marberin*, von denen heute nur noch das erste und das zweite in den Formen *chambrière*, *chétron* bestehn, das dritte sich in der lautgesetzlichen Form **povrin* nicht zu finden scheint[2], das vierte in alter Zeit die Nebenform *marbrin* aufweist; es liegt darin eine Abweichung vom Lautgesetz, die wahrscheinlich darin ihre Ursache hat, daſs *er* zwischen dem Stamme und anderen Suffixen in zahlreichen Fällen wohl berechtigt, nämlich als tonlose Form für betontes *-ier* oder *-or* oder *-eor* oder auch *-ain* auftritt[3]. Die Vertau-

---

[1] S. Eurén in Recueil de mémoires philol. présenté à G Paris par ses élèves suédois. 1889 S. 11 ff. und G Paris in Romania XIX 120.

[2] Doch behauptet Meyer-Lübke, Gr. I 275, daſs es vorkomme.

[3] Wie in *riverain*, *doucereux*, *couperet*, afz. *capelerie*, *chastelerie* (zu *capelain*, *chastelain*).

schung endlich von *r* mit *l* kann nicht überraschen, wenn man erwägt, was in *enforceler*, *écarteler* geschehn ist.

Eine Entwicklung in umgekehrter Folge würde sich keinesfalls an jeder Stelle durch gleichviel völlig gleichartige andere Einzelvorgänge wahrscheinlich machen lassen. Was sollte z. B. den Übergang von *fortelece* zu *forterece* herbeigeführt haben? Namentlich aber steht der Annahme, *fortelece* sei der Ausgangspunkt, der Umstand entgegen, daſs von einem *fortel*, *fortal*, von dem es doch abgeleitet sein müſste, keine Spur vorhanden ist, nicht im Provenzalischen, auch nicht im Spanischen, das für sein Verbum *fortalecer* ‚stärken' und ‚befestigen (einen Platz)' mindestens ebenso gebieterisch ein solches Adjektiv zum Ausgangspunkt verlangt wie für *fortaleza*, noch im Mittellatein, das mit seinem *fortalitium*, *fortareza*, *forterefcia* u. dgl. uns nicht weiter hinaufführt als die französischen Wörter, die dahinter stecken.

Was die Bedeutung betrifft, so ist nicht in Abrede zu stellen, daſs, während im Italienischen *fort-ezza* sowohl ‚Stärke' wie ‚befestigter Ort' heiſst, und während im Spanischen *fort-al-eza* ebenfalls die Bedeutungen ‚Stärke', ‚Festigkeit der Lage' und ‚Festungswerk' vereinigt und von pr. *fortalefa* gleiches gilt (nur daſs pr. auch *fortefa* ‚Festung' besteht), im Altfranzösischen *fortece* nur im Sinne von ‚Festigkeit' vorzukommen scheint, s. auſser den von GODEFROY beigebrachten Belegen folgende: *iluec repofte eft la fortece de lui* (*ibi abscondita eft fortitudo ejus*), Oxf. Ps. S. 239, 7; *deus li fire la meie fortece* (*deus dominus fortitudo mea*), eb. S. 241, 31; *la teie* (l. *meie*) *fortece a tei guarderai* (*fortitudinem meam ad te cuftodiam*), eb. Ps. 58, 10; *fait oevre de fortefce*, BR. LAT. 300; *oevrent de fortefce*, eb. Die Formen mit *tr*, oder *ter*, *tel* dagegen trifft man vorzugsweise im konkreten Sinne (und zwar auch in dem eines geschützten Wildlagers, . . *fe vont au tas embatre Com fanglers en fortroiffe, quant eft des chiens preffés*, Gir. Ross. 215; *Quant il* — der Hirsch — *fe voit en la plenace, Ou ne ai point de forterefce*, Lyon. Ys. 3080, was heute *fort* heiſst); doch fehlt es nicht an Belegen für abstrakte Bedeutung (s. GODEFROY, der aber Stellen untermischt, wo das Wort ‚Schutzwehr' bedeutet).

Mir scheint, *fortece* hat von frühester Zeit an die Nebenformen mit *rtr* angenommen und ist, da im abstrakten Sinn *force* daneben bestand, vorzugsweise, doch nicht ausschlieſslich, im Sinne von ‚fester Ort, Schutzwehr' gebraucht worden. Zu der die Herkunft von *fort* deutlicher zeigenden Form *fortece* zurückzukehren lag gelehrten Übersetzern oder Ausländern wie BRUNETTO nahe. In sp. pg. *fortaleza*, rum. *fortălĕță* sehe ich nur das entlehnte afz. *fortelece*; das sp. Verbum *fortalec-er*, zu dem noch Ableitungen mit *-edor* und *-imiento* sich gesellen, und das pg. *fortalecer* halte ich für Miſsbildungen, die an Stelle

des in portugiesischen Wörterbüchern noch verzeichneten *fortalezar*, einer wirklichen Ableitung von *fortaleza*, getreten sind, oder wenn ihr Ausgang auf *-er* der ursprüngliche sein sollte, für solche Mifsbildungen, die an die Seite von *fortaleza* gestellt worden sind, weil neben *pobreza* (aber ohne direkte Beziehung dazu) *empobrecer* bestand, neben *dureza endurecer*, neben *graveza gravecer*, neben *magreza magrecer*, neben *clareza clarecer* u. dgl. Asp. *fortalado*, das ich nur aus dem Alexandre Str. 1816 kenne, und *fortalidad*, das ich angeführt finde, können von dem entlehnten *fortaleza* aus, das auf ein Stammwort *fortal* hinzuweisen schien, gebildet worden sein.

pr. *recalivar* und fz. *baliveau.*

Pr. *caliu* und, was dazu zu gehören scheint, darf wohl dem Lexikographen und Grammatiker einige Sorge machen. Raynouard übersetzt das Wort mit ‚*braise*, *charbon*', und wenn er mit letzterem ‚Kohlenglut' meint, so wird seine Deutung wohl die richtige sein. Die beiden Stellen aus Raimon de Miraval (Mahn, Ged. 1122, 4 und 1113, 4; ob auch die erste ihm gehöre, ist hier gleichgültig), die er anführt, lassen kaum eine andre zu, und von der weiteren aus Peire Guillem bei Mahn, Werke I 247, wo es wiederum von der Minne heifst: *plus art que no fai caliu*, gilt dasselbe. Der Gedanke an Herkunft von *calere* ist schwerlich abzuweisen, obgleich Ableitungen mit dem Suffix *-ivum* vom reinen Verbalstamm sonst kaum zu finden sind.

Davon ist dann keinesfalls zu trennen das Verbum *calivar*, das Raynouard mit *brûler*, Rochegude mit *chauffer*, *échauffer* übersetzt, und das nach des ersteren beiden Belegstellen auch kaum etwas anderes heifsen kann: *Si·m te fuecx qu'encaliva* (Raynouard wohl richtig *que·m caliva*) *Pe·ls fermos de mal bec*, Guillem de SGregori (oder ADaniel nach Rev. d. lang. rom. XXV 235), Mahn, Ged. 437, 5; *Q'est vers farai, qe·m caliva, Dir lai on ab lieis pretz f'ajoing*, Raimb. d'Aurenca in Studj di filol. rom. III 104 oder *Que·l vers farai, que·m caliva, Dir a lieys a cuy pretz fe jonh*, Mahn, Werke I 80 (von Raynouard anders aufgefafst). Weiter gehört augenscheinlich der nämlichen Sippe zu: *recaliu*, das zunächst wie *caliu* ‚Kohlenglut' bedeutet: *noftra vianda non fi cohas* (?) *en fuec ni en forn, per fo que lo recaliu ni las fendres non tocon en noftras viandas*, Brief des Pr. Johannes, Suchier, Denkm. I S. 377, Kap. 57 Z. 6 (*nofter cibus ad ignem non coquitur, ne fumo aut caliginibus feu cineribus aut etiam carbonibus aliquo modo poffit commaculari*, bei Zarncke in den Abhandl. der Sächs. Gesellsch. d. Wiss. 1879 S. 923); auf geistige Glut übertragen: *La flama e·l fuec e·l recaliu Naih dins lo cor*, Peire Guillem

in Mahn, Werke I 249. An vier andern Stellen giebt Raynouard das Wort mit *langueur* wieder, während ‚Fieber' im eigentlichen und im bildlichen Sinne genauer zu entsprechen scheint: *Amors mi te jauzent e deleitos, Amors mi ten en ſon dous recaliu, Amors mi te galhart et eſſorſiu, Per amor ſui penſius e conſiros,* PVidal 38, 10; *Qu'aiſſi cum de recaliu Ar m'en ve fregz, ar calors* (von der Geliebten, je nachdem sie fern oder nah ist), eb. 14, 45; dazu Arnaut de Tintinhac, Mahn, Ged. 598, 1. Wichtig sind noch zwei von Raynouard nicht angeführte Stellen, in welchen das Wort eine Bedeutung zeigt, die einer auch von Raynouard anerkannten des Verbums *recalivar* entspricht. Wenn Folquet de Marselha sagt: *Peccatz m'azauta que·m(e) refreſca, Que m'es pus dos que mel ni breſca E retorna·m al recalieu,* Mahn, Werke I 332, so wird die Bedeutung ‚Rückfall' hier passender scheinen als ‚Glut' oder ‚Fieber', und gleiches darf man von der Stelle im Jaufre 106 *b* sagen, wo es von dem verwundeten Gefangenen, dessen Narben durch ständig wiederholte Miſshandlungen seines grausamen Hüters immer wieder aufgerissen werden, heiſst: *E cant es guaritz e ſanatz De ſas plagas e revengutz, E Taulat es aici vengutz E[l] fai a ſos quſſos liar E pueis fa·l aquel pueg puiar Baten ab unas coreiadas; E cant es ſus, ſon li crebadas Sas plagas denant e detras, Tant es afiniatz* (?) *e las, E pueis torna en recaliu. E ve·us a quina dolor viu.*

Daſs das Verbum *recalivar* ‚erglühen' heiſsen könnte, ist von vornherein nicht in Abrede zu stellen, indessen ist sehr viel sicherer zu erweisen, daſs es ‚Rückfall erleiden' (und zwar mit dem Kranken oder auch mit dem Leiden als Subjekt) bedeutet; die beiden Stellen, mit denen Raynouard die erste Bedeutung darthun will (PRaimon de Tolosa bei Mahn, Werke I 134, Montan Sartre bei Raynouard, Chx V 268, besser durch Chabaneau in Rev. d. lang. rom. XXVII 157), lassen sich mit gleichem Rechte zu gunsten der zweiten anführen. Zu den Belegen des Lexique roman für diese sei hier noch hinzugefügt: *no ſay eſſer anctos Vas vos, qu'ades recaliva Mos leus cors, on piegz m'en vay,* Raimb. d'Aurenca, Mahn, Ged. 357, 3 (oder hier ‚erglüht'?); *Quar plus ſ'empren amors, quan recaliva, E tug mal eyſſamen,* Sail d'Escola, Rev. d. lang. rom. XXV 219; *fols volers nos abriva De far ſo que no·s degra far E(n) tot ſo que dieus eſquiva, E can no·n* (d. h. *nos en*) *deuriam laiſſar, Adoncx pus* (so die Hds.) *nos recaliva,* Folquet de Lunel, Mond. Vida 44 (auch hier ist ‚erhitzt sich' zu dem Subjekte *fols volers* nicht völlig ausgeschlossen); nicht recht verständlich ist mir die Stelle Mahn, Ged. 637. 639, 3, wo das Verbum gleichfalls begegnet.

Auch die heutigen provenzalischen Mundarten besitzen die hier besprochenen Wörter noch; Mistral verzeichnet *calieu* ‚Kohlenglut', *calivádo* dasselbe, *calivejá* ‚versengt werden', *calivenc* ‚versengt', *recalieu*

,Kohlenglut', *recalivá* ,erhitzen, erglühen; Rückfall erfahren', *recalivado* ,Erwärmung; Rückfall'.

Soweit es sich hier um die Bedeutung ,Rückfall' handelt, kann ich den Gedanken nicht abweisen, es liege ein Wort vor, das mit lat. *calere*, pr. *caliu* in keinerlei etymologischem Zusammenhang stehe, sondern zu *cadere* und dessen in romanischer Weise ohne Änderung des Stammvokals gebildetem Compositum **recadere* gehöre, ein Wort, das einem vulgärlat. **recadivus* = lat. *recidivus* entspreche. Dafs intervokales *d* provenzalisch *l* werden kann, hat schon Diez I³ 235 an *cigala*, *elra* gezeigt, Mahn S. 54 hat noch *calabre* (*catabola*), *folrar* daneben gestellt, wo *d* sekundär war; hieher gehört auch *poliſſa* eben *appodiſſa* aus *apodiſſis* (ἀπόδειξις); es konnte dieser Wechsel in dem vermutlich halbgelehrten Worte natürlich nur dann eintreten, wenn sein Zusammenhang mit *cazer* (*cadere*) gar nicht erkannt wurde, und er wurde dadurch erleichtert, dafs eine gewisse Sinnesverwandtschaft mit den von *calere* abgeleiteten Wörtern vorhanden schien. Wichtig ist für die hier vorgetragene Auffassung, dafs das Altfranzösische zwei Wörter besitzt, die gleichfalls **cadivus* voraussetzen (übrigens Godefroy entgangen sind). Das eine ist *chäif* oder pic. *cäif* ,baufällig' an folgender Stelle aus Mousket: *Dont commanda li boins rois fers... Que ſ'en lor tiere avoit egliſe Vielle, cäive ne malmiſe, Que caſcuns la feſiſt refaire*, 3697, wo der Herausgeber das von ihm *caiue* geschriebene Wort für das Participium von *caoir* ansieht und *déchue, ruinée* übersetzt. Das andere ist *rechäiver* ,rückfällig werden', das ich in der Vie de Saint Gile leider nur unter dem Texte finde. Dort steht in einem Briefe, den der Heilige auf seine Fürbitte für Karl den Grofsen vom Himmel erhält: *De cel peché a il pardun, Meis dune li confeſſion; Garde ſei mes del recainer* (l. *Gart ſei mes del recäiver*) *E leiſt le peché tut eſter*, 3049, was G Paris trotz meiner inständigen Bitten abgeändert hat, indem er *rencaeir* für *recäiver* und *maneir* für *eſter* einführte. Seltsam ist, wie der Sinn des it. *ricadia*, das man doch kaum von *ricadere* wird trennen wollen, sich gewandelt zeigt; es scheint ,Unannehmlichkeit, Belästigung, verdriefsliche Sache' zu bedeuten. Im Spanischen zeigt *recadia* die Bedeutung ,Rückfall', wenn es in Berceos SDomingo 350 heifst: *Cúriate que non peques e non fagas follia, Ca ferá por tu tidio* [*ſi*] *faces recadia.* Das entsprechende Verbum *recadiar* führt Salvá als veraltet auf; Belege dafür weifs ich im Augenblicke nicht zu geben.

Ein *l* an Stelle des zwischen *a* und *i* gefallenen Dentals einzuschalten oder diesen in jenes übertreten zu lassen wäre auch dem Französischen nicht unmöglich gewesen; es hat das, freilich ziemlich spät, gethan in *baliveau* für älteres *bäivel.* Dieses selbst, das Gode-

FROY in der heutigen Bedeutung ‚beim Holzschlage verschonter Stamm' hinlänglich belegt, ist sicher nur ein Deminutiv zu afz. *bäif.* Dieses aber heifst nicht blofs ‚*ébahi*, *étonné*', wie GODEFROY angiebt, sondern zunächst ‚nach etwas schauend': *Li rois Ris eſt a moi bäis*, sagt ein Fräulein im Perc. 13604; *Nos fumes tuit vers lui bäif Et as paroles ententif*, En. 957; dann ‚harrend, wartend': *Uit meis enters eſtreit bäis, Ainz que puſſet entrer päis*, Brand. Seef. 615; endlich in tadelndem Sinne ‚müſsig zusehend, gaffend': *Li tornois eſt maltalentis, N'i a meſtier vaſaus bäis*, Parton. 8867, wozu auch die von GODEFROY angeführte Stelle gehört (auch im Provenzalischen ist *badiu* ‚Laffe'). Die *baliveaux* nun sind entweder ‚die harrenden' oder mit noch mehr Humor vermenschlicht ‚die müſsig und teilnahmlos zusehenden'.

afz. *lọs.*

Über die Herkunft von afz. *los* werden überraschende neue Dinge schwerlich vorzubringen sein; daſs das Wort, welches ‚Lob' und weiterhin ‚Empfehlung, Rath' bedeutet und offenes *o* zeigt, irgendwie mit lat. *laus* zusammenhänge, kann ja nicht zweifelhaft sein; es kann sich nur darum handeln genauer zu bestimmen, wie solcher Zusammenhang beschaffen sei. Lautete das Wort **lo* und wäre es weiblich, so brauchte man darüber nicht zu reden; seine Identität mit *laudem* und it. *lode* wäre auſser Frage. Zeigte es bei gleichem Lautbestande männliches Geschlecht, so würde man es wie altit. *lodo*, prov. *lau*, rät. *laud* als männliches vom Verbum abgeleitetes Nomen betrachten, wie altit. *loda*, pg. sp. *loa*, rum. *laudă* weibliche sind. Nun aber lautet es bei männlichem Geschlecht durchweg *los* mit nicht flexivischem *s*; denn die einzige Stelle, wo es in einem, dem Provenzalischen überhaupt nahe stehenden Dialekt ohne dasselbe auftritt (*Tuit donant lou a ton ſant nom*, SCath. 2097), kommt kaum in Betracht. Dies hat DIEZ (unter *luſinga*) veranlaſst ihm das ‚aus der Kirchensprache bekannte, als Einheit gefaſste *laudes* ‚Lobgesang' als Etymon zu geben[1]. Er hat aber dabei unerwogen gelassen, daſs bei solcher Herkunft das Wort überall da, wo auslautendes *z* und *s* geschieden sind, gerade so gut *loz* lauten müſste, wie *fides feiz*, *vides veiz*, *nudus nuz*, *audis oz* geworden sind, und daſs das *s* als der dem Worte zukommende Auslaut durch zahlreiche Reime gesichert ist (: *parclos*, Ch. lyon 2090; : *os*, Erec 574; : *fos*, 1226; : *Dolopathos*, Dolop. 7; : *os*, Chast. Prol. 72). Bei diesem Sachverhalte scheint mir

[1] MEYER-LÜBKE, Gramm. II S. 71 sagt: ‚Aus dem vokativischen *laudes*, mit welchem die einziehenden Kaiser begrüſst wurden, erklärt sich afz. *loz*'. Aber *loz* ist schwerlich irgendwo nachzuweisen.

nur der Nom. sing. *laus* die Grundlage von *los* sein zu können, und zwar dieses *laus* nicht als eigentliches Substantivum, sondern als verkürzter Ausdruck im Sinne von *laus ſit*, als Ausruf oder Zuruf, der schon für sich selbst oder höchstens zusammen mit einem Dativ eine vollständige Rede bildet. Ist dem so, dann kann das Geschlecht des altfranzösischen Wortes weiter nicht befremden; das männliche ist dann, wie auch sonst in ähnlichen Fällen, an die Stelle der Geschlechtslosigkeit getreten (*li avez*, das Ave, Watr. 64, 276; *le credo*, Joinv. 510 *g* und dgl., während bei *alleluie*, *miſerele* u. a. Anlaut oder Ausgang weibliches Geschlecht herbeigeführt haben).

fz. *trémouſſer*.

Seitdem die Ungleichheit der Schicksale von intervokalem *ci* und intervokalem *ti* erkannt ist, kann man nicht mehr *trémouſſer* mit Diez, Littré und andern auf **transmotiare* zurückführen, das nur in einem Verbum mit stimmhaftem *s* am Stammesende seine Wiedergabe hätte finden können. So sehe ich denn in der That Meyer-Lübke (Gramm. II 606) das Verbum als Ableitung von **movita* hinstellen (**trans-movitiare*). Von Seiten der Laute wird Stichhaltiges dagegen kaum einzuwenden sein, so lange uns das Wort nicht etwa in altfranzösischen Texten mit einem *ou* oder *ọ* in betonter Stammsilbe begegnet; denn ein Wort der von Meyer angenommenen Herkunft müſste in betonter zweiter Silbe *ǫ* wenn nicht gar *ue* aufweisen (**movita* ist afz. *muete*). Leider hat es sich altfranzösisch überhaupt nicht finden lassen. Was mir die Herkunft des nur französisch vorhandenen Wortes von einer Bildung aus *trans* und einem Derivat von *movere* unwahrscheinlich macht, ist der Umstand, daſs die Bedeutung des erstern sich damit nicht gut verträgt. Wir würden immer nur zu der Bezeichnung eines Hindurch- oder eines Hinüber-bewegens, nicht aber zu der eines Hinundher, eines unruhigen Sich Rührens an Ort und Stelle, eines Zappelns, Strampelns, Sich Tummelns gelangen, was für *trémouſſer* das Kennzeichnende ist. Man erwäge nur, was *treſaler*, *-corir*, *-couper*, *-farcier*, *-fichier*, *-forer*, *-jeter*, *-lancier*, *-larder*, *-muer*, *-nöer*, *-paſſer*, *-porter*, *-poſer*, *-torner*, *-voler*, andererseits etwa *treſ-culer*, *-ſalir*, endlich *treſ-penſer*, *-oblier*, *-ſüer* heiſsen; nirgends, auch nicht in *treſtrembler*, *treſſremir* zeigt das Präfix die Kraft, die es in **transmovitiare* zu einem Verbum hinzubringen müſste, das wir noch dazu nirgends vorfinden, und dessen Bedeutung weit abliegen würde von der des nächstverwandten Nomens *muete* ,Aufbruch', ,Meute'. So darf man denn wohl einen Versuch anderer Deutung wagen, und den mache ich, indem ich es gleich **tumultiare* setze, es als eine mittels *-iare* gewonnene

Ableitung von dem in der afz. Form *temoute* wohlbekannten Substantiv betrachte.

Die Ableitungen mit *-iare* sind wohl von Substantiven in nicht eben grofser Zahl vorhanden; aber auch MEYER-LÜBKE, der die Frage nach ihrem Vorkommen aufwirft, schlägt doch selbst **transmovitiare* vor und zweifelt, um nur von französischen zu reden, nicht an **fruſtiare* und **iriare*. — *temoute* ist, obschon es bei GODEFROY fehlt, ein durchaus volkstümliches oder, wie man mit Rücksicht auf das *e* im Ausgange vielleicht sagen mufs, wenigstens volkstümlich gewordenes Wort gewesen (neben dem die Lehnformen *tumult* und *tumulte* vorkommen), das wie lat. *tumultus* ungefähr *trepidatio, motus diſcurſantium* bedeutet: *grant noiſe et grant temolte font* (die von der Königin zu Hülfe gerufenen Zofen), Dolop. 148; *Mais tel temolte i ot de gent, Si treſgrant feſte et ſi grant joie, N'i a ne clerc ne lai qui l'oie* (die Bitte des Bischofs), G Coins. in BARB. u. M. I 275, 160; *Et l'oſt monta, qui eſtormi ſe fu* (Var. *eſtormie fu*); *Guillelmes a le temulte entendu*, Cor. Lo. 1201; *Le chités ou mors n'eſt doutee, Et dont paours eſt fors boutee, Joie entiere, pais ſans tumoute*[1]*, Me tout l'amour d'autre rien toute*, RENCL. Car. 162, 6; *Il monte, ſi ſe commanda A dieu, qui le deſtort de honte. A grant joie et a grant temonte*[2] *S'en vet et ſes genz après lui, Le petit paſſet, dui et dui, Come moine a proceſſion*, G Dole 2499 (hier ist augenscheinlich nicht von Unordnung, sondern blofs von rühriger Beweglichkeit die Rede); s. auch LITTRÉ im Historique zu *tumulte*.

Die Einschaltung des *r* nach dem dentalen Anlaut hat nichts Unwahrscheinliches, wenn man sich der Beispiele ähnlicher Vorgänge erinnert, die DIEZ I³ 305, FOERSTER zu Aiol 2087, GEIJER, Studier i fransk linguistik 1887 S. 24 ff., EURÉN, Recueil présenté à G PARIS, Stockholm 1889 S. 11 zur Sprache bringen (vgl. D'OVIDIO in Arch. glott. IV 164). Es spricht auch nicht gegen die Richtigkeit meiner Vermutung, dafs wir das Substantiv nur mit *te*, das zugehörige Verbum nur mit *tré* kennen; jenes kennen wir eben auch nur in der alten Sprache, dieses nur in der heutigen. Wie weit letzteres in den Mundarten lebt, ist schwer zu sagen. FORIR führt als wallonisch *trimouci*: *ſ'agiter d'un mouvement vif et irrégulier* an, HAILLANT verzeichnet *trémouſſé* als Wort der Vogesen. Bei CHAMBURE findet man *trémanci*, *trémoinci* ‚zittern, schaudern'; doch scheint dieses Wort seinem Lautbestande nach mit *trémouſſer* nichts gemein zu haben (vgl. *moinge* = fz. *manche*; *troincher* = fz. *trancher*).

[1] Hier dürfte *u* erst nachträglich für *e* eingetreten sein wie in *fumier*, *jumeau* und andern.

[2] Diese Form, die sich zu der andern verhält wie *mont* zu *mout* (*multum*), ist sicher auch im Escoufle 318 an die Stelle des unerhörten *demonte* zu setzen.

Endlich sei erwähnt, dafs das *e* der ersten Silbe von *trémousser* nach Thurot I 100 nicht immer als geschlossenes, sondern von manchen als dumpfes *e* gesprochen worden ist. Dies würde die Herkunft von älterem *tresm.* = *transm.* nicht ausschliefsen, wie a. a. O. zu sehn ist. Dagegen würde die Sicherheit immerwährender Aussprache eines *ẹ* der Annahme des Zusammenhangs mit *tẹmoute* nicht günstig gewesen sein.

fz. *bouée* ,Boje'.

Diez und, die nach ihm das nur neufranzösisch nachgewiesene Wort mit dem afz. *buie*, *boie* ,Fessel' und durch dieses mit dem lat. *boia* in Beziehung gesetzt haben, mit Ausnahme von Brachet und Scheler, haben versäumt sich darüber zu äufsern, wie sie sich das Verhältnis zwischen dem alten und dem neuen französischen Worte denken. Brachet sieht in letzterem ein Deminutivum von einem an Stelle von *boye* getretenen *boue*, das er schwerlich nachzuweisen vermocht hätte, und das in dem später erst bekannt gewordenen Dialogus animae et rationis VII 2 (Romania V 281, dazu VI 142 und Zts. f. rom. Phil. I 398) kaum eine Stütze findet, weil in diesem *boes* (=*compedes*) bietenden Texte *oi* jedes Ursprungs gewöhnlich durch *o* vertreten ist; dafs eine Deminutivbildung mit *-ee* undenkbar ist, braucht nicht ausgeführt zu werden. Scheler hat denn auch diesen Ausdruck vermieden und durch ,*forme dérivative*' ersetzt, gleichwie er statt von dem imaginären *boue* von den thatsächlich allein vorhandenen *boie*, *buie* ausgeht; doch auch er läfst unaufgeklärt, wie es komme, dafs in dem angeblichen Derivatum das *i* des Stammwortes sich nicht mehr vorfindet. So ist denn nicht zu verwundern, dafs Darmsteter-Hatzfeld-Thomas meinen: *origine incertaine. On a voulu le rattacher au lat. boja ...., mais la phonétique n'autorise guère cette hypothèse.* Mir scheint jedoch, man brauche auf die Annahme des Zusammenhangs mit *boia* nicht zu verzichten, es habe auch die Phonetik gegen ihn keinen Einspruch zu erheben, wofern man nur jenen Zusammenhang sich anders denke, als die beiden Etymologen gethan haben, deren Auffassung allerdings zurückzuweisen war. Ich betrachte meinerseits *bouée* nicht als Ableitung von *boie*, jener seltenen, aber thatsächlich doch vorhandenen Nebenform des gewöhnlicheren *buie*, die man in den Dialogen Gregors 146. 4 findet und die auch das oben angeführte *boe* repräsentiert, sondern als wesentlich eins mit *boie*, von dem es nur eine spätere Lautform darstellt. *boie* mufste wie *joie*, *croie*, zu einer Zeit, deren Beginn nicht überall derselbe ist, seinen fallenden Diphthong mit dem steigenden *oè* vertauschen und konnte auf diesem Punkte eines Weges verharren, der in der Mehr-

zahl der Fälle zu Formen mit *oua* oder mit *ai* (*è*) geführt hat (*joie* spr. $j^{ou}\bar{a}$; *craie*). Das Wort, welches in seiner heutigen, altfranzösisch noch nicht nachgewiesenen Bedeutung weite Verbreitung so wenig haben konnte wie ‚Boje' in Deutschland, fand Aufnahme in die Schriftsprache innerhalb des Zeitraums, während dessen die Spanier das französische *framboiſe* als *frambueſa*, die Deutschen *hautbois* als ‚Hoboe' nachsprachen. Da eine altüberlieferte Schreibweise dafür nicht bestand, schrieb man den Diphthong *oue*, wie Palsgrave die Substantiva auf *-oir* mit *-ouer* schlieſsen läſst, Péletier und andere die Imperfecta wenn nicht auf *ouée* doch auf *oèe* ausgehn lassen (s. Thurot I 353, 364), und wie noch die heutige Schrift *poêle* (m.) festhält, wo die alte Sprache *poisle* gesprochen haben muſs, die heutige $p^{ou}al$ spricht[1], wie die Wörterbücher *douet* neben *doit* ‚kleiner Wasserlauf' führen, oder wie Sprache und Schrift heute noch bei *Orrouer*, *Ouzouer*, *Ozouer* neben *Ozoir* aus dem an vielen Stellen verwendeten Ortsnamen *Oratorium* beharren, s. LQuicherat, Formation française des anciens noms de lieux S. 30. Eine Schreibung **bouèe* würde anfänglich die thatsächlich gesprochenen Laute ohne Zweifel treuer dargestellt haben; sie war aber in zu starkem Widerspruch mit dem Gewohnten und wird deswegen verlassen worden oder nie aufgekommen sein. Wenn, wie Darmsteter-Hatzfeld-Thomas in Übereinstimmung mit Littré sagen, *ou* und *é* in *bouée* heute nicht mehr Diphthong bilden, sondern zwei verschiedenen Silben angehören (Belege werden freilich nicht gegeben), so wird dies durch das Verhalten von *brouée*, *trouée* veranlaſst sein.

fz. *frette* ‚Nabenring', ‚Zwinge'

hat Diez, das Wort zusammenfassend mit einem gleichlautenden Ausdruck der Heraldiker, vielleicht etwas frei mit ‚Eisenband' übersetzt und als ein von *ferrum* aus gewonnenes Deminutivum hingestellt, das eigentlich *ferrette* lauten müſste. Scheler, der — mit welchem Rechte, weiſs ich nicht — behauptet, es bestehe gleichbedeutend auch ein männliches *fret*, schlieſst sich ihm im übrigen an. Littré, der den Ausdruck der Wappenkunde (richtig?) von dem andern trennt, giebt Diezens Deutung an ohne sich über sie zu äuſsern. Brachet und

[1] Wie sich die Bedeutungen von nfz. *poêle*, m. auf *pallium* und *penſile* verteilen, scheint mir noch nicht völlig festzustehn. *poêle* ‚Thronhimmel' scheint doch eher zu *penſile* zu gehören, wenn man bedenkt: *Anabatre eſt une courtine* (*Ou poile*) *ſur pulpite miſe Ou deſſus la chaiere aſſiſe*, Vieille 97, und das bei Godefroy fehlende Verbum *apellir* (*apeslir*) daneben hält: *Moult pres de dieu le piteus pere Apelli*[*s*]*t cil ſon lit et pere Qui de bon cuer ſert la pucele*, GCoins. 375, 28. Denn ein Verbum *apeslir* ‚mit Betthimmel versehen' weist für *poile* = *courtine* auf ein *e* des Stammes.

Darmesteter-Hatzfeld-Thomas bezeichnen die Herkunft des Wortes als unbekannt. Sicher ist es ratsamer sich hier zum Nichtwissen zu bekennen als die angegebene Deminutivbildung anzunehmen, die mehr noch als durch ihr schwer begreifliches Geschlecht oder ihre viel zu umfassende Bedeutung durch den unter den vorliegenden Umständen ganz unerhörten stetigen Ausfall des Vokals der einzigen vor der Tonsilbe stehenden tonlosen befremden mufs.

Stellen, wo wir es unzweifelhaft mit dem heute in der Bedeutung ,Nabenring' ,Zwinge' fortbestehenden Worte zu thun haben, sind aus alter Zeit in geringer Zahl bekannt: dem Vorstande eines Hauswesens wird empfohlen, wenn seine *gates* (= *jattes*) *granz et menües* gespalten seien, sie nicht wegzuwerfen, *Mes face relier Et la* (l. *à*) *frete alier*, Mont. Fabl. II 155 und 327; der Bauer braucht neben zahllosen andern Dingen *bouviés* (?) *et clous et frettes, Herſes et joins et courraietes*, Jub. N Rec. II 165; von den Rädern zur Marter der h. Katharina heifst es *Les röes erunt iſi faites, Les rais, les juntes* (l. *jantes*) *e les fraites, Si com vos diz primeirament*, S Cath. 2069. Diese letzte Stelle könnte den Gedanken nahe legen, das *e* unseres Wortes gehe auf älteres *ai* zurück, namentlich da in dem poitevinischen Texte sonst die Schreibung *ai* für *ę* nicht vorzukommen scheint und unter den zahlreichen ungewöhnlichen Reimen des Gedichtes ein anderer nicht vorkommt, der ursprüngliches *ai* mit ursprünglichem *ę* gleichstellt[1]. Doch kann dem so nicht sein, da das von *frete* abgeleitete Verbum im Infinitiv und im Participium immer nur *er* und *é*, nie *ier*, *ié* aufweist.

Es scheint aber dieses Verbum ein Beschlagen oder Belegen nicht blofs mit einem oder mehreren senkrecht zur Axe der Lanze stehenden Ringen zu bezeichnen, sondern wohl auch mit spiralförmig und zwar gleichzeitig nach rechts und nach links vom hinteren Ende aus sie umwindenden aufgenagelten Metall- vielleicht auch Lederstreifen. Nebenher finden wir dasselbe Verbum auch vom Umbinden anderer Gegenstände mit festigenden, nicht grade metallenen Streifen angewandt: *La hanſte eſt de pumier, fretee; Ne puet briſier, tant eſt bendee*, Parton. 3007; *Et li carpentier facent max de fraiſne enhaſtés, Et grans lances poignax, ou fer feront fermé, Et de fer et d'achier et loié et freté, Des l'un chief dusqu'en l'autre moult richement bendé, Qu'il ne ſoient par armes ne trenchié ne colpé*, Jerus. 1730 (welche Stelle auch in ihrer Ver-

[1] Gleichfalls mit *ai* geschrieben, das aber hier der Reim als gleichlautend mit *ę* erweist, erscheint das Wort im Partonopeus: *Rois Sornegur eſt bien armés, Bien ſai comment; or eſcoutés: En cauces eſt, ſ'a unes fraites Bones et fors et legieretes; Cauces de fer a puis caucïes De las de ſoie bien lacïes*. 2955. Hier scheint es die Bänder zu bezeichnen, mit denen die Bekleidung der Unterschenkel kreuzweis umwunden wurde und vielfach noch wird. Man erinnere sich des *cross-gartered* Malvolio in Shaksperes Twelfth-Night und der heutigen Hirtentracht südlicher Länder.

derbnis lehrreich bleibt); *un vit .. Moult bien fresté a treize vaines Come baston a champion,* Barb. u. M. III 460, 56 (= Mont. Fabl. III 83); *cauciés d'uns housiax et d'uns sollers de buef fretés de tille dusque deseure le genol,* Auc. 24, 21; *une nef .. de cerciaus liee Tout entour et bien fretee,* Peler. V. 12448; *et est icellui digne drap moult noblement envaissellé en ung coffre frestré de fin cristail, parmi lequel l'en peult veoir icellui drap tresclerement,* Sd'Angl. 332[1]; *Serjanz .. Qui, les mains garnies de plates, Les espaules d'armes fretees Et les targes sus eus getees, S'en vont amont,* GGui. II 2691. An drei Stellen des Gedichtes über die Eroberung von Jerusalem, die man in der Histoire littéraire de la France XXII 382 ff. findet und wo von den zum Mitnehmen aus dem heiligen Lande bestimmten Palmzweigen die Rede ist, stöfst man auf *paumes fretees,* einmal *fertees.* Diese Stellen lassen keinen Zweifel darüber, und es ist a. a. O. auch anerkannt, dafs solche Palmzweige mit kostbaren Bändern umwunden wurden (*Frestees et estraintes de soie a fil d'argent — Cascuns a bien la soie fertee a fort pendant —* Schärpe); dafs das Wort aber mit *fierte* ‚Reliquienschrein' irgend zusammenhänge, wie dort vermutet wird, ist sicher nicht anzunehmen. *fretëure* bilden im Parton. 10657 die um die Haarflechten einer Frau gewundenen Bänder.

Darauf nun, dafs eine in der oben angegebenen Weise ausgeführte Umwindung als rautenbildende Zeichnung auf dem Untergrunde erscheint, wird es zurückzuführen sein, dafs jede Art von Fläche auf der viele sich kreuzende Linien ein Rautenmuster hervorbringen, ebenfalls *freté* genannt wurde. Kann man noch an wirkliche Umwindung denken, wenn es heifst: *Cauces avoit moult rices de paile a or freté,* Fier. 62, so ist sicher an einen rautenförmig gemusterten Stoff zu denken in: *Sor un cosin de paile a sa seror trovee, Et tint sor ses jenos une ensegne fertee; Gentiument l'enlumine, car ele estoit letree,* RMont. 113, 28, an welcher Stelle die Histoire littéraire XXII 682 *sertee* richtig durch *fertee* ersetzt; *Sour un cendal menu freté Ont mon signeur Gauvain armé,* Percev. 11107, und so, wo Schilde beschrieben werden: *Ses escus ert tos frez dorés, Si ert de synople frestés,* Durm. 7432 (in der Anmerkung durch den Herausgeber mifsdeutet); *Cil noirs qui d'argent est fretés, Est Saigremors,* eb. 8479 (vom Ritter gesagt, aber von der *enseigne* gemeint); *L'escu vermeil portoit freté d'argent,* Enf. Og. 2654; *Et porte l'escut d'or, c'est de gueule fertez,* RAlix. in Romania XI 241, 425. In diesem Sinne (‚gegittert') bewahrt die Sprache der Wappenkunde und die der Bau-Ornamentik den Ausdruck *fretté* bis zum heutigen Tage, ja auch das Substantivum *frette,* das vom

[1] Die Herausgeber und ähnlich Godefroy verstehn: *dont la partie supérieure en forme de faite est en cristal.* Ich glaube, der Sinn ist vielmehr: eine mit Beschlägen versehene Truhe aus Krystall. Von der Form *frestré* später.

Verbum abgeleitet zu glauben ich keinen Grund erkenne, bewahrt jene. Das spanische *frete*, das nur die Heraldiker brauchen, ist aus dem Französischen geborgt. Von demjenigen französischen *fraite*, dem ein *ai* wirklich zukommt, und von dem *frete*, welches nach Du Cange ,Pfeil' bedeutet hätte (was die Histoire litt. a. a. O. bezweifelt), habe ich hier nicht zu reden.

Ist uns das Substantivum *frete* immer nur in dieser Form oder doch nur in schwankender Schreibung für den Tonvokal begegnet, so trat uns dagegen das Verbum in den Formen *fret-*, *freſt-*, *fert-* und *fretr-* für seinen Stamm entgegen. Die erste wird die maſsgebende sein: für sie spricht die des Substantivs; das *s* der zweiten tritt in Texten, die ein Untergehn des *s* vor *t* im Wortinnern auch in der Schrift sonst nicht erkennen lassen, doch nur vereinzelt auf und wird auf ,umgekehrter Schreibung' beruhen; hinsichtlich der dritten wird man sich zu erinnern haben, daſs wir von dem Verbum nur das die Endung betonende Participium kennen und daſs in vortonigen Silben die Umstellung von Kons. + *r* + Vokal + Kons. zu Kons. + Vokal + *r* + Kons. sehr häufig ist (*fretin fertin*, *breteſche berteſche*, *cravanter carvanter*, *crenu quernu*, *froment forment*, *gramoiier garmoiier*, *grenade guernade*, *grenetier guernetier*, *grenon guernon*, *grevance guervance*, *gromet gormet*), kaum minder häufig als die umgekehrte (*ferlin frelin*, *fermer fremer*, *formoiier fremiier*, *berbiz brebiz*, *formage fromage*, *torſer troſſer*, *torbler trobler*, *eſtreper*); von der vierten wird noch zu sprechen sein.

Als Etymon für *frete* aber scheint es mir unbedenklich altsächs. *feter*, angels. *feter* f., altnord. *fiöturr* m. (= engl. *fetter*, ahd. *fëzzarâ* f., mhd. *vezzer* f.) ,Fessel, Band' anzunehmen, das sowohl nach Laut wie nach Bedeutung mit *frete* genau zusammentrifft. Wäre in erster Beziehung zunächst **fetre* zu erwarten, das wir an den wenigen Stellen, wo wir das Wort in der älteren Zeit treffen, nicht vorfinden, so liegt die Umstellung des *r*, die wir annehmen müssen, doch durchaus innerhalb der Grenzen des Vorkommenden, vgl. *abreuver* neben *aberrer*, afz. *preſtir* (Du Vallet, Jahrb. N. F. I 299, 160; Men. Reims 164; Gir. Ross. 101) neben *peſtrir*, *tremper* neben afz. *temprer* oder, wo die betonte Silbe das *r* aufnimmt: *frange* aus *fimbria*; *freſte* neben *feſtre* (*fiſtula*), das Stammwort zu *freſtele*; *fronde*, das auch schon in altfranzösischer Zeit sich findet (BComm. 1541) für **fondre* s. GParis in Romania XIX 120; afz. *cranque* neben nfz. *chancre*. Die Form *fretré* des abgeleiteten Wortes zeigt das *r* gleichzeitig an seiner ursprünglichen und an seiner neuen Stelle und ist in dieser Hinsicht zusammenzustellen mit *trempre*r Lyon. Ys. 65, *trampréure*, Ch. Sax. II 152; s. Schuchardt, Vokal. III 5.

Ich kann diese Auseinandersetzung nicht schliefsen ohne meinem Bedauern Ausdruck zu geben, dafs ich Speere aus dem zwölften oder dem dreizehnten Jahrhundert, die in der von mir angenommenen Art beschlagen wären, weder in den reichen Waffensammlungen von Berlin und von Dresden noch auch abgebildet in den bekannten Werken über geschichtliche Waffenkunde habe finden können. Speere aus so alter Zeit scheinen überhaupt nicht mehr vorhanden zu sein. Jagdspiefse, Helmbarten, auch Schlachtbeile, deren Schäfte mit Lederriemen oder mit Blechstreifen in der Art zwiefach spiralförmig umzogen sind, dafs diese eine rautenförmige Zeichnung auf dem Holzgrunde bilden, sind aus dem sechzehnten Jahrhundert in den genannten Sammlungen nichts weniger als selten. Wenn solcher Beschlag dem Schafte die Festigkeit erhöhte, so hinderte oder erschwerte er gleichzeitig dessen Rutschen in der umfassenden Hand. Demmin, die Kriegswaffen in ihren geschichtlichen Entwickelungen (dritte Aufl. 1893) S. 775 giebt den Ausdruck *lances frettées* als gleichbedeutend mit *lances courtoifes, gracieufes, mornées*; dies waren Turnierwaffen, mit denen man nicht ernstlich schädigen wollte, und die statt in eine eiserne Spitze auszulaufen ein stumpfes, von einer Zwinge (*morne, frette*) umschlossenes vorderes Ende aufwiesen. An derartiges ist an den oben beigebrachten altfranzösischen Stellen sicher nicht zu denken.

fz. *falope* ,Schlumpe' ,schlumpig'.

Für fz. *falope* kennen wir vorderhand keine Geschichte; der alten Litteratur scheint das Wort noch fremd, erst Cotgrave 1660 verzeichnet es (als *generis communis* mit der Übersetzung *a floven or flut*, also als Substantivum), und Littrés Belege reichen über das achtzehnte Jahrhundert nicht hinauf. Es besteht auch Zweifel über das Vorhandensein eines Masculinums *falop*, das Bescherelle ansetzt, Littré wie die Akademie seit 1694 nicht kennt. Letzterer läfst mit der Akademie in adjektivischem Gebrauche auch für männliches Geschlecht *falope* zu. Mistral stellt neben das Femininum *falopo* ein männliches Adjektiv *falop*, wie auch Corblet dem weiblichen Substantivum *falope* ein picardisches männliches *falop*, Thibault ein männliches Adjectivum *falaud* aus der Gegend von Blois an die Seite setzt und übereinstimmend mit Jaubert ein Substantivum *falaud* im Sinne von frz. *falopette* aufführt. An Ableitungen kennt man *falopiaud, e* ,Schmutzfink', *faloperie* ,Unsauberkeit' (nach Chambure ist *failouprie* auch eine Bezeichnung, die eine Hausfrau in freundlicher Nachsicht etwa dem kleinen Hausgetier, Geflügel u. dgl. giebt, das sie aufzieht), *falopette* ,zum Schutze gegen Schmutz übergezogenes (also selbst zur Unsauberkeit verurteiltes)

Kleidungsstück'; dazu mundartlich *faloper* = *falir, tacher*; *faire fans foin* (Thibault), *falopin* = *faligaud* (Jônain, Saintonge), npr. *faloupás, faloupét, faloupejá.*

Diez hat an Herkunft von englisch *floppy* gedacht; doch müfste dieses Wort bei den Franzosen in schwer begreiflicher Weise sein Suffix eingebüfst haben; und seine Bedeutung, wenigstens seine erste, aus der Ableitung von *flop* ,Pfütze' sich ergebende, stimmt nicht recht zu der des französischen Wortes, das kaum anders als mit Bezug auf Menschen gebraucht wird. Das niederdeutsche *flap* ,schlapp', zu welchem Körting seine Zuflucht nimmt, liegt dem Sinne nach zu weit ab, es wäre denn, dafs das französische Wort sich auch in der niederdeutschen Bedeutung nachweisen liefse oder das niederdeutsche in der französischen; und sein Vokal konnte nicht zu *o* werden. Ob das Wort nicht von *fale* abgeleitet oder doch in seiner Gestalt beeinflufst sein könne, haben auch Littré und Scheler erwogen, sind aber zu keinem Schlusse gekommen.

Meine Meinung geht dahin, es sei, wie von *bel bellot* ,niedlich', von *fec fécot* ,etwas mager', von *vieil vieillot* ,ältlich', von *pâle pâlot* ,bläfslich', so von *fale* **falot* abgeleitet worden, um die Eigenschaft dessen zu bezeichnen, der, ohne gradezu und unverkennbar schmutzig zu sein, doch bei genauerem Zusehn einige Unsauberkeit verrät, eine Eigenheit, die vielleicht noch mehr als offenbare Unreinlichkeit deswegen mifsfällt, weil sie sich leicht mit der Überzeugung verbunden findet als ausreichend sauber immer noch gelten zu dürfen und auch zu erscheinen. Von diesem Adjektiv hatte man vielleicht mehr Anlafs ein Femininum als ein Masculinum zu brauchen, durchaus nicht etwa, weil jene Eigenschaft öfter beim weiblichen Geschlecht sich fände, sondern grade weil sie bei ihm seltener auftritt, wenigstens unangenehmer auffällt und mit minderer Nachsicht beurteilt, also öfter zur Sprache gebracht wird. Natürlich müfste es **falote*, **falotte* lauten. Wenn dem nun nicht so ist, statt des *t* vielmehr ein *p* erscheint, so erklärt sich das als einer jener seit dem Verstummen auslautender Konsonanten so zahlreich gewordenen Fälle, in denen die Sprache bei der Flexion oder bei der Ableitung, durch gleichartig scheinende Thatsachen verleitet, Laute am Stammesende eintreten läfst, die dort ganz unberechtigt sind, indem entweder überhaupt kein Konsonant oder dann ein anderer zu stehn hätte (*numéro numéroter* nach *tro(t) trotter*, das volksübliche Femininum *bizarde*, Labiche, Théâtre IX 175 zu *bizarre* nach *criar(d) criarde* und *étaim étamer* nach *faim affamer*). Die Erscheinung ist so oft, auch von mir besprochen worden (Miscell. Caix-Canello 71, 73, Zeitschr. f. rom. Phil. III 573, X 577), dafs auf sie abermals einzugehen nicht not thut. Aber auffällig kann auch dem,

der ihre Häufigkeit anerkennt, immer noch bleiben, dafs der nichts weniger als seltene Ausgang *-ote*, der hier zu erwarten war, dem weit minder häufigen *-ope* gewichen ist; sicher ist der genau umgekehrte Vorgang, vermöge dessen von *siro(p)* aus das Verbum *siroter* gewonnen ist, weit leichter verständlich. Ich glaube, dafs das freilich einer andern Wortart angehörende und dem Sinne nach gleichfalls weit abliegende, dafür aber nach seinem Lautbestande äufserst ähnliche *galo(p)* mit seinen Zugehörigen *galoper*, *galopade*, *galopeufe*, *galopin*, afz. auch *galopel*, *galopon*, *galopet* Veranlassung gewesen ist, dafs zu **falo(t)* ein Femininum *falope* und weitere Ableitungen mit *p*, unter denen *faloper* und *falopin* besonders zu beachten sind, traten. Vielleicht dafs auch das *p* von *varlope*, sp. *garlopa* sich einmal als unursprünglich erweist; sicher ist wenigstens, dafs der von Baist gegen Diez' Herleitung des Wortes von einem, wie dieser selbst sagt, unnachweislichen *wederloop* erhobene Einwand unanfechtbar ist, und dafs die älteste, freilich immer noch ziemlich junge und männliche Form des Wortes merkwürdigerweise *warlo* ohne *p* lautet (Godefroy unter *varlo*).

afz. *tenfer* ‚verteidigen, schützen'.

Seitdem GParis (Romania IV 480) gezeigt hat, dafs *tencier* ‚zanken' und *tenfer* ‚schützen' zwei nach Form und nach Sinn durchaus verschiedene Wörter sind, ist der Ursprung des letzteren völlig unaufgeklärt. Zwar hat Du Cange es mit einem mlat. *tenfare* zusammengestellt, von dem auch weiterhin zu reden sein wird, über den Ursprung von *tenfare* jedoch sich nicht geäufsert. Körting sieht in diesem ein Frequentativum von *tendere*; aber zu dem von ihm selbst geäufserten Bedenken, dafs die Bedeutungsentwicklung unklar bleibe, kommt das weitere, dafs das französische Wort, wenn es ein Erbwort war, *tefer* lauten mufste (vgl. *pefer*, *entefer*, *poids*, *toife*, *mois*, afz. *defois*, *defpoife* und andere), wenn es dagegen zu den Lehnwörtern gehörte, wie *penfer*, *cenfer*, *difpenfer*, *offenfer*, sich an ein gleichbedeutendes lateinisches Wort mufste anlehnen können, und wir von einem solchen nichts wissen, auch durch keine andere romanische Sprache darauf geführt werden. Wenn das Latein sich versagt, die germanischen Sprachen ebenso wenig zu bieten scheinen, was als Etymon gelten könnte, so wird bei einem Worte, das am ehesten der Sprache des Rechts- und des Kriegslebens angehört, zu welcher das Keltische kaum etwas beigesteuert hat, schwerlich an anderes als an das Französische selbst zu denken übrig bleiben; und so möchte ich denn hier glaublich zu machen suchen, das *tenfer* weiter nichts als ein französisches Derivatum von *tens* ‚Zeit' sei. Ist dem so, dann ist die eigent-

liche Bedeutung des mit Accusativ der Person oder auch der Sache konstruierten Verbums ‚jemandem oder einer Sache den Fortbestand, die Dauer erwirken, die in Frage gestellt sind, weitere Zeit[1] schaffen'. Man kann es etwa vergleichen mit *refpiter*, welches von *refpit* ‚Aufschub' abgeleitet (nicht etwa diesem zum Ausgangspunkt dienend), ganz ähnlichen Sinn wie *tenfer* zeigt: *Par vous fui de mort refpitez*, Cleom. 11559; *De fa mort fu duels et pitiez, Mais ne pot eftre refpitiez De la mort*, eb. 18590; man darf es vergleichen auch mit dem mittelhochdeutschen *vriften*, welches, von dem mit *tens* beinah gleichbedeutenden *vrift* herkommend, ‚erhalten, bewahren, schützen, retten' heifst, wie jedes Wörterbuch lehrt (s. auch Grimm'sches Wörterbuch unter *friften* 3). Das Bedeutungsverhältnis zwischen *tens* und *tenfer* ist das nämliche wie zwischen *congié* und *congeer*, *foudee* und *foudeer*, *guerredon* und *guerredoner*, *mecine* und *meciner* und vielen ähnlichen Paaren.

Das zum französischen Stamme gehörige *s* von *tens* hat sich in der Ableitung erhalten müssen wie das von *cor(p)s* in *corfage*, *corfet*, *corfelet*, *corfer* und in den aufgegebenen *corfel*, *corfu*, wie das von *jus* in afz. *juffel*, das von *piz* in afz. *piciere* ‚Bruststück des Rofsgeschirrs', das von *fonz* (*fonds*) aus **fundus, -eris* in *foncer*, *foncier*, das des französisch nicht aber doch provenzalisch gefundenen, auf ein vulgärlateinisches Neutrum weisenden *ros* in *rofée*, *arrofer*, das des gleichfalls auf einem neutralen **pulvus* ruhenden und wenigstens provenzalisch erwiesenen *pols* = fz. **pous* in *pouffière* (s. Meyer-Lübke, Schicksale des lat. Neutrums S. 57).

Unter den von Du Cange beigebrachten Belegen für mittellateinisches *tenfare* haben hier nur diejenigen Interesse, die uns über die Zeit der Entstehung des Rolandsliedes hinauf führen; denn in diesem treffen wir *tenfer* bereits in tautologischer Verbindung mit *guarentir* und *guarir*, also in der Bedeutung, die es die ganze altfranzösische Zeit hindurch zeigt. Die älteste jener Belegstellen ist den Formulae senonenses recentiores (Handschrift des neunten Jahr-

[1] *tens* ist bekanntlich im Altfranzösischen insbesondere die jemand gegönnte Lebensdauer: *Vocillet u nun, tut i laiffet fun tens*. Ch. Rol. 1419: *Morz eft li cuens, de fun tens n'i ad plus*. eb. 1560; ähnlich eb. 2366. 3840: *Cui ataignent a coup, tout a fon tans ufé* (sein Leben aufgebraucht, zu Ende gelebt). Fier. 100; *Cui il confiut, tot a fon tans ufé*. Aym. Narb. 918; *Mut as petit ufeit ton tens* (nicht lang gelebt). SJul. 991; *Ci fu mis, qant fini fon tans*. Ren. 4786 = M XIV 1042: *A plus de cent a fait lor tens finer*, Og. Dan. 6167; *Et dift qu'en bele fin viut fon tans definer*. R Alix. 205, 2; *Mains Sarrafins perdi illuec fon tans*. Alisc. 7; *Qi la chäi, bien est del tans iffus*. R Cambr. 3896; *eftoit vix et frales, fi avoit fon tans trefpaffé*. Auc. 2, 8; *Ainc en fon tans n'i parut fronche* (an ihrer glatten Stirn). Rich. 144; *a mon tans N'ert ja par moi autres amés*. Ch. II esp. 2860; *Car en tout mon tans peu trovai Kien ki abaiaft a vois vraie*. Rencl. C 118, 11: *Molt eft viels oem et de lonc tens*. En. 4128; *Il sont tout d'un fanlant, d'un tans et d'un aé*, Ch. cygne 17.

hunderts!) entnommen, wo man in der Ausgabe ZEUMERS (Monum. Germaniae hist., Leg. Sectio V, Formulae merovingici et karolini aevi, Hannover 1886) S. 211 liest: *ad ſua ingenuitate tenſandum*; LINDENBROG hat schon *defenſandam* vermutet, und auch ZEUMER hält *tenſandum* für verderbt. Die beiden andern Stellen sind Urkunden entnommen, die sich bei BESLY, Histoire des comtes de Poitou et ducs de Guyenne, Paris 1647 S. 149 und S. 176 finden und von denen ich nicht weiſs, ob sie in neuerer Zeit wieder veröffentlicht sind; die erste stammt aus dem dreizehnten Jahre der Regierung König Karls, die zweite aus der Zeit des Grafen Bernhard I von Poitiers, also aus dem neunten Jahrhundert. In dieser trifft man den Ausdruck *ad ingenuitatem ſe tenſare*, der stark an den der Formulae erinnert. In der andern heiſst es *ipſe Gratianus ipſum Jaciacum tenſare non potuerat*; das Verbum hat also hier die Bezeichnung eines Besitzes zum Objekt. Ist hier überall richtig geschrieben und gelesen — und ich habe keinen Grund daran zu zweifeln —, so ist für das französische Verbum *tenſer* und für die Aussprache *tens* des in Frankreich aus *tempus* gewordenen Wortes ein Alter erwiesen, das man beiden zuzuschreiben sich kaum getraut haben würde.

Es bleibt noch übrig zu erwägen, wie einige hier noch nicht in Betracht gezogene Verwendungen des Verbums *tenſer* und anderer nächst zugehöriger Wörter sich mit der angenommenen Herkunft von *tens* vertragen. Ohne weiteres ist verständlich, wie *tenſer* auch die Bedeutung ‚aufhalten, anhalten, zurückhalten' hat annehmen können; sie ist GODEFROY unbekannt, aber darum nicht minder sicher: *Moult covient l'envïex penſer, Car il ne puet ſon cuer tenſer; Cant il a plus, et plus deſirre*, Dolop. 54; *Lor felon cuer n'ont pas tenſé Cil ki le mal orent penſé*, eb. 55; *Legierement n'eſt pas tenſee A homme oiſeus vaine penſee*, G Coins. 523, 7; *Et par einſi contrepenſer Cuide ſon cuer veincre et tenſer*, ders. MÉON II 9, 234; *ne la porent tenſer De ſon ſeignor et plaindre et regreter*, M Aym. 231. Handelte es sich bei der Bedeutung ‚schützen' um das Gewähren oder Erwirken einer erwünschten Frist, so hier um das Auferlegen eines unwillkommenen Aufschubs. *detenſer*, welches ‚verteidigen' heiſst in *De lui a detenſer durement ſ'apreſtoit*, JACOT DE FOREST in J TUIM S. 37 Anm., bedeutet meines Erachtens ebenso ‚hinhalten, vorenthalten' an einer von GODEFROY beigebrachten Stelle, wo er es mit *contraindre* übersetzen zu dürfen geglaubt hat (Entsprechendes gilt von *detenſement*). Nun aber heiſst *tenſer*, wie kaum wird geleugnet werden können, endlich auch noch ‚brandschatzen': *Se il fuſt en diu bien creans, Ja ne nos oſaſt enväir; Mais il fu nes por gent träir, Por gent confondre et por tenſer*, Ille 2633; s. auch FOERSTERS Anmerkung zu der dunkeln Stelle Eust. M.

2110, wo *tenser*, und 2112, wo *tenserie* begegnet, und bezüglich deren ich meinen im Lit. Bl. f. germ. u. rom. Philol. 1891, 346 geäufserten Zweifel fallen lasse, zumal da *tenserie* auch in Jordan Fant. 1122 ‚Brandschatzung' heifst (nicht ‚Schutz', wie Michel meinte). *tenserie* heifst auch ‚Schutz', wie man bei Godefroy sehn kann, aber man hat mit dem nämlichen Namen auch den Betrag belegt, der den Schwachen für gewährten Schutz, für Schonung abverlangt wird; und mit gleichem Euphemismus nannte man es *tenser*, eigentlich ‚schützen', wenn man die Wehrlosen freilich gegen Entgelt mit den Thätlichkeiten verschonte, sie davor bewahrte, denen sie sich preisgegeben wufsten. Es ist ein Bedeutungswandel ganz ähnlicher Art, wie wenn afz. *raiembre* (*redimere*) neben der Bedeutung ‚loskaufen, erlösen' bekanntermafsen die weitere des ‚Brandschatzens' entwickelt hat. Man kann freilich mit dem besten Willen nicht gradezu behaupten, der Brandschatzende kaufe die Wehrlosen los, es sei denn etwa, er gelte nur als eine Art ehrlichen Maklers zwischen den Wehrlosen und seinen zu Mord und Brand bereiten Scharen, dem natürlich der von diesen beanspruchte und an sie entrichtete Betrag durch jene zu ersetzen ist; doch erlöst er sie wenigstens von dem, was er ihnen anthun könnte, und giebt ihnen die Möglichkeit auf ein Kaufgeschäft einzugehn, das ihnen immer noch gewisse Vorteile bietet.

Dafs es sich auch bei dem Ausdrucke *tenser une poinne* ‚eine Strafe bemessen' Lyon. Ys. 2394 um unser Wort handle, scheint mir unmöglich; und ich finde Foersters Vermutung, es sei dort *censer* zu lesen, annehmbar; vielleicht darf man auch an *tausser* denken.

Nachtrag zu Vedische Beiträge 5.

Von Albr. Weber.

Meine Erklärung von Ath. V, 13, 10. 11 hat mir allerhand Zuschriften eingetragen. Ich theile in Bezug darauf Folgendes mit.

1. Zunächst und vor Allem ist zu constatiren, dass mir, worauf mich Böhtlingk aufmerksam macht, bei der Aufführung des Textes meine Augen einen Streich gespielt haben. Der letzte pâda lautet nicht:

tâbuvenâ 'si tâbuvam,

sondern:

tâbuvenâ 'rasaṃ visham, »durch das tâbuva ist das Gift kraftlos«.

In der Sache bleibt sich dies vollständig gleich; anstatt das dunkle Wort nochmals zu wiederholen, wird mit directen Worten ausgesagt, was es bedeutet.

2. Man könnte ja freilich den zweiten pâda als einen Satz fassen: »Du bist keinesfalls tâbuvam«. *Damit wirft man das Mittel weg* und fährt fort: »(*Denn*) durch tâbuvam wird das Gift kraftlos« (*durch dich aber* nicht).

Es wäre aber doch sehr eigenthümlich, wenn am Schlusse eines gegen Schlangengift gerichteten Liedes anstatt einer Verherrlichung des dagegen gebrauchten Mittels eine Anrede an ein *falsches* Mittel stehen sollte (und zwar in *doppelter* Form, v. 10 und 11). Die Atharvan-Lieder pflegen so nicht vorzugehen, sondern vielmehr nach einer allgemeinen Einleitung am Schluss das *wirksame* Mittel anzureden, welches *angewendet* werden soll (nicht ein *falsches*, welches *fortzuwerfen* ist). Und dem entspricht meine Auffassung. Bei der grossen Gefährlichkeit des Giftes sind dem Liturgen Zweifel kund geworden, ob das Mittel auch wirksam sei oder nicht (pâda 1). »Nein!« (redet er in pâda 2 dasselbe an: es ist *keine* Frage) »du bist wirksam.« Und im Schlusspâda erklärt er dann schlankweg, dass »das Gift nur kraftlos« sei.

Und zwar wird alles dies in *doppelter* Form ausgesagt, indem v. 11 nur eine Wiederholung von v. 10 ist, einzig unter Vertauschung des in v. 10 gebrauchten Wortes: tâbuva durch: tastuva in v. 11.



3. Sowohl meine Ersetzung des ersteren Wortes durch: tâthuva als meine Erklärung des in v. 11 dafür gebrauchten Wortes: tastuva durch »stillstehen machend, bannend« sind reine Vermuthung resp. Hypothese und beanspruchen nicht Überzeugung hervorzurufen. Nur der doch wohl in die Augen springende Umstand, dass: tastuva in v. 11 eine directe Übersetzung von: tâbuva darzustellen bezweckt, giebt mir zu meinen Conjecturen für beide Wörter einen bestimmten Anhalt, zumal sich für dieselben bis jetzt keinerlei andere Erklärung darbietet (bei Sâyaṇa in der Bombayer Ausgabe fehlt der Commentar zu Buch V). Man kann ja darauf verzichten, solche Wörter überhaupt erklären zu wollen; indessen der Reiz, der in ihrer Dunkelheit liegt, regt eben doch zu Erklärungsversuchen an.

4. Der Umstand, dass nach der vergleichenden indogermanischen Grammatik vocalische Ersatzdehnung bei dem Ausfall eines zu einer Consonantengruppe gehörigen Consonanten nur dann üblich sei, wenn es sich um tönende Consonanten handle, trifft für das Prâkṛit nicht zu; wie ich hier: tâthuva aus: tatthuva (für: tasthuva) erkläre, so steht im Prâkṛit u. A.: dâṭhâ für daṭṭhâ (dañshṭrâ), dâkhiṇa für dakkhiṇa (dakshiṇa) u. dgl. mehr.

5. Eine etymologische Beziehung zwischen »stop« und Sanskrit »stambh« und »stubh« auch in Bezug auf den Auslaut anzunehmen, lag nicht in meiner Absicht. Unbeschadet natürlich der Zugehörigkeit aller drei zur Wurzel »sta«, »stehen, stillstehe«, die ihrerseits wohl auf ein indogermanisches onomatopoion (cf. unser Ruhe gebietendes »st!«, »pst!«) zurückgeht.

6. Nach H. Jacobi wäre »tâbuva« auf Tamulisch »tavu« (Rottler), Telugu »tava« (Campbell): *a place to rest at* zurückzuführen. »Dass die arischen Inder von den niedriger stehenden Draviḍen **Zauberworte** entlehnt haben, ist begreiflich; so haben auch die Schweden die Finnen als grosse Zauberer angesehen, und die Finnen ihrerseits die Lappen.« — Bei dieser Erklärung, wonach somit tâbuva doch wohl die *ursprüngliche* Lesart sein soll, bleibt zunächst die innere Beziehung der zusammengestellten Wörter resp. die Bedeutung des tâbuva in unserer Stelle hier unklar. Vor Allem aber, es entfällt dabei der Grund für die Hinzufügung der in v. 11 vorliegenden Übersetzung (von tâ*b*uva durch ta*st*uva). Es liessen sich im Übrigen allenfalls auch umgekehrt die beiden draviḍischen Wörter *auf* »tâbuvam« *zurück*führen, ebenso wie dies für das malayisch-polynesische »tabu« von mir in Vorschlag gebracht wird.

7. Nach E. Kuhn könnte man zu der Verbreitung des Wortes tâbuva nach Osten eventuel auch die »Spur des Buddhismus im Osten von Mikronesien« stellen, von welcher im Journal of the American Oriental Soc. V, 194 (1856 unterzeichnet: I. W. G.) die Rede ist.

8. CECIL BENDALL schreibt: »taboo« as a *verb* has become so common in our language as to have now almost passed out the realm of »slang«.

9. Zur Unterstützung meiner Zusammenstellung des Schlangennamens »takshaka« (Wurzel »tak«, »tank« eilen) mit »Dechse« in unserem »Ei-dechse« (ahd. egidĕhsa, mhd. egedĕhse) bemerke ich, dass uns aus indogermanischer Zeit eine ganze Zahl Desiderativbildungen von consonantisch auslautenden Wurzeln durch einfachen Antritt von *s* erhalten sind. So: Zwei Wörter *aksha*, Achse sowohl als Achsel, √ak krümmen; — *ukshan*, Ochse, √uksh conspergere (cf. ὑγρος), — zwei Wörter ṛiksha (arksha) ἀρκτος[1], 1. Stern von √arc arj leuchten, 2. Bär von √ἀλκ stark sein, — gabh (tief) eintauchen, gabha (tief), »Spalte, obscön von der vulva« (Pet. W.), daraus secundär[2], euphemistisch: yabh futuere, Desiderativ: *yiyaps* Kebse entweder direct: »vulva«, oder: fututionem cupis — *taksh*, takshan, τεκτων »Dachs« von √tak behauen, bilden, bauen, — *daksha* dakshiṇa δεξιος dexter von √dak festpacken, zach sein (die rechte Hand ist die starke), — *paksha*, fahs, fax Haarschopf von √pak festmachen, binden, — *maksha*, musca von √mak stechen, — *vaksh* wachsen αὐξανω von √*vag* (*ojas*), *augeo*. — Bei: Luchs (scharfsehend? oder: leuchtende Augen habend) ist das *s* wohl nominativisch, ebenso bei: Fuchs (der rothe, cf. fucus purpurfarbig φυκος), und bei: Lachs (von √lagh lañgh, λαγχ springen, cf. λαγως).

[1] im Griechischen κτ für ksh wie z. B. in τεκτων ktaksham und in κτιζω √kshi.
[2] cf. yoshâ etc. aus √jush, gus, γευω, kiusan.

Ausgegeben am 30. Juli.



1896.
XXXVIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

23. Juli. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. WALDEYER.

1. Hr. VON BEZOLD las: Über die Theorie des Erdmagnetismus.

Die Mittheilung wird später veröffentlicht.

2. Hr. KLEIN legt vor die Schlussabhandlung des Hrn. L. WULFF: Zur Morphologie des Natronsalpeters (III).

3. Hr. VAN'T HOFF legt vor eine Abhandlung des Hrn. WILLIAM DUANE: Über elektrolytische Thermoketten. (Wird später veröffentlicht.)

4. Der Vorsitzende legt vor eine Mittheilung des Hrn. Dr. GEROTA: Über Lymphscheiden des AUERBACH'schen Plexus myentericus der Darmwand.

Die Mittheilungen 2 und 4 folgen umstehend.

5. Hr. F. E. SCHULZE überreichte eine mit Unterstützung der Akademie herausgegebene Abhandlung des Hrn. C. CHUN: Atlantis. Biologische Studien über pelagische Organismen.

6. Hr. VAN'T HOFF überreichte das 2. Heft des XX. Bandes der von ihm und W. OSTWALD herausgegebenen »Zeitschrift für physikalische Chemie«.



Zur Morphologie des Natronsalpeters.

Von Dr. LUDWIG WULFF
in Schwerin i. M.

Dritte Mittheilung (Schluss).

(Vorgelegt von Hrn. C. KLEIN.)

VII. Nachträge zu den Abschnitten I–VI.[1]

Bei den Vorbereitungen zu meinen Versuchen, im Sommer und Herbste dieses Jahres, in grösseren Mengen glasiges Natronsalpetermaterial herzustellen, habe ich eine Reihe meiner früheren Untersuchungen wiederholt, besonders in wie weit sie sich auf das Erzielen von den Bedingungen zur Herstellung grösserer einschlussfreier Krystalle und Krystalltheile beziehen.

Entsprechend dem Umstande, dass ich Jahre lang die Herstellung des Natronsalpeters immer in erster Linie verfolgte, war die Ausbeute an neuen Beobachtungen nur winzig. In Bezug auf die Flächenbegrenzungen, sowohl der Einzelkrystalle als Wachsthumsformen und Zwillinge, fand ich Alles, wie es in I–VI dargestellt ist, nur in Betreff des Auftretens der Basisflächen fand ich hierbei eine Substanz heraus, die diese an Natronsalpeter zu erzielen erlaubt.

Wenn bei Lösungen mit Zusatz von Ammoniumnitrat dieselben so arm an Natronsalpeter sind, dass nur noch wenige Procente zur Ausscheidung gelangen können, dann fallen diese letzten Procente mit starkentwickelten Flächen oR aus, während ich früher nur kleine Flächen an kleinen Krystallen beobachtete, die beim Vergrössern der Krystalle verschwanden.

Auch die oben[2] beschriebenen Exemplare des Wiener Kaiserlichen Hofmuseums zeigten bei Krystalldimensionen von 1–3^{cm} nur Basisflächen von 1–2^{mm} Ausdehnung. Bei den Natronsalpeterkrystallen, die bei Zusatz von viel Ammoniumnitrat entstanden sind, nimmt die Ausdehnung der Basisflächen dauernd in gleicher Weise wie die Krystalldimensionen zu, und die Basisfläche ist oft vorwie-

[1] Diese Berichte 1895. S. 715–733, 1896. S. 135–146.
[2] Diese Berichte 1895. S. 126.



gend, wenn der Krystall mit einer Basisfläche am Boden des Gefässes aufliegt. In diesem Falle kommen an Stelle der in Fig. 11 (S. 727) angegebenen Riefelungen zahlreiche ebene dreieckige Flächentheile von o*R* zwischen unregelmässig entwickelten Riefen vor.

Die meisten Krystalle sind intensiv blätterige Wachsthumsformen von paralleltheiligem Aufbau, und sind an ihnen die Flächen von o*R* zwar gut spiegelnd, aber von zahlreichen sich unter Winkeln von 60° schneidenden Vertiefungen durchzogen. Nur bei sehr glasigen Exemplaren erscheinen die Basisflächen einheitlich.

Liegen die Krystalle mit einer Rhomboederfläche auf, was meist der Fall ist, so ist meist nur die Basisfläche entwickelt, welche die obere Polecke des Rhomboeders aufstumpft.

Die Versuche mit verschiedenen Zusätzen ergaben meist nicht glasige Exemplare, doch ist die Ausbeute bei Zusatz von Bromnatrium, Aluminiumnitrat, Rubidiumnitrat, Lithiumnitrat in manchen Versuchen (besonders bei kleinen Lösungsmengen) reichlich so glasig wie aus reinen Lösungen. Leider sind alle diese Substanzen hygroskopisch und ihre Lösungen mit Zusatz von Natronsalpeter erst recht, was bei der Krystallisation, wie bei der Aufbewahrung und Verarbeitung der Krystalle störend ist, besonders bei der Politur, die sich sehr empfindlich gegen hygroskopische Beimengen erweist.

Zinknitrat stört in grösseren Mengen die Krystallisation von Natronsalpeter, aber in sehr geringen Beimengungen wirkt es wie die obengenannten Zusätze, weshalb auch im Winter 1895/96 die Reinigung meiner Lösungen, die durch Zinknitratbildung etwas zinkhaltig geworden waren, eher schadete als nützte.

Auf die günstige Einwirkung von Silbernitrat auf die Glasigkeit der Natronsalpeterkrystallisationen machte mich früher schon Hr. Hofrath O. Lehmann aufmerksam, aber ich habe von diesem Zusatze Abstand genommen, weil die damit versetzten Lösungen sich schwer in grossen Mengen klar filtriren und Monate lang ungetrübt erhalten lassen.

VIII. Verhalten der künstlichen Zwillinge und Flächen beim Fortwachsen der Krystalle.

Der Umstand, dass die künstlichen Zwillinge und Flächen am Natronsalpeter so ähnlich den analogen Gebilden vom Kalkspath sind[1], veranlasste mich, ihr Verhalten beim Fortwachsen der Krystalle zu beobachten, was beim Kalkspath schwieriger ausführbar ist.

[1] Diese Berichte 1896. S. 144–146.

Die Versuche ergaben sich aber schwerer anstellbar, als ich erwartete. Die durch Schnitt erhaltenen Flächen $0R$ (vergl. S. 145, Abs. 3) und die durch Pressen erhaltenen Flächen $\infty P2$ (a.a.O. Abs. 4, 5) gehen schnell beim Weiterwachsen der Krystalle verloren, indem sich rasch zahlreiche kleine Fortwachsungen bilden, die nur durch Rhomboederflächen begrenzt sind.

Die Zwillinge nach $-\frac{1}{2}R$, die durch Schnitt erhalten sind, wachsen leicht weiter, und zwar nicht so lamellär, wie sie bei der künstlichen Bildung entstanden sind. Die dünnen eingeschlossenen, nicht in Zwillingsstellung befindlichen Lamellen, die am freien Ende oft einen treppenförmigen Aufbau des künstlich in Zwillingsstellung verschobenen Theils bedingen, werden schnell überwachsen durch Lamellen, die sich auf der Oberfläche der dicken in Zwillingsstellung befindlichen Lamellen bilden. Hiermit hängt auch die Thatsache zusammen, dass es mir nie gelang, natürliche Zwillinge mit lamelligem Aufbau zu beobachten. Wenn solche bei der Anfangskrystallisation sich bilden würden, so ginge ja doch der lamelläre Aufbau verloren wegen der Tendenz des Natronsalpeters, parallel den Rhomboederflächen lamellär weiter zu wachsen.

Von Interesse schien es mir auch zu untersuchen, ob die Trennungsfläche $-\frac{1}{2}R$, nach der sich künstliche Zwillingsansätze abspalten lassen (a. a. O. S. 144 unten), als eine versteckte Structurfläche der Individuen des Natronsalpeters oder als Zwillingsgrenzfläche aufzufassen sei.

Da die durch Abspalten erhaltenen gut spiegelnden Flächen $-\frac{1}{2}R$ nicht einheitlich sind, war eine Untersuchung der Fortwachsthumsart schlecht ausführbar. Soweit meine Versuche erkennen liessen, lagern sich auf den Flächen $-\frac{1}{2}R$ derartig neue Substanzschichten ab, dass dieselbe nur als Zwillingsgrenze, nicht als versteckte Spaltungsrichtung durch eins der plattenförmigen Subindividuen des künstlich in Zwillingsstellung gebrachten Ansatzes anzusehen ist.

IX. Die Fabrikproducte.

Da ein Theil des Natronsalpeters, wie des Borax, Blutlaugensalzes u. s. w., noch immer vom Handel als »grobsteinig« gewünscht wird, hatte ich mehrfach Gelegenheit, grosse Fabrikkrystalle zu untersuchen. Da die stark concentrirten Lösungen einer 1–2 wöchentlichen Abkühlungskrystallisation überlassen werden, so entstehen durchweg blätterige Wachsthumsformen mit paralleltheiligem Aufbau (wie oben S. 728 unten angegeben war), nur da, wo die Lamellenschichten

gend, wenn der Krystall mit einer Basisfläche am Boden des Gefässes aufliegt. In diesem Falle kommen an Stelle der in Fig. 11 (S. 727) angegebenen Riefelungen zahlreiche ebene dreieckige Flächentheile von o*R* zwischen unregelmässig entwickelten Riefen vor.

Die meisten Krystalle sind intensiv blätterige Wachsthumsformen von paralleltheiligem Aufbau, und sind an ihnen die Flächen von o*R* zwar gut spiegelnd, aber von zahlreichen sich unter Winkeln von 60° schneidenden Vertiefungen durchzogen. Nur bei sehr glasigen Exemplaren erscheinen die Basisflächen einheitlich.

Liegen die Krystalle mit einer Rhomboederfläche auf, was meist der Fall ist, so ist meist nur die Basisfläche entwickelt, welche die obere Polecke des Rhomboeders aufstumpft.

Die Versuche mit verschiedenen Zusätzen ergaben meist nicht glasige Exemplare, doch ist die Ausbeute bei Zusatz von Bromnatrium, Aluminiumnitrat, Rubidiumnitrat, Lithiumnitrat in manchen Versuchen (besonders bei kleinen Lösungsmengen) reichlich so glasig wie aus reinen Lösungen. Leider sind alle diese Substanzen hygroskopisch und ihre Lösungen mit Zusatz von Natronsalpeter erst recht, was bei der Krystallisation, wie bei der Aufbewahrung und Verarbeitung der Krystalle störend ist, besonders bei der Politur, die sich sehr empfindlich gegen hygroskopische Beimengen erweist.

Zinknitrat stört in grösseren Mengen die Krystallisation von Natronsalpeter, aber in sehr geringen Beimengungen wirkt es wie die obengenannten Zusätze, weshalb auch im Winter 1895/96 die Reinigung meiner Lösungen, die durch Zinknitratbildung etwas zinkhaltig geworden waren, eher schadete als nützte.

Auf die günstige Einwirkung von Silbernitrat auf die Glasigkeit der Natronsalpeterkrystallisationen machte mich früher schon Hr. Hofrath O. Lehmann aufmerksam, aber ich habe von diesem Zusatze Abstand genommen, weil die damit versetzten Lösungen sich schwer in grossen Mengen klar filtriren und Monate lang ungetrübt erhalten lassen.

VIII. Verhalten der künstlichen Zwillinge und Flächen beim Fortwachsen der Krystalle.

Der Umstand, dass die künstlichen Zwillinge und Flächen am Natronsalpeter so ähnlich den analogen Gebilden vom Kalkspath sind[1], veranlasste mich, ihr Verhalten beim Fortwachsen der Krystalle zu beobachten, was beim Kalkspath schwieriger ausführbar ist.

[1] Diese Berichte 1896. S. 144–146.

Die Versuche ergaben sich aber schwerer anstellbar, als ich erwartete. Die durch Schnitt erhaltenen Flächen $0R$ (vergl. S. 145, Abs. 3) und die durch Pressen erhaltenen Flächen $\infty P2$ (a.a.O. Abs. 4, 5) gehen schnell beim Weiterwachsen der Krystalle verloren, indem sich rasch zahlreiche kleine Fortwachsungen bilden, die nur durch Rhomboederflächen begrenzt sind.

Die Zwillinge nach $-\frac{1}{2}R$, die durch Schnitt erhalten sind, wachsen leicht weiter, und zwar nicht so lamellär, wie sie bei der künstlichen Bildung entstanden sind. Die dünnen eingeschlossenen, nicht in Zwillingsstellung befindlichen Lamellen, die am freien Ende oft einen treppenförmigen Aufbau des künstlich in Zwillingsstellung verschobenen Theils bedingen, werden schnell überwachsen durch Lamellen, die sich auf der Oberfläche der dicken in Zwillingsstellung befindlichen Lamellen bilden. Hiermit hängt auch die Thatsache zusammen, dass es mir nie gelang, natürliche Zwillinge mit lamelligem Aufbau zu beobachten. Wenn solche bei der Anfangskrystallisation sich bilden würden, so ginge ja doch der lamelläre Aufbau verloren wegen der Tendenz des Natronsalpeters, parallel den Rhomboederflächen lamellär weiter zu wachsen.

Von Interesse schien es mir auch zu untersuchen, ob die Trennungsfläche $-\frac{1}{2}R$, nach der sich künstliche Zwillingsansätze abspalten lassen (a. a. O. S. 144 unten), als eine versteckte Structurfläche der Individuen des Natronsalpeters oder als Zwillingsgrenzfläche aufzufassen sei.

Da die durch Abspalten erhaltenen gut spiegelnden Flächen $-\frac{1}{2}R$ nicht einheitlich sind, war eine Untersuchung der Fortwachsthumsart schlecht ausführbar. Soweit meine Versuche erkennen liessen, lagern sich auf den Flächen $-\frac{1}{2}R$ derartig neue Substanzschichten ab, dass dieselbe nur als Zwillingsgrenze, nicht als versteckte Spaltungsrichtung durch eins der plattenförmigen Subindividuen des künstlich in Zwillingsstellung gebrachten Ansatzes anzusehen ist.

IX. Die Fabrikproducte.

Da ein Theil des Natronsalpeters, wie des Borax, Blutlaugensalzes u. s. w., noch immer vom Handel als »grobsteinig« gewünscht wird, hatte ich mehrfach Gelegenheit, grosse Fabrikkrystalle zu untersuchen. Da die stark concentrirten Lösungen einer 1–2 wöchentlichen Abkühlungskrystallisation überlassen werden, so entstehen durchweg blätterige Wachsthumsformen mit paralleltheiligem Aufbau (wie oben S. 728 unten angegeben war), nur da, wo die Lamellenschichten

zusammenstossen, finden sich glasige Partien, die in den früher von mir besichtigten Fabrikproducten nur schmal entwickelt waren.

Im Gegensatz hierzu zeigten die Producte von der Firma Beit & Co., Hamburg, die mir im Anfang dieses Jahres gesandt wurden, weit grössere glasige Partien, aus denen sich glasige längliche Spaltungsrhomboeder herausspalten liessen, an denen die langen Kanten 2—3^{cm} und die kurzen Kanten bis 1^{cm} gross waren.

Die betreffenden Stücke waren aus einer etwa 14tägigen Abkühlungskrystallisation entnommen, entstammten aber den Krystallen, »die zuletzt anschiessen«, so dass dieselben sich in 1—1½ Wochen gebildet hatten. Wenn ich diese Stücke verglich mit dem, was ich bisher bei meinen Versuchen im Kleinen in 1—1½ Monaten oder 1—1½ Quartalen bei Natronsalpeter erreichte, so fiel der Vergleich durchaus zu meinen Ungunsten aus, wenn man die Zeitdauer mit in Betracht zieht.

Diese Producte bestätigten mir die Ansicht, dass es zur Erzielung erheblicher Mengen von Natronsalpeter für Polarisationsinstrumente nöthig sei, die Quantität der Lösungen noch erheblich zu steigern, die ich früher bereits in Schalen und Cylindern von bis 50^{l} Inhalt in Arbeit genommen hatte. Ich bat daher die Firma im Anfange des Februar dieses Jahres, sie möchte mich in ihrer Fabrik einige Monate cubikmeterweise mit ihrer Lösung arbeiten lassen, die Kosten würde ich aus den zu erwartenden Subventionen decken; aber dieser Bitte konnte nicht gewillfahrt werden, besonders weil die Feuerversicherungspolicen die Bedingung enthalten, dass Nichtfabrikangehörigen das Arbeiten in der Fabrik nicht gestattet sei.

So bleibt mir hier in Schwerin z. Z. nur übrig, soweit ich es ohne Anschluss an eine Fabrik kann, die Lösungsmengen zu steigern, etwa 30—40^{l} pro Tag, womit ich aber pro Quartal noch nicht die Menge erreiche, die ich in einer Salpeterraffinerie pro Woche in Arbeit nehmen könnte.

Nach einer anderen Richtung hin sind die schönen Fabrikproducte noch ausschlaggebend für meine Versuche der nächsten Quartale. Sie zeigen 1. dass Natronsalpeter auch in grossen Exemplaren weit schneller glasig weiterwachsen kann, als ich es früher annahm; 2. dass bei diesen Producten die klare Substanzablagerung gerade dort stattgefunden hatte, wo das Wachsthum am schnellsten vor sich gegangen war. Während ich früher bestrebt war, die Geschwindigkeit der Substanzablagerung möglichst zu verlangsamen, werde ich jetzt in erheblich schnellerer Abscheidung arbeiten, besonders in dem grossen Durchlaufgefässe von 6^{m} Länge, das bei mir z. Z. aufgestellt wird.

X. Züchtungsschwierigkeiten.

Als ich 1890 nach den ersten Vorkrystallisationen mit Tropfen und in Uhrgläsern an die Krystallisationsversuche in grösserem Umfange ging, glaubte ich nach der Schönheit und Schnelligkeit der hierbei gebildeten Krystallisationen, dass es sehr leicht sein müsse von Natronsalpeter einschlussfreie, einige Centimeter grosse Krystalle herzustellen, und doch hat mir diese Substanz ganz erhebliche Schwierigkeiten gemacht, weil sie ebenso empfindlich gegen Überconcentration wie gegen Unterconcentration ist.

Geht die Ablagerung von neuer Substanz so schnell vor sich, dass sich die Substanz nicht in compacter Form ringsum vertheilen kann, so lagern sich an den Ecken und Kanten vorspringende Platten ab, von denen aus über die ganzen Rhomboederflächen sich Lamellen (mit Einschlüssen zwischen den Lamellen und dem Krystallkern) schieben. Ist die Lamellenbildung einmal eingetreten, so wiederholt sie sich oft[1]. Nur an den glasigen Ecken und Kanten schreitet das Wachsthum glasig weiter, wie auch die eben besprochenen Krystalle aus der Fabrikpraxis zeigten.

Tritt eine Unterconcentration ein, so runden sich die Kanten ab, und zwar um so leichter, je grösser der Krystall ist, so dass die Züchtungsschwierigkeiten mit der Grösse der Krystalle gleichmässig zunehmen und nur durch Erhöhung der Thermoconstanz ausgeglichen werden können. Bei vielen Substanzen heilen ja geringe Kantenabrundungen durch Bildung von Vicinalflächen und Abstumpfungsflächen aus, aber beim Natronsalpeter fehlen (wie oben S. 725 Absatz 4 angegeben war) derartige Flächen, und die abgerundeten Kanten heilen deshalb incompact aus, so dass rinnenförmige, oder reihenförmig vertheilte Einschlusspartien im Krystalle entstehen. So blieb mir nur übrig, bei meinen Versuchen immer mehr die Temperaturschwankungen einzuschränken und Temperaturerhöhungen auszuschliessen zu suchen, je grösser ich versuchte die Krystalle zu erhalten.

Aus den angeführten Gründen ist auch beim Natronsalpeter das Einsetzen von Krystallen aus früheren Züchtungen (was bei den Züchtungen von grossen Krystallen für Sammlungen allgemein üblich ist) nicht recht von Erfolg, weil der ursprüngliche Krystall deutlich im fortgewachsenen Krystalle erkenntlich ist, und weil die lamellenförmigen Einschlüsse zwischen beiden Veranlassung zur Wiederholung der Lamellenbildung geben.

---

[1] Über derartige Wiederholung der Lamellenbildung bei verschiedenen Salzen habe ich schon früher publicirt. GROTH's Zeitschrift 1894, Bd. XXII, S. 473.

gend, wenn der Krystall mit einer Basisfläche am Boden des Gefässes aufliegt. In diesem Falle kommen an Stelle der in Fig. 11 (S. 727) angegebenen Riefelungen zahlreiche ebene dreieckige Flächentheile von o*R* zwischen unregelmässig entwickelten Riefen vor.

Die meisten Krystalle sind intensiv blätterige Wachsthumsformen von paralleltheiligem Aufbau, und sind an ihnen die Flächen von o*R* zwar gut spiegelnd, aber von zahlreichen sich unter Winkeln von 60° schneidenden Vertiefungen durchzogen. Nur bei sehr glasigen Exemplaren erscheinen die Basisflächen einheitlich.

Liegen die Krystalle mit einer Rhomboederfläche auf, was meist der Fall ist, so ist meist nur die Basisfläche entwickelt, welche die obere Polecke des Rhomboeders aufstumpft.

Die Versuche mit verschiedenen Zusätzen ergaben meist nicht glasige Exemplare, doch ist die Ausbeute bei Zusatz von Bromnatrium, Aluminiumnitrat, Rubidiumnitrat, Lithiumnitrat in manchen Versuchen (besonders bei kleinen Lösungsmengen) reichlich so glasig wie aus reinen Lösungen. Leider sind alle diese Substanzen hygroskopisch und ihre Lösungen mit Zusatz von Natronsalpeter erst recht, was bei der Krystallisation, wie bei der Aufbewahrung und Verarbeitung der Krystalle störend ist, besonders bei der Politur, die sich sehr empfindlich gegen hygroskopische Beimengen erweist.

Zinknitrat stört in grösseren Mengen die Krystallisation von Natronsalpeter, aber in sehr geringen Beimengungen wirkt es wie die obengenannten Zusätze, weshalb auch im Winter 1895/96 die Reinigung meiner Lösungen, die durch Zinknitratbildung etwas zinkhaltig geworden waren, eher schadete als nützte.

Auf die günstige Einwirkung von Silbernitrat auf die Glasigkeit der Natronsalpeterkrystallisationen machte mich früher schon Hr. Hofrath O. Lehmann aufmerksam, aber ich habe von diesem Zusatze Abstand genommen, weil die damit versetzten Lösungen sich schwer in grossen Mengen klar filtriren und Monate lang ungetrübt erhalten lassen.

VIII. Verhalten der künstlichen Zwillinge und Flächen beim Fortwachsen der Krystalle.

Der Umstand, dass die künstlichen Zwillinge und Flächen am Natronsalpeter so ähnlich den analogen Gebilden vom Kalkspath sind[1], veranlasste mich, ihr Verhalten beim Fortwachsen der Krystalle zu beobachten, was beim Kalkspath schwieriger ausführbar ist.

[1] Diese Berichte 1896. S. 144–146.

Die Versuche ergaben sich aber schwerer anstellbar, als ich erwartete. Die durch Schnitt erhaltenen Flächen oR (vergl. S. 145, Abs. 3) und die durch Pressen erhaltenen Flächen $\infty P2$ (a.a.O. Abs. 4, 5) gehen schnell beim Weiterwachsen der Krystalle verloren, indem sich rasch zahlreiche kleine Fortwachsungen bilden, die nur durch Rhomboederflächen begrenzt sind.

Die Zwillinge nach $-\frac{1}{2}R$, die durch Schnitt erhalten sind, wachsen leicht weiter, und zwar nicht so lamellär, wie sie bei der künstlichen Bildung entstanden sind. Die dünnen eingeschlossenen, nicht in Zwillingsstellung befindlichen Lamellen, die am freien Ende oft einen treppenförmigen Aufbau des künstlich in Zwillingsstellung verschobenen Theils bedingen, werden schnell überwachsen durch Lamellen, die sich auf der Oberfläche der dicken in Zwillingsstellung befindlichen Lamellen bilden. Hiermit hängt auch die Thatsache zusammen, dass es mir nie gelang, natürliche Zwillinge mit lamelligem Aufbau zu beobachten. Wenn solche bei der Anfangskrystallisation sich bilden würden, so ginge ja doch der lamelläre Aufbau verloren wegen der Tendenz des Natronsalpeters, parallel den Rhomboederflächen lamellär weiter zu wachsen.

Von Interesse schien es mir auch zu untersuchen, ob die Trennungsfläche $-\frac{1}{2}R$, nach der sich künstliche Zwillingsansätze abspalten lassen (a. a. O. S. 144 unten), als eine versteckte Structurfläche der Individuen des Natronsalpeters oder als Zwillingsgrenzfläche aufzufassen sei.

Da die durch Abspalten erhaltenen gut spiegelnden Flächen $-\frac{1}{2}R$ nicht einheitlich sind, war eine Untersuchung der Fortwachsthumsart schlecht ausführbar. Soweit meine Versuche erkennen liessen, lagern sich auf den Flächen $-\frac{1}{2}R$ derartig neue Substanzschichten ab, dass dieselbe nur als Zwillingsgrenze, nicht als versteckte Spaltungsrichtung durch eins der plattenförmigen Subindividuen des künstlich in Zwillingsstellung gebrachten Ansatzes anzusehen ist.

IX. Die Fabrikproducte.

Da ein Theil des Natronsalpeters, wie des Borax, Blutlaugensalzes u. s. w., noch immer vom Handel als »grobsteinig« gewünscht wird, hatte ich mehrfach Gelegenheit, grosse Fabrikkrystalle zu untersuchen. Da die stark concentrirten Lösungen einer 1–2 wöchentlichen Abkühlungskrystallisation überlassen werden, so entstehen durchweg blätterige Wachsthumsformen mit parallelthеiligem Aufbau (wie oben S. 728 unten angegeben war), nur da, wo die Lamellenschichten

zusammenstossen, finden sich glasige Partien, die in den früher von mir besichtigten Fabrikproducten nur schmal entwickelt waren.

Im Gegensatz hierzu zeigten die Producte von der Firma Beit & Co., Hamburg, die mir im Anfang dieses Jahres gesandt wurden, weit grössere glasige Partien, aus denen sich glasige längliche Spaltungsrhomboeder herausspalten liessen, an denen die langen Kanten 2–3^{cm} und die kurzen Kanten bis 1^{cm} gross waren.

Die betreffenden Stücke waren aus einer etwa 14tägigen Abkühlungskrystallisation entnommen, entstammten aber den Krystallen, »die zuletzt anschiessen«, so dass dieselben sich in 1–1½ Wochen gebildet hatten. Wenn ich diese Stücke verglich mit dem, was ich bisher bei meinen Versuchen im Kleinen in 1–1½ Monaten oder 1–1½ Quartalen bei Natronsalpeter erreichte, so fiel der Vergleich durchaus zu meinen Ungunsten aus, wenn man die Zeitdauer mit in Betracht zieht.

Diese Producte bestätigten mir die Ansicht, dass es zur Erzielung erheblicher Mengen von Natronsalpeter für Polarisationsinstrumente nöthig sei, die Quantität der Lösungen noch erheblich zu steigern, die ich früher bereits in Schalen und Cylindern von bis 50^{l} Inhalt in Arbeit genommen hatte. Ich bat daher die Firma im Anfange des Februar dieses Jahres, sie möchte mich in ihrer Fabrik einige Monate cubikmeterweise mit ihrer Lösung arbeiten lassen, die Kosten würde ich aus den zu erwartenden Subventionen decken; aber dieser Bitte konnte nicht gewillfahrt werden, besonders weil die Feuerversicherungspolicen die Bedingung enthalten, dass Nichtfabrikangehörigen das Arbeiten in der Fabrik nicht gestattet sei.

So bleibt mir hier in Schwerin z. Z. nur übrig, soweit ich es ohne Anschluss an eine Fabrik kann, die Lösungsmengen zu steigern, etwa 30–40^{l} pro Tag, womit ich aber pro Quartal noch nicht die Menge erreiche, die ich in einer Salpeterraffinerie pro Woche in Arbeit nehmen könnte.

Nach einer anderen Richtung hin sind die schönen Fabrikproducte noch ausschlaggebend für meine Versuche der nächsten Quartale. Sie zeigen 1. dass Natronsalpeter auch in grossen Exemplaren weit schneller glasig weiterwachsen kann, als ich es früher annahm; 2. dass bei diesen Producten die klare Substanzablagerung gerade dort stattgefunden hatte, wo das Wachsthum am schnellsten vor sich gegangen war. Während ich früher bestrebt war, die Geschwindigkeit der Substanzablagerung möglichst zu verlangsamen, werde ich jetzt in erheblich schnellerer Abscheidung arbeiten, besonders in dem grossen Durchlaufgefässe von 6^{m} Länge, das bei mir z. Z. aufgestellt wird.

X. Züchtungsschwierigkeiten.

Als ich 1890 nach den ersten Vorkrystallisationen mit Tropfen und in Uhrgläsern an die Krystallisationsversuche in grösserem Umfange ging, glaubte ich nach der Schönheit und Schnelligkeit der hierbei gebildeten Krystallisationen, dass es sehr leicht sein müsse von Natronsalpeter einschlussfreie, einige Centimeter grosse Krystalle herzustellen, und doch hat mir diese Substanz ganz erhebliche Schwierigkeiten gemacht, weil sie ebenso empfindlich gegen Überconcentration wie gegen Unterconcentration ist.

Geht die Ablagerung von neuer Substanz so schnell vor sich, dass sich die Substanz nicht in compacter Form ringsum vertheilen kann, so lagern sich an den Ecken und Kanten vorspringende Platten ab, von denen aus über die ganzen Rhomboederflächen sich Lamellen (mit Einschlüssen zwischen den Lamellen und dem Krystallkern) schieben. Ist die Lamellenbildung einmal eingetreten, so wiederholt sie sich oft[1]. Nur an den glasigen Ecken und Kanten schreitet das Wachsthum glasig weiter, wie auch die eben besprochenen Krystalle aus der Fabrikpraxis zeigten.

Tritt eine Unterconcentration ein, so runden sich die Kanten ab, und zwar um so leichter, je grösser der Krystall ist, so dass die Züchtungsschwierigkeiten mit der Grösse der Krystalle gleichmässig zunehmen und nur durch Erhöhung der Thermoconstanz ausgeglichen werden können. Bei vielen Substanzen heilen ja geringe Kantenabrundungen durch Bildung von Vicinalflächen und Abstumpfungsflächen aus, aber beim Natronsalpeter fehlen (wie oben S. 725 Absatz 4 angegeben war) derartige Flächen, und die abgerundeten Kanten heilen deshalb incompact aus, so dass rinnenförmige, oder reihenförmig vertheilte Einschlusspartien im Krystalle entstehen. So blieb mir nur übrig, bei meinen Versuchen immer mehr die Temperaturschwankungen einzuschränken und Temperaturerhöhungen auszuschliessen zu suchen, je grösser ich versuchte die Krystalle zu erhalten.

Aus den angeführten Gründen ist auch beim Natronsalpeter das Einsetzen von Krystallen aus früheren Züchtungen (was bei den Züchtungen von grossen Krystallen für Sammlungen allgemein üblich ist) nicht recht von Erfolg, weil der ursprüngliche Krystall deutlich im fortgewachsenen Krystalle erkenntlich ist, und weil die lamellenförmigen Einschlüsse zwischen beiden Veranlassung zur Wiederholung der Lamellenbildung geben.

---

[1] Über derartige Wiederholung der Lamellenbildung bei verschiedenen Salzen habe ich schon früher publicirt. GROTH's Zeitschrift 1894, Bd. XXII, S. 473.

dem durch Praeparation sehr leicht davon überzeugen, dass das injicirte Maschenwerk genau an derselben Stelle zwischen Ring- und Längsmuskelschicht der Darmwand liegt, wie der Plexus myentericus, sowie davon, dass Ganglienzellen von der Injectionsmasse umscheidet werden. Bei leichten Pressionen unter dem Mikroskope gewahrt man deutlich, wie die Injectionsmasse sich in einer eigenen Scheide vorwärts bewegt, derselben, welche auch die Nervenbahnen umhüllt.

L. Auerbach hat (Archiv für pathologische Anatomie, XXXIII. Bd., 1865, S. 340 ff.) ein ächtes Lymphgefässnetz, welches in derselben intermusculären Spalte, wie der Plexus myentericus liegt, »und zwar constant an der inneren Seite vom Hauptstratum des letzteren, dessen Stämme und Knoten kreuzend«, injicirt und beschrieben. Mit diesem Lymphgefässnetze darf das von mir injicirte Netz nicht verwechselt werden, dieses folgt vielmehr, wie gesagt, den Zügen des Plexus myentericus selbst. Das von Auerbach beschriebene ächte Lymphgefässnetz habe ich auch wiederholt gefüllt und kann es vollkommen bestätigen; in einzelnen Fällen (beim menschlichen Darm) vermochte ich diese Lymphgefässe und den Plexus myentericus an einem und demselben Praeparate zu injiciren. Übergänge von dem einen zu dem anderen Netze habe ich bis jetzt nicht gesehen.

Weitere Mittheilungen mit Abbildungen werden später gegeben werden.

Ausgegeben am 30. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

boederfläche unterblieben ist, weil daraus grössere Platten von richtiger Lage herzustellen sind.

[Es sei mir hier bei der Besprechung der Vertheilung der Lamellenbildung noch eine allgemeine Bemerkung einzuschalten gestattet. Durch Lage der 4 oder 2 Lamellenfolgen erhält der ganze Aufbau des Krystalls eine seinem eigentlichen Symmetriecharakter widersprechende Anordnung. Treten in einem solchen Exemplare Spannungserscheinungen auf, die, wie Fig. 14 S. 730 zeigt, zu einer Zerklüftung in mehrere Theile führen können, so werden auch die dadurch entstehenden Abweichungen von dem normalen Winkel der Begrenzungsflächen einen abweichenden, scheinbar monoklinen Charakter haben, und solche Abweichungen, die bei einschlussführenden grossen Krystallen verschiedener Substanzen sehr verbreitet sind, könnte man versucht sein, auf die Wirkung der Gravitation zu schreiben, was aber wohl nicht zu empfehlen ist. Es unterliegt ja keinem Zweifel, dass die Masse eines grossen Rhomboeders, das mit einer Rhomboederfläche aufliegt, oder sonst eines mit einer schrägen Hauptaxe aufgelagerten Krystalles aus einem anderen als dem regulären Systeme mit einem kleinen Übergewicht nach der einen Seite hindrückt; aber diese (bei Krystallen, die zu genauen Winkelmessungen dienen können) nach wenigen Grammen zu bemessende Kraft ist winzig im Vergleich zu den sonst im einschlussführenden Krystalle vorhandenen Spannungserscheinungen, und auf diese lassen sich leichter Winkeldeformationen zurückführen. Meine Studien über Krystallzucht gestatten mir nicht, nach dieser Richtung hin Messungen vorzunehmen, die ja umfangreich sein müssten, um die angedeutete Erklärungsweise zu bestätigen oder zu widerlegen.]

Will man die Krystallisationsgeschwindigkeit so weit vermindern, dass die schrägen Rhomboederflächen überhaupt keine Einschlüsse erhalten, so trifft man auf eine andere Gefahr bei der Herstellung grosser Natronsalpeterkrystalle, weil an den ursprünglich incompacten Exemplaren, die durchweg neben glasigen vorhanden sind, sich nach Monaten die nicht paralleltheiligen Wachsthumsformen zu bilden pflegen, die bei sehr langsamer Abscheidung von Natronsalpeter im Verlauf von mehreren Wochen die anderen Krystalle überwuchern und die nicht benachbarten am Wachsen hindern, wie oben S. 135 schon angedeutet war.

Weil zu schnelle wie zu langsame Abscheidung für den Erfolg der Krystallisation von Natronsalpeter gefährlich ist, ist dieselbe zwar schwierig, aber andererseits zeigen die erzielten Krystalle von den verschiedensten Grössen (bis 7^{cm} Kantenlänge), dass der Natronsalpeter nicht zu den Substanzen gehört, bei denen sich grosse Krystalle we-

sentlich anders als kleine verhalten. Hierfür spricht auch ein Vergleich der von mir angegebenen mikroskopischen Beobachtungen im Abschnitt I dieser Arbeit mit den darauffolgenden Angaben über die Krystallisationen mit grossen Exemplaren. Diese grosse Concordanz der mikroskopischen und makroskopischen Krystallisation des Natronsalpeters ist es vor Allem auch gewesen, die mich bei dieser Substanz trotz jahrelanger geringer Erfolge nicht verzagen liess.

Über Lymphscheiden des AUERBACH'schen Plexus myentericus der Darmwand.

Von Dr. D. GEROTA,
Volontärassistent an der I. anatomischen Anstalt zu Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. WALDEYER.)

Durch die nachfolgende Mittheilung möchte ich die Aufmerksamkeit auf eine eigenartige Scheide lenken, welche den Plexus myentericus des Dünndarmes und des Dickdarmes begleitet und höchstwahrscheinlich als eine Lymphscheide anzusehen ist.

Wenn man mit feinsten Glascanülen diejenigen farbigen Substanzen, welche ich vor Kurzem im anatomischen Anzeiger empfohlen habe (Bd. XII Nr. 8 S. 216), vorsichtig in die Darmwand injicirt, so gelingt es meist, über grosse Strecken hin ein Netzwerk von polyedrischer Gestalt vollkommen reinlich und ohne jedes Extravasat zu füllen, welches durchaus dem bekannten von L. AUERBACH entdeckten Plexus myentericus entspricht. Die Injection gelingt sowohl beim Dickdarme wie beim Dünndarme.

Bisher habe ich den Darm von Menschen (Erwachsenen und Neugeborenen), von Affen, Katzen und Kaninchen untersucht; die Injection gelang bei allen diesen, insbesondere leicht aber bei neugeborenen Menschen und kleinen Kindern.

Um jeden Zweifel daran zu beheben, dass die Injectionsmasse dem Verlaufe des Plexus myentericus folgt, wurde nachstehendes Verfahren eingeschlagen: Ein Stück Darm wurde injicirt; sobald sich die polyedrischen injicirten Maschennetze zeigten, wurde die Injection unterbrochen. Dann wurde der Darm mit Goldchlorid in der Art behandelt, wie es geschieht, um den Nervenplexus hervortreten zu lassen. Man sieht dann unter dem Mikroskope, wie auch mit blossem Auge, die vollkommene Continuität von injicirten Maschenfäden mit denen, welche nur in Folge der Goldbehandlung sichtbar geworden sind.

Ferner kann man durch leichten Druck die injicirte Masse noch weiter in die Goldchloridbahnen hineintreiben. Man kann sich ausser-

dem durch Praeparation sehr leicht davon überzeugen, dass das injicirte Maschenwerk genau an derselben Stelle zwischen Ring- und Längsmuskelschicht der Darmwand liegt, wie der Plexus myentericus, sowie davon, dass Ganglienzellen von der Injectionsmasse umscheidet werden. Bei leichten Pressionen unter dem Mikroskope gewahrt man deutlich, wie die Injectionsmasse sich in einer eigenen Scheide vorwärts bewegt, derselben, welche auch die Nervenbahnen umhüllt.

L. Auerbach hat (Archiv für pathologische Anatomie, XXXIII. Bd., 1865, S. 340 ff.) ein ächtes Lymphgefässnetz, welches in derselben intermusculären Spalte, wie der Plexus myentericus liegt, »und zwar constant an der inneren Seite vom Hauptstratum des letzteren, dessen Stämme und Knoten kreuzend«, injicirt und beschrieben. Mit diesem Lymphgefässnetze darf das von mir injicirte Netz nicht verwechselt werden, dieses folgt vielmehr, wie gesagt, den Zügen des Plexus myentericus selbst. Das von Auerbach beschriebene ächte Lymphgefässnetz habe ich auch wiederholt gefüllt und kann es vollkommen bestätigen; in einzelnen Fällen (beim menschlichen Darm) vermochte ich diese Lymphgefässe und den Plexus myentericus an einem und demselben Praeparate zu injiciren. Übergänge von dem einen zu dem anderen Netze habe ich bis jetzt nicht gesehen.

Weitere Mittheilungen mit Abbildungen werden später gegeben werden.

Ausgegeben am 30. Juli.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1896.

XXXIX.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

30. Juli. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Vahlen.

1. Hr. Conze hielt einen Vortrag 'über den Ursprung der bildenden Kunst'.

2. Hr. Schulze legte eine Mittheilung 'über diplodale Spongienkammern' vor.

3. Von dem correspondirenden Mitglied Hrn. L. Königsberger in Heidelberg wurde eine Abhandlung 'über die Principien der Mechanik' vorgelegt.

4. Hr. du Bois-Reymond überreichte einen Aufsatz des Hrn. Prof. Dr. A. König in Berlin 'über qualitative Bestimmungen an complementären Spectralfarben'.

5. Hr. Schulze überreichte eine Untersuchung von den HH. Prof. E. von Leyden und Dr. F. Schaudinn, Assistenten am Zoologischen Institut der Universität, 'über *Leydenia gemmipara* Schaudinn', ein neuer, in der Ascites-Flüssigkeit des lebenden Menschen gefundener amoebenähnlicher Rhizopode.

6. Hr. von Bezold legte eine Mittheilung 'über die Aufzeichnung sehr kleiner Variationen des Erdmagnetismus' von Hrn. Prof. Eschenhagen in Potsdam vor.

Die Mittheilung 1 wird in einem späteren Hefte der Sitzungsberichte erscheinen, die übrigen Mittheilungen folgen umstehend.

7. Hr. Conze überreichte 'die Attischen Grabreliefs', Lieferung VIII. Berlin 1896.

Die Wahl des Directors der K. Staatsarchive und des Geheimen Staatsarchivs Hrn. Dr. R. Koser zum ordentlichen Mitgliede der philosophisch-historischen Classe der Akademie ist durch Allerhöchsten Erlass vom 12. Juli d. Js. bestätigt worden.

Die Akademie hat den Professor der classischen Philologie an der Universität zu Leipzig Hrn. Geh. Hofrath Dr. O. Ribbeck zum correspondirenden Mitglied ihrer philosophisch-historischen Classe gewählt.

Über diplodale Spongienkammern.

Von Franz Eilhard Schulze.

Hierzu Taf. V.

Die Kammern der Spongien, d. h. die mit Kragengeisselzellen ausgekleideten sack-, birn- oder kugelförmigen Erweiterungen des den Spongienkörper durchsetzenden Kanalsystemes, sitzen entweder mit einer weiten Ausgangsöffnung den ableitenden Kanälen direct auf und heissen dann (nach Sollas) eurypyl, oder sie münden mit einem besonderen Ausführungsgange, Aphodus (Sollas), in einen weiteren ableitenden Kanal und werden dann (nach Sollas) aphodal genannt.

Nach den bisherigen Erfahrungen kommt den eurypylen Kammern, wie sie in typischer Ausbildung bei den Hexactinelliden, Spongeliden, den meisten Monaxoniern und manchen Tetractinelliden zu finden sind, kein besonderer zuführender Kanal, Prosodus (Sollas) zu, sondern das Wasser tritt aus weiten Gängen oder Endlakunen des zuleitenden Kanalsystemes, welche der äusseren Kammerwand unmittelbar anliegen, durch die Wandlücken — Kammerporen — der Kammern unmittelbar in das Lumen der letzteren ein.

Dagegen sind von mir und anderen Spongiologen bei verschiedenen Spongien mit aphodalen Kammern auch eigene Prosodi der einzelnen Kammer als enge drehrunde Kanäle verschiedener Länge beschrieben und abgebildet, welche von weiteren Gängen oder Lakunen des zuleitenden Kanalsystemes aus in die Kammer münden.

Derartige Kammern, welche mit einem zuführenden Kanal, Prosodus, und mit einem abführenden Kanale, Aphodus, versehen sind, hat Sollas später als »diplodal« bezeichnet. Dieselben entsprechen dem vierten Kammertypus von Vosmaer. Ich habe sie schon im Jahre 1877[1] bei *Oscarella lobularis* (O. Schmidt), welche damals noch *Halisarca lobularis* genannt wurde, beschrieben, aber zugleich im Texte wie in den Abbildungen darauf hingewiesen, dass diese zuführenden Gänge recht verschieden lang sein können und dass gelegentlich zwei

[1] Zeitschr. für wissensch. Zoologie Bd. XXVIII S. 1 und Taf. I—IV.

oder selbst mehrere Prosodi in ein und dieselbe Kammer einmünden (l. c. Taf. II Fig. 13), wie andererseits auch zwei Aphodi an einer Kammer vorkommen können (l. c. Taf. II Fig. 15). Besonders lang und eng fand ich die Prosodi wie die Aphodi bei den Chondrosiden[1], wo demnach der diplodale Typus recht klar und rein hervortritt. Kürzer und oft kaum entwickelt sah ich sie bei manchen Spongiden, deutlich ausgeprägt dagegen wieder bei *Corticium*[2].

Später (1888) hat dann auch Sollas in seinem vortrefflichen Werke über die Tetractinelliden der Challenger-Expedition bei einigen Tetractinelliden, z. B. *Thrombus challengeri* Sollas und *Azorica pfeifferi* Sollas, ebenfalls besondere lange Zugangskanäle (Prosodi) der einzelnen Kammern sicher erkannt und abgebildet[3] und Folgendes hervorgehoben (l. c. p. XXI): »the sponges with diplodal chambers are denser than those with aphodal character. Sponges with diplodal chambers are usually remarkably compact and 'fleshy'«.

Übrigens darf man nicht erwarten, die oft recht dünnen Prosodi der Kammern überall und bei jeder Conservirungsmethode in dem massigen Bindegewebsparenchym leicht wahrnehmen zu können. Oft lässt sich deshalb von ihnen nichts sehen, weil sie durch die Elasticität oder durch Quellung des umgebenden Gewebes bis zur Unkenntlichkeit zusammengedrückt sind. Auch kann man selbstverständlich bei sehr dünnen Schnitten nur darauf rechnen, hier und da eine einzelne Kammer in solcher Lagerung anzutreffen, dass sowohl der zuführende wie der abführende Kanal der ganzen Länge nach in die Schnittebene fallen. Es ist daher nicht zu verwundern, dass in manchen Fällen die Prosodi nur schwierig, in anderen überhaupt gar nicht zu erkennen waren.

So sagt R. von Lendenfeld in seiner Monographie der Tetractinelliden der Adria von *Corticium candelabrum* S. 15: »Jeder Endzweig des einführenden Systemes versorgt eine der Geisselkammern, und es scheint jede Kammer einen zuführenden Specialkanal und nur einen Zuströmungsporus zu besitzen«; ferner von *Ancorina mucronata* (O. Schmidt) l. c. S. 36: »Die letzten Endzweige des einführenden Systemes sind sehr eng und schwer zu erkennen«; und endlich l. c. S. 68: »Merkwürdig ist es, dass es bisher weder mir noch sonst Jemand geglückt ist, bei den *Sigmatophora* und *Astrophora* die Poren in den Kammerwänden, durch welche die Einführungskanäle mit den Kammern communiciren, aufzufinden«.

---

[1] Zeitschr. für wissensch. Zoologie Bd. XXIX S. 3 und Taf. 8 und 9.

[2] Zeitschr. für wissensch. Zoologie Bd. XXXV S. 410 und Taf. XXII Fig. 6 und 8.

[3] The voyage of H. M. S. Challenger, Zoology. Vol. XXV. Pl. VIII Fig. 36—39 und Pl. XXXVI Fig. 25.

Indessen habe ich doch aus diesen und anderen Spongienarbeiten VON LENDENFELD's keineswegs den Eindruck erhalten, dass derselbe das Vorkommen der Prosodi leugnet oder in Frage stellt. Er hält sie eben nur in gewissen Fällen für schwer erkennbar.

Dagegen hat jüngst einer der tüchtigsten französischen Spongiologen, E. TOPSENT, in seiner Monographie der Spongien Frankreichs das Vorkommen von besonderen zuführenden Kammerkanälen — Prosodi — bei den Spongien überhaupt ganz bestimmt in Abrede gestellt.

In dem Abschnitte seines Werkes, welcher die *Carnosa* behandelt[2], sagt er p. 522: »Le système diplodal au sens classique, n'existe pas« und ebenda p. 547: »Je suis d'avis que le système diplodal, tel qu'on l'a d'abord admis, n'existe pas chez les éponges«.

Schon beim Studium der französischen Tetractinelliden hatte TOPSENT, wie er l. c. p. 522 mittheilt, die von SOLLAS beschriebenen Prosodi vermisst. An jeder Kammer konnte er dort nur einen Kanal wahrnehmen und zwar den Aphodus, hielt jedoch damals die Möglichkeit eines Irrthums seinerseits nicht für ausgeschlossen. Nachdem er jedoch die *Oligosilicina* auf diese Frage hin gründlich studirt habe, seien ihm alle Zweifel geschwunden, und er versichert: »mes coupes de *Chondrosia reniformis* comme celle d'*Oscarella lobularis* me démontrant l'inexactitude surprenante des dessins de SCHULZE«.

Da ich nun trotzdem von der Richtigkeit meiner früheren Angaben und Zeichnungen vollständig überzeugt war, so fühlte ich mich veranlasst, die Frage noch einmal an meinen alten und anderen neuhergestellten Praeparaten sorgfältig zu prüfen. Hierzu schien mir die Revision dreier von mir selbst früher studirten und jetzt mit einer Ausnahme auch von TOPSENT speciell berücksichtigter Repraesentanten, nämlich *Corticium candelabrum* O. SCHMIDT, *Chondrilla nucula* O. SCHMIDT und *Oscarella lobularis* (O. SCHMIDT), auszureichen. Die Durcharbeitung einer grösseren Artenzahl würde ja ohnehin längere Zeit in Anspruch genommen haben. Wenn ich dabei statt der von TOPSENT untersuchten *Chondrosia reniformis* NARDO die zweifellos sehr nahe verwandte *Chondrilla nucula* O. SCHMIDT als Vertreter der Chondrosiden gewählt habe, so geschah dies nur deshalb, weil mir gerade von dieser letzteren Form augenblicklich besseres Untersuchungsmaterial zu Gebote stand als von *Chondrosia reniformis*. Übrigens habe ich mich zum Überfluss auch noch davon überzeugt, dass in der hier allein berücksichtigten Frage sich *Chondrosia* nicht anders verhält als *Chondrilla*.

[2] Archives de Zoologie. 1895 3 Ser. Vol. III p. 493—590.

Von *Corticium candelabrum* O. Schmidt sagt E. Topsent in seiner Etude monographique des spongiaires de France, Carnosa l. c. p. 547: »Les corbeilles sont rondes ou ovales et de grande taille (28 à 30 μ de diamètre en moyenne); leur canal de communication avec le system aquifère est large à parois revêtues de cellules épithéliales. Schulze les a considérées comme appartenant au type diplodal, mais, pas plus que Lendenfeld je n'ai réussi à leur trouver un prosodus et un aphodus«.

Demgegenüber verweise ich auf meine Fig. 1 der Taf. V. Durch den bei 1200facher Vergrösserung von meinem Assistenten, Hrn. Dr. Schaudinn, photographirten und hier mittels Lichtdruck nach der unveränderten Photographie rein automatisch reproducirten Schnitt, welcher senkrecht zur Schwammoberfläche geführt war, zieht sich diagonal ein längerer ableitender Kanal hin; und annähernd parallel mit ihm läuft in der linken oberen Ecke der Figur ein ebenfalls längs getroffener zuleitender Kanal. Zwischen diesen beiden parallelen Kanälen liegen ausser einigen weniger deutlichen angeschnittenen Kammern 4 nahezu im Längsschnitt getroffene Kammern, welche birnförmige oder annähernd kugelige Gestalt haben. Bei zweien derselben kann man den diplodalen Typus ohne Weiteres erkennen. So lässt sich von dem links oben befindlichen weiten Zuleitungskanale aus ein in ganzer Länge getroffener schwach gebogener Prosodus direct zu dem convexen Fundus einer birnförmigen Kammer verfolgen, deren etwas konischer Aphodus nach Vereinigung mit dem Aphodus einer nebenliegenden grösseren Kammer in den grossen diagonalen Ableitungskanal einmündet, während der Prosodus jener Nachbarkammer nicht mit in die Schnittebene gefallen ist. Dagegen zeigt wieder die nächstfolgende, dritte Kammer, welche in ganzer Ausdehnung durchschnitten ist, sowohl einen deutlichen, hier ungewöhnlich breiten Aphodus, welcher in den Ableitungskanal ausmündet, als auch einen mässig breiten Prosodus, welcher aus der Gabelung eines schräg durchschnittenen Zuleitungskanales hervorgeht, dessen anderer Gabelast ebenfalls erhalten ist und in die Convexität einer vierten, mehr rechts gelegenen Kammer einmündet. Ob der breite helle Fleck, welcher sich im Bilde rechts neben dieser vierten Kammer befindet, als angeschnittener Aphodus der letzteren anzusehen ist, mag dahingestellt bleiben. Ausserdem sind in dem rechten unteren Theile der Photographie Fig. 1 noch einige Kammern zu sehen, an welchen ebenfalls der Prosodus wie der Aphodus deutlich zu erkennen sind. Auch hier erscheint der letztere überall breiter und kürzer als der verhältnissmässig schmale und längere Prosodus, welcher stets in den convexen Fundus der betreffenden Kammer mündet. Obwohl ich bei

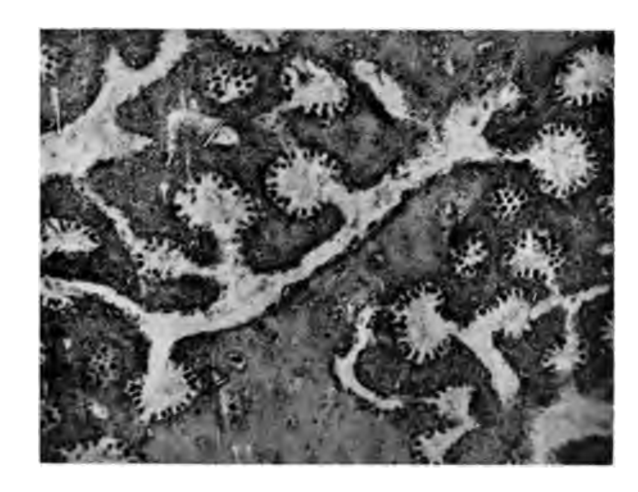


Fig. 1.

Corticium candelabrum O. SCHM.

$\frac{1200}{1}$

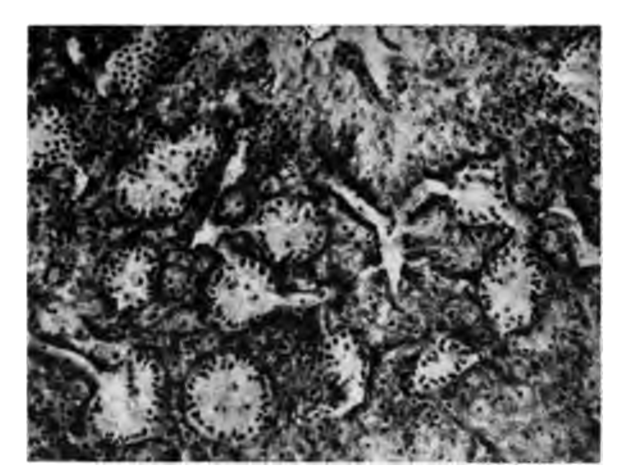


Fig. 2.

Chondrilla nucula O. SCHM.

$\frac{1200}{1}$

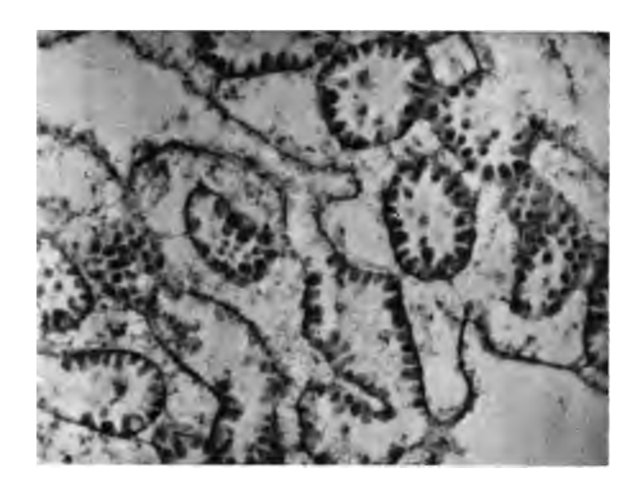


Fig. 3.

Oscarella lobularis (O. SCHM.).

$\frac{1200}{1}$

F. E. SCHULZE: Über diplodale Spongienkammern.

Lichtdruck der Reichsdruckerei.



Corticium candelabrum an jeder Kammer nur einen Prosodus bemerken konnte, so will ich doch die Möglichkeit nicht bestreiten, dass ausnahmsweise auch 2 vorkommen können. Jedenfalls zeigen aber die Kammern von *Corticium candelabrum* den reinen diplodalen Typus.

Dass bei den *Chondrosiden* die hier besonders langen und engen Prosodi schwerer zur deutlichen Ansicht zu bringen, bez. zu photographiren sein würden, als bei *Corticium*, war mir von vornherein nach meinen früheren Erfahrungen wahrscheinlich. Die faserige Grundsubstanz der Rinde und der alle grösseren Zuleitungskanäle als breite Hülle umgebenden Bindegewebsmasse ist gerade bei den Gummischwämmen so contractil und ausserdem quellungslustig, dass auch bei sorgfältiger Conservirung gewöhnlich schon die weiteren, noch viel mehr aber die engeren Kanäle in der Regel stark verengt oder völlig zusammengedrückt werden. Es ist klar, dass unter solchen Verhältnissen die vorhandenen engen Prosodi sich nur unter besonders günstigen Verhältnissen, also etwa bei starker Anfüllung mit Wasser, markiren können. Aber auch dann, wenn man sowohl den Prosodus wie den Aphodus einer einzelnen Kammer mittels wechselnder Einstellung des Mikroskopes deutlich wahrnehmen kann, ist deren objectiver Nachweis mittels der Photographie durch den Umstand erschwert, dass die langen dünnen Prosodi gewöhnlich nicht ihrer ganzen Länge nach in die Bildebene fallen. Trotzdem ist es mir auch hier gelungen, den, wie ich glaube, sicheren Beweis ihres Vorhandenseins zu liefern.

In der Mitte der rechten Hälfte des in Fig. 2 dargestellten Schnittes bemerkt man zwei birnförmige Kammern, deren kurze breite Aphodi zusammen in einen quer durchschnittenen Ableitungskanal ausmünden. In den convexen Fundus der oberen dieser beiden Kammern tritt von links her der hier zufällig etwas hakenförmig gebogene, aber in ganzer Länge erhaltene Prosodus ein, welcher den einen Gabelast eines zuleitenden weiteren Kanales bildet. Auch an einigen anderen der vom Schnitte getroffenen Kammern sind beide Kanäle, sowohl der Prosodus wie der Aphodus, deutlich zu erkennen. Der erstere ist, gerade wie bei *Corticium*, stets schmäler und mündet an der flach convexen Seite der Kammer ein, während der letztere sich als eine einfache Ausziehung des verschmälerten Endes der im Allgemeinen birnförmigen Kammer darstellt.

Bei *Oscarella lobularis* (O. SCHMIDT) hat E. TOPSENT das Vorkommen eines Prosodus an den Kammern besonders entschieden bestritten: »Pas plus«, sagt er l. c. p. 566, »que je n'ai reconnu deux voies aux corbeilles de *Corticium candelabrum*, je n'ai jamais observé chez *Oscarella lobularis* rien qui rappelât les corbeilles à longs prosodus et aphodus représentés par SCHULZE dans les figures 16 et 20 de son

mémoire«. Allerdings ist hier die weiche Beschaffenheit der bindegewebigen Grundlage des Choanosomes einerseits und die dichte Lagerung der verhältnissmässig grossen Kammern andererseits auch besonders ungünstig für die Erhaltung der Prosodi bei der Fixirung und Härtung des Schwammes; indessen haben sich doch auch von *Oscarella* Schnitte herstellen lassen, welche sich hinlänglich zu photographischer Aufnahme eigneten, um an ein und derselben Kammer sowohl den Prosodus als auch den Aphodus im Zusammenhang mit den betreffenden weiteren Gängen des Kanalsystemes zur Anschauung zu bringen. Ich denke wenigstens, dass die in der Mitte der Fig. 3 sichtbare Verbindung eines schwach gekrümmten Prosodus, welcher selbst einen Gabelast des links oben sichtbaren grösseren zuleitenden Kanales bildet, mit einer deutlich birnförmigen Kammer ebenso zweifellos hervortritt, wie der auch hier (ebenso wie bei den beiden übrigen oben berücksichtigten Spongienarten) als directe Fortsetzung des schmaleren Kammerendes erscheinende Aphodus, welcher zugleich mit dem Aphodus einer benachbarten Kammer in den auf der Figur selbst unten rechts sichtbaren grösseren Ableitungskanal ausmündet.

Vielleicht erscheint Manchem die ganze hier entschiedene Frage an sich unbedeutend und kaum einer so eingehenden Erörterung werth; doch handelt es sich dabei keineswegs nur um die Entscheidung, ob diese oder jene einzelne Spongienart Kammern vom aphodalen oder diplodalen Typus besitze, sondern um das von mir vertretene Princip des Spongienbaues, welches durchbrochen sein würde, falls Topsent's Behauptung richtig wäre, dass bei einigen Spongien jede Kammer nur e i n e Öffnung besässe.

Da ich stets darauf besonderes Gewicht gelegt habe, dass die mit Poren versehene Kammerwand, bez. die Gesammtheit aller Kammern, das K a m m e r l a g e r, überall die Grenzscheidewand bildet zwischen dem zuleitenden und dem ableitenden Theile des jeden Spongienkörper durchsetzenden Kanalsystemes, so würde hier insofern eine eclatante Durchbrechung jenes allgemeinen Gesetzes vorliegen, als alsdann die letzten Enden des zuleitenden Kanalsystemes in einiger Entfernung von der Kammerwand blind enden müssten, ohne diese selbst an ihrer convexen Seite zu durchbohren. Sie könnten dann stattdessen etwa mit dem ableitenden Kanalsysteme direct communiciren oder auf unsichtbaren Wegen (etwa durch Osmose) das zugeleitete Wasser in die Kammern gelangen lassen. Im letzteren Falle würde jedoch der Wasserdurchzug durch den ganzen Schwamm ganz ausserordentlich

gehemmt und so verlangsamt sein, dass dies den thatsächlich beobachteten Verhältnissen nicht entspräche. Im ersteren Falle aber würden die mit nur einer Apertur versehenen Kammern sich als blindsackförmige Seitendivertikel des ganzen Kanalsystemes darstellen; und das Wasser müsste, falls es sie überhaupt durchspülen sollte, zu derselben Öffnung ein- und wiederaustreten; was doch um so weniger plausibel erscheint, als bei allen sonst bekannten Kammern, ebenso wie bei den Radialtuben der Syconiden und bei den einfachen Röhren der Asconiden stets das ganze Wasser durch die mehr oder minder weiten Poren der Kammerwand in das Kammerlumen eintritt, um durch deren weite Ausmündungsöffnung, die Apopyle, in das ableitende Kanalsystem überzugehen.

Man würde demnach das Vorhandensein von einer (oder mehreren) besonderen Zugangsöffnung in der Kammerwandung, ausser der ja niemals bestrittenen Ausgangsöffnung, bei den hier in Betracht gezogenen wie bei allen übrigen Spongien selbst dann als höchst wahrscheinlich annehmen dürfen, wenn es sich nicht wie hier durch die Photographieen von zweifellosen Praeparaten direct hätte beweisen lassen.



Über die Principien der Mechanik.

Von Leo Koenigsberger.

Um die nachfolgenden Untersuchungen, welche sich mit einer Verallgemeinerung der Principien der Mechanik beschäftigen sollen, nicht zu unterbrechen, soll zunächst ein Hülfsatz vorangeschickt werden, der gewöhnlich nur für die einfachsten Beziehungen zwischen den nach der Zeit genommenen ersten Differentialquotienten der Entfernungen mehrerer Punkte von einander und deren Coordinaten entwickelt wird, der jedoch für beliebige Functionalbeziehungen gültig ist und uns unmittelbar von den verallgemeinerten Differentialgleichungen der Bewegung auf die entsprechenden Variationsprobleme hinleiten wird.

Wenn

$$R = f(t, x, y, z, \dots) \tag{1}$$

gegeben ist, so wird das ρ^{te} totale Differential von R, wie ich früher gezeigt habe[1], durch den Ausdruck dargestellt

$$d^\rho R = \sum_{\substack{n_1, n_2, \dots n_\rho > 0 \\ n_1 + 2n_2 + 3n_3 + \dots + \rho n_\rho = \rho}} \frac{\rho!}{n_1!\, n_2! \dots n_\rho!} \frac{1}{(1!)^{n_1}(2!)^{n_2} \dots (\rho!)^{n_\rho}} \tag{2}$$
$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots\right)^{n_1}$$
$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} d^2 t + \frac{\partial f}{\partial x} d^2 x + \frac{\partial f}{\partial y} d^2 y + \dots\right)^{n_2}$$
$$\dots\dots\dots\dots$$
$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} d^\rho t + \frac{\partial f}{\partial x} d^\rho x + \frac{\partial f}{\partial y} d^\rho y + \dots\right)^{n_\rho},$$

worin die Potenzen in bekannter Weise symbolisch zu verstehen sind. Fassen wir nun t als unabhängige Variable und $x, y, z, \dots$ als Functionen von t auf, so wird sich aus (2) durch Division mit dt^ρ, wenn

$$\frac{d^\lambda R}{dt^\lambda} = R^{(\lambda)}, \quad \frac{d^\lambda x}{dt^\lambda} = x^{(\lambda)}, \quad \frac{d^\lambda y}{dt^\lambda} = y^{(\lambda)}, \dots$$

gesetzt wird, die Beziehung ergeben

[1] »Über das Bildungsgesetz der höheren Differentiale einer Function von Functionen«. Mathematische Annalen Bd. 27.

$$(3)\qquad R^{(\rho)} = \sum_{\substack{n_1, n_2, \dots n_\rho > 0 \\ n_1 + 2n_2 + \dots + \rho n_\rho = \rho}} \frac{\rho!}{n_1!\, n_2! \dots n_\rho!} \frac{1}{(1!)^{n_1} (2!)^{n_2} \dots (\rho!)^{n_\rho}}$$
$$\left(\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial x} x' + \frac{\partial R}{\partial y} y' + \dots\right)^{n_1}$$
$$\left(\frac{\partial R}{\partial x} x'' + \frac{\partial R}{\partial y} y'' + \dots\right)^{n_2}$$
$$\dots\dots\dots$$
$$\left(\frac{\partial R}{\partial x} x^{(\rho-1)} + \frac{\partial R}{\partial y} y^{(\rho-1)} + \dots\right)^{n_{\rho-1}}$$
$$\left(\frac{\partial R}{\partial x} x^{(\rho)} + \frac{\partial R}{\partial y} y^{(\rho)} + \dots\right)^{n_\rho}.$$

Durch partielle Differentiation nach $x^{(\lambda)}$ folgt nun

$$\frac{\partial R^{(\rho)}}{\partial x^{(\lambda)}} = \sum_{\substack{n_1, n_2, \dots n_\rho > 0 \\ n_1 + 2n_2 + \dots + \lambda n_\lambda + \dots + \rho n_\rho = \rho}} \frac{\rho!}{n_1!\, n_2! \dots n_\lambda! \dots n_\rho!} \frac{1}{(1!)^{n_1} (2!)^{n_2} \dots (\lambda!)^{n_\lambda} \dots (\rho!)^{n_\rho}}$$
$$\left(\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial x} x' + \dots\right)^{n_1} \left(\frac{\partial R}{\partial x} x'' + \dots\right)^{n_2} \dots$$
$$n_\lambda \frac{\partial R}{\partial x} \left(\frac{\partial R}{\partial x} x^{(\lambda)} + \dots\right)^{n_\lambda - 1} \dots \left(\frac{\partial R}{\partial x} x^{(\rho)} + \dots\right)^{n_\rho}$$

oder wenn $n_\lambda = \nu_\lambda + 1$ gesetzt wird, durch eine einfache Umformung

$$\frac{\partial R^{(\rho)}}{\partial x^{(\lambda)}} = \sum_{\substack{n_1, n_2, \dots \nu_\lambda, \dots n_{\rho-\lambda} > 0 \\ n_1 + 2n_2 + \dots + \lambda \nu_\lambda + \dots + (\rho-\lambda) n_{\rho-\lambda} = \rho - \lambda}} \frac{\rho(\rho-1)\dots(\rho-\lambda+1)}{1.\,2.\dots\lambda} \frac{(\rho-\lambda)!}{n_1!\, n_2! \dots \nu_\lambda! \dots n_{\rho-\lambda}!}$$
$$\frac{1}{(1!)^{n_1} (2!)^{n_2} \dots (\lambda!)^{\nu_\lambda} \dots ((\rho-\lambda)!)^{n_{\rho-\lambda}}}$$
$$\frac{\partial R}{\partial x} \left(\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial x} x' + \dots\right)^{n_1} \left(\frac{\partial R}{\partial x} x'' + \dots\right)^{n_2} \dots$$
$$\left(\frac{\partial R}{\partial x} x^{(\lambda)} + \dots\right)^{\nu_\lambda} \dots \left(\frac{\partial R}{\partial x} x^{(\rho-\lambda)} + \dots\right)^{n_{\rho-\lambda}}$$

und somit, wie aus (3) sich ergiebt, wenn ρ durch $\rho - \lambda$ ersetzt wird,

$$(4)\qquad \frac{\partial R^{(\rho)}}{\partial x^{(\lambda)}} = \frac{\rho(\rho-1)\dots(\rho-\lambda+1)}{1.\,2.\dots\lambda} \frac{\partial R^{(\rho-\lambda)}}{\partial x},$$

und hieraus

$$(5)\qquad \frac{d^\lambda}{dt^\lambda}\left(\frac{\partial R^{(\rho)}}{\partial x^{(\lambda)}}\right) = \frac{\rho(\rho-1)\dots(\rho-\lambda+1)}{1.\,2.\dots\lambda} \frac{d^\lambda}{dt^\lambda}\left(\frac{\partial R^{(\rho-\lambda)}}{\partial x}\right)$$
$$= \frac{\rho(\rho-1)\dots(\rho-\lambda+1)}{1.\,2.\dots\lambda} \frac{\partial R^{(\rho)}}{\partial x}\ [1],$$

[1] da für $S = \phi(t, x, y, \dots)$ wegen $\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial x} x' + \frac{\partial S}{\partial y} y' + \dots$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dS}{dt}\right) = \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} x' + \frac{\partial^2 S}{\partial x \partial y} y' + \dots = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)$$

ist.

so dass sich die Identität ergiebt

$$(6)\quad \frac{\partial R^{(\varrho)}}{\partial x} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial R^{(\varrho)}}{\partial x'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial R^{(\varrho)}}{\partial x''}\right) - \dots + (-1)^\varrho \frac{d^\varrho}{dt^\varrho}\left(\frac{\partial R^{(\varrho)}}{\partial x^{(\varrho)}}\right) = 0.$$

Sind nun $R_1, R_2, \dots$ Functionen von t und den μ Grössen $p_1, p_2, \dots p_\mu$, welche selbst wieder als Functionen von t aufgefasst werden sollen, und sei

$$(7)\qquad V = F(t, R_1, R_1', R_1'', \dots R_1^{(\nu)}, R_2, R_2', \dots R_2^{(\nu)}, \dots),$$

so wird, wenn s einen der Indices $1, 2, \dots \mu$ bedeutet,

$$\frac{\partial V}{\partial p_s} = \frac{\partial V}{\partial R_1}\frac{\partial R_1}{\partial p_s} + \frac{\partial V}{\partial R_1'}\frac{\partial R_1'}{\partial p_s} + \frac{\partial V}{\partial R_1''}\frac{\partial R_1''}{\partial p_s} + \dots + \frac{\partial V}{\partial R_2}\frac{\partial R_2}{\partial p_s} + \frac{\partial V}{\partial R_2'}\frac{\partial R_2'}{\partial p_s} + \frac{\partial V}{\partial R_2''}\frac{\partial R_2''}{\partial p_s} + \dots$$

$$\frac{\partial V}{\partial p_s'} = \frac{\partial V}{\partial R_1'}\frac{\partial R_1'}{\partial p_s'} + \frac{\partial V}{\partial R_1''}\frac{\partial R_1''}{\partial p_s'} + \dots\dots\dots + \frac{\partial V}{\partial R_2'}\frac{\partial R_2'}{\partial p_s'} + \frac{\partial V}{\partial R_2''}\frac{\partial R_2''}{\partial p_s'} + \dots$$

$$\frac{\partial V}{\partial p_s''} = \frac{\partial V}{\partial R_1''}\frac{\partial R_1''}{\partial p_s''} + \dots\dots\dots\dots + \frac{\partial V}{\partial R_2''}\frac{\partial R_2''}{\partial p_s''} + \dots$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots,$$

und somit, da nach (4)

$$\frac{\partial R_m^{(\varrho)}}{\partial p_s^{(\varrho)}} = \frac{\partial R_m}{\partial p_s},$$

und nach (6)

$$\frac{\partial R_m^{(\varrho)}}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial R_m^{(\varrho)}}{\partial p_s'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial R_m^{(\varrho)}}{\partial p_s''}\right) - \dots + (-1)^\varrho \frac{d^\varrho}{dt^\varrho}\left(\frac{\partial R_m^{(\varrho)}}{\partial p_s^{(\varrho)}}\right) = 0$$

ist, die Beziehung

$$(8)\quad \frac{\partial V}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V}{\partial p_s'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial V}{\partial p_s''}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial V}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)$$

$$= \left[\frac{\partial V}{\partial R_1} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V}{\partial R_1'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial V}{\partial R_1''}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial V}{\partial R_1^{(\nu)}}\right)\right]\frac{\partial R_1}{\partial p_s}$$

$$+ \left[\frac{\partial V}{\partial R_2} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V}{\partial R_2'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial V}{\partial R_2''}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial V}{\partial R_2^{(\nu)}}\right)\right]\frac{\partial R_2}{\partial p_s}$$

$$+ \dots\dots\dots\dots\dots\dots,$$

die wir dem Folgenden zu Grunde legen.

Als Anwendung der Beziehung (8) mag gleich hier der Fall hervorgehoben werden, in welchem ein System von Punkten durch anziehende oder abstossende innere Kräfte bewegt wird, die, wenn W eine Function der Zeit t, der Entfernung je zweier Punkte r von einander und deren nach t genommenen Ableitungen bis zur ν^{ten} Ordnung hin ist, durch den Ausdruck gegeben sind

$$(9)\quad U = \frac{\partial W}{\partial r} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial W}{\partial r'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial W}{\partial r''}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial W}{\partial r^{(\nu)}}\right)$$

gewöhnlichen Sinne, also negativ genommen die potentielle Energie bedeutet, wenn endlich Q_k, R_k, S_k die Componenten der äusseren Kräfte darstellen, die Beziehung (12) in

$$(14)\quad \sum_1^n{}_k\left\{\left(-\frac{\partial U}{\partial x_k}-Q_k+m_k\frac{d^2x_k}{dt^2}\right)\delta x_k+\left(-\frac{\partial U}{\partial y_k}-R_k+m_k\frac{d^2y_k}{dt^2}\right)\delta y_k + \left(-\frac{\partial U}{dz_k}-S_k+m_k\frac{d^2z_k}{dt^2}\right)\delta z_k\right\}=0$$

übergeht, so soll auch die allgemeinere Gleichung (12) das D'ALEMBERT-sche Princip genannt werden.

Aus (12) und (11) folgt nach dem Princip der Multiplicatoren für $x = 1, 2, \ldots n$

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial x_k}-\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial x'_k}\right)+\ldots+(-1)^\nu\dfrac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\dfrac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}}\right)+Q_k+\lambda_1 f_{1k}+\lambda_2 f_{2k}+\ldots+\lambda_m f_{mk}=0 \\ \dfrac{\partial H}{\partial y_k}-\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial y'_k}\right)+\ldots+(-1)^\nu\dfrac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\dfrac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}}\right)+R_k+\lambda_1\phi_{1k}+\lambda_2\phi_{2k}+\ldots+\lambda_m\phi_{mk}=0 \\ \dfrac{\partial H}{\partial z_k}-\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial z'_k}\right)+\ldots+(-1)^\nu\dfrac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\dfrac{\partial H}{\partial z_k^{(\nu)}}\right)+S_k+\lambda_1\psi_{1k}+\lambda_2\psi_{2k}+\ldots+\lambda_m\psi_{mk}=0, \end{cases}$$

und diese Gleichungen sollen analog den bekannten als erste Form der LAGRANGE'schen Gleichungen bezeichnet werden. Seien nun, wenn $3n - m = \mu$ gesetzt wird, $p_1, p_2, \ldots p_\mu$ μ von einander unabhängige Variable, die wir auch Coordinaten nennen wollen, und durch welche in jedem Zeitmomente der Zustand des gegebenen Systems vollständig definirt ist, so dass die sämmtlichen Coordinaten durch das Werthesystem von $p_1, p_2, \ldots p_\mu$ bestimmt sind, so müssen die Differentialgleichungen (11), welche als integrabel angenommen werden, durch

$$\delta x_k=\frac{\partial x_k}{\partial p_1}\delta p_1+\ldots+\frac{\partial x_k}{\partial p_\mu}\delta p_\mu,\quad \delta y_k=\frac{\partial y_k}{\partial p_1}\delta p_1+\ldots+\frac{\partial y_k}{\partial p_\mu}\delta p_\mu,\quad \delta z_k=\frac{\partial z_k}{\partial p_1}\delta p_1+\ldots+\frac{\partial z_k}{\partial p_\mu}\delta p_\mu$$

befriedigt werden und wegen der Unabhängigkeit der Variationen $\delta p_1, \delta p_2, \ldots \delta p_\mu$ von einander die m Beziehungen liefern

$$(16)\quad \sum_1^n{}_k\left\{f_{1k}\frac{\partial x_k}{\partial p_s}+\phi_{1k}\frac{\partial y_k}{\partial p_s}+\psi_{1k}\frac{\partial z_k}{\partial p_s}\right\}=0,\quad \sum_1^n{}_k\left\{f_{mk}\frac{\partial x_k}{\partial p_s}+\phi_{mk}\frac{\partial y_k}{\partial p_s}+\psi_{mk}\frac{\partial z_k}{\partial p_s}\right\}=0,$$

worin s die Werthe $1, 2, \ldots \mu$ annimmt.

Multiplicirt man nun die Gleichungen (15) mit $\frac{\partial x_k}{\partial p_s}, \frac{\partial y_k}{\partial p_s}, \frac{\partial z_k}{\partial p_s}$ und addirt dieselben, indem man k die Werthe $1, 2, \ldots n$ annehmen

$$
11)\quad \begin{cases} f_{11}\,\delta x_1 + \phi_{11}\,\delta y_1 + \psi_{11}\,\delta z_1 + f_{12}\,\delta x_2 + \phi_{12}\,\delta y_2 + \psi_{12}\,\delta z_2 + \ldots + f_{1n}\,\delta x_n + \phi_{1n}\,\delta y_n + \psi_{1n}\,\delta z_n = 0 \\ f_{21}\,\delta x_1 + \phi_{21}\,\delta y_1 + \psi_{21}\,\delta z_1 + f_{22}\,\delta x_2 + \phi_{22}\,\delta y_2 + \psi_{22}\,\delta z_2 + \ldots + f_{2n}\,\delta x_n + \phi_{2n}\,\delta y_n + \psi_{2n}\,\delta z_n = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f_{m1}\,\delta x_1 + \phi_{m1}\,\delta y_1 + \psi_{m1}\,\delta z_1 + f_{m2}\,\delta x_2 + \phi_{m2}\,\delta y_2 + \psi_{m2}\,\delta z_2 + \ldots + f_{mn}\,\delta x_n + \phi_{mn}\,\delta y_n + \psi_{mn}\,\delta z_n = 0, \end{cases}
$$

worin die f, ϕ, ψ stetige Functionen der $3n$ Coordinaten und der Zeit sind, und die Differentialgleichungen (11) nicht integrirbar zu sein brauchen; sind die Bedingungsgleichungen in endlicher Form gegeben, so sind sonach als virtuelle Verrückungen solche zu definiren, welche diesen Bedingungen genügen, wenn man die Zeit t unverändert lässt, so dass, wenn letztere explicit in den Gleichungen enthalten ist, die wirklichen Veränderungen keine virtuellen sind. In allen Fällen wird der von Lipschitz für die Gültigkeit des Princips der virtuellen Geschwindigkeiten geforderten[1] Bedingung genügt, dass man die kleinen Verschiebungen als unendlich kleine derselben Ordnung zu betrachten hat.

Es werde nun angenommen, dass während des Verlaufes der unabhängigen Variabeln t die Coordinaten und deren Ableitungen der Bedingung unterliegen

$$
(12)\quad \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial H}{\partial x_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k''}\right) - \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}}\right) + Q_k \right\} \delta x_k
$$
$$
+ \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial H}{\partial y_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k''}\right) - \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}}\right) + R_k \right\} \delta y_k
$$
$$
+ \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial H}{\partial z_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial z_k'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial z_k''}\right) - \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial z_k^{(\nu)}}\right) + S_k \right\} \delta z_k = 0,
$$

worin H eine gegebene Function von t, den $3n$ Coordinaten und deren Ableitungen nach der Zeit bis zur ν^{ten} Ordnung bedeutet und in Analogie mit der Mechanik das kinetische Potential genannt werden möge, Q_k, R_k, S_k gegebene Functionen der Zeit und der Coordinaten sind, und die Variationen δx_k, δy_k, δz_k jedes beliebige Werthesystem bedeuten sollen, welches mit den Bedingungsgleichungen (11) verträglich ist. Da, wenn

$$
(13)\qquad H = -T - U
$$

gesetzt wird, worin $T = \frac{1}{2}\sum_1^n {}_k m_k (x_k'^2 + y_k'^2 + z_k'^2)$ die lebendige Kraft oder actuelle Energie des Systems, U eine Function der $3n$ Coordinaten und der Zeit darstellt, welche das Potential der inneren Kräfte im

[1] »Bemerkungen zu dem Princip des kleinsten Zwanges«, Journ. für Mathem. Bd. 82, S. 327.

gewöhnlichen Sinne, also negativ genommen die potentielle Energie bedeutet, wenn endlich Q_k, R_k, S_k die Componenten der äusseren Kräfte darstellen, die Beziehung (12) in

$$(14)\quad \sum_1^n {}_k \left\{ \left(-\frac{\partial U}{\partial x_k} - Q_k + m_k \frac{d^2 x_k}{dt^2}\right)\delta x_k + \left(-\frac{\partial U}{\partial y_k} - R_k + m_k \frac{d^2 y_k}{dt^2}\right)\delta y_k + \left(-\frac{\partial U}{dz_k} - S_k + m_k \frac{d^2 z_k}{dt^2}\right)\delta z_k \right\} = 0$$

übergeht, so soll auch die allgemeinere Gleichung (12) das d'Alembert'sche Princip genannt werden.

Aus (12) und (11) folgt nach dem Princip der Multiplicatoren für $\varkappa = 1, 2, \ldots n$

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial x_k} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial x'_k}\right) + \ldots + (-1)^\nu \dfrac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\dfrac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}}\right) + Q_k + \lambda_1 f_{1k} + \lambda_2 f_{2k} + \ldots + \lambda_m f_{mk} = 0 \\ \dfrac{\partial H}{\partial y_k} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial y'_k}\right) + \ldots + (-1)^\nu \dfrac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\dfrac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}}\right) + R_k + \lambda_1 \phi_{1k} + \lambda_2 \phi_{2k} + \ldots + \lambda_m \phi_{mk} = 0 \\ \dfrac{\partial H}{\partial z_k} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial z'_k}\right) + \ldots + (-1)^\nu \dfrac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\dfrac{\partial H}{\partial z_k^{(\nu)}}\right) + S_k + \lambda_1 \psi_{1k} + \lambda_2 \psi_{2k} + \ldots + \lambda_m \psi_{mk} = 0, \end{cases}$$

und diese Gleichungen sollen analog den bekannten als erste Form der Lagrange'schen Gleichungen bezeichnet werden. Seien nun, wenn $3n - m = \mu$ gesetzt wird, $p_1, p_2, \ldots p_\mu$ μ von einander unabhängige Variable, die wir auch Coordinaten nennen wollen, und durch welche in jedem Zeitmomente der Zustand des gegebenen Systems vollständig definirt ist, so dass die sämmtlichen Coordinaten durch das Werthesystem von $p_1, p_2, \ldots p_\mu$ bestimmt sind, so müssen die Differentialgleichungen (11), welche als integrabel angenommen werden, durch

$$\delta x_k = \frac{\partial x_k}{\partial p_1}\delta p_1 + \ldots + \frac{\partial x_k}{\partial p_\mu}\delta p_\mu,\quad \delta y_k = \frac{\partial y_k}{\partial p_1}\delta p_1 + \ldots + \frac{\partial y_k}{\partial p_\mu}\delta p_\mu,\quad \delta z_k = \frac{\partial z_k}{\partial p_1}\delta p_1 + \ldots + \frac{\partial z_k}{\partial p_\mu}\delta p_\mu$$

befriedigt werden und wegen der Unabhängigkeit der Variationen $\delta p_1, \delta p_2, \ldots \delta p_\mu$ von einander die m Beziehungen liefern

$$(16)\quad \sum_1^n {}_k \left\{ f_{1k}\frac{\partial x_k}{\partial p_s} + \phi_{1k}\frac{\partial y_k}{\partial p_s} + \psi_{1k}\frac{\partial z_k}{\partial p_s} \right\} = 0, \ldots \sum_1^n {}_k \left\{ f_{mk}\frac{\partial x_k}{\partial p_s} + \phi_{mk}\frac{\partial y_k}{\partial p_s} + \psi_{mk}\frac{\partial z_k}{\partial p_s} \right\} = 0,$$

worin s die Werthe $1, 2, \ldots \mu$ annimmt.

Multiplicirt man nun die Gleichungen (15) mit $\frac{\partial x_k}{\partial p_s}, \frac{\partial y_k}{\partial p_s}, \frac{\partial z_k}{\partial p_s}$ und addirt dieselben, indem man k die Werthe $1, 2, \ldots n$ annehmen

lässt, so folgt aus dem oben bewiesenen Hülfsatze (8), wenn die R daselbst die Coordinaten vorstellen, und

$$(17) \qquad \sum_{1}^{n}{}_{k}\left\{Q_k \frac{\partial x_k}{\partial p_s} + R_k \frac{\partial y_k}{\partial p_s} + S_k \frac{\partial z_k}{\partial p_s}\right\} = P_s$$

gesetzt wird, worin P_s eine Function von $t, p_1, p_2, \ldots p_\mu$ bedeutet, für $s = 1, 2, \ldots \mu$ die Beziehung

$$(18) \qquad \frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s = 0,$$

die wir als zweite Form der LAGRANGE'schen Gleichungen bezeichnen wollen, und welche für die Substitution (13) in

$$(19) \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial p'_s}\right) - \frac{\partial(T+U)}{\partial p_s} + P_s = 0$$

übergeht, worin P_s die in der Richtung der Coordinaten p_s genommenen äusseren Kräfte darstellen; es ist aus der oben gemachten Bemerkung, dass die Integrabilität der Differentialgleichungen (11) vorausgesetzt werden müsse, ersichtlich, dass die LAGRANGE'schen Gleichungen in ihrer zweiten Form nur unter beschränkteren Voraussetzungen gelten als die erster Form[1].

Legen wir nun die Variation des nachfolgenden Integrales zu Grunde

$$(20) \qquad \delta\int_{t_0}^{t_1}\left(H + \sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda} P_\lambda p_\lambda\right) dt,$$

wie es HELMHOLTZ in seiner fundamentalen Arbeit »die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung« gethan hat, und nehmen an, dass die Grössen P_k als Functionen der Zeit, aber unabhängig von den Coordinaten während der beliebig, aber bestimmt festgesetzten Periode von t_0 bis t_1 gegeben seien, dass ferner H für

[1] Freilich giebt es, wie HERTZ in seinen »Principien der Mechanik« hervorhebt, Fälle nicht integrabler Bedingungsgleichungen, wie z. B. in dem Falle, dass zwei Körper mit ihren Oberflächen, ohne zu gleiten, auf einander rollen, da dieselben nur einen Punkt der Oberfläche gemein haben, während doch die Bewegungsfreiheit noch um einen Grad weiter beschränkt ist, und sich somit mehr Gleichungen zwischen den Änderungen der Coordinaten herleiten lassen als zwischen diesen selbst. Und dies ist der Grund, weshalb HERTZ, der nicht wie KIRCHHOFF das D'ALEMBERT'sche Princip dem Aufbau der Mechanik zu Grunde legen wollte, weil die Herleitung desselben allgemeinere Voraussetzungen macht, als die Probleme der Natur sie erfordern, indem dieselben z. B. eine Verletzung des Princips der Energie nicht zulassen, auch nicht das HAMILTON'sche Princip, wie es HELMHOLTZ gethan und worauf ich noch später zurückkomme, als das einzige und wahre Grundprincip der Mechanik anerkennen will. Die Frage, ob das von HERTZ aufgestellte Grundgesetz den Vorzug vor allen anderen verdient, lasse ich für den Augenblick unerörtert.

alle in Betracht kommenden Werthe der Coordinaten und deren Ableitungen während dieser Zeitperiode selbst sowohl wie seine sämmtlichen nach eben diesen Grössen genommenen partiellen Differentialquotienten bis zur $\nu+1^{\text{ten}}$ Ordnung hin endlich sind, so wird

$$(21)\quad \delta\int_{t_0}^{t_1}\Big(H+\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}P_\lambda p_\lambda\Big)dt=\int_{t_0}^{t_1}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\Big\{\Big(\frac{\partial H}{\partial p_s}+P_s\Big)\delta p_s+\frac{\partial H}{\partial p'_s}\delta p'_s+\ldots+\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\delta p_s^{(\nu)}\Big\}dt,$$

oder da unter der gemachten Annahme

$$\int_{t_0}^{t_1}\frac{\partial H}{\partial p'_s}\frac{d\delta p_s}{dt}dt=\Big[\frac{\partial H}{\partial p'_s}\delta p_s\Big]_{t_0}^{t_1}-\int_{t_0}^{t_1}\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\Big)\delta p_s dt$$

$$\int_{t_0}^{t_1}\frac{\partial H}{\partial p''_s}\frac{d^2\delta p_s}{dt^2}dt=\Big[\frac{\partial H}{\partial p''_s}\delta p'_s\Big]_{t_0}^{t_1}-\Big[\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\Big)\delta p_s\Big]_{t_0}^{t_1}+\int_{t_0}^{t_1}\frac{d^2}{dt^2}\Big(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\Big)\delta p_s dt$$

. . . .

$$\int_{t_0}^{t_1}\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\frac{d^\nu\delta p_s}{dt^\nu}dt=\Big[\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\delta p_s^{(\nu-1)}\Big]_{t_0}^{t_1}-\Big[\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\Big)\delta p_s^{(\nu-2)}\Big]_{t_0}^{t_1}+\ldots$$

$$+(-1)^{\nu-1}\Big[\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\Big(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\Big)\delta p_s\Big]_{t_0}^{t_1}+(-1)^\nu\int_{t_0}^{t_1}\frac{d^\nu}{dt^\nu}\Big(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\Big)\delta p_s dt$$

ist, wenn die Variation der Bedingung unterworfen wird, dass

$$\delta p_s,\ \delta p'_s,\ \delta p''_s,\ \ldots\ \delta p_s^{(\nu-1)}$$

für $t=t_0$ und $t=t_1$ verschwinden sollen,

$$(21)\quad \delta\int_{t_0}^{t_1}\Big(H+\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}P_\lambda p_\lambda\Big)dt=\int_{t_0}^{t_1}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\Big\{\frac{\partial H}{\partial p_s}-\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\Big)+\frac{d^2}{dt^2}\Big(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\Big)-\ldots$$

$$+(-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\Big(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\Big)+P_s\Big\}\delta p_s dt.$$

Da nun die Variationen δp_s von einander unabhängig sind, so folgt, dass die Beziehung

$$(23)\qquad \delta\int_{t_0}^{t_1}\Big(H+\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}P_\lambda p_\lambda\Big)dt=0$$

die Gleichung (18) nach sich zieht und umgekehrt, und dass somit das durch die Gleichung (23) dargestellte Hamilton'sche

Princip in dieser erweiterten Gestalt der zweiten Form der erweiterten LAGRANGE'schen Gleichungen völlig aequivalent ist.

Der Fall des WEBER'schen Gesetzes, in dem H nur von den ersten Differentialquotienten der Coordinaten abhängt, ist also ein ganz specieller Fall dieses allgemeinen Satzes; für

$$W = \frac{mm_1}{r}\left[1 + \frac{r'^2}{c^2}\right]$$

stellt C. NEUMANN die Bewegungsgleichungen durch das HAMILTON'sche Princip

$$\delta\int_\alpha^\beta (T - W)dt = 0$$

dar.

Folgt man der von HELMHOLTZ für Functionen H, die nur von den Coordinaten und deren ersten Ableitungen abhängen, gegebenen Andeutung[1], so kann man auch das verallgemeinerte HAMILTON'sche Princip in eine für physikalische Untersuchungen wichtige Form bringen. Ersetzt man in der Function H die Grössen $p_s^{(k)}$ durch p_{sk} und fasst somit H als eine Function von

$$t, p_1, p_2, \ldots p_\mu, p_{11}, p_{21}, \ldots p_{\mu 1}, \ldots p_{1\nu}, p_{2\nu}, \ldots p_{\mu\nu}$$

auf, so wird die Variation

$$(24)\quad \delta\int_{t_0}^{t_1}\left\{H + \sum_1^\mu{}_\lambda\left[P_\lambda p_\lambda - (p_{\lambda 1} - p'_\lambda)\frac{\partial H}{\partial p_{\lambda 1}} - (p_{\lambda 2} - p''_\lambda)\frac{\partial H}{\partial p_{\lambda 2}} - \cdots - (p_{\lambda\nu} - p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial H}{\partial p_{\lambda\nu}}\right]\right\}dt$$

$$= \int_{t_0}^{t_1}\sum_1^\mu{}_s\left\{\left[\frac{\partial H}{\partial p_s} + P_s - \sum_1^\mu{}_\lambda(p_{\lambda 1} - p'_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 1}\partial p_s} - \sum_1^\mu{}_\lambda(p_{\lambda 2} - p''_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 2}\partial p_s} - \cdots \right.\right.$$

$$\left. - \sum_1^\mu{}_\lambda(p_{\lambda\nu} - p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda\nu}\partial p_s}\right]\delta p_s$$

$$+ \frac{\partial H}{\partial p_{s1}}\delta p'_s + \frac{\partial H}{\partial p_{s2}}\delta p''_s + \cdots + \frac{\partial H}{\partial p_{s\nu}}\delta p_s^{(\nu)}$$

$$-\left[\sum_1^\mu{}_\lambda\left\{(p_{\lambda 1} - p'_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 1}\partial p_{s1}} + (p_{\lambda 2} - p''_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 2}\partial p_{s1}} + \cdots + (p_{\lambda\nu} - p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda\nu}\partial p_{s1}}\right\}\right]\delta p_{s1}$$

$$- \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\left. -\left[\sum_1^\mu{}_\lambda\left\{(p_{\lambda 1} - p'_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 1}\partial p_{s\nu}} + (p_{\lambda 2} - p''_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 2}\partial p_{s\nu}} + \cdots + (p_{\lambda\nu} - p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda\nu}\partial p_{s\nu}}\right\}\right]\delta p_{s\nu}\right\}dt,$$

[1] »Über die physikalische Bedeutung etc.« S. 219.

und unter der Festsetzung, dass nur die Variationen

$$\delta p_s, \delta p'_s, \dots \delta p_s^{(\nu-1)}$$

für $t = t_0$ und $t = t_1$ verschwinden sollen, die Aequivalenz der Gleichung

$$(25)\quad \delta\int_{t_0}^{t_1}\Big\{H+\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}\Big[P_\lambda p_\lambda-(p_{\lambda 1}-p'_\lambda)\frac{\partial H}{\partial p_{\lambda 1}}-(p_{\lambda 2}-p''_\lambda)\frac{\partial H}{\partial p_{\lambda 2}}-\dots-(p_{\lambda\nu}-p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial H}{\partial p_{\lambda\nu}}\Big]dt=0$$

mit den Beziehungen

$$(26)\quad \frac{\partial H}{\partial p_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_{s1}}\right)+\dots+(-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p_{s\nu}}\right)+P_s$$
$$-\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}(p_{\lambda 1}-p'_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 1}\partial p_s}-\dots-\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}(p_{\lambda\nu}-p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda\nu}\partial p_s}=0$$

$$(27)\quad \begin{cases}\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}\Big\{(p_{\lambda 1}-p'_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 1}\partial p_{s1}}+(p_{\lambda 2}-p''_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 2}\partial p_{s1}}+\dots+(p_{\lambda\nu}-p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda\nu}\partial p_{s1}}\Big\}=0\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ \sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda}\Big\{(p_{\lambda 1}-p'_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 1}\partial p_{s\nu}}+(p_{\lambda 2}-p''_\lambda)\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda 2}\partial p_{s\nu}}+\dots+(p_{\lambda\nu}-p_\lambda^{(\nu)})\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\lambda\nu}\partial p_{s\nu}}\Big\}=0\end{cases}$$

für $s = 1, 2, \dots \mu$. Ist nun die Determinante der zweiten Differentialquotienten

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p_{\alpha\beta}\partial p_{\gamma\delta}},$$

worin α und γ die Werthe $1, 2, \dots \mu$, β und δ die Werthe $1, 2, \dots \nu$ annehmen, nicht identisch Null[1], so wird sich aus den Gleichungen (27)

$$p_{\lambda r} = p_\lambda^{(r)}$$

ergeben für alle Werthe von λ und r aus der Reihe der Zahlen $1, 2, \dots \mu$ bez. $1, 2, \dots \nu$, und somit die Gleichung (26) wieder in die Lagrange'sche Gleichung (18) übergehen, also unter den angegebenen Bedingungen auch das verallgemeinerte Hamilton'sche Princip in der erweiterten Form den Lagrange-schen Gleichungen aequivalent sein.

[1] in welchem Falle also eine in $p_1, \dots p_\mu$ und den ersten Differentialquotienten von H nach den Ableitungen der Coordinaten bis zur ν^{ten} Ordnung hin identische Relation, in der $p'_1, \dots p'_\mu, \dots p_1^{(\nu)}, \dots p_\mu^{(\nu)}$ nicht explicite vorkommen, ausgeschlossen ist, weil die Differentiation einer solchen Relation

$$F\left(p_1, p_2, \dots p_\mu, \frac{\partial H}{\partial p'_1}, \frac{\partial H}{\partial p'_2}, \dots \frac{\partial H}{\partial p'_\mu}, \dots \frac{\partial H}{\partial p_1^{(\nu)}}, \frac{\partial H}{\partial p_2^{(\nu)}}, \dots \frac{\partial H}{\partial p_\mu^{(\nu)}}\right)=0$$

nach $p'_1, p'_2, \dots p'_\mu, \dots, p_1^{(\nu)}, p_2^{(\nu)}, \dots p_\mu^{(\nu)}$ das Verschwinden der zweiten Differentialquotienten von H, nach eben diesen Grössen genommen, nach sich ziehen würde.

Die Bedingung, dass die Determinante der zweiten Differentialquotienten nicht identisch Null sei, wäre z. B. erfüllt, wenn

$$(28)\qquad H = W + H_1,$$

sowie W von den Coordinaten $p'_1, \ldots p'_\mu, p''_1, \ldots p''_\mu, \ldots p^{(\nu)}_1, \ldots p^{(\nu)}_\mu$ linear abhinge und H_1 eine positive oder negative Form zweiten Grades eben dieser Ableitungen ist; denn wäre die Determinante der zweiten Ableitungen nach den Grössen $p_{\varrho\tau}$ von H, also auch von H_1 identisch Null, so würden sich endliche Werthe dieser Grössen bestimmen lassen, welche die ersten Ableitungen von H_1 nach eben diesen Grössen, also auch H_1 zu Null machten, ohne selbst zu verschwinden, was der Annahme widerspricht. Dies würde, wie bekannt, der Fall sein, wenn wie in (13) $H = -T - U$ ist, indem T als lebendige Kraft für den Fall, dass in die Bedingungsgleichungen des Problems die Zeit t nicht explicite eintritt, eine positive Form zweiten Grades der $p'_1, \ldots p'_\mu$ ist.

Gehen wir wiederum von der Gleichung

$$(29)\quad \frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_s}\right) + P_s = 0$$

aus, nehmen aber an, dass H die Zeit t nicht explicite enthält, was z. B. in dem speciellen Falle (13) verlangen würde, dass die Bedingungsgleichungen und die Kräftefunction von der Zeit t unabhängig sind, und in dem Falle des WEBER'schen Gesetzes von selbst erfüllt ist, da die lebendige Kraft und die Potentialfunction von t frei sind, so wird, wenn (29) mit p'_s multiplicirt und über s von 1 bis μ summirt wird, sich die Beziehung ergeben

$$(30)\quad \sum_1^\mu {}_s p'_s \frac{\partial H}{\partial p_s} - \sum_1^\mu {}_s p'_s \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \sum_1^\mu {}_s p'_s \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)$$
$$- \ldots + (-1)^\nu \sum_1^\mu {}_s p'_s \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_s}\right) + \sum_1^\mu {}_s P_s p'_s = 0.$$

Da aber in Folge der Annahme, dass t in H nicht explicite vorkommt,

$$(31)\quad \frac{dH}{dt} = \sum_1^\mu {}_s p'_s \frac{\partial H}{\partial p_s} + \sum_1^\mu {}_s p''_s \frac{\partial H}{\partial p'_s} + \ldots + \sum_1^\mu {}_s p^{(\nu+1)}_s \frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_s}$$

ist, so folgt durch Substitution des Ausdruckes für $\sum_1^\mu {}_s p'_s \frac{\partial H}{\partial p_s}$ aus (30) in (31)

$$32)\quad \frac{dH}{dt} - \sum_1^\mu {}_s \left\{ p'_s \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + p''_s \frac{\partial H}{\partial p'_s} \right\} + \sum_1^\mu {}_s \left\{ p'_s \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - p'''_s \frac{\partial H}{\partial p''_s} \right\} - \sum_1^\mu {}_s \left\{ p'_s \frac{d^3}{dt^3}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right)\right.$$
$$\left. + p''''_s \frac{\partial H}{\partial p'''_s} \right\} + \ldots + (-1)^{(\nu)} \sum_1^\mu {}_s \left\{ p'_s \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_s}\right) - (-1)^\nu p^{(\nu+1)}_s \frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_s} \right\} + \sum_1^\mu {}_s P_s p'_s = 0$$

oder

$$(33)\quad \frac{dH}{dt}-\frac{d}{dt}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s'\frac{\partial H}{\partial p_s'}+\frac{d}{dt}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)-p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}$$

$$-\frac{d}{dt}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)-p_s''\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)+p_s'''\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right\}$$

$$+\ldots+(-1)^{\nu}\frac{d}{dt}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)-p_s''\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)+\ldots-(-1)^{\nu}p_s^{(\nu)}\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right\}+\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s p_s'=0$$

und endlich durch Integration nach t

$$H-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s'\frac{\partial H}{\partial p_s'}+\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)-p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)-p_s''\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)+p_s'''\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right\}$$

$$+\ldots+(-1)^{\nu}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)-p_s''\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)+\ldots-(-1)^{\nu}p_s^{(\nu)}\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right\}+\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\int P_s p_s' dt=h$$

worin h eine Constante bedeutet, oder

$$(34)\quad H-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s'\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)-\ldots-(-1)^{\nu}\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}$$

$$-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s''\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s''}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''''}\right)-\ldots-(-1)^{\nu-1}\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}$$

$$-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s^{(\nu)}\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}+\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\int P_s p_s' dt=h,$$

worin das erweiterte Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft ausgesprochen ist.

Setzt man

$$(35)\quad H-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s'\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)-\ldots-(-1)^{\nu}\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}$$

$$-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s''\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s''}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''''}\right)-\ldots-(-1)^{\nu-1}\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}$$

$$-\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$-\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s^{(\nu)}\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}=E,$$

worin E der Energievorrath des Systems ausgedrückt durch seine Coordinaten, seine Geschwindigkeiten und die nach der Zeit genommenen Ableitungen bis zur $2\nu-1^{\text{ten}}$ Ordnung hin genannt werden soll, so folgt aus (34)

$$(36)\quad \frac{dE}{dt}dt+\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s p_s' dt=0,$$

dass somit, wie es HELMHOLTZ für den Fall des kinetischen Potentials in der gewöhnlichen Form ausgesprochen, auch in diesem allgemeinsten Fall der Energievorrath des Systems fortwährend in dem Maasse abnimmt oder wächst als die Kräfte P_s positive oder negative Arbeit leisten, indem $\sum_1^\mu{}_s P_s dp_s$ die von diesen Kräften nach aussen hin abgegebene Arbeit bedeutet.

Hängt H nur von den Coordinaten und deren ersten Ableitungen ab, so geht die Gleichung (34) in

$$(37) \qquad H - \sum_1^\mu{}_s p'_s \frac{\partial H}{\partial p'_s} + \sum_1^\mu{}_s \int P_s p'_s dt = h$$

über; ist nun H eine ganze Function m^{ten} Grades der p'_s und lautet nach homogenen Functionen derselben, deren Grad durch den Index angegeben wird, geordnet

$$H = H_0 + H_1 + H_2 + \ldots + H_m,$$

so wird (37) in

$$H_0 - H_2 - 2H_3 - 3H_4 - \ldots - (m-1)H_m + \sum_1^\mu{}_s \int P_s p'_s dt = h$$

übergehen, und es wird das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft für den Fall, dass alle äusseren Kräfte P_s Null sind, die Form annehmen

$$H_0 - H_2 - 2H_3 - 3H_4 - \ldots - (m-1) H_m = h.$$

Für den Fall, dass H nur eine Function zweiten Grades der ersten Differentialquotienten ist und gleich $T - W$ gesetzt wird, geht diese Gleichung in

$$T + W_0 - W_2 = h$$

über, worin W_0 als der statische, W_2 als der dynamische Theil des effectiven Potentials W von C. NEUMANN bezeichnet wird[1]; es ist dies das Princip der lebendigen Kraft für das WEBER'sche Gesetz.

Unter der Annahme, dass H die Zeit nicht explicite enthält, war also aus den allgemeinen LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft in der verallgemeinerten Form her geleitet worden, letzteres ist also eine nothwendige Folge der LAGRANGE'schen Gleichungen. Es ist selbstverständlich, dass aus der Existenz der Gleichung (34), also aus dem Princip der lebendigen Kraft, nicht auf die Existenz der LAGRANGE'schen Gleichungen, also auch nicht auf die Darstellung des Problems durch das HAMILTON'sche Princip geschlossen werden kann.

[1] »Allgemeine Untersuchungen über das NEWTON'sche Princip etc.« S. 235.

Es mag mir gestattet sein, an dieser Stelle den wesentlichen Unterschied hervorzuheben, der zwischen der Ansicht von C. Neumann und den von Helmholtz zu Grunde gelegten und durchgeführten Anschauungen über das Hamilton'sche Princip besteht. Neumann bezeichnet das Hamilton'sche Princip in der Form

$$\delta\int(T-W)dt=0,$$

worin T die lebendige Kraft bedeutet, als die suprema lex, sucht den darin enthaltenen Ausdruck W so einzurichten, »wie er den jedes Mal zu erklärenden Erscheinungen entspricht«, und entwickelt für den Fall, dass W auch die ersten Ableitungen der Coordinaten enthält, wie im Weber'schen Gesetz, das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft; es wurde oben gezeigt, dass diese Sätze rein mathematischen Inhaltes und ganz allgemeiner Natur ohne jede Beschränkung für die Function W gelten, bis zu welcher Ordnung hin dieselbe auch die Ableitungen der Coordinaten enthalten mag. Helmholtz dagegen geht von einem völlig anderen Gedanken aus, den auch Hertz in seinem ganzen Umfange aufgenommen hat; er legt das Hamilton'sche Princip in der Form zu Grunde

$$\delta\int_{t_0}^{t_1} dt\left\{H+\sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda} P_\lambda p_\lambda\right\}=0,$$

worin für ein System wägbarer Massen und fester Verbindungen $H=-T-U$ ist, wenn T die lebendige Kraft, U die Kräftefunction der inneren Kräfte im gewöhnlichen Sinne als Function der Coordinaten und P_λ die äusseren als Functionen der Zeit gegebenen Kräfte bedeuten, und zeigt zunächst dessen Identität mit den Lagrange'schen Bewegungsgleichungen; sodann wirft er die Frage auf, wie kann sich die Function H unter dem Integral des Hamilton'schen Princips umgestalten, wenn z. B. gewisse Bedingungen, die für die äusseren Kräfte des Problems stattfinden, einige Coordinaten so zu eliminiren gestatten, dass die Form des Princips sowie seine Gültigkeit, die Lagrange'schen Bewegungsgleichungen darzustellen, nicht verloren geht, die Function H dadurch aber eine andere Gestalt gewinnt und zwar eine solche, wie sie sich in gewissen physikalischen Problemen darbietet, so dass für diese geschlossen werden kann — und das ist der Kernpunkt aller seiner und der Hertz'schen Untersuchungen — dass sie Probleme gewöhnlicher mechanischer Natur sind, also z. B. Probleme wägbarer Massen mit festen Verbindungen, nur dass man nicht alle Massen sieht und alle Bewegungen erkennt, dass also verborgene Massen und verborgene Bewegungen mitspielen. Dadurch wird es ihm, wie wir nachher freilich in weit allgemeinerer Weise zeigen

werden, möglich, Wechselbeziehungen zwischen jeder Art von Kräften abzuleiten, welche die gewöhnliche Mechanik nicht liefert, die uns aber die Physik in Wirklichkeit bietet.

Und gerade diese Grundanschauungen von HELMHOLTZ eignet sich HERTZ ganz und gar an, wenn er sagt »wir nehmen an, dass es möglich sei, den sichtbaren Massen des Weltalls andere denselben Gesetzen gehorchende Massen hinzuzudichten von solcher Art, dass dadurch das Ganze Gesetzmässigkeit und Verständlichkeit gewinnt, und zwar nehmen wir an, dass dies ganz allgemein und in allen Fällen möglich sei, und dass es daher andere Ursachen der Erscheinungen gar nicht gebe, als die hierdurch zugelassenen«.

HELMHOLTZ hat aber das HAMILTON'sche Princip mit dem Princip der kleinsten Wirkung identificirt, und die Berechtigung hierzu bedarf einer genaueren Untersuchung, die jedoch erst später angestellt werden soll, nachdem wir auch noch die anderen Principien der Mechanik für den Fall, dass die Function H die Ableitungen der Coordinaten bis zur ν^{ten} Ordnung hin enthalte, erörtert und von jeder mechanischen Bedeutung abgesehen als mathematische Sätze behandelt haben werden. Zunächst sei aber noch eine Bemerkung hinzugefügt, welche die Beziehung zwischen dem Energievorrath eines Systems und dem kinetischen Potential in der oben gegebenen erweiterten Form betrifft.

Während, wie aus der Gleichung (35) ersichtlich ist, der Energievorrath des Systems eindeutig bestimmt ist, wenn das in der erweiterten Bedeutung genommene kinetische Potential H als Function von $p_1, \dots p_\mu, p'_1, \dots p'_\mu, \dots p_1^{(\nu)}, \dots p_\mu^{(\nu)}$ gegeben ist, wird umgekehrt, wenn E als Function der Coordinaten und der $2\nu - 1$ ersten Ableitungen derselben nach der Zeit genommen gegeben ist, das kinetische Potential die Lösung einer partiellen Differentialgleichung sein, die wir näher untersuchen wollen. Zunächst ist aus der Form der Gleichung (35) ersichtlich, dass der Energievorrath des Systems — in der erweiterten Bedeutung genommen — nicht als eine beliebige Function der bezeichneten Grössen gegeben werden kann, sondern wenn $\nu \geqq 2$ ist, eine lineare Function der Grössen

$$p_1^{(2\nu-1)},\ p_2^{(2\nu-1)}, \dots p_\mu^{(2\nu-1)}$$

sein muss[1], also die von vornherein gegebene Form haben wird

$$E = E_1 + e_1 p_1^{(2\nu-1)} + e_2 p_2^{(2\nu-1)} + \dots + e_\mu p_\mu^{(2\nu-1)},$$

[1] Es lässt sich leicht die Form, welche E haben muss, auch in Beziehung auf die $2\nu - 2^{\text{ten}}$, $2\nu - 3^{\text{ten}}$, ... bis $\nu + 1^{\text{ten}}$ Ableitungen der Coordinaten feststellen, wonach die folgende Gleichung (39) wieder in einfachere partielle Differentialgleichungen zerfallen würde; doch soll an dieser Stelle nicht weiter darauf eingegangen werden.

worin $e_1, e_2, \ldots e_\mu$ gegebene Functionen der Grössen

$$p_1, \ldots p_\mu, p_1', \ldots p_\mu', \ldots p_1^{(\nu)}, \ldots p_\mu^{(\nu)},$$

E_1 eine gegebene Function der $p_1, \ldots p_\mu$ und deren Ableitungen bis zur $2\nu - 2^{\text{ten}}$ Ordnung hin ist; dann ergeben sich aber aus (35) zunächst für H die $\mu + 1$ partiellen Differentialgleichungen

$$(38) \quad \begin{cases} p_1' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\nu)} \partial p_1^{(\nu)}} + p_2' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\nu)} \partial p_1^{(\nu)}} + \ldots + p_\mu' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_\mu^{(\nu)} \partial p_1^{(\nu)}} = (-1)^\nu e_1 \\ p_1' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\nu)} \partial p_2^{(\nu)}} + p_2' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\nu)} \partial p_2^{(\nu)}} + \ldots + p_\mu' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_\mu^{(\nu)} \partial p_2^{(\nu)}} = (-1)^\nu e_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ p_1' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\nu)} \partial p_\mu^{(\nu)}} + p_2' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\nu)} \partial p_\mu^{(\nu)}} + \ldots + p_\mu' \dfrac{\partial^2 H}{\partial p_\mu^{(\nu)} \partial p_\mu^{(\nu)}} = (-1)^\nu e_\mu \end{cases}$$

und

$$(39) \quad \begin{aligned} H &- \sum_1^\mu {}_s p_s' \left\{ \frac{\partial H}{\partial p_s'} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right) + \ldots - (-1)^\nu \frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + (-1)^\nu \sum_1^\mu {}_\sigma \frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)} \partial p_\sigma^{(\nu)}} p_\sigma^{(2\nu-1)} \right. \\ &- \sum_1^\mu {}_s p_s'' \left\{ \frac{\partial H}{\partial p_s''} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right) + \ldots - (-1)^{\nu-1} \frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \right\} \\ &- \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &- \sum_1^\mu {}_s p_s^{(\nu)} \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}} = E_1, \end{aligned}$$

in welch letzterer Gleichung die Grössen $p_1^{(2\nu-1)}, p_2^{(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-1)}$ nicht mehr vorkommen. Man sieht leicht, dass die Gleichungen (38) unmittelbar integrirbar sind, wenn man

$$\frac{\partial H}{\partial p_1^{(\nu)}}, \frac{\partial H}{\partial p_2^{(\nu)}}, \ldots \frac{\partial H}{\partial p_\mu^{(\nu)}}$$

in je einer als abhängige Variable auffasst, indem sie lineare partielle Differentialgleichungen vorstellen mit von den unabhängigen Variabeln freien Coefficienten, und es müssten sodann die bei der Integration eintretenden willkürlichen Functionen durch die Gleichung (39) weiter bestimmt werden.

Ist H nur von den Coordinaten und deren ersten Ableitungen abhängig — wie dies bei dem gewöhnlichen und dem erweiterten für das Weber'sche Gesetz gültigen Potential der Fall ist —, so geht die Differentialgleichung (35) in

$$(40) \qquad p_1' \frac{\partial H}{\partial p_1'} + p_2' \frac{\partial H}{\partial p_2'} + \ldots + p_\mu' \frac{\partial H}{\partial p_\mu'} = H - E$$

über, worin E eine willkürlich vorgelegte Function von $p_1, \ldots p_\mu, p_1', \ldots p_\mu'$ sein darf, die nur im Verlaufe der Bewegung stets endlich ist, und für

die, wie aus der nach p'_σ differentiirten Gleichung (40)

$$\frac{\partial E}{\partial p'_\sigma} = -p'_1 \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p'_\sigma} - p'_2 \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p'_\sigma} - \ldots - p'_\mu \frac{\partial^2 H}{\partial p'_\mu \partial p'_\sigma}$$

ersichtlich, unter der Annahme, dass die Ausdrücke

$$\frac{\partial H}{\partial p'_s} \text{ und } \frac{\partial^2 H}{\partial p'_s \partial p'_\sigma}$$

für die in Frage kommenden Werthe stets endlich bleiben, $\frac{\partial E}{\partial p'_\sigma}$ für $p'_1 = p'_2 = \ldots = p'_\mu = 0$ verschwinden muss. Das der partiellen Differentialgleichung (40) zugehörige totale Differentialgleichungsystem

$$\frac{dp'_1}{p'_1} = \frac{dp'_2}{p'_2} = \ldots = \frac{dp'_\mu}{p'_\mu} = \frac{dH}{H-E}$$

liefert als allgemeines Integral der Differentialgleichung (40)

$$(41) \qquad H = -p'_1 \int \frac{(E)}{p'^2_1} dp'_1 + p'_1 \phi\left(\frac{p'_2}{p'_1}, \frac{p'_3}{p'_1}, \ldots \frac{p'_\mu}{p'_1}\right),$$

worin (E) den gegebenen Ausdruck für die Energie bedeutet, wenn in demselben

$$p'_2 = \alpha_2 p'_1, \; p'_3 = \alpha_3 p'_1, \ldots p'_\mu = \alpha_\mu p'_1$$

gesetzt wird, und nach der Integration wieder für die Grössen α die Quotienten der p' zu substituiren sind, während ϕ eine willkürliche Function bedeutet; die in (41) vorkommende Quadratur wird in Folge der gemachten Annahme endlich sein. Es bleibt somit, da unter der Voraussetzung der Endlichkeit und Stetigkeit von H die Function ϕ eine lineare Function der eingeschlossenen Argumente sein wird,

$$H = -p'_1 \int \frac{(E)}{p'^2_1} dp'_1 + A_1 p'_1 + A_2 p'_2 + \ldots + A_\mu p'_\mu,$$

worin die A beliebige Functionen der $p_1, p_2, \ldots p_\mu$ bedeuten; der Energievorrath eines Systems bestimmt also dessen kinetisches Potential bis auf eine in den ersten Ableitungen lineare Function der Coordinaten, die nach HELMHOLTZ in dem von ihm behandelten Falle den verborgenen Bewegungen entsprechen.

Gehen wir wieder von der Gleichung (18) aus

$$\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_s}\right) + P_s = 0,$$

worin

$$P_s = \sum_1^n {}_k \left\{ Q_k \frac{\partial x_k}{\partial p_s} + R_k \frac{\partial y_k}{\partial p_s} + S_k \frac{\partial z_k}{\partial p_s} \right\}$$

war, so ist unmittelbar zu sehen, dass dieselben als Bedingungsgleichungen für die Minimumslösungen des Ausdruckes

$$(42)\quad G = \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \ldots + (-1)^{\nu}\frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s\right\}^2$$

angesehen werden können, wenn man in demselben die Werthe $p_1, \ldots p_\mu, p'_1, \ldots p'_\mu, \ldots p_1^{(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-1)}$ als gegeben betrachtet und Q_k, R_k, S_k von der Zeit und den Coordinaten abhängen. Denn beachtet man, dass G als Function der Grössen $p_1^{(2\nu)}, p_2^{(2\nu)}, \ldots p_\mu^{(2\nu)}$ die Form hat

$$(43)\quad G = \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{f_s(p_1, \ldots p_\mu, \ldots p_1^{(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-1)}) + (-1)^{\nu}\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_1^{(\nu)}}p_1^{(2\nu)}\right.$$
$$\left. + (-1)^{\nu}\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_2^{(\nu)}}p_2^{(2\nu)} + \ldots + (-1)^{\nu}\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\mu^{(\nu)}}p_\mu^{(2\nu)} + P_s\right\}^2,$$

so werden die Gleichungen

$$\frac{\partial G}{\partial p_1^{(2\nu)}} = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial p_2^{(2\nu)}} = 0, \quad \ldots \quad \frac{\partial G}{\partial p_\mu^{(2\nu)}} = 0$$

die Form annehmen

$$(44)\quad \begin{cases} \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \ldots + (-1)^{\nu}\frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s\right\}\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_1^{(\nu)}} = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \ldots + (-1)^{\nu}\frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s\right\}\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\mu^{(\nu)}} = 0, \end{cases}$$

und sich somit wieder unter der Annahme, dass die Determinante der zweiten Differentialquotienten von H nach den höchsten Ableitungen der Coordinaten genommen, die in H vorkommen, nicht identisch verschwindet, wie dies z. B. wenn $H = -T-U$ ist, der Fall war, als nothwendige Bedingungen für das Minimum des Ausdruckes G die Gleichungen (18) ergeben; dass es die hinreichenden sind, geht daraus hervor, dass G sonst stets positiv ist. Bildet man nun unter der Annahme, dass die Bedingungsgleichungen auch die Zeit t enthalten dürfen, den Ausdruck

$$(45)\quad M = \sum_{1}^{n}{}_{k}\frac{1}{-\frac{\partial^2 H}{\partial x_k^{(\nu)2}}}\left\{\frac{\partial H}{\partial x_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial x'_k}\right) + \ldots + (-1)^{\nu}\frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}}\right) + Q_k\right\}^2$$
$$+ \sum_{1}^{n}{}_{k}\frac{1}{-\frac{\partial^2 H}{\partial y_k^{(\nu)2}}}\left\{\frac{\partial H}{\partial y_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial y'_k}\right) + \ldots + (-1)^{\nu}\frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}}\right) + R_k\right\}^2$$
$$+ \sum_{1}^{n}{}_{k}\frac{1}{-\frac{\partial^2 H}{\partial z_k^{(\nu)2}}}\left\{\frac{\partial H}{\partial z_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial z'_k}\right) + \ldots + (-1)^{\nu}\frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial z_k^{(\nu)}}\right) + S_k\right\}^2$$

und betrachtet denselben als eine Function der Grössen $p_1^{(2\nu)}, p_2^{(2\nu)}, \ldots p_\mu^{(2\nu)}$, für welche $p_1, \ldots p_\mu, p'_1, \ldots p'_\mu, \ldots p_1^{(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-1)}$ ihre Werthe beibehalten, wonach also auch alle

$$x_k, y_k, z_k, x'_k, y'_k, z'_k, \ldots x_k^{(2\nu-1)}, y_k^{(2\nu-1)}, z_k^{(2\nu-1)}$$

unverändert bleiben, während M nur als Function von $x_k^{(2\nu)}, y_k^{(2\nu)}, z_k^{(2\nu)}$ anzusehen ist, so wird unter der Annahme, dass H eine ganze Function der Grössen $x_k^{(\nu)}, y_k^{(\nu)}, z_k^{(\nu)}$ ist, in welcher nur Potenzen der einzelnen Grössen, nicht Producte verschiedener vorkommen, dass also

$$(46) \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x_\rho^{(\nu)} \partial x_\sigma^{(\nu)}} = \frac{\partial^2 H}{\partial y_\rho^{(\nu)} \partial y_\sigma^{(\nu)}} = \frac{\partial^2 H}{\partial z_\rho^{(\nu)} \partial z_\sigma^{(\nu)}} = 0, \text{ wenn } \rho \text{ von } \sigma \text{ verschieden}$$

und

$$(47) \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x_\rho^{(\nu)} \partial y_\sigma^{(\nu)}} = \frac{\partial^2 H}{\partial x_\rho^{(\nu)} \partial z_\sigma^{(\nu)}} = \frac{\partial^2 H}{\partial y_\rho^{(\nu)} \partial z_\sigma^{(\nu)}} = 0 \text{ für beliebige } \rho \text{ und } \sigma,$$

so wird

$$(48) \quad (-1)^{\nu-1} \tfrac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial p_s^{(2\nu)}} = \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial H}{\partial x_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial x'_k}\right) + \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}}\right) + Q_k \right\} \frac{\partial x_k^{(2\nu)}}{\partial p_s^{(2\nu)}}$$
$$+ \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial H}{\partial y_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial y'_k}\right) + \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}}\right) + R_k \right\} \frac{\partial y_k^{(2\nu)}}{\partial p_s^{2\nu}}$$
$$+ \sum_1^n {}_k \left\{ \frac{\partial H}{\partial z_k} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial z'_k}\right) + \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial z_k^{(\nu)}}\right) + S^k \right\} \frac{\partial z_k^{(2\nu)}}{\partial p_s^{(2\nu)}},$$

oder da nach Gleichung (4)

$$\frac{\partial x_k^{(2\nu)}}{\partial p_s^{(2\nu)}} = \frac{\partial x_k}{\partial p_s}, \quad \frac{\partial y_k^{(2\nu)}}{\partial p_s^{(2\nu)}} = \frac{\partial y_k}{\partial p_s}, \quad \frac{\partial z_k^{(2\nu)}}{\partial p_s^{(2\nu)}} = \frac{\partial z_k}{\partial p_s}$$

ist, vermöge (8) und (17)

$$(49) \quad (-1)^{\nu-1} \tfrac{1}{2} \frac{\partial M}{\partial p_s^{(2\nu)}} = \frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s = 0,$$

und es nimmt somit für die durch die LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen bestimmten Werthe von $p_1^{(2\nu)}, \ldots p_\mu^{(2\nu)}$ also die zugehörigen $x_k^{(2\nu)}, y_k^{(2\nu)}, z_k^{(2\nu)}$ der Ausdruck M ein Maximum oder Minimum an, und zwar dann, wenn, da nach (49)

$$\frac{\partial^2 M}{\partial p_s^{(2\nu)} \partial p_\sigma^{(2\nu)}} = -2 \frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)} \partial p_\sigma^{(\nu)}}$$

ist, die Determinanten

$$\varepsilon \left| \frac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\nu)} \partial p_1^{(\nu)}} \right|, \; \varepsilon^2 \left| \frac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\nu)} \partial p_1^{(\nu)}}, \; \frac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\nu)} \partial p_2^{(\nu)}} \right|, \ldots \varepsilon^\mu \left| \frac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\nu)} \partial p_1^{(\nu)}}, \; \frac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\nu)} \partial p_2^{(\nu)}}, \ldots \frac{\partial^2 H}{\partial p_\mu^{(\nu)} \partial p_\mu^{(\nu)}} \right|$$

im Falle des Maximums für $\varepsilon = +1$, im Falle des Minimums für $\varepsilon = -1$ sämmtlich positiv sind. Setzt man nun die nach den $p^{(\nu)}$ genommenen zweiten partiellen Differentialquotienten mit Benutzung der Voraussetzun-

worin h eine Constante bedeutet für den ganzen Verlauf der Variablen t von t_0 bis t und die zugehörigen Werthe der Coordinaten und deren Ableitungen. Betrachten wir nun zu denjenigen Werthen von p_s, welche den LAGRANGE'schen Gleichungen (50) genügen, unendlich benachbarte $p_s + \delta p_s$ mit ihren zugehörigen Ableitungen, für welche das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft aufrecht erhalten werden soll, was durch Hinzufügung anderer von der Zeit unabhängiger Bedingungsgleichungen zu den gegebenen erreicht werden kann, so wird die Grösse h der lebendigen Kraft in Gleichung (51) auch für die variirte Bewegung eine Constante sein, im Allgemeinen sich aber gegen den früheren Werth im gegebenen Problem geändert haben. So lange wir nun die Variation δh keiner Bedingung unterwerfen, werden die Variationen δp_s von einander unabhängig sein, treffen wir jedoch für δh irgend welche Bestimmung, so werden die in der Variation der Gleichung der lebendigen Kraft vorkommenden Variationen der Coordinaten p_s einer Bedingung unterliegen, und wir werden daher, wenn wir die Willkürlichkeit der Coordinaten p_s festhalten wollen, noch die Grösse t selbst der Variation unterwerfen müssen.

Um nun die Bedeutung der nach den Coordinaten und der Zeit genommenen Variationen klar hervortreten zu lassen[1], wollen wir eine Variable u einführen, von der wir die p_s sowie t abhängig betrachten und zunächst annehmen, dass H eine von t freie, von p_s, p'_s, p''_s abhängige, in ihren ersten und zweiten Differentialquotienten endliche und stetige Function bedeutet; setzen wir

$$p_s = q_s, \quad \frac{d^k q_s}{du^k} = q_s^{(k)}, \quad \frac{d^k t}{du^k} = t^{(k)},$$

so wird, wenn H_1 eine denselben Bedingungen unterworfene Function von $t', t'', q_s, q'_s, q''_s$ bedeutet,

$$(52)\quad \delta H_1 = \sum_1^{\mu} {}_s \left\{ \frac{\partial H_1}{\partial q_s}\delta q_s + \frac{\partial H_1}{\partial q'_s}\delta q'_s + \frac{\partial H_1}{\partial q''_s}\delta q''_s \right\} + \frac{\partial H_1}{\partial t'}\delta t' + \frac{\partial H_1}{\partial t''}\delta t''$$

sein oder

$$(53)\quad \delta H_1 = \sum_1^{\mu} {}_s \left\{ \frac{\partial H_1}{\partial q_s} - \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial q'_s}\right) + \frac{d^2}{du^2}\left(\frac{\partial H}{\partial q''_s}\right) \right\} \delta q_s - \left\{ \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial t'}\right) - \frac{d^2}{du^2}\left(\frac{\partial H_1}{\partial t''}\right) \right\} \delta t$$
$$+ \frac{d}{du}\left[\sum_1^{\mu} {}_s \left\{ \left(\frac{\partial H_1}{\partial q'_s} - \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial q''_s}\right) \right) \delta q_s + \frac{\partial H_1}{\partial q''_s}\delta q'_s \right\} + \left(\frac{\partial H_1}{\partial t'} - \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial t''}\right) \right)\delta t + \frac{\partial H_1}{\partial t''}\delta t' \right].$$

---

[1] Vergl. für Functionen H, die nur die erste Ableitung der Coordinaten enthalten, ADOLPH MAYER »Die beiden allgemeinen Sätze der Variationsrechnung, welche den beiden Formen des Princips der kleinsten Action in der Dynamik entsprechen«. Verhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig 1886, und HELMHOLTZ »Zur Geschichte des Princips der kleinsten Action« III 249.

nommene HELMHOLTZ'sche Hypothese, dass alle Erscheinungen in einheitlicher Weise zu Stande kommen durch Wirkung verborgener Massen, durch verborgene Bewegung und starre Verbindungen, welche den wesentlichen Fortschritt in der neueren Mechanik bezeichnet[1].

Bevor wir nun diese Untersuchungen auch auf die oben zu Grunde gelegten ganz allgemeinen Potentialkräfte ausdehnen, müssen wir zunächst noch ein fundamentales Princip der Mechanik, das der kleinsten Wirkung, näher erörtern, dessen Gültigkeit und Identität mit dem HAMILTON'schen Princip zuerst HELMHOLTZ auch für den Fall äusserer von der Zeit abhängiger Kräfte bewiesen, dessen Correctheit jedoch noch in einzelnen Punkten näher festzustellen ist; wir wollen es wiederum, wie die anderen oben behandelten Principien, in allgemeinster Form entwickeln.

Aus den allgemeinen LAGRANGE'schen Gleichungen

$$(50)\quad \frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s = 0$$

folgte, wenn H die Variable t nicht explicite enthält, das oben erweiterte Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft in der Form

$$(51)\quad H - \sum_1^\mu{}_s p_s' \left\{\frac{\partial H}{\partial p_s'} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right) - \dots - (-1)^\nu \frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}$$

$$- \sum_1^\mu{}_s p_s'' \left\{\frac{\partial H}{\partial p_s''} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''''}\right) - \dots - (-1)^{\nu-1} \frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}$$

$$- \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

$$- \sum_1^\mu{}_s p_s^{(\nu)} \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}} + \int \sum_1^\mu{}_s P_s p_s' dt = h,$$

---

[1] Diesen grundlegenden Gedanken von HELMHOLTZ kleidet HERTZ in die correcte Form der Annahme, »dass die Mannigfaltigkeit der wirklichen Welt grösser ist als die Mannigfaltigkeit der Welt, welche sich unseren Sinnen offenbart; wir geben zu, dass ein verborgenes Etwas mitwirke, aber wir leugnen, dass dies Wesen besonderer Art, wie die Begriffe der Kraft und Energie, sind; das Verborgene soll wiederum Bewegung und Masse sein, welche sich von der sichtbaren nicht unterscheidet und nur in Beziehung auf uns und unsere gewöhnlichen Mittel der Wahrnehmung — Kraft und Energie ist dann nur eine Wirkung von Masse und Bewegung, aber nicht immer grobsinnlich wahrnehmbar ......«. Es gehören also diese Gedanken, wie dies ja auch HERTZ ausdrücklich erklärt, wesentlich HELMHOLTZ an, nur dass dieser bei der Durchführung derselben den umgekehrten Weg einschlägt; er legt der physikalischen Forschung nicht diesen Zwang der Erklärung auf, sondern er geht von grobsinnlicher Masse und Bewegung aus, lässt die auf diese wirkenden äusseren Kräfte verschwinden oder bestimmte Beziehungen zu einander annehmen und fragt, was aus den LAGRANGE-schen Bewegungsgleichungen oder aus dem aequivalenten HAMILTON'schen Princip in diesen Fällen wird; die Ähnlichkeit der so umgeformten mathematischen Beziehungen mit den durch Beobachtung gefundenen physikalischen Gesetzen liefert ihm die physikalische Erklärung der Erscheinungen.

worin h eine Constante bedeutet für den ganzen Verlauf der Variablen t von t_0 bis t und die zugehörigen Werthe der Coordinaten und deren Ableitungen. Betrachten wir nun zu denjenigen Werthen von p_s, welche den LAGRANGE'schen Gleichungen (50) genügen, unendlich benachbarte $p_s + \delta p_s$ mit ihren zugehörigen Ableitungen, für welche das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft aufrecht erhalten werden soll, was durch Hinzufügung anderer von der Zeit unabhängiger Bedingungsgleichungen zu den gegebenen erreicht werden kann, so wird die Grösse h der lebendigen Kraft in Gleichung (51) auch für die variirte Bewegung eine Constante sein, im Allgemeinen sich aber gegen den früheren Werth im gegebenen Problem geändert haben. So lange wir nun die Variation δh keiner Bedingung unterwerfen, werden die Variationen δp_s von einander unabhängig sein, treffen wir jedoch für δh irgend welche Bestimmung, so werden die in der Variation der Gleichung der lebendigen Kraft vorkommenden Variationen der Coordinaten p_s einer Bedingung unterliegen, und wir werden daher, wenn wir die Willkürlichkeit der Coordinaten p_s festhalten wollen, noch die Grösse t selbst der Variation unterwerfen müssen.

Um nun die Bedeutung der nach den Coordinaten und der Zeit genommenen Variationen klar hervortreten zu lassen[1], wollen wir eine Variable u einführen, von der wir die p_s sowie t abhängig betrachten und zunächst annehmen, dass H eine von t freie, von p_s, p'_s, p''_s abhängige, in ihren ersten und zweiten Differentialquotienten endliche und stetige Function bedeutet; setzen wir

$$p_s = q_s, \quad \frac{d^k q_s}{du^k} = q_s^{(k)}, \quad \frac{d^k t}{du^k} = t^{(k)},$$

so wird, wenn H_1 eine denselben Bedingungen unterworfene Function von $t', t'', q_s, q'_s, q''_s$ bedeutet,

$$(52)\quad \delta H_1 = \sum_1^\mu {}_s \left\{ \frac{\partial H_1}{\partial q_s}\delta q_s + \frac{\partial H_1}{\partial q'_s}\delta q'_s + \frac{\partial H_1}{\partial q''_s}\delta q''_s \right\} + \frac{\partial H_1}{\partial t'}\delta t' + \frac{\partial H_1}{\partial t''}\delta t''$$

sein oder

$$(53)\quad \delta H_1 = \sum_1^\mu {}_s \left\{ \frac{\partial H_1}{\partial q_s} - \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial q'_s}\right) + \frac{d^2}{du^2}\left(\frac{\partial H}{\partial q''_s}\right) \right\} \delta q_s - \left\{ \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial t'}\right) - \frac{d^2}{du^2}\left(\frac{\partial H_1}{\partial t''}\right) \right\} \delta t$$
$$+ \frac{d}{du}\left[\sum_1^\mu {}_s \left\{ \left(\frac{\partial H_1}{\partial q'_s} - \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial q''_s}\right)\right)\delta q_s + \frac{\partial H_1}{\partial q''_s}\delta q'_s \right\} + \left(\frac{\partial H_1}{\partial t'} - \frac{d}{du}\left(\frac{\partial H_1}{\partial t''}\right)\right)\delta t + \frac{\partial H_1}{\partial t''}\delta t' \right].$$

---

[1] Vergl. für Functionen H, die nur die erste Ableitung der Coordinaten enthalten, ADOLPH MAYER »Die beiden allgemeinen Sätze der Variationsrechnung, welche den beiden Formen des Princips der kleinsten Action in der Dynamik entsprechen«. Verhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig 1886, und HELMHOLTZ »Zur Geschichte des Princips der kleinsten Action« III 249.

Setzt man nun $H_1 = H \cdot t'$ und bemerkt, dass, weil

$$(54) \qquad p'_s = \frac{q'_s}{t'}, \; p''_s = \frac{t'q''_s - q'_s t''}{t'^3},$$

$$\frac{\partial(Ht')}{\partial q_s} = t' \frac{\partial H}{\partial p_s}$$

$$\frac{d}{du}\left(\frac{\partial(Ht')}{\partial q'_s}\right) = t' \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) - \frac{t''}{t'} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \frac{\partial H}{\partial p''_s} \frac{t't''' - 2t''^2}{t'^3}$$

$$\frac{d^2}{du^2}\left(\frac{\partial(Ht')}{\partial q''_s}\right) = t' \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \frac{t''}{t'} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \frac{\partial H}{\partial p''_s} \frac{t't''' - 2t''^2}{t'^3},$$

dass ferner

$$t' \frac{\partial H}{\partial t'} = -\sum_1^\mu \frac{\partial H}{\partial p'_s} \frac{q'_s}{t'} + \sum_1^\mu \frac{\partial H}{\partial p''_s} \left(\frac{-2q''_s}{t'^2} + \frac{3q'_s t''}{t'^3}\right)$$

$$\frac{d}{du}\left(t' \frac{\partial H}{\partial t''}\right) = -\sum_1^\mu \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) \frac{q'_s}{t'} - \sum_1^\mu \frac{\partial H}{\partial p''_s} \left(\frac{q''_s}{t'^2} - \frac{2q'_s t''}{t'^3}\right)$$

ist, so geht die Gleichung (53) in

$$(55) \qquad t' \sum_1^\mu \left\{\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)\right\} \delta p_s$$

$$= \delta(Ht') - \left(H - \sum_1^\mu \left\{p'_s \left(\frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)\right) + p''_s \frac{\partial H}{\partial p''_s}\right\}\right) \delta t'$$

$$- \frac{d}{du}\left[\sum_1^\mu \left\{\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)\right) \delta p_s + \frac{\partial H}{\partial p''_s} \delta p'_s\right\}\right]$$

über. Da aber die Gleichung für das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft

$$(56) \qquad H - \sum_1^\mu \left\{p'_s \left(\frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)\right) + p''_s \frac{\partial H}{\partial p''_s}\right\} = h - \int \sum_1^\mu P_s dp_s$$

durch Variation nach den Coordinaten und der Zeit die Beziehung

$$(57) \qquad \delta(Ht') = \left\{\delta h - \delta \int \sum_1^\mu P_s dp_s\right\} t' + \left(h - \int \sum_1^\mu P_s dp_s\right) \delta t'$$

$$+ \delta \left\{\sum_1^\mu \left[p'_s \left(\frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)\right) + p''_s \frac{\partial H}{\partial p''_s}\right] t'\right\}$$

liefert, so geht die Gleichung (55) mit Berücksichtigung von (56) durch Einsetzen des Werthes von $\delta(Ht')$ aus (57) über in

$$(58) \qquad t' \sum_1^\mu \left\{\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) + P_s\right\} \delta p_s$$

$$= \delta \left\{\sum_1^\mu \left[p'_s \left(\frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)\right) + p''_s \frac{\partial H}{\partial p''_s}\right] \frac{dt}{du}\right\} + \left\{\delta h - \delta \int \sum_1^\mu P_s dp_s\right\} \frac{dt}{du}$$

$$+ \sum_1^\mu P_s \delta p_s \frac{dt}{du} - \frac{d}{du}\left[\sum_1^\mu \left\{\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)\right) \delta p_s + \frac{\partial H}{\partial p''_s} \delta p'_s\right\}\right],$$

und durch Integration zwischen der festen Grenze t_0 und der variablen Grenze t in

$$(59)\quad \int_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)+P_s\right\}\delta p_s dt$$

$$=\delta\int_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)+p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}dt-\left[\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)+p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}\right]_t\delta t$$

$$+\int_{t_0}^{t}\delta\left\{h-\int\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s dp_s\right\}dt+\int_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s\delta p_s dt-\left[\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)\delta p_s+\frac{\partial H}{\partial p_s''}\delta p_s'\right\}\right]_{t_0}^{t}.$$

Da vermöge der Variation von t auch für willkürliche fernere Bestimmungen der Variation der Constanten h der lebendigen Kraft die Variationen δp_s völlig willkürlich blieben, so folgt aus der letzten Gleichung die Aequivalenz der erweiterten Lagrange-schen Differentialgleichungen mit der Gleichung

$$(60)\quad \delta\int_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)+p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}dt$$

$$=\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)+p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}\delta t-\int_{t_0}^{t}\delta\left\{h-\int\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s dp_s\right\}dt-\int_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s\delta p_s dt$$

$$+\left[\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)\delta p_s+\frac{\partial H}{\partial p_s''}\delta p_s'\right\}\right]_{t_0}^{t},$$

oder, da nach (35)

$$E=h-\int\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s dp_s,$$

$$(61)\quad \delta\int_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)+p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}dt=-\int_{t_0}^{t}\delta E dt-\int_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s\delta p_s dt$$

$$+\left[\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)\delta p_s+\frac{\partial H}{\partial p_s''}\delta p_s'\right\}\right]_{t_0}^{t}+\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\left\{p_s'\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)+p_s''\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right\}\delta t,$$

und diese Gleichung stellt das Princip der kleinsten Wirkung in der erweiterten Form dar für den Fall, dass H keine höheren Differentialquotienten der p_s als von der zweiten Ordnung enthält.

Allgemein lautet die Gleichung, welche das Princip der kleinsten Wirkung darstellt, folgendermaassen:

$$
\begin{aligned}
(62)\quad \delta\int\limits_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\Big\{p'_s&\left[\frac{\partial H}{\partial p'_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right)-\ldots-(-1)^{\nu}\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right]\\
+p''_s&\left[\frac{\partial H}{\partial p''_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''''_s}\right)-\ldots-(-1)^{\nu-1}\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right]\\
+&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
+p_s^{(\nu)}&\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\Big\}dt\\
=-\int\limits_{t_0}^{t}\delta E dt-\int\limits_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s\delta p_s dt&+\Bigg[\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\Big\{\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right)-\ldots\right.\\
&\qquad\left.-(-1)^{\nu}\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right)\delta p_s\\
+&\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''''_s}\right)-\ldots-(-1)^{\nu-1}\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right)\delta p'_s\\
+&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
+&\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\delta p_s^{(\nu-1)}\Big\}\Bigg]_{t_0}^{t}\\
+\Bigg(\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\Big\{p'_s&\left[\frac{\partial H}{\partial p'_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right)+\ldots-(-1)^{\nu}\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right]\\
&+p''_s\left[\frac{\partial H}{\partial p''_s}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right)+\ldots-(-1)^{\nu-1}\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right]\\
&+\ldots+p_s^{(\nu)}\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\Bigg)\delta t.
\end{aligned}
$$

Für den Fall, dass H selbst die Zeit t enthält, also das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft nicht gültig ist, würde sich ähnlich, wie es RÉTHY für Functionen H, die nur von den ersten Differentialquotienten der Coordinaten abhängen, gethan hat[1], der entsprechende allgemeine Satz entwickeln lassen.

Enthält H nur die ersten Ableitungen der Coordinaten, so geht die Gleichung (62) in

$$
(63)\quad \delta\int\limits_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p'_s\frac{\partial H}{\partial p'_s}dt=-\int\limits_{t_0}^{t}\delta E dt-\int\limits_{t_0}^{t}\sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s\delta p_s dt+\left[\sum_{1}^{\mu}{}_{s}\frac{\partial H}{\partial p'_s}\delta p_s\right]_{t_0}^{t}+\sum_{1}^{\mu}{}_{s}p'_s\frac{\partial H}{\partial p'_s}\delta t
$$

über, worin der letzte Posten sich auf die verschiebbare obere Grenze bezieht, die im HAMILTON'schen Princip fest war, und das unter der

[1] »Über das Princip der kleinsten Action«, Mathem. und Naturwiss. Berichte aus Ungarn, Band XIII.

Annahme, dass die Bedingungsgleichungen nicht die Zeit explicite enthalten, gültige Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft die Form hat

$$(64)\qquad E = H - \sum_{1}^{\mu}{}_s\, p'_s \frac{\partial H}{\partial p'_s} = h - \int \sum_{1}^{\mu}{}_s\, P_s dp_s.$$

Geht H wieder in die HAMILTON'sche Principalfunction

$$(65)\qquad H = -T - U$$

über, worin

$$(66)\qquad T = \tfrac{1}{2}\sum_{1}^{n}{}_k\, m_k v_k^2$$

die lebendige Kraft und U die nur von den Coordinaten p_s abhängige Kräftefunction bedeutet, so dass das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft die Form hat

$$(67)\qquad E = T - U = h - \int \sum_{1}^{\mu}{}_s\, P_s dp_s,$$

so lautet das Princip der kleinsten Wirkung nach Gleichung (63), da

$$\sum_{1}^{\mu}{}_s\, p'_s \frac{\partial H}{\partial p'_s} dt = -\sum_{1}^{\mu}{}_s\, p'_s \frac{\partial T}{\partial p'_s} dt = -2Tdt = -\sum_{1}^{n}{}_k\, m_k v_k d\sigma_k$$

ist, worin $d\sigma_k$ das Wegelement bedeutet,

$$(68)\qquad \delta \int_{t_0}^{t} \sum_{1}^{n}{}_k\, m_k v_k d\sigma_k = \int_{t_0}^{t} \delta E dt + \int_{t_0}^{t} \sum_{1}^{\mu}{}_s\, P_s \delta p_s dt + \left[\sum_{1}^{\mu}{}_s \frac{\partial T}{\partial p'_s} \delta p_s\right]_{t_0}^{t} + 2T\delta t.$$

Sind sämmtliche äusseren Kräfte $P_s = 0$, so geht nach (67) die Gleichung (68) über in

$$(69)\qquad \delta \int_{t_0}^{t} \sum_{1}^{n}{}_k\, m_k v_k d\sigma_k = (t - t_0)\delta h + \left[\sum_{1}^{\mu}{}_s \frac{\partial T}{\partial p'_s} \delta p_s\right]_{t_0}^{t} + 2T\delta t$$

und unter der Annahme einer festen oberen Grenze t_1 des Integrals

$$(70)\qquad \delta \int_{t_0}^{t_1} \sum_{1}^{n}{}_k\, m_k v_k d\sigma_k = (t_1 - t_0)\delta h + \left[\sum_{1}^{\mu}{}_s \frac{\partial T}{\partial p'_s} \delta p_s\right]_{t_0}^{t_1},$$

woraus mit Einführung rechtwinkeliger Coordinaten, da

$$\sum_{1}^{\mu}{}_s \frac{\partial T}{\partial p'_s} \delta p_s = \sum_{1}^{n}{}_k\, m_k \frac{dx_k \delta x_k + dy_k \delta y_k + dz_k \delta z_k}{dt} = \sum_{1}^{n}{}_k\, m_k \frac{ds_k}{dt} \delta q_k \cos(ds_k, \delta q_k)$$

ist, wenn δq_k unendlich kleine Verschiebungen bedeuten, der wichtige, von BOLTZMANN herrührende[1] Satz folgt, der dem zweiten Hauptsatz der Wärmelehre ebenso analog ist, wie das Princip der lebendigen Kräfte dem ersten, wonach die Variation des Integrales $\int_{t_0}^{t_1} \sum_1^n {}_k m_k v_k d\sigma_k$, wenn allen Punkten des Systems, welche sich unter dem Einfluss von Kräften bewegen, für die das Princip der lebendigen Kraft gilt, eine unendlich kleine lebendige Kraft zugeführt wird und die Punkte gezwungen werden, sich auf unendlich nahen Curven zu bewegen, gleich der zugeführten lebendigen Kraft ist multiplicirt mit der Zeit, während der die Bewegung geschieht, wenn die Summen der Producte aus den Verschiebungen der Punkte, ihren Geschwindigkeiten und den cosinus der Winkel beider für beide Grenzen gleich sind, also z. B. die neuen Ausgangspunkte in den durch die alten Grenzpunkte gelegten Normalebenen der alten Bahnen liegen.

Setzen wir fest, dass die Coordinaten des Systems am Anfange t_0 der Bewegung und zu der beliebig gewählten Endzeit t keine Variationen erleiden, dass ferner die Variation von h verschwindet, was, da h eine Constante, vermöge der Beziehung $T - U = h$ damit identisch ist, dass die verglichenen unendlich benachbarten Bewegungen in entsprechenden Zeiten dieselbe lebendige Kraft haben oder, was offenbar genügend ist, dass sie beim Beginne der Bewegung dieselbe lebendige Kraft besitzen, so werden die LAGRANGE'schen Gleichungen aequivalent sein der Gleichung

$$(71) \qquad \delta \int_{t_0}^{t} \sum_1^n {}_k m_k v_k d\sigma_k - 2T\delta t = 0$$

oder für den Fall einer oberen festen, aber beliebigen Grenze

$$(72) \qquad \delta \int_{t_0}^{t} \sum_1^n {}_k m_k v_k d\sigma_k = 0 ,$$

wobei hervorzuheben, dass, wenn die Anfangs- und Endlage durch gegebene Werthe der Coordinaten bestimmt ist, sich aus dem Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft der Werth t der oberen Integralgrenze ergeben wird.

[1] »Über die mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie«. Sitzungsber. d. Kais. Akad. d. Wissensch. zu Wien 1866. Vergl. auch HELMHOLTZ, »Studien zur Statik monocyklischer Systeme« B. III S. 176.

Lassen wir nun die Annahme fallen, dass die äusseren Kräfte sämmtlich verschwinden, so wird nach Gleichung (68) wiederum unter der Voraussetzung, dass die Coordinaten des Systems am Anfange t_0 der Bewegung und zu der beliebig gewählten Endzeit t keine Variationen erleiden, dass ferner der Energievorrath des Systems, wenn die Punkte gezwungen werden, sich auf unendlich nahen Curven zu bewegen und die neu eingeführten Bedingungsgleichungen von der Zeit unabhängig sind, in dem Maasse abnimmt oder wächst, als die Kräfte P_s für die Verschiebung δp_s positive oder negative Arbeit leisten — woraus folgt, dass, weil δp_s am Anfange und Ende gleich Null ist, der Energievorrath am Anfange und Ende für die verglichenen Bewegungen derselbe ist —, sich die Gültigkeit der Gleichung (71) und unter der Annahme einer festen, aber beliebigen oberen Grenze die Gültigkeit der Gleichung (72) und ihre Aequivalenz mit den LAGRANGE'schen Gleichungen ergeben. Dass bei den Variationen dieser Integrale die Zeit t selbst zu variiren ist, geht aus den früheren Auseinandersetzungen als nothwendig hervor.

Wie bekannt, hat HELMHOLTZ[1] zuerst das von LAGRANGE bewiesene Princip der kleinsten Wirkung von der JACOBI'schen Darstellung desselben streng dadurch geschieden, dass er in dem einen Falle nur die Bedingung gelten liess, dass in den verglichenen Bewegungen überhaupt das Princip der lebendigen Kraft bestehe, während in dem anderen Falle die Constante der lebendigen Kraft für all die verglichenen Bewegungen dieselbe bleibe. HERTZ wägt die Vortheile und Nachtheile der beiden Darstellungen des Princips der kleinsten Wirkung gegen einander ab und sieht in der oben erwähnten Integraldarstellung den Vorzug der Einfachheit und einer gewissen physikalischen Bedeutung, glaubt jedoch, dass sie unnöthiger Weise die Zeit enthält, da doch die eigentliche Aussage nur die Bahn des Systems und nicht die Bewegung in dieser bestimmt, eine Ansicht, die A. MAYER schon früher in den genannten Arbeiten vertreten hat. Die oben gegebene Darstellung für den Fall ganz allgemeiner Potentialkräfte wird die Nothwendigkeit der Variation der Zeit dargethan haben.

Um übrigens die Erweiterung auch in der JACOBI'schen Form zu erhalten, für welche die Annahme nothwendig ist, dass die äusseren Kräfte sämmtlich verschwinden, ist wiederum die Variation des Integrals

---

[1] »Zur Geschichte des Princips der kleinsten Action« Bd. III S. 249.

[2] »Die Principien der Mechanik« S. 271.

$$\delta \int_{t_0}^{t} \sum_{1}^{\mu}{}_{s} \Big\{ p'_s \left[\frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) + \ldots - (-1)^{\nu} \frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}} \left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \right]$$

$$+ p''_s \left[\frac{\partial H}{\partial p''_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right) + \ldots - (-1)^{\nu-1} \frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}} \left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \right]$$

$$+ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$+ p_s^{(\nu)} \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}} \Big\} dt$$

zu untersuchen, nachdem aus der Function unter dem Integral die Grösse t mit Hülfe des Princips von der Erhaltung der lebendigen Kraft, das in diesem Falle durch die Gleichung

$$(73) \quad H - \sum_{1}^{\mu}{}_{s} p'_s \left\{ \frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) + \ldots \right\} - \sum_{1}^{\mu}{}_{s} p''_s \left\{ \frac{\partial H}{\partial p''_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right) + \ldots \right\}$$

$$- \ldots - \sum_{1}^{\mu}{}_{s} p_s^{(\nu)} \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}} = h,$$

worin h eine Constante, und zwar eine für die verglichenen Bewegungen nicht variirbare bedeutet, eliminirt worden ist[1], oder anders ausgedrückt, es ist die Function unter dem Integral, wenn wiederum die p und t als Functionen einer Variabeln u aufgefasst werden, als eine Function von $q_s, q'_s, \ldots q_s^{(\nu)}, t', t'', \ldots t^{(\nu)}$ aufzufassen, wenn diese letzteren Grössen durch die Gleichung (73) mit einander verbunden sind. Betrachtet man nun die Gleichung (73) als eine Differentialgleichung $\nu - 1^{\text{ter}}$ Ordnung in der abhängigen Variabeln t' und der unabhängigen Variabeln u, in welche die Grössen $q_s, q'_s, \ldots q_s^{(\nu)}$ als Functionen von u eintreten, und denkt sich den durch Integration hervorgehenden Werth von t in die Function unter dem Integral eingesetzt, nimmt jetzt die Variation des Integrales dieser nur q_s und die von diesem abhängigen Grössen enthaltenden Function, so soll die Aequivalenz dieser Variation und der linken Seiten der LAGRANGE'schen Gleichungen untersucht werden. Diese ist aber sofort ersichtlich, wenn die Variation zunächst wie oben vor der Elimination ausgeführt wird, indem man t' und dessen Ableitungen mit $q_s, q'_s, \ldots$ durch die Gleichung (73) verbunden betrachtet; man findet dann nach den Gleichungen (59) und (62) die LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen aequivalent

[1] Da nämlich die Aufrechterhaltung des Princips der lebendigen Kraft die Variation der Gleichung (73) für $\delta h = 0$ verlangt, so würden wiederum die δp_s nicht von einander unabhängig sein, was zur Herleitung der Aequivalenz der gleich Null gesetzten Variation des Integrales mit den LAGRANGE'schen Gleichungen nothwendig ist, wenn nicht t wieder selbst variirt würde; es müsste also, wenn man von der Variation nach t absehen will, erst t mit Hülfe der Bedingungsgleichung, welche das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft darstellt, aus dem Integrale eliminirt werden.

der im angegebenen Sinne genommenen und gleich Null gesetzten Variation, wenn die Variationen von $p_s, p'_s, \ldots p_s^{(\nu-1)}$ an den Grenzen verschwinden und die obere Integralgrenze fest gegeben ist.

Enthält H nur die ersten Ableitungen der Coordinaten p_s, so wird sich t' ohne Integration durch Elimination zwischen der Gleichung (73) und der Function unter dem zu variirenden Integral herausschaffen lassen, wie dies bei dem Weber'schen Gesetze der Fall ist, wofür übrigens noch mannigfache andere, der Jacobi'schen analoge Integralformen gesetzt werden können.

Ich gehe nun dazu über, die Eigenschaften der in den erweiterten Lagrange'schen Gleichungen vorkommenden äusseren Kräfte P_s als Functionen der Coordinaten und deren Ableitungen zu ermitteln und zu untersuchen, in wie weit die von Helmholtz in der oben genannten Arbeit aufgestellten Sätze über die Beziehungen zwischen diesen Kräften einerseits, den Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Coordinaten andererseits an die von diesem angenommene Form des kinetischen Potentials gebunden sind.

Aus der Lagrange'schen Gleichung

$$(74)\quad P_s = -\frac{\partial H}{\partial p_s} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) - \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) + \ldots - (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)$$

folgt zunächst für den Zustand der Ruhe

$$(75)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma} = \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s},$$

und für den Fall der Bewegung allgemein, wobei wir jedoch schon hier des Folgenden wegen die Voraussetzung machen wollen, dass H die Zeit t nicht explicite enthält, also das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft gültig ist, P_s als lineare Function der $2\nu^{\text{ten}}$ Ableitungen der Coordinaten von der Form

$$(76)\quad (-1)^{\nu-1} P_s = Q_s + p_1^{(2\nu)} \frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)} \partial p_1^{(\nu)}} + p_2^{(2\nu)} \frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)} \partial p_2^{(\nu)}} + \ldots + p_\mu^{(2\nu)} \frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)} \partial p_\mu^{(\nu)}},$$

worin Q_s eine Function der Coordinaten und ihrer Ableitungen bis zur $2\nu - 1^{\text{ten}}$ Ordnung hin bedeutet, und daraus ergiebt sich die Beziehung

$$(77)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu)}} = (-1)^{\nu-1} \frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)} \partial p_\sigma^{(\nu)}} = \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu)}},$$

nach welcher, wenn $p_\sigma^{(2\nu)}$ die Kraft P_s um einen gewissen Betrag grösser macht, auch das gleich grosse $p_s^{(2\nu)}$ die Kraft P_σ um den gleichen Betrag grösser gestalten wird, ausser wenn $\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)} \partial p_\sigma^{(\nu)}} = 0$ wird, in wel-

chem Falle ein Einfluss von P_s auf p_σ und P_σ auf p_s nicht statthat, und so wird, wenn

$$(78) \qquad H = \phi_1(p_1^{(\nu)}) + \phi_2(p_2^{(\nu)}) + \ldots + \phi_\mu(p_\mu^{(\nu)}),$$

worin die ϕ sämmtliche Coordinaten bis zur $\nu - 1^{\text{ten}}$ Ableitung hin enthalten dürfen, jede Kraft nur in der Richtung derjenigen Coordinate, auf die sie sich bezieht, beschleunigend wirken.

In der Gestalt (77) gilt der Satz also auch für ein kinetisches Potential wie das des WEBER'schen Gesetzes, wobei $\nu = 1$, also die $p^{(2\nu)}$ die Beschleunigungen im gewöhnlichen Sinne sind.

Aber es gilt auch die von HELMHOLTZ aufgestellte Beziehung zwischen den Kräften und Geschwindigkeiten ganz unabhängig von der Form des kinetischen Potentials, ebenso wie die Beziehung zwischen den Kräften und den Coordinaten selbst, und es soll im Folgenden gezeigt werden, dass alle diese Beziehungen nur der Ausfluss eines viel allgemeineren Satzes sind, welcher die Incremente der äusseren Kräfte mit den Incrementen beliebiger Ableitungen der Coordinaten in Verbindung setzt.

Bezeichnet man mit R eine Function von

$$p_1, p_2, \ldots p_\mu, p_1', p_2', \ldots p_\mu', \ldots p_1^{(\nu)}, p_2^{(\nu)}, \ldots p_\mu^{(\nu)},$$

so ist nach Gleichung (3) der ρ^{te} nach t genommene Differentialquotient

$$(79) \qquad R^{(\rho)} = \sum_{\substack{n_1, n_2, \ldots n_\rho > 0 \\ n_1 + 2n_2 + \ldots + \rho n_\rho = \rho}} \frac{\rho!}{n_1! n_2! \ldots n_\rho!} \frac{1}{(1!)^{n_1}(2!)^{n_2} \ldots (\rho!)^{n_\rho}}$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial p_1} p_1' + \frac{\partial R}{\partial p_2} p_2' + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1'} p_1'' + \frac{\partial R}{\partial p_2'} p_2'' + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1^{(\nu)}} p_1^{(\nu+1)} + \frac{\partial R}{\partial p_2^{(\nu)}} p_2^{(\nu+1)} + \ldots\right)^{n_1}$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial p_1} p_1'' + \frac{\partial R}{\partial p_2} p_2'' + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1'} p_1''' + \frac{\partial R}{\partial p_2'} p_2''' + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1^{(\nu)}} p_1^{(\nu+2)} + \frac{\partial R}{\partial p_2^{(\nu)}} p_2^{(\nu+2)} + \ldots\right)^{n_2}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\left(\frac{\partial R}{\partial p_1} p_1^{(\rho)} + \frac{\partial R}{\partial p_2} p_2^{(\rho)} + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1'} p_1^{(\rho+1)} + \frac{\partial R}{\partial p_2'} p_2^{(\rho+1)} + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1^{(\nu)}} p_1^{(\nu+\rho)} + \frac{\partial R}{\partial p_2^{(\nu)}} p_2^{(\nu+\rho)} + \ldots\right)^{n_\rho},$$

und hieraus folgt unmittelbar, dass

$$\frac{\partial R^{(\nu)}}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} = \frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu-1)}} + \nu \frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu)}} \left(\frac{\partial R}{\partial p_1} p_1' + \frac{\partial R}{\partial p_2} p_2' + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1'} p_1'' + \ldots + \frac{\partial R}{\partial p_1^{(\nu)}} p_1^{(\nu+1)} + \ldots\right)$$

oder dass

$$(80) \qquad \frac{\partial R^{(\nu)}}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} = \frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu-1)}} + \nu \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right),$$

ferner

$$(81) \qquad \frac{\partial R^{(\nu-1)}}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} = \frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu)}}.$$

Ist nun H das bisherige kinetische Potential, welches eine Function der Coordinaten und deren ν ersten Ableitungen ist, so enthalten in dem Ausdrucke der äusseren Kraft (74) nur $\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)$ und $\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu-1)}}\right)$ die Ableitung $p_\sigma^{(2\nu-1)}$, und es ergeben somit die Gleichungen (80) und (81), wenn R durch $\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}$ und $\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu-1)}}$ ersetzt werden, die Beziehung

$$(82)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} = (-1)^{\nu+1}\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu-1)}} + (-1)^{\nu+1}\nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right) + (-1)^\nu\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu-1)}\partial p_\sigma^{(\nu)}},$$

und ebenso

$$(83)\quad \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu-1)}} = (-1)^{\nu+1}\frac{\partial^2 H}{\partial p_\sigma^{(\nu)}\partial p_s^{(\nu-1)}} + (-1)^{\nu+1}\nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_\sigma^{(\nu)}\partial p_s^{(\nu)}}\right) + (-1)^\nu\frac{\partial^2 H}{\partial p_\sigma^{(\nu-1)}\partial p_s^{(\nu)}},$$

woraus sich die von Helmholtz aufgestellte Beziehung zwischen den Kräften und Geschwindigkeiten ganz unabhängig von der Form des kinetischen Potentials in der Gestalt ergiebt

$$(84)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} - \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu-1)}} = (-1)^{\nu+1}2\left\{\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu-1)}} - \frac{\partial^2 H}{\partial p_\sigma^{(\nu)}\partial p_s^{(\nu-1)}}\right\}$$

und

$$(85)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} + \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu-1)}} = (-1)^{\nu+1}2\nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right),$$

oder nach (77):

$$(86)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} + \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu-1)}} = 2\nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu)}}\right) = 2\nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu)}}\right),$$

welcher Gleichung also auch allgemein die für die specielle Form von H durch Helmholtz bekannte Deutung gegeben werden kann.

Ebenso folgt aus (79) unmittelbar

$$(87)\quad \frac{\partial R^{(\nu)}}{\partial p_\sigma^{(2\nu-2)}} = \frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu-2)}} + \nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu-1)}}\right) + \frac{\nu(\nu-1)}{1\cdot 2}\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right)$$

$$(88)\quad \frac{\partial R^{(\nu-1)}}{\partial p_\sigma^{(2\nu-2)}} = \frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu-1)}} + (\nu-1)\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right)$$

$$(89)\quad \frac{\partial R^{(\nu-2)}}{\partial p_\sigma^{(2\nu-2)}} = \frac{\partial R}{\partial p_\sigma^{(\nu)}},$$

und somit, da $p_\sigma^{(2\nu-2)}$ nur in $R^{(\nu)}$, $R^{(\nu-1)}$, $R^{(\nu-2)}$ vorkommt, wenn R durch $\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}$, $\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu-1)}}$, $\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu-2)}}$ ersetzt wird,

$$(90)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-2)}} = (-1)^{\nu+1}\left\{\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu-2)}} + \nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu-1)}}\right) + \frac{\nu(\nu-1)}{1\cdot 2}\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right)\right\}$$
$$+(-1)^\nu\left\{\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu-1)}\partial p_\sigma^{(\nu-1)}} + (\nu-1)\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu-1)}\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right)\right\} + (-1)^{\nu-1}\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu-2)}\partial p_\sigma^{(\nu)}},$$

und daraus wieder die Verallgemeinerung der von Helmholtz zwischen den Kräften und Coordinaten aufgestellten Beziehung

$$(91)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-2)}} - \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu-2)}} = (-1)^{\nu+1}(2\nu-1)\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial^2 H}{\partial p_s^{(\nu)}\partial p_\sigma^{(\nu-1)}} - \frac{\partial^2 H}{\partial p_\sigma^{(\nu)}\partial p_s^{(\nu-1)}}\right\}$$

oder vermöge (84)

$$(92)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-2)}} - \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu-2)}} = \frac{2\nu-1}{2}\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma^{(2\nu-1)}} - \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s^{(2\nu-1)}}\right\},$$

und ähnlich all die weiteren Beziehungen zwischen den Incrementen der Kräfte und denen der niedrigeren Ableitungen der Coordinaten. Von Interesse ist noch die Beziehung zwischen den Kräften und den Coordinaten für den allgemeinen Fall, dass das kinetische Potential von eben diesen und deren Ableitungen bis zur ν^{ten} Ordnung hin abhängt; aus Gleichung (79) folgt nämlich, dass

$$(93)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma} = -\frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_\sigma}\right)}{\partial p_s} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_\sigma}\right)}{\partial p_s'}\right) - \cdots - (-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_\sigma}\right)}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)$$

ist, und somit

$$(94)\quad \frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma} - \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_\sigma}\right)}{\partial p_s'} - \frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_s}\right)}{\partial p_\sigma'}\right]$$
$$-\frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_\sigma}\right)}{\partial p_s''} - \frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_s}\right)}{\partial p_\sigma''}\right] + \cdots - (-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left[\frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_\sigma}\right)}{\partial p_s^{(\nu)}} - \frac{\partial\left(\frac{\partial H}{\partial p_s}\right)}{\partial p_\sigma^{(\nu)}}\right].$$

Nachdem wir nunmehr festgestellt haben, dass die von Helmholtz aufgestellten Sätze, denen er eine wichtige mechanische und physikalische Deutung gegeben, gar nichts mit der Natur des kinetischen Potentials, nur von den ersten Ableitungen der Coordinaten abzuhängen, zu thun haben, gehen wir an die Prüfung des von ihm für kinetische Potentiale, welche nur die ersten Ableitungen der Coordinaten enthalten, ohne Beweis ausgesprochenen Satzes, dass, wenn die äusseren Kräfte P_s, welche lineare Functionen der p_s'' sind, den drei Bedingungsgleichungen genügen

$$\frac{\partial P_s}{\partial p''_\sigma} = \frac{\partial P_\sigma}{\partial p''_s} \tag{95}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial p'_\sigma} + \frac{\partial P_\sigma}{\partial p'_s} = 2\,\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial P_\sigma}{\partial p''_s}\right) \tag{96}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial p_\sigma} - \frac{\partial P_\sigma}{\partial p_s} = \tfrac{1}{2}\,\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial P_s}{\partial p'_\sigma} - \frac{\partial P_\sigma}{\partial p'_s}\right\}, \tag{97}$$

dann stets ein kinetisches Potential existirt, dass ferner die Kräfte P_s in der von LAGRANGE angegebenen Weise durch die Differentialquotienten desselben ausgedrückt und die Bewegungsgleichungen auf das Princip der kleinsten Wirkung reducirt werden können. HELMHOLTZ erklärt den Beweis dieses Satzes zunächst nur für den Fall von drei Coordinaten p_s, und zwar auf die Theorie der Potentialfunctionen im Raume von drei Dimensionen gestützt, liefern zu können. Ich will im Folgenden einen rein analytischen Beweis andeuten, den ich hier für kinetische Potentiale, welche nur die ersten Ableitungen der Coordinaten enthalten sollen und nur für den Fall von zwei Coordinaten durchführe, dessen Gültigkeit jedoch für beliebig viele Coordinaten und, wie aus den früher aufgestellten Relationen für die äusseren Kräfte ersichtlich, auch für kinetische Potentiale in der oben erweiterten ganz allgemeinen Form einleuchtet; und zwar soll nicht bloss der Existenzbeweis geführt, sondern die analytische Form des kinetischen Potentials aufgestellt werden.

Da der Annahme nach für $s = 1$ und 2

$$P_s = f_{0s}(p_1, p_2, p'_1, p'_2) + f_{1s}(p_1, p_2, p'_1, p'_2)\,p''_1 + f_{2s}(p_1, p_2, p'_1, p'_2)\,p''_2 \tag{98}$$

ist, so liefern die Gleichungen (95), (96), (97) für die Coefficienten von P_s die Bedingungsgleichungen

$$f_{21} = f_{12} \tag{99}$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial p'_2} = \frac{\partial f_{12}}{\partial p'_1}, \qquad \frac{\partial f_{12}}{\partial p'_2} = \frac{\partial f_{22}}{\partial p'_1} \tag{100}$$

$$\frac{\partial f_{01}}{\partial p'_2} + \frac{\partial f_{02}}{\partial p'_1} = 2\left(p'_1\,\frac{\partial f_{12}}{\partial p_1} + p'_2\,\frac{\partial f_{12}}{\partial p_2}\right) \tag{101}$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial p_2} - \frac{\partial f_{12}}{\partial p_1} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f_{01}}{\partial p'_2\,\partial p'_1} - \frac{\partial^2 f_{02}}{\partial p'_1\,\partial p'_1}\right) \tag{102}$$

$$\frac{\partial f_{21}}{\partial p_2} - \frac{\partial f_{32}}{\partial p_1} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f_{01}}{\partial p'_2\,\partial p'_2} - \frac{\partial^2 f_{02}}{\partial p'_1\,\partial p'_2}\right) \tag{103}$$

$$\frac{\partial f_{01}}{\partial p_2} - \frac{\partial f_{02}}{\partial p_1} = \tfrac{1}{2}\left(p'_1\,\frac{\partial^2 f_{01}}{\partial p'_2\,\partial p_1} + p'_2\,\frac{\partial^2 f_{01}}{\partial p'_2\,\partial p_2} - p'_1\,\frac{\partial^2 f_{02}}{\partial p'_1\,\partial p_1} - p'_2\,\frac{\partial^2 f_{02}}{\partial p'_1\,\partial p_2}\right), \tag{104}$$

und es soll nunmehr gezeigt werden, dass sich eine von t freie Function H der Grössen p_1, p_2, p'_1, p'_2 finden lässt, welche den beiden Differentialgleichungen genügt

$$(105)\quad P_1 = -\frac{\partial H}{\partial p_1} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_1}\right) = -\frac{\partial H}{\partial p_1} + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p_1} p'_1 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p_2} p'_2 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p'_1} p''_1 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p'_2} p''_2$$

$$(106)\quad P_2 = -\frac{\partial H}{\partial p_2} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_2}\right) = -\frac{\partial H}{\partial p_2} + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p_1} p'_1 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p_2} p'_2 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p'_1} p''_1 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p'_2} p''_2$$

oder nach (98) den Beziehungen

$$(107)\qquad \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p'_1} = f_{11}, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p'_2} = f_{21} = f_{12}, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p'_2} = f_{22}$$

$$(108)\quad -\frac{\partial H}{\partial p_1} + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p_1} p'_1 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_1 \partial p_2} p'_2 = f_{01}, \quad -\frac{\partial H}{\partial p_2} + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p_1} p'_1 + \frac{\partial^2 H}{\partial p'_2 \partial p_2} p'_2 = f_{02}.$$

Nun folgt aber aus (100) und (107), wie leicht zu sehen, wenn

$$(109)\qquad H_1 = \int f_{11} dp'_1 + \int \left[f_{21} - \int \frac{\partial f_{11}}{\partial p'_2} dp'_1 \right] dp'_2$$

und

$$(110)\qquad H_2 = \int f_{22} dp'_2 + \int \left[f_{21} - \int \frac{\partial f_{22}}{\partial p'_1} dp'_2 \right] dp'_1$$

gesetzt wird,

$$(111)\quad H = \int H_1 dp'_1 + \int \left[H_2 - \int \frac{\partial H_1}{\partial p'_2} dp'_1 \right] dp'_2 + \omega_1 p'_1 + \omega_2 p'_2 + \omega,$$

worin die Functionen $\omega_1, \omega_2, \omega$ als reine Functionen von p_1 und p_2 so zu bestimmen sind, dass den Gleichungen (108) Genüge geschieht, oder dass, wenn

$$(112)\qquad \frac{\partial \omega_1}{\partial p_2} - \frac{\partial \omega_2}{\partial p_1} = \Omega$$

gesetzt wird,

$$(113)\quad -\int \frac{\partial H_1}{\partial p_1} dp'_1 - \int \left[\frac{\partial H_2}{\partial p_1} - \int \frac{\partial^2 H_1}{\partial p_1 \partial p'_2} dp'_1 \right] dp'_2 + p'_1 \frac{\partial H_1}{\partial p_1} + p'_2 \frac{\partial H_1}{\partial p_2} + p'_2 \Omega - \frac{\partial \omega}{\partial p_1} = f_{01}$$

$$(114)\quad -\int \frac{\partial H}{\partial p_2} dp'_1 - \int \left[\frac{\partial H_2}{\partial p_2} - \int \frac{\partial^2 H_1}{\partial p_2 \partial p'_2} dp'_1 \right] dp'_2 + p'_1 \frac{\partial H_2}{\partial p_1} + p'_2 \frac{\partial H_2}{\partial p_2} - p'_1 \Omega - \frac{\partial \omega}{\partial p_2} = f_{02}$$

wird; die Frage ist nun, ob, wenn nunmehr noch verlangt wird, dass auch die Gleichungen (101)–(104) erfüllt werden, sich Ω und ω aus den Gleichungen (113) und (114) in der That als reine Functionen

von p_1 und p_2 ergeben. Setzen wir die Werthe von f_{01} und f_{02} aus den letzten Gleichungen in die Beziehungen (101)–(104) ein, so werden für Ω und ω, die wir zunächst noch als Functionen von p_1, p_2, p'_1, p'_2 betrachten, wenn wir zur Abkürzung

$$(115) \qquad p'_2\Omega - \frac{\partial\omega}{\partial p_1} = M, \quad p'_1\Omega + \frac{\partial\omega}{\partial p_2} = N$$

setzen, die sich eindeutig aus den Gleichungen (113) und (114) bestimmen, durch eine leichte Rechnung die Beziehungen folgen

$$(116) \qquad \frac{\partial M}{\partial p'_2} - \frac{\partial N}{\partial p'_1} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial p'_1}\left(\frac{\partial M}{\partial p'_2} + \frac{\partial N}{\partial p'_1}\right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial p'_2}\left(\frac{\partial M}{\partial p'_2} + \frac{\partial N}{\partial p'_1}\right) = 0$$

$$(117) \qquad \frac{\partial M}{\partial p_2} + \frac{\partial N}{\partial p_1} = \tfrac{1}{2}\left[p'_1\frac{\partial^2 M}{\partial p'_2\partial p_1} + p'_2\frac{\partial^2 M}{\partial p'_2\partial p_2} + p'_1\frac{\partial^2 N}{\partial p'_1\partial p_1} + p'_2\frac{\partial^2 N}{\partial p'_1\partial p_2}\right],$$

und da sich aus (116)

$$(118) \qquad \frac{\partial M}{\partial p'_2} = \phi(p_1, p_2), \quad \frac{\partial N}{\partial p'_1} = \phi(p_1, p_2)$$

ergiebt, worin ϕ eine noch zu bestimmende reine Function von p_1 und p_2 bedeutet, so werden nur die Functionen

$$\phi(p_1, p_2), \ \psi(p'_1, p_1, p_2), \ \chi(p'_2, p_1, p_2)$$

so zu bestimmen sein, dass die Werthe

$$(119) \quad M = p'_2\phi(p_1, p_2) + \psi(p'_1, p_1, p_2), \ N = p'_1\phi(p_1, p_2) + \chi(p'_2, p_1, p_2)$$

die Gleichung (117) befriedigen, also

$$(120) \qquad \frac{\partial\psi(p'_1, p_1, p_2)}{\partial p_2} = -\frac{\partial\chi(p'_2, p_1, p_2)}{\partial p_1}$$

ist. Da sich nun aus (120), wenn $R(p_1, p_2)$ eine reine Function von p_1 und p_2 bedeutet,

$$\psi(p'_1, p_1, p_2) = \int R(p_1, p_2)dp_2 + R_1(p'_1, p_1)$$

$$\chi(p'_2, p_1, p_2) = -\int R(p_1, p_2)dp_1 + R_2(p'_2, p_2)$$

ergiebt, so folgt aus (119)

$$M = p'_2\phi(p_1, p_2) + \int R(p_1, p_2)dp_2 + R_1(p'_1, p_1),$$

$$N = p'_1\phi(p_1, p_2) - \int R(p_1, p_2)dp_1 + R_2(p'_2, p_2)$$

und sonach aus (115)

$$(121) \quad \begin{cases} p'_2\Omega - \dfrac{\partial\omega}{\partial p_1} = p'_2\phi(p_1, p_2) + \displaystyle\int R(p_1, p_2)dp_2 + R_1(p'_1, p_1) \\ p'_1\Omega + \dfrac{\partial\omega}{\partial p_2} = p'_1\phi(p_1, p_2) - \displaystyle\int R(p_1, p_2)dp_1 + R_2(p'_2, p_2). \end{cases}$$

Um nun zu zeigen, dass sich Ω und ω als reine Functionen von p_1 und p_2 bestimmen lassen, differentiire man die erste der Gleichungen (121) partiell nach p_2, die zweite nach p_1 und addire, so folgt

$$p'_2 \frac{\partial \Omega}{\partial p_2} + p'_1 \frac{\partial \Omega}{\partial p_1} = p'_2 \frac{\partial \phi}{\partial p_2} + p'_1 \frac{\partial \phi}{\partial p_1} \tag{122}$$

und somit

$$\Omega = \phi(p_1, p_2) + c, \tag{123}$$

also eine reine Function von p_1, p_2, woraus sich dann aus (121) auch ω als eine ebensolche Function ergiebt.

Nachdem wir für die Annahme der erweiterten LAGRANGE'schen Gleichungen die Principien der Mechanik entsprechend verallgemeinert haben, soll nunmehr der von HELMHOLTZ für kinetische Potentiale, welche nicht von t, nur von den Coordinaten und deren ersten Ableitungen abhängen, in die Wissenschaft eingeführte Gedanke von den verborgenen Bewegungen, den HERTZ zur Grundlage seiner Mechanik gemacht hat, in ganz allgemeiner Form für kinetische Potentiale H, welche von den Coordinaten und deren Ableitungen bis zur ν^{ten} Ordnung hin abhängen, ohne die Zeit t explicite zu enthalten, analytisch praecisirt werden, indem wir die Frage aufwerfen, welche Bedingungen erfüllt sein müssen, damit aus den r Gleichungen

$$\frac{\partial H}{\partial p_{\sigma_\lambda}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_{\sigma_\lambda}}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_{\sigma_\lambda}}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_{\sigma_\lambda}}\right) + P_{\sigma_\lambda} = 0, \tag{124}$$

worin λ die Werthe $1, 2, \dots r$ durchlaufen soll, ohne Rücksicht auf specielle mechanische Probleme, d. h. ohne Specialisirung der functionalen Form von H in Bezug auf die übrig bleibenden Coordinaten sich die r Grössen p_{σ_λ} und deren Ableitungen so durch die anderen p und deren Ableitungen ausdrücken lassen, dass eine gewisse, näher zu bestimmende, von t freie Function H_1 sämmtlicher Coordinaten und deren ν ersten Ableitungen durch Substitution jener Werthe in eine wiederum von t freie Function H' der $\mu - r$ Coordinaten p_{ρ_δ} und deren ν ersten Ableitungen übergeht, welche den $(\nu+1)(\mu-r)$ Gleichungen genügt:

$$\frac{\partial H}{\partial p_{\rho_\delta}} = \frac{\partial H'}{\partial p_{\rho_\delta}}, \quad \frac{\partial H}{\partial p'_{\rho_\delta}} = \frac{\partial H'}{\partial p'_{\rho_\delta}}, \quad \dots \frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_{\rho_\delta}} = \frac{\partial H'}{\partial p^{(\nu)}_{\rho_\delta}} \qquad (\delta = 1, 2, \dots \mu - r). \tag{125}$$

Zunächst ist ersichtlich, dass, da t in H' nicht explicite vorkommen soll, die P_{σ_λ} Constanten sein müssen, die auch verschwinden können, und die wir mit $-c_{\sigma_\lambda}$ bezeichnen wollen, und dass ferner, weil die Gleichungen (124) die Ableitungen der Coordinaten nur in ihrem ersten Posten bis zur ν^{ten} Ordnung hin enthalten, während sie

in den übrigen Posten bis zur $\nu+1^{\text{ten}}$, $\nu+2^{\text{ten}}$, ..$2\nu^{\text{ten}}$ Ordnung hin ansteigen, die Bedingung, dass H' die übrig bleibenden Coordinaten nur bis zur ν^{ten} Ordnung hin enthalten soll und t ebenfalls bei der Elimination nicht eintreten darf, die einzelnen nach den Coordinaten p_{σ_λ} und deren ν ersten Ableitungen genommenen partiellen Differentialquotienten des ursprünglichen kinetischen Potentials H den Gleichungen unterliegen müssen

$$(126)\qquad \frac{\partial H}{\partial p_{\sigma_\lambda}} = c_{\sigma_\lambda},\ \frac{\partial H}{\partial p'_{\sigma_\lambda}} = c'_{\sigma_\lambda},\ \frac{\partial H}{\partial p''_{\sigma_\lambda}} = c''_{\sigma_\lambda},\ \ldots \frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_{\sigma_\lambda}} = c^{(\nu)}_{\sigma_\lambda},$$

worin $c_{\sigma_\lambda}, c'_{\sigma_\lambda}, \ldots c^{(\nu)}_{\sigma_\lambda}$ Constanten bedeuten.

Dieser Fall wird z. B. eintreten, wenn das kinetische Potential von den Coordinaten p_{σ_λ}, deren zweiten, dritten, ... ν^{ten} Ableitungen unabhängig ist und $P_{\sigma_\lambda} = 0$ ist, in welchem Falle die Gleichungen (124) die Beziehung

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_{\sigma_\lambda}}\right) = 0 \text{ oder } \frac{\partial H}{\partial p'_{\sigma_\lambda}} = c'_{\sigma_\lambda}$$

liefern, aus denen die ersten Ableitungen von p_{σ_λ} durch die anderen Coordinaten und Ableitungen ausgedrückt werden können und ebenso in vielen anderen ähnlichen Fällen.

Drückt man aus diesen $r(\nu+1)$ Gleichungen (126) unter der Voraussetzung, dass die Functionaldeterminante nicht verschwindet, die $r(\nu+1)$ Grössen $p_{\sigma_\lambda}, p'_{\sigma_\lambda}, \ldots p^{(\nu)}_{\sigma_\lambda}$ durch die übrigen $\mu - r$ Coordinaten p_{ρ_δ} und deren ν erste Ableitungen aus und setzt diese Werthe zunächst in H ein, welches sodann mit $\mathfrak{H}$ bezeichnet werden möge, so wird vermöge der Gleichungen (126) für

$$\delta = 1, 2, \ldots \mu - r,\ \varkappa = 0, 1, 2, \ldots \nu$$

$$(127)\qquad \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial p^{(k)}_{\rho_\delta}} = \frac{\partial H}{\partial p^{(k)}_{\rho_\delta}} + \sum_{1}^{r}{}_{\lambda} \left\{ c_{\sigma_\lambda} \frac{\partial p_{\sigma_\lambda}}{\partial p^{(k)}_{\rho_\delta}} + c'_{\sigma_\lambda} \frac{\partial p'_{\sigma_\lambda}}{\partial p^{(k)}_{\rho_\delta}} + \ldots + c^{(\nu)}_{\sigma_\lambda} \frac{\partial p^{(\nu)}_{\sigma_\lambda}}{\partial p^{(k)}_{\rho_\delta}} \right\}$$

sein, und somit, wenn

$$(128)\qquad H_1 = H - \sum_{1}^{r}{}_{\lambda} \left\{ c_{\sigma_\lambda} p_{\sigma_\lambda} + c'_{\sigma_\lambda} p'_{\sigma_\lambda} + \ldots + c^{(\nu)}_{\sigma_\lambda} p^{(\nu)}_{\sigma_\lambda} \right\}$$

gesetzt wird, H_1 eine Function der p_ρ und deren ν ersten Ableitungen sein, welche nach Substitution der Werthe von p_{σ_λ} und deren Ableitungen aus den Gleichungen (126), da aus (127) und (128) die Beziehung

$$H' = \mathfrak{H} - \sum_{1}^{r}{}_{\lambda} \left\{ c_{\sigma_\lambda}\left(p_{\sigma_\lambda}\right) + c'_{\sigma_\lambda}\left(p'_{\sigma_\lambda}\right) + \ldots + c^{(\nu)}_{\sigma_\lambda}\left(p^{(\nu)}_{\sigma_\lambda}\right) \right\}$$

folgt, in eine Function H' übergeht, welche, wie verlangt wurde, den Gleichungen (125) Genüge leistet, so dass die übrig bleibenden LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen die Form annehmen

$$(129)\quad \frac{\partial H'}{\partial p_{\rho_\delta}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H'}{\partial p'_{\rho_\delta}}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H'}{\partial p''_{\rho_\delta}}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H'}{\partial p^{(\nu)}_{\rho_\delta}}\right) + P_{\rho_\delta} = 0 \ (\delta = 1, 2, \dots \mu - r)$$

worin H' eine von t freie reine Function der $\mu - r$ Coordinaten p_{ρ_δ} und deren ν ersten Ableitungen ist oder auch durch das erweiterte HAMILTON'sche Princip in der Form

$$(130)\qquad \delta\int_{t_0}^{t_1}\left\{H' + \sum P_{\rho_\delta} p_{\rho_\delta}\right\}dt = 0$$

dargestellt werden können. Die Function H', welche weniger Coordinaten enthält als H wird durch den Eliminationsprocess in den Coordinaten und deren Ableitungen einen ganz anders gestalteten analytischen Ausdruck angenommen haben[1]; derartige Fälle würden im HELMHOLTZ'schen Sinne als unvollständige Probleme zu bezeichnen sein, indem ein Theil der möglichen Bewegungen ausgeschlossen wäre — z. B. die rückläufigen, welche, wenn H nur gerade Potenzen der Ableitungen der Coordinaten enthielt, möglich waren —, ferner ein Theil der zur Lagenbestimmung des Systems nöthigen Coordinaten, wie z. B. in dem oben hervorgehobenen Beispiel, nicht vorzukommen braucht und endlich gewisse äussere Kräfte nicht mehr beliebig bestimmbar sind.

---

[1] In dem von HELMHOLTZ behandelten Falle, in welchem $H = -T - U$, und T als lebendige Kraft des Systems eine homogene Function zweiten Grades der Ableitungen der Coordinaten p darstellt, während U nur die letzteren selbst enthält, würden, wenn H von den p_{σ_λ} frei ist — die erste Bedingung für die polycyklische Bewegung — die oben aufgestellten Gleichungen r in den Grössen $p'_{\sigma_1}, p'_{\sigma_2}, \dots p'_{\sigma_r}$ lineare Beziehungen ergeben, welche für H' die Summe aus einem in den Ableitungen $p'_{\rho_1}, p'_{\rho_2}, \dots p'_{\rho_{\mu-r}}$ homogen und quadratisch zusammengesetzten Ausdruck, dessen Coefficienten von $p_{\rho_1}, p_{\rho_2}, \dots p_{\rho_{\mu-r}}$ abhängen und aus einem mit constanten Coefficienten versehenen in eben diesen Ableitungen linearen Ausdruck liefern, für den wiederum die Gleichungen (129) und (130) das Bewegungsproblem darstellen. Die physikalischen Vorgänge, in denen das kinetische Potential die Geschwindigkeiten auch linear enthält, nennt HELMHOLTZ Fälle mit verborgener Bewegung, um anzudeuten — und dies ist eigentlich der von HERTZ seiner Mechanik zu Grunde gelegte Gedanke —, dass diese physikalischen Vorgänge zu Stande kommen können als Bewegungen wägbarer Körper, von denen einige nicht sichtbar, deren Einfluss aber dem algebraischen Eliminationsprocesse entspricht. Es soll dies ausdrücklich hervorgehoben werden, um den charakteristischen Unterschied in den von HELMHOLTZ und C. NEUMANN gegebenen Erweiterungen des HAMILTON'schen Princips klar hervortreten zu lassen.

Für beschränkte Classen von Problemen lassen sich noch mannigfache Fälle angeben, deren Bedingungen eine Reihe von Coordinaten und deren Ableitungen so zu eliminiren gestatten, dass die Bewegungsgleichungen für die übrig bleibenden Coordinaten wieder die angegebene LAGRANGE'sche Form annehmen, in der aber die Function H' eine wesentlich andere algebraische Gestalt hat als das ursprüngliche kinetische Potential.

Es soll nun ferner die Erweiterung der von HAMILTON für seine charakteristische Function aufgestellten partiellen Differentialgleichung gegeben werden.

Wenn man die äusseren Kräfte P_λ wieder als gegebene Functionen der Zeit betrachtet, so soll als charakteristische Function das Integral

$$\Phi = \int_{t_0}^{t} \left(H + \sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda} P_\lambda p_\lambda \right) dt \tag{131}$$

definirt werden, in welchem t_0 ein fest gegebener Werth von t und das kinetische Potential H von den Coordinaten $p_1, p_2, \ldots p_\mu$ und dessen Ableitungen bis zur ν^{ten} Ordnung hin abhängen möge. Da ohne weitere Beschränkung der Variationen sich aus (131)

$$\begin{aligned} \delta\Phi &= \delta \int_{t_0}^{t} \left(H + \sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda} P_\lambda p_\lambda \right) dt \\ &= \int_{t_0}^{t} \sum_{1}^{\mu}{}_{s} \left\{ \frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \cdots + (-1)^{\nu} \frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s \right\} \delta p_s \, dt \\ &+ \left[\left\{ \frac{\partial H}{\partial p'_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) + \cdots + (-1)^{\nu-1} \frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \right\} \delta p'_s \right]_{t_0}^{t} \\ &+ \left[\left\{ \frac{\partial H}{\partial p''_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_s}\right) + \cdots + (-1)^{\nu-2} \frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \right\} \delta p''_s \right]_{t_0}^{t} \\ &+ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ &+ \left[\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}} \delta p_s^{(\nu-1)} \right]_{t_0}^{t} + P_s \end{aligned} \tag{132}$$

ergiebt, so wird für die Annahme, dass die mit einander verglichenen Werthe der Coordinaten p_s aus den Integralen der LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen

$$\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \cdots + (-1)^{\nu} \frac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) + P_s = 0 \tag{133}$$

durch Variation der $2\mu\nu$ Integrationsconstanten hervorgehen sollen, für welche wir die Anfangswerthe

$$p_s^0, p_s^{0\prime}, p_s^{0\prime\prime}, \ldots p_s^{0(2\nu-1)}$$

wählen wollen,

$$(134)\quad \begin{aligned} \delta\Phi = & \left[\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s'} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-1}\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}\delta p_s\right]_{t_0}^{t} \\ & + \left[\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s''} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-2}\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}\delta p_s'\right]_{t_0}^{t} \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & + \left[\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\delta p_s^{(\nu-1)}\right]_{t_0}^{t} \end{aligned}$$

sein. Drückt man nun aus den Integralgleichungen

$$(135)\qquad p_s = f_s(t, p_1^0, \ldots p_\mu^0, \ldots p_1^{0(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{0(2\nu-1)})$$

und deren nach t genommenen ersten $2\nu-1$ Ableitungen, deren Anzahl also $2\mu\nu$ beträgt, die $2\mu\nu$ Grössen

$$(\alpha)\qquad p_s^{(\nu)}, p_s^{0(\nu)}, p_s^{(\nu+1)}, p_s^{0(\nu+1)}, \ldots p_s^{(2\nu-1)}, p_s^{0(2\nu-1)}$$

durch die $2\mu\nu+1$ Grössen

$$(\beta)\qquad t, p_s, p_s^0, p_s', p_s^{0\prime}, \ldots p_s^{(\nu-1)}, p_s^{0(\nu-1)}$$

aus, denkt Φ durch Ausführung des Integrales (131), nach Einsetzung der Werthe (135) in die Function unter dem Integral, als Function der Grössen $t, p_1^0, \ldots p_\mu^0, \ldots p_1^{0(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{0(2\nu-1)}$, und somit durch Substitution der für die Grössen (α) gefundenen Werthe als reine Function der Grössen (β) ausgedrückt, so können wir die Variation von Φ auch in die Form setzen:

$$(136)\quad \delta\Phi = \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\Phi}{\partial p_s}\delta p_s + \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\Phi}{\partial p_s^0}\delta p_s^0 + \ldots + \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\Phi}{\partial p_s^{(\nu-1)}}\delta p_s^{(\nu-1)} + \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\Phi}{\partial p_s^{0(\nu-1)}}\delta p_s^{0(\nu-1)},$$

und man erhält somit durch Vergleichung mit (134) die folgenden Beziehungen:

$$(137)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial\Phi}{\partial p_s} &= \frac{\partial H}{\partial p_s'} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s''}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-1}\frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \\ \frac{\partial\Phi}{\partial p_s'} &= \frac{\partial H}{\partial p_s''} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s'''}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-2}\frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{\partial\Phi}{\partial p_s^{(\nu-2)}} &= \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu-1)}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) \\ \frac{\partial\Phi}{\partial p_s^{(\nu-1)}} &= \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}} \end{aligned}\right.$$

und

$$(138)\quad \begin{cases} -\dfrac{\partial\Phi}{\partial p_s^0} = \left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s'}\right)_0 - \left(\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s''}\right)\right)_0 + \ldots + (-1)^{\nu-1}\left(\dfrac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right)_0 \\ -\dfrac{\partial\Phi}{\partial p_s^{0\prime}} = \left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s''}\right)_0 - \left(\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s'''}\right)\right)_0 + \ldots + (-1)^{\nu-2}\left(\dfrac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right)_0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -\dfrac{\partial\Phi}{\partial p_s^{0(\nu-2)}} = \left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu-1)}}\right)_0 - \left(\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right)_0 \\ -\dfrac{\partial\Phi}{\partial p_s^{0(\nu-1)}} = \left(\dfrac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)_0. \end{cases}$$

Differentiirt man die Gleichung (131) nach t, so folgt

$$(139)\qquad \frac{d\Phi}{dt} = H + \sum_{1}^{\mu}{}_{\lambda} P_\lambda p_\lambda$$

oder

$$(140)\qquad \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\frac{\partial\Phi}{\partial p_s}p_s' + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\frac{\partial\Phi}{\partial p_s'}p_s'' + \ldots + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\frac{\partial\Phi}{\partial p_s^{(\nu-1)}}p_s^{(\nu)} = H + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s p_s,$$

und somit vermöge der Gleichungen (137) und (35)

$$(141)\qquad \frac{\partial\Phi}{\partial t} = E + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s p_s.$$

Berechnet man nun aus den μ Gleichungen

$$(142)\qquad \frac{\partial\Phi}{\partial p_1^{(\nu-1)}} = \frac{\partial H}{\partial p_1^{(\nu)}},\ \frac{\partial\Phi}{\partial p_2^{(\nu-1)}} = \frac{\partial H}{\partial p_2^{(\nu)}},\ \ldots\ \frac{\partial\Phi}{\partial p_\mu^{(\nu-1)}} = \frac{\partial H}{\partial p_\mu^{(\nu)}}$$

die μ Grössen $p_1^{(\nu)}, p_2^{(\nu)}, \ldots p_\mu^{(\nu)}$, ausgedrückt durch die übrigen in H enthaltenen Grössen, so dass sich $p_s^{(\nu)}$ in der Form ergiebt

$$(143)\qquad p_s^{(\nu)} = \omega_s\left(p_1, \ldots p_\mu, \ldots p_1^{(\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(\nu-1)}, \frac{\partial\Phi}{\partial p_1^{(\nu-1)}}, \ldots \frac{\partial\Phi}{\partial p_\mu^{(\nu-1)}}\right),$$

und setzt diese Werthe in (140) ein, so ergiebt sich die partielle Differentialgleichung erster Ordnung

$$(144)\qquad \begin{aligned} &\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s'\frac{\partial\Phi}{\partial p_s} + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s''\frac{\partial\Phi}{\partial p_s'} + \ldots + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}p_s^{(\nu-1)}\frac{\partial\Phi}{\partial p_s^{(\nu-2)}} \\ &+ \sum_{1}^{\mu}{}_{s}\omega_s\left(p_1, \ldots p_\mu, \ldots p_1^{(\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(\nu-1)}, \frac{\partial\Phi}{\partial p_1^{(\nu-1)}}, \ldots \frac{\partial\Phi}{\partial p_\mu^{(\nu-1)}}\right)\frac{\partial\Phi}{\partial p_s^{\nu-1}} \\ &= H(p_1, \ldots p_\mu, \ldots p_1^{(\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(\nu-1)}, \omega_1, \omega_2, \ldots \omega_\mu) + \sum_{1}^{\mu}{}_{s}P_s p_s \end{aligned}$$

mit der abhängigen Variabeln Φ und den $\mu\nu+1$ unabhängigen Variabeln

$$t, p_1, \ldots p_\mu, p_1', \ldots p_\mu', \ldots p_1^{(\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(\nu-1)},$$

und es ist dies die für jede Form des kinetischen Potentials nach Berechnung der Grössen $p_1^{(\nu)}, \dots p_\mu^{(\nu)}$ aus den Gleichungen (142) unmittelbar hinschreibbare Form der erweiterten HAMILTON'schen Differentialgleichung.

Kennt man das $\mu\nu + 1$ willkürliche Constanten enthaltende vollständige Integral der partiellen Differentialgleichung (144), von denen eine additiv ist, während man als die anderen die Grössen

$$p_1^0, \dots p_\mu^0, p_1^{0'}, \dots p_\mu^{0'}, \dots p_1^{0(\nu-1)}, \dots p_\mu^{0(\nu-1)}$$

betrachten kann, so werden die $\mu\nu$ Gleichungen (138), in denen die auf den rechten Seiten vorkommenden Grössen

$$p_1^{0(\nu)}, \dots p_\mu^{0(\nu)}, \dots p_1^{0(2\nu-1)}, \dots p_\mu^{0(2\nu-1)}$$

als neu eintretende Constanten betrachtet werden, auf algebraischem Wege die $\mu\nu$ Grössen

$$p_s, p'_s, \dots p_s^{(\nu-1)}$$

als Functionen von t und den $2\mu\nu$ willkürlichen Constanten

$$p_s^0, p_s^{0'}, \dots p_s^{0(2\nu-1)}$$

liefern, welche das vollständige Integralsystem der μ LAGRANGE'schen Gleichungen $2\nu^{\text{ter}}$ Ordnung geben.

Es mag endlich noch das totale HAMILTON'sche Differentialgleichungssystem für den Fall des oben erweiterten kinetischen Potentiales hergeleitet werden, welches in Form und Wesen der bekannten für $H = -T - U$ geltenden Differentialgleichungen einen deutlicheren Einblick gestatten wird.

Seien die äusseren Kräfte P_s gleich Null, so dass die erweiterten LAGRANGE'schen Gleichungen lauten

$$\frac{\partial H}{\partial p_s} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'_s}\right) + \frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_s}\right) - \dots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right) = 0\,,$$

während das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kraft durch die Beziehung

$$\begin{aligned} E = H &- \sum p'_\varrho \left\{ \frac{\partial H}{\partial p'_\varrho} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p''_\varrho}\right) + \dots + (-1)^{\nu-1} \frac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_\varrho^{(\nu)}}\right) \right\} \\ &- \sum p''_\varrho \left\{ \frac{\partial H}{\partial p''_\varrho} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p'''_\varrho}\right) + \dots + (-1)^{\nu-2} \frac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_\varrho^{(\nu)}}\right) \right\} \\ &- \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &- \sum p_\varrho^{(\nu)} \frac{\partial H}{\partial p_\varrho^{(\nu)}} = h \end{aligned}$$

gegeben ist, so werde

$$(145)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial H}{\partial p'_\varrho} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p''_\varrho}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-1}\dfrac{d^{\nu-1}}{dt^{\nu-1}}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_\varrho}\right) = p_{\varrho 2\nu-1} \\ \dfrac{\partial H}{\partial p''_\varrho} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p'''_\varrho}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-2}\dfrac{d^{\nu-2}}{dt^{\nu-2}}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_\varrho}\right) = p_{\varrho 2\nu-2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (\text{für } \varrho = 1, 2, \ldots \mu) \\ \dfrac{\partial H}{\partial p^{(\nu-1)}_\varrho} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_\varrho}\right) = p_{\varrho\nu+1} \\ \dfrac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_\varrho} = p_{\varrho\nu} \end{cases}$$

gesetzt, und aus diesen $\nu\mu$ Gleichungen die $\nu\mu$ Grössen

$$p^{(\nu)}_\varrho,\ p^{(\nu+1)}_\varrho,\ \ldots\ p^{(2\nu-1)}_\varrho$$

als Functionen der übrigen in der Form ausgedrückt

$$(146)\quad \begin{cases} p^{(\nu)}_\varrho = \omega_{\varrho\nu}(p_\sigma, p'_\sigma, p''_\sigma, \ldots p^{(\nu-1)}_\sigma, p_{\sigma 2\nu-1}, p_{\sigma 2\nu-2}, \ldots p_{\sigma\nu}) \\ p^{(\nu+1)}_\varrho = \omega_{\varrho\nu+1}(p_\sigma, p'_\sigma, p''_\sigma, \ldots p^{(\nu-1)}_\sigma, p_{\sigma 2\nu-1}, p_{\sigma 2\nu-2}, \ldots p_{\sigma\nu}) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ p^{(2\nu-1)}_\varrho = \omega_{\varrho 2\nu-1}(p_\sigma, p'_\sigma, p''_\sigma, \ldots p^{(\nu-1)}_\sigma, p_{\sigma 2\nu-1}, p_{\sigma 2\nu-2}, \ldots p_{\sigma\nu}). \end{cases}$$

Setzt man die so erhaltenen Werthe in das kinetische Potential H und den Energievorrath des Systems E ein, so mögen die so erhaltenen Werthe mit (H) und (E) bezeichnet werden, und es ergiebt sich zunächst, wenn man beachtet, dass H ursprünglich nur eine Function der Coordinaten und der Ableitungen derselben bis zur ν^{ten} Ordnung hin war, E dagegen die Ableitungen bis zur $2\nu-1^{\text{ten}}$ Ordnung hin enthält, dass nach den Lagrange'schen Gleichungen

$$(147)\qquad \frac{dp_{s2\nu-1}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_s}$$

ist. Da nun der oben gegebenen Definition gemäss

$$(148)\quad (E) = (H) - \sum p'_\varrho p_{\varrho 2\nu-1} - \sum p''_\varrho p_{\varrho 2\nu-2} - \cdots - \sum p^{(\nu-1)}_\varrho p_{\varrho\nu+1} - \sum p^{(\nu)}_\varrho p_{\varrho\nu}$$

ist, so wird

$$(149)\qquad \frac{\partial(E)}{\partial p_s} = \frac{\partial(H)}{\partial p_s} - \sum p_{\varrho\nu}\frac{\partial p^{(\nu)}_\varrho}{\partial p_s}$$

und da

$$(150)\qquad \frac{\partial(H)}{\partial p_s} = \frac{\partial H}{\partial p_s} + \sum \frac{\partial H}{\partial p^{(\nu)}_\varrho}\frac{\partial p^{(\nu)}_\varrho}{\partial p_s} = \frac{\partial H}{\partial p_s} + \sum p_{\varrho\nu}\frac{\partial p^{(\nu)}_\varrho}{\partial p_s}$$

ist, aus (149) und (150)

$$\frac{\partial H}{\partial p_s} = \frac{\partial(E)}{\partial p_s},$$

so dass die Gleichung (147) in

$$\frac{dp_{s2\nu-1}}{dt} = \frac{\partial(E)}{\partial p_s}$$

übergeht.

Bedeutet nun λ eine der Zahlen $2, 3, \ldots \nu$, so wird

$$\frac{dp_{s2\nu-\lambda}}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda)}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda+1)}}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-\lambda}\frac{d^{\nu-\lambda}}{dt^{\nu-\lambda}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\};$$

nun ist aber nach (148)

$$\frac{\partial(E)}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} = \frac{\partial(H)}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} - \sum p_{\varrho\nu}\frac{\partial p_\varrho^{(\nu)}}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} - p_{s2\nu-\lambda+1}$$

und

$$\frac{\partial(H)}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} = \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} + \sum\frac{\partial H}{\partial p_\varrho^{(\nu)}}\frac{\partial p_\varrho^{(\nu)}}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} = \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} + \sum p_{\varrho\nu}\frac{\partial p_\varrho^{(\nu)}}{\partial p_s^{(\lambda-1)}}$$

woraus nach (145)

$$\frac{\partial(E)}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} = \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} - p_{s2\nu-\lambda+1} = \frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda-1)}}$$

$$-\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda)}}\right) + \ldots + (-1)^{\nu-\lambda+1}\frac{d^{\nu-\lambda+1}}{dt^{\nu-\lambda+1}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\}$$

oder

$$\frac{\partial(E)}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} = \frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda)}} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\lambda+1)}} + \ldots + (-1)^{\nu-\lambda}\frac{d^{\nu-\lambda}}{dt^{\nu-\lambda}}\left(\frac{\partial H}{\partial p_s^{(\nu)}}\right)\right\} = \frac{dp_{s2\nu-\lambda}}{dt},$$

und wir erhalten somit die Beziehung

$$\frac{dp_{s2\nu-\lambda}}{dt} = \frac{\partial(E)}{\partial p_s^{(\lambda-1)}} \qquad (\text{für } \lambda = 2, 3, \ldots \nu).$$

Bildet man nun für $\delta = \nu, \nu+1, \ldots 2\nu-1$

$$\frac{\partial(E)}{\partial p_{s\delta}} = \frac{\partial(H)}{\partial p_{s\delta}} - p_s^{(2\nu-\delta)} - \sum p_{\varrho\nu}\frac{\partial p_\varrho^{(\nu)}}{\partial p_{s\delta}}$$

und bemerkt, dass

$$\frac{\partial(H)}{\partial p_{s\delta}} = \sum\frac{\partial H}{\partial p_\varrho^{(\nu)}}\frac{\partial p_\varrho^{(\nu)}}{\partial p_{s\delta}} = \sum p_{\varrho\nu}\frac{\partial p_\varrho^{(\nu)}}{\partial p_{s\delta}}$$

ist, so folgt

$$\frac{dp_s^{(2\nu-\delta-1)}}{dt} = -\frac{\partial(E)}{\partial p_{s\delta}},$$

und wir erhalten somit den folgenden Satz:

Wenn man vermöge der Gleichungen (3) die Grössen $p_\varrho^{(\nu)}, p_\varrho^{(\nu+1)}, \ldots p_\varrho^{(2\nu-1)}$ durch $p_\varrho, p'_\varrho, \ldots p_\varrho^{(\nu-1)}, p_{\varrho 2\nu-1}, p_{\varrho 2\nu-2}, \ldots p_{\varrho\nu}$ ausdrückt und in den Ausdruck E der Energie einsetzt, der

dann in (E) übergehen möge, so lassen sich die verallgemeinerten LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen durch das erweiterte HAMILTON'sche Differentialgleichungssystem ersetzen

$$\frac{dp_{s2\nu-1}}{dt}=\frac{\partial(E)}{\partial p_s}, \quad \frac{dp_{s2\nu-2}}{dt}=\frac{\partial(E)}{\partial p'_s}, \ldots \frac{dp_{s\nu}}{dt}=\frac{\partial(E)}{\partial p_s^{(\nu-1)}}$$

$$\frac{dp_s^{(\nu-1)}}{dt}=-\frac{\partial(E)}{\partial p_{s\nu}}, \quad \frac{dp_s^{(\nu-2)}}{dt}=-\frac{\partial(E)}{\partial p_{s\nu+1}}, \ldots \frac{dp_s}{dt}=-\frac{\partial(E)}{\partial p_{s2\nu-1}}.$$

Quantitative Bestimmungen an complementären Spectralfarben.

Von Prof. Dr. Arthur König
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. E. du Bois-Reymond.)

Meine beiden letzten in den Sitzungsberichten dieser Akademie veröffentlichten Mittheilungen[1], von denen eine sich grösstentheils auf Versuche des Hrn. J. Zumft stützte, haben neben einigen nicht weiter beachtenswerthen Entgegnungen auch mehrere mit Sachkenntniss ausgerüstete Angriffe erfahren, die zu ihrer Prüfung bez. Widerlegung neue, zeitraubende Versuche von mir erheischen. In theilweisem Anschluss an die in einer jener beiden Mittheilungen über den Sehpurpur gemachten Angaben hat dann fernerhin Hr. J. von Kries[2] eine Ansicht über die Function der Stäbchen in der menschlichen Netzhaut entwickelt, welche von meiner Auffassung nicht unbeträchtlich abweicht.

Die umfangreichen experimentellen Arbeiten, in die ich durch die so entstandene neue Phase im Streite der verschiedenen gegenwärtig noch mit einander ringenden Farbentheorien gedrängt wurde, habe ich bisher nicht zum Abschluss bringen können, besonders weil meine Zeit durch anderweitige litterarische Arbeiten sehr in Anspruch genommen ist. Ich möchte es aber doch nicht unterlassen, jetzt schon dasjenige aus dem bereits erhaltenen Beobachtungsmaterial zu ver-

[1] Arthur König und Joh. Zumft, Über die lichtempfindliche Schicht in der Netzhaut des menschlichen Auges. Sitzungsberichte der Berliner Akademie vom 24. Mai 1894. — Arthur König, Über den menschlichen Sehpurpur und seine Bedeutung für das Sehen. Sitzungsberichte der Berliner Akademie vom 21. Juni 1894.

[2] J. von Kries, Über den Einfluss der Adaptation auf Licht- und Farbenempfindung und über die Function der Stäbchen. Berichte der Freiburger Naturforsch. Gesellsch. Bd. IX S. 61–70. 1894. — J. von Kries, Über die Function der Netzhautstäbchen. Zeitschr. f. Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane. Bd. IX S. 81–123. 1895.

öffentlichen, was — gänzlich abgesehen von dem Zwecke, zu dem es ursprünglich gewonnen wurde — auch aus allgemeinen Gesichtspunkten beachtenswerth erscheint.

Als erste dieser Veröffentlichungen erlaube ich mir eine Mittheilung über quantitative Bestimmungen an complementären Spectralfarben zu machen.

Nach der Hering'schen Farbentheorie wird in einem farblos, also weiss erscheinenden Gemisch von spectralen Lichtern sowohl für die Blaugelb- als auch für die Rothgrünsubstanz ein gleichstarkes Dissimilirungs- wie Assimilirungsmoment gesetzt, wodurch die Wirkung auf die Schwarzweisssubstanz rein hervortritt. Da nun ferner nach Hrn. Hering die Weissvalenz (d. h. also die Wirkung auf die Schwarzweisssubstanz) eines aus zwei farbigen Lichtern gemischten Lichtes gleich ist der Summe der Weissvalenzen der gemischten Lichter, so muss die Summe der Weissvalenzen von zwei farbigen Lichtern stets gleich gross sein, wenn diese Lichter mit einander gemischt ein Weiss gleicher Helligkeit ergeben. In anderer Form lässt sich dieses folgendermaassen ausdrücken: Es mögen zwei spectrale Lichter von den Wellenlängen λ_1 und λ_2 einander complementär (in Hrn. Hering's Bezeichnungsweise antagonistisch) sein, ihnen mögen in einem bestimmten Spectrum die Weissvalenzen W_1 und W_2 zukommen und es möge ferner von dem Lichte λ_1 das Quantum a, von dem Lichte λ_2 das Quantum b (beide Quanta bezogen auf dasselbe Spectrum, auf welches sich W_1 und W_2 beziehen) erforderlich sein, um mit einander gemischt ein Weiss bestimmter Helligkeit zu geben, dann muss stets, welches auch die zusammengehörigen Wellenlängen λ_1 und λ_2 sind, die Summe $a \cdot W_1 + b \cdot W_2$ denselben Werth besitzen.

Ich habe nun für ein in meinem rechten Auge ungefähr 3° unterhalb des Fixationspunktes gelegenes, rundes, im scheinbaren Durchmesser ungefähr $1\frac{1}{3}°$ haltendes Feld die Wellenlängen von elf Paaren complementärer Spectralfarben bestimmt. Sie sind in den mit λ_1 und λ_2 überschriebenen Spalten (1) und (2) der nebenstehenden Tabelle enthalten. Vorher hatte ich in einem bestimmten Dispersionsspectrum den Verlauf der Hering'schen »Weissvalenz« in demselben Theile des Gesichtsfeldes meines rechten Auges durch zahlreiche Messungsreihen in der von Hrn. Hering angegebenen Weise ermittelt. Die hieraus für die betreffenden Wellenlängen λ_1 und λ_2 sich ergebenden Werthe der Weissvalenzen W_1 und W_2 sind in den folgenden Spalten (3) und (4) eingetragen. Die in den Spalten (5) und (6) enthaltenen Coefficienten a und b (in der oben eingeführten Bedeutung) beziehen sich auf ein

Weissgemisch dieser complementären Lichter, welches von ziemlich grosser Helligkeit war, jedoch bei Weitem nicht so hell, dass es auch nur den geringsten Eindruck des Blendenden erzeugte. Das unzerlegte Weiss, welches als constantes Vergleichslicht die Hälfte des oben erwähnten Feldes ausfüllte, wurde von einer Auer-Glühlampe geliefert, der eine passend concentrirte Lösung von Kupferoxydammoniak und Eosin vorgesetzt war. Bei jeder Messung wurde auf das Sorgfältigste seine Helligkeit bestimmt und seine Nuance verglichen mit Hülfe einer

(1) λ_1	(2) λ_2	(3) W_1	(4) W_2	(5) a	(6) b	(7) $a \cdot W_1 + b \cdot W_2$	(8) c	(9) $c(a \cdot W_1 + b \cdot W_2)$
681.8	490.1	0.080	12.90	0.365	1.871	24.17	0.527	12.74
663.7	490.0	0.218	12.80	0.137	1.985	25.44	0.499	12.70
645.9	489.7	0.550	12.48	0.0750	1.955	24.44	0.497	12.13
629.7	489.2	1.40	12.20	0.0608	2.081	25.48	0.489	12.45
614.7	488.3	3.48	11.80	0.0415	1.753	20.82	0.617	12.85
601.2	486.9	7.04	10.96	0.0692	1.890	21.20	0.647	13.71
588.9	484.6	12.42	9.88	0.0828	2.192	22.69	0.595	13.50
578.4	478.2	19.80	7.20	0.106	1.711	14.42	0.889	12.82
570.8	462.5	27.12	3.00	0.153	2.350	11.19	1.084	12.13
568.2	436.8	29.80	0.418	0.164	4.817	6.895	1.843	12.71
567.9	422.2	30.00	0.096	0.171	18.83	6.932	1.920	13.31

Fläche, die erleuchtet wurde von einer sehr constanten Gaslampe, deren Licht vorher durch ein geeignet gefärbtes Glas gegangen war. Die Farbe dieses Vergleichsfeldes stimmte bei allen Intensitäten genau mit der Farbe des Sonnenlichtes überein und zeigte mit diesem auch keine Spur des sogenannten Purkinje'schen Phaenomens. Die Bestimmung der Coefficienten a und b selbst geschah unter Berücksichtigung aller nur denkbaren Fehlerquellen; insbesondere wurde die Reduction auf das der Messung zu Grunde liegende Spectrum, auf welches sich die Werthe W_1 und W_2 beziehen, stets mit dunkeladaptirtem Auge und bei sehr niedriger Intensität ausgeführt. Die Herstellung dieser geringen Intensität geschah durch einen unmittelbar vor dem Auge in den Strahlengang eingeschalteten Episkotister.

Berechnet man nun aus diesen Zahlen die Summe $a \cdot W_1 + b \cdot W_2$, so ergeben sich die in der Spalte (7) mitgetheilten Werthe. Ein Blick auf sie lehrt, dass hier von einer Constanz bei den verschiedenen Paaren der Complementärfarben keine Rede sein kann. Die Ungleichheiten unter den ersten sieben Werthen könnte man vielleicht noch auf Beobachtungsunsicherheit schieben, da ja in jeden Werth von $a \cdot W_1 + b \cdot W_2$ eine ganze Menge von Einzelbestimmungen eingeht; doch ist eine solche Erklärung bei den fünf letzten Werthen der

Grösse und Regelmässigkeit der Abweichungen halber völlig ausgeschlossen.

Um aber ganz sicher zu gehen und mögliche Einwendungen abzuschneiden, noch ehe sie ausgesprochen sind, habe ich jede dieser Gleichungen zwischen dem weissen unzerlegten Licht und dem zweicomponentigen Gemisch noch darauf hin untersucht, wie sie sich bei dunkeladaptirtem Auge und bei so stark herabgesetzter Helligkeit verhielt, dass nur noch die »Weissvalenz« (in Hrn. Hering's Sinn) zur Geltung kam. Es geschah dieses ebenfalls durch Einschaltung des oben bereits erwähnten Episkotisters. Wäre Hrn. Hering's Anschauung zutreffend und die Ungleichheit der erhaltenen Werthe $a \cdot W_1 + b \cdot W_2$ nur durch den Einfluss von Beobachtungsfehlern verursacht, so hätten die Gleichungen auch jetzt noch bestehen bleiben müssen. Es ergab sich aber, dass dieses nicht der Fall war, sondern dass nach der gleichmässigen Verringerung der Intensität bei den ersten acht Gleichungen das Feld mit dem zweicomponentigen Gemisch zu hell, bei den letzten drei Gleichungen aber zu dunkel wurde.

Die in Spalte (8) der Tabelle aufgeführten Coefficienten c geben nun an, auf welchen c-fachen Betrag man dieses Lichtgemisch in seiner objectiven Intensität erniedrigen bez. erhöhen muss, um wieder Gleichheit mit dem unzerlegten Licht zu erzielen. Es war dann also die »Weissvalenz« des Gemisches gleich $c \cdot (a \cdot W_1 + b \cdot W_2)$. Diese Werthe sind in Spalte (9) der Tabelle angegeben. Hier zeigt sich nun erst die nach Hrn. Hering schon für die Werthe $a \cdot W_1 + b \cdot W_2$ zu erwartende Gleichheit; denn die noch vorhandenen Abweichungen muss man, da sie durchaus unregelmässig verlaufen, als Folge von Beobachtungsfehlern betrachten, und man kann sie zugleich als Maass für die Unsicherheit der gesammten Bestimmung ansehen[1].

Durch die vorstehend mitgetheilten Messungen erachte ich den Beweis für erbracht, dass die Anschauung des Hrn. Hering über die Bedeutung der »Weissvalenz« seiner Theorie mit genauen quantitativen Messungen an spectralen Complementärfarben unvereinbar ist, dass die Theorie der Gegenfarben also an ihrem grundlegendsten Punkte mit den Erfahrungsthatsachen nicht im Einklang sich befindet.

Ferner ist durch die Übereinstimmung der in Spalte (9) enthaltenen Werthe der meines Wissens noch fehlende experimentelle Nachweis geliefert, dass die allgemeinen Regeln der additiven Ver-

[1] Meines Erachtens würde eine grössere Sicherheit zu erzielen sein, wenn man die mit einander verglichenen Felder vergrösserte und andererseits aber, um nicht zu nahe an die Fovea heranzukommen, ihren Mittelpunkt weiter vom Fixationspunkt entfernte. Ich beabsichtige solche Versuche später auszuführen.

knüpfung auch bei ganz niederen Helligkeitsstufen für Lichtmischungen gültig sind; man darf nur nicht diejenige Grenze überschreiten, wo die Lichter beginnen ein farbiges Aussehen zu erhalten.

Zum Schlusse möchte ich noch dankend erwähnen, dass die hier mitgetheilten Versuche und Messungen alle an einem Spectralapparat gemacht worden sind, zu dessen Herstellung die Gräfin BOSE-Stiftung mir die Mittel bewilligt hat.



Leydenia gemmipara SCHAUDINN, ein neuer, in der Ascites-Flüssigkeit des lebenden Menschen gefundener amoebenähnlicher Rhizopode.

Von Prof. Dr. E. VON LEYDEN und Dr. F. SCHAUDINN
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. SCHULZE.)

Hierzu Taf. VI.

Auf der ersten medicinischen Klinik der Berliner Universität kamen während der letzten Monate zwei Kranke zur Beobachtung, die beide an Ascites litten, welcher mit grosser Wahrscheinlichkeit mit malignen Neubildungen in Zusammenhang gebracht wurde. Die Punction des Abdomens wurde wiederholt gemacht und ergab eine trübe seröse Flüssigkeit, welche relativ viel Eiweiss und viele zellige Elemente enthielt. Die mikroskopische Untersuchung dieser zelligen Elemente hat zu bemerkenswerthen Beobachtungen geführt, welche Veranlassung zu der nachstehenden Mittheilung gaben.

Fall I. Louise Grand, 22 Jahre alt, wurde am 16. März in die erste medicinische Klinik aufgenommen. Das auffälligste Symptom an derselben war eine starke Auftreibung des Abdomens durch Flüssigkeit (Ascites). Gleichzeitig fand sich geringe oedematöse Anschwellung der Beine; die Venen am Abdomen waren stark ausgedehnt (caput medusae), kein Fieber. Die Untersuchung des Herzens ergab einen Herzfehler (Insufficienz der Aortenklappen), welcher zunächst als die Ursache der hydropischen Anschwellung angesehen wurde. Patientin gab an, dass sich ihr krankhafter Zustand allmählich seit September 1895 entwickelt hätte. Am 17. März wurde die erste Punction des Bauches vorgenommen und etwa 8^{1} einer röthlich-gelben, trüben, stark eiweisshaltigen Flüssigkeit entleert (etwa 3 Procent Albumen). Nach der Punction gelang es, im Abdomen eine Anzahl rundlich knolliger Tumoren von durchschnittlich Wallnussgrösse zu fühlen,

deren Vorhandensein nach den späteren Punctionen (bis jetzt ist die Punction 18 mal ausgeführt worden) immer von Neuem bestätigt wurde. Die mikroskopische Untersuchung der Ascites-Flüssigkeit wurde zum ersten Male am 6. Juli vorgenommen und ergab neben ziemlich zahlreichen rothen Blutkörperchen das Vorhandensein von farblosen Zellen sehr verschiedener Form und Art. Einzelne derselben waren augenscheinlich nach Grösse und Glanz als weisse Blutkörperchen zu deuten. Sie liessen zum Theil die bekannten amoeboiden Formveränderungen erkennen. Ausserdem fanden sich grosse endothelartige Zellen mit scharfen Contouren und grossen ebenso scharf contourirten Kernen in der Anzahl von 1, 2 oder 3. Besondere Aufmerksamkeit erregten gewisse in grosser Zahl vorhandene rundliche, mit fettartigen Tropfen und gelbem Pigment ausgefüllte Zellen, welche gewöhnlich in grösseren Gruppen nesterartig zusammenlagen und nur schwer zu trennen waren; sie fanden sich übrigens auch vereinzelt und hatten dann theils runde, theils andere mannigfach gestaltete Formen. An einer Anzahl dieser Zellen sah man nun borsten- oder strahlenförmige Ausläufer hervortreten, welche an sich keine auffällige Bewegung oder Formveränderung zeigten, welche aber, wie es schien, die Zellennester zusammenhielten. An einigen der vereinzelt gelegenen Zellen wurden nun stärkere Formveränderungen beobachtet, indem längere borsten- oder hakenartige Ausläufer in grösserer Anzahl hervortraten, gleichzeitig auch das Protoplasma Ausstülpungen zeigte, welche bei längerer Betrachtung ihre Formen änderten. Diese und ähnliche Beobachtungen regten zu einer genaueren und consequenteren Untersuchung der Zellgebilde in der Ascites-Flüssigkeit an, und wurden solche nach den folgenden Punctionen immer von Neuem mit grosser Sorgfalt und Geduld vorgenommen. Gerade in den heissen Tagen des Juli schien es, dass die Bewegungsphaenomene der Zellen von auffälliger Lebhaftigkeit und Intensität waren, ja wir konnten constatiren, dass die Bewegungsphaenomene in einer Ascites-Flüssigkeit, welche bereits 3 bis 7 Tage (steril aufbewahrt) gestanden hatte, an Lebendigkeit kaum etwas verloren hatten. Ein ganz besonderes Interesse erregten aber die viel intensiveren Bewegungsphaenomene einzelner Zellen. Dieselben boten in der Regel schon bei der ersten Betrachtung eine mannigfaltigere Form dar, indem sie länglich gezogen und selbst schon mit Ausläufern versehen waren. Sie enthielten fettartige Tröpfchen und gelbes Pigment. Zuweilen war ein kleines kernartiges Gebilde in denselben zu erkennen. Wir concentrirten nun unsere Aufmerksamkeit auf die Beobachtung einzelner oder wenigstens kleinerer Gruppen dieser Zellen und betrachteten sie eine viertel bis eine halbe Stunde, wobei, soweit es anging, jede Erschütterung des Mikroskopes mög-

lichst vermieden wurde. Man beobachtete nun in der Regel in den ersten Minuten keine merkliche Veränderung; dann aber begannen sie mehr oder minder lebhaft Formveränderungen zu zeigen und Ausläufer auszustrecken, welche wiederum eingezogen wurden, während an anderen Stellen ähnliche hervortraten. Hier und da traten sie büschel- oder fächerförmig hervor und hatten zuweilen eine so ausserordentliche Länge, dass die Zelle wohl $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ des Gesichtsfeldes einnahm. Die einzelnen Strahlen der Büschel zeigten verschiedene Länge und Dicke, nicht selten Anschwellungen, welche wechselnde Form annahmen. Zuweilen sah man glänzende Tröpfchen in die Basis der Ausläufer eintreten. Einzelne Ausläufer erstreckten sich weit hinaus und vereinigten sich an ihrem Ende mit anderen derselben Zellen zu höchst eigenthümlichen zarten netzförmigen Gebilden. Endlich sah man auf der Spitze einzelner Ausläufer rundliche knopfartige, blassschillernde, nicht ganz scharf contourirte Dinge aufsitzen, welche sich weiterhin loslösten und welche dem Bilde einer Knospenbildung und Loslösung zu entsprechen schienen. Die Bildung und Rückbildung dieser Ausläufer ging verhältnissmässig nicht langsam, im Ganzen stetig von Statten, ohne dass schlagende, peitschende oder vibrirende Bewegungen zu bemerken waren. Bei diesen Formveränderungen, welche mitunter in einer ganzen Gruppe von Zellen stattfanden, schoben sich einzelne ab und blieben mit den übrigen noch durch mehrere lange Fäden verbunden. Sie selbst boten für sich ebenso mannigfaltige Formveränderungen wie die übrigen dar. Ausser dem Vordringen der Spitzenausläufer zeigte das Protoplasma auch stumpfe rundliche Knospenbildung, aus welcher öfters auch noch borstenartige Pseudopodien hervortraten. Auch in solche stumpfen Knospen sah man die glänzenden Tropfen eintreten. Es sei noch bemerkt, dass in mehreren analogen Zellen Blutkörperchen gesehen wurden (eins bis mehrere). Nachdem diese bemerkenswerthen Erscheinungen zu wiederholten Malen beobachtet waren, wurden wir mehr und mehr davon überzeugt, dass es sich nicht mehr um die bekannten und vielfach beschriebenen amoeboiden Bewegungen weisser Blutzellen handeln könne. Dazu waren die Zellen zu gross, dazu waren die Bewegungserscheinungen viel zu intensiv. Es drängte sich daher der Gedanke auf, dass wir es hier mit besonderen, in solcher Weise und an einem solchen Fundorte noch nicht beobachteten Gebilden zu thun hätten, welche der Classe der Protozoen zuzuzählen sein möchten. Dieser Gedanke gewann eine solche Festigkeit, dass wir die Praeparate Hrn. Geh.-Rath Waldeyer zur Begutachtung vorlegten. Derselbe erkannte das bemerkenswerthe Verhalten des Beobachteten an und veranlasste uns, mit Hrn. Dr. Schaudinn, Assistenten am Zoologischen Institut der hiesigen Uni-

versität, welcher sich seit mehreren Jahren mit Erforschung der Protozoen beschäftigt, in Verbindung zu treten. Derselbe hatte die Güte, auf unsere Bitte einzugehen und legt seine Beobachtungen im Anschluss an diese Mittheilungen vor.

Fall II. Der zweite Fall betrifft einen 63jährigen Mann, Bauwächter, aufgenommen am 26. Juni, welcher mit Blutbrechen erkrankt war und bei seiner Aufnahme das Vorhandensein eines Ascites erkennen liess. Auffällige Blässe des Gesichts und der ganzen Körperhaut; allgemeine Schwäche und Magerkeit. In der Magengegend und am Nabel sind derbe Knoten zu palpiren, welche die Diagnose auf krebsartige Neubildungen begründen. Die Untersuchung des Mageninhalts bestätigte die Diagnose. (Fehlende Salzsäure, Vorhandensein von Milchsäure.) Die Punction des Ascites wurde am 10. Juli zum ersten Male und zwar mit Rücksicht auf den vorhergehenden Fall mit besonderer Vorsicht und Sorgfalt gemacht. Die Flüssigkeit war trübe, zellenreich und wurde sofort zur Untersuchung verwendet. Die mikroskopische Untersuchung ergab ein dem vorigen Falle vollkommen analoges, ebenso überraschendes Resultat. Rothe und weisse Blutkörperchen, daneben in grosser Anzahl die oben beschriebenen runden Zellen mit hellen Tropfen und gelblichen Körnchen, an deren Rändern die Borsten- oder Bartbildung hervortrat. Sodann die grossen multiformen Zellen, welche nach einiger Zeit der Ruhe in lebhafte Bewegung eintraten und die gleichen Gestaltveränderungen, Ausstrecken von Strahlen, Spitzen und Netzen, sowie die Bildung stumpfer Fortsätze erkennen liessen. Wir dürfen auf die genauere Beschreibung verzichten, da die Phaenomene in auffälliger Weise denen des ersten Falles analog waren. Es sei endlich noch bemerkt, dass die Zellennester an den eingetrockneten mikroskopischen Praeparaten ein ungewöhnlich blasses fast homogenes Aussehen hatten, aus welchem die Tropfen durch Contouren sich hervorhoben. An den Rändern dieser Nester traten mattglänzende homogene Gebilde hervor, die Formen von Armen, Knospen oder Pilzen nachahmend. Auch die Zellen dieses zweiten Falles hatte Hr. Schaudinn die Güte zur Untersuchung zu übernehmen. Zum Schlusse möchte ich dankend anerkennen, dass die HH. Stabsarzt Dr. Huber und Oberarzt Dr. Michaelis mich bei diesen Untersuchungen unterstützt haben.

E. von Leyden.

Der letzte Kranke ist inzwischen gestorben. Die Autopsie hat die Diagnose bestätigt. Es fand sich Carcinom des Magens, mehrere bis apfelgrosse Knoten in der Leber, einzelne kleinere in der Milz; auf dem Peritoneum zahlreiche hirsekorn- bis erbsengrosse und noch grössere Knötchen; in der Bauchhöhle etwa noch 2^l trübe Flüssigkeit; die Punctionsöffnungen ohne Störung regelrecht verheilt.

Bau und Fortpflanzung der *Leydenia gemmipara* n. g. n. sp.

Von F. Schaudinn,

Assistent am Zoologischen Institut der Universität Berlin.

Am 19. Juli kam im Auftrage des Hrn. Geh. Rath von Leyden auf eine Empfehlung des Hrn. Geh. Rath Waldeyer Hr. Oberarzt Dr. Michaelis zu mir und theilte mit, dass sich bei zwei Patienten der I. medicinischen Universitätsklinik in der Bauchhöhlenflüssigkeit merkwürdige Zellen mit Eigenbewegung gefunden hätten, die den Verdacht erweckten, dass es fremde Eindringlinge seien. Ich sollte begutachten, ob es vielleicht Protozoen sein könnten.

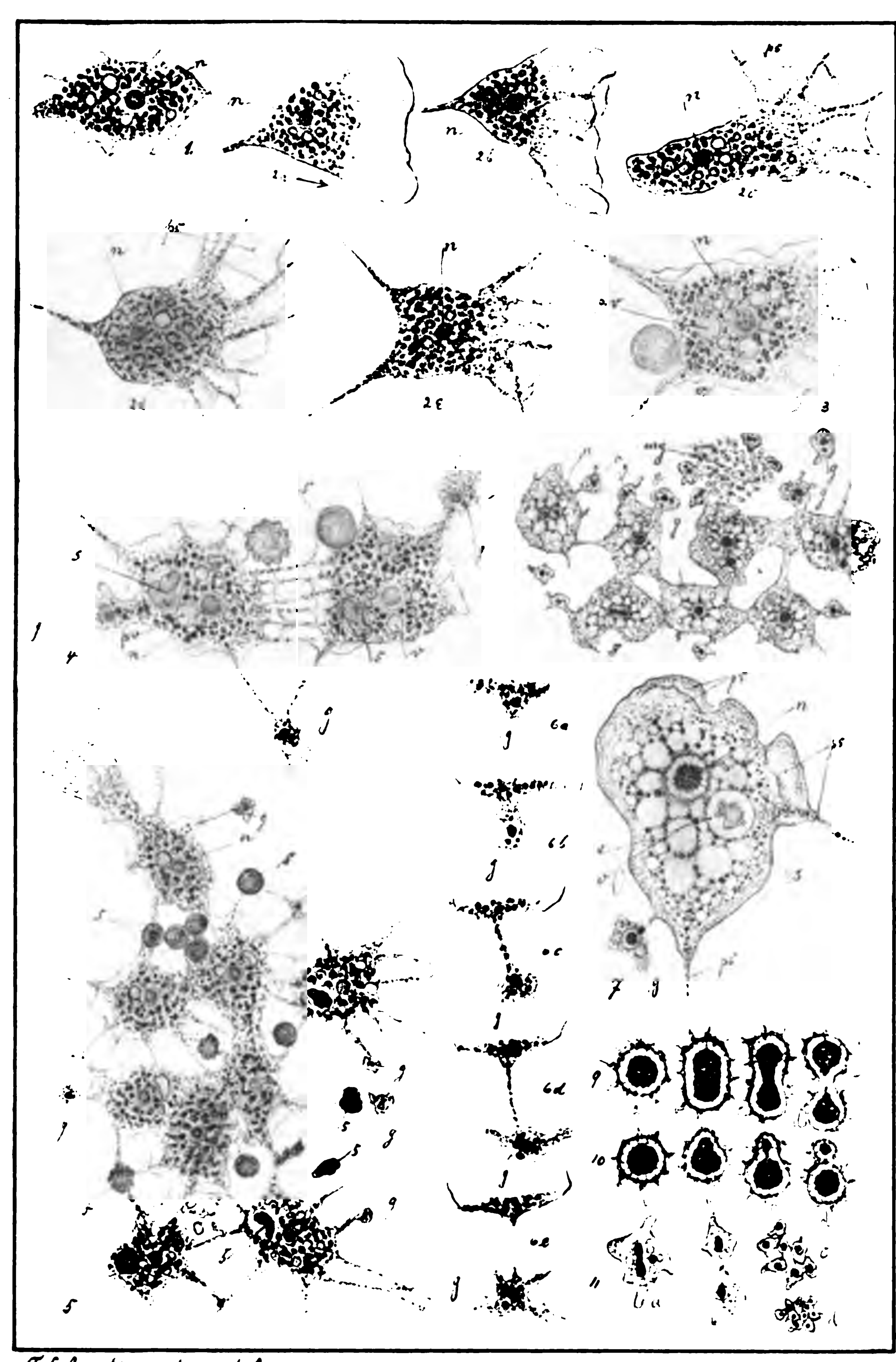
Die Beobachtung der lebenden Zellen, wie das Studium des conservirten Materials bewies in kurzer Zeit, dass es sich bei diesen Zellen, die bereits in der vorhergehenden Mittheilung des Hrn. Geh. Rath von Leyden kurz geschildert sind, um einen parasitären, amoebenähnlichen Rhizopoden handelt. Ich habe bei beiden Patienten die Amoeben genau studirt, habe aber bisher kein Unterscheidungsmerkmal zwischen ihnen finden können, so dass ich sie für Angehörige derselben Species halten muss. Vielleicht ergeben sich noch bei genauerem Studium ihrer Fortpflanzung Unterschiede; ihre frei umherkriechenden Stadien zeigen solche nicht. — Ich gebe diesem Rhizopoden zu Ehren seines ersten Beobachters den Gattungsnamen *Leydenia*; den Speciesnamen *gemmipara* habe ich gewählt, weil der Organismus sich durch Knospung fortpflanzt.

Hrn. Geh. Rath von Leyden sage ich für die Übertragung dieser Arbeit meinen ehrerbietigsten Dank. Ebenso bin ich Hrn. Oberarzt Dr. Michaelis, der mit grosser Geduld nicht nur Zeuge der meisten meiner Beobachtungen war, sondern mir auch in liebenswürdigster Weise bei der Anfertigung der Praeparate zur Seite stand, sowie Hrn. Stabsarzt Dr. Huber, der ebenfalls Material lieferte, zu herzlichem Dank verpflichtet.

Untersuchungsmethoden.

Die den Kranken durch Punction entnommene Ascites-Flüssigkeit wurde steril aufgefangen und im Brutofen bei Körpertemperatur aufbewahrt. Ich habe mich selbst bei einer von Hrn. Oberarzt Dr. Michaelis vorgenommenen Punction des Patienten Nr. II von der Sterilisirung aller Gefässe und Instrumente überzeugt. Auch die Haut des Kranken wurde vor der Operation sorgfältig mit Alkohol gereinigt. In diesem Falle kann ich selbst sicher behaupten, dass die Amoeben nicht nachträglich durch eine etwaige Verunreinigung in die Ascites-Flüssigkeit gelangt sind. Objectträger, Deckgläser, Pipetten, Glasstäbe u. s. w. wurden vor der Benutzung stets sorgfältig mit absolutem Alkohol gereinigt oder ausgeglüht.

Um die zelligen Elemente in der Ascites-Flüssigkeit schnell zu sedimentiren, wurde sie meistens centrifugirt, doch wurden zur Controle auch Praeparate von nichtcentrifugirtem, durchgeschütteltem Ascites angefertigt. Für die Beobachtung der lebenden Amoeben wurde ein Tropfen der Flüssigkeit auf den Objectträger gebracht, mit einem Deckglas bedeckt, das durch Umschmelzen der Ecken in der Gasflamme verhindert wurde, einen Druck auf die darunter befindlichen Objecte auszuüben und schnell mit Wachs umrandet. Die Amoeben blieben in diesen Praeparaten meistens 4—5 Stunden, auch ohne Anwendung des heizbaren Objecttisches, lebendig. Allerdings betrug die Zimmertemperatur 24—25° C. — Die Dauerpraeparate wurden in der Weise angefertigt, dass Deckgläser mit Ascites-Flüssigkeit bestrichen und schnell in eine heisse Mischung von 2 Theilen concentrirter wässeriger Sublimatlösung mit 1 Theil absoluten Alkohols gelegt wurden. Wegen des Eiweissgehaltes blieben meistens eine ganze Anzahl Amoeben auf dem Deckglase haften, und konnte letzteres nun in der üblichen Weise ausgewaschen (mit 63 Procent Jodalkohol), gefärbt und in Canadabalsam eingeschlossen werden. Osmiumgemische, die auch probirt wurden, waren zur Fixirung weniger günstig, weil sie die ziemlich fetthaltigen Amoeben zu sehr schwärzten. Da die Amoeben bei Berührung ihre Pseudopodien einziehen, war es nicht möglich, bei der erwähnten Fixirung dieselben ganz ausgestreckt zu erhalten. Die Fixirung unter dem Deckglase scheiterte daran, dass bei Zusatz der Conservirungs-Flüssigkeit am Rande das Eiweiss zur Gerinnung gebracht wurde und das schnelle Vordringen des Fixirungsmittels verhinderte. Trotzdem konnte ich bei Durchmusterung zahlreicher Praeparate einige wenige Amoeben mit leidlich ausgestreckten Pseudopodien auffinden (Fig. 7).



F. Schaudinn ad nat. del. Lichtdruck der Reichsdruckerei.

von Leyden und Schaudinn: Leydenia gemmipara Schaudinn,
ein neuer, in der Ascites-Flüssigkeit des lebenden Menschen gefundener amoebenähnlicher Rhizopode.



Es wurden zahlreiche Farbstoffe probirt; Boraxcarmin, Brasilin, Biondi'sche Mischung, Fuchsin, Rhumbler'sche Mischung, Haematoxylin-Eosin-Orange, u. a. Als beste Färbungen bewährten sich für das Studium des Plasmas, wie des Kerns lange Tinction (24 Stunden) mit sehr verdünntem Grenacher'schen Haematoxylin und die Eisenhaematoxylinfärbung nach Benda-Heidenhain. — Die Beobachtung wurde mit den besten Zeiss'schen und Seibert'schen Apochromaten vorgenommen.

Gestalt, Bewegung, Pseudopodienbildung.

In contrahirtem Zustand, z. B. kurze Zeit nach Anfertigung des Praeparates, besitzen die Amoeben kugelige oder unregelmässige polygonale Gestalt. Ihre Oberfläche ist selten glatt, sondern mit Buckeln und Höckern besetzt. Sie können einen Durchmesser von 36 μ erreichen. So viel maass die grösste von mir beobachtete, conservirte Amoebe; in nicht contrahirtem Zustand zeigen sie noch bedeutendere Dimensionen. Von dieser Maximalgrösse lassen sich bis zur Minimalgrösse von 3 μ alle Übergänge auffinden, was, wie wir sehen werden, durch die Art der Fortpflanzung bedingt ist. Das Plasma der *Leydenia* ist dicht mit stark lichtbrechenden, gelblich glänzenden Körnern durchsetzt, und ist ihr Aussehen daher bei durchfallendem Licht ziemlich opak. Ein hyalines Ektoplasma lässt sich von dem körnigen Entoplasma nur selten unterscheiden und ist auch dann die Grenze dieser beiden Zonen nie scharf. Gewöhnlich machen sich im contrahirten Zustand auf der Oberfläche des grobkörnigen Plasmaklumpens nur hier und da Inseln hyalinen Plasmas bemerkbar. Dieselben treten auch häufig, wie in Fig. 1, buckelartig über die Oberfläche hervor. Aus diesem hyalinen Plasma wird bei der Bewegung ein Theil der Pseudopodien gebildet; nur ein Theil deshalb, weil auch das körnige Plasma sich an der Pseudopodienbildung betheiligt. Es finden sich nämlich zwei Sorten von Pseudopodien; erstens hyaline, lamellöse, zweitens körnige, fadenförmige; beide Formen treten gewöhnlich combinirt auf, können aber auch bei demselben Individuum einander vertreten.

Die Bewegungen und Gestaltveränderungen der Amoebe sind ziemlich träge, was vielleicht auf eine zähflüssige Consistenz des Plasmas schliessen lässt. Die Figuren 2*a*–2*e* stellen die Veränderungen dar, welche dasselbe Individuum in ungefähr 15 Minuten durchmachte; während dieser Zeit wurde ein Raum von etwa 60 μ in der Richtung des Pfeiles in Fig. 2*a* durchlaufen. Bei Beginn der Beobachtung war die Amoebe nahezu kugelig und in ähnlicher Weise mit Buckeln hyalinen Plasmas besetzt, wie das in Fig. 1 dargestellte Individuum. All-

mählich sammelte sich nun alles hyaline Plasma an einer Seite des Thieres an und breitete sich als breiter hyaliner Saum auf der Unterlage aus. Stets kann man beobachten, dass, wenn ein solcher Saum gebildet wird, derselbe in der Bewegungsrichtung nach vorn liegt. Das körnige Entoplasma geht allmählich in die hyaline Pseudopodienplatte über. Das hintere Ende des in Fig. 2 gezeichneten Thieres läuft in einen ganz andersartigen körnigen Fortsatz aus. In dem auf Fig. 2*b* gezeichneten Stadium hat sich die hyaline Lamelle gefaltet. Die Falten erheben sich von dem Weichkörper nach verschiedenen Richtungen in das umgebende Medium. In die Lamellen hinein sind Stränge körnigen Plasmas getreten, die besonders deutlich an den Kanten, in welchen die lamellösen Pseudopodien zusammenstossen, sich bemerkbar machen. Diese körnigen Stränge können nun über die Grenze der Lamellen hinaus sich in das umgebende Medium ausdehnen und lange spitze Pseudopodien bilden (vergl. Fig. 4 und 5). Ihre Basen werden dann durch die lamellösen Plasmaplatten, wie durch Schwimmhäute verbunden. Die Contouren dieser Lamellen sind oft sehr zart und schwer wahrzunehmen. Besser als eine lange Beschreibung stellen die Fig. 2–5 den Charakter dieser Pseudopodien dar. Die Bildung der plattenartigen Pseudopodien erinnert lebhaft an ganz ähnliche Erscheinungen, die F. E. Schulze[1] bei *Placopus* beschrieben hat. Ich verweise auf seine klare Darstellung dieser etwas schwer zu beschreibenden Gebilde. Sie gilt fast vollständig für *Leydenia*. Die Ähnlichkeit der Fig. 2*c* mit Fig. 13 auf Tafel XIX der Abhandlung F. E. Schulze's ist z. B. frappant; wie dort, treten auch hier »mehrere unter verschiedenen Winkeln zu einander gestellte und mit einander verschmelzende Lamellen auf der Oberfläche des Thieres hervor; dieselben schliessen trichterartige oder kappenförmige Hohlräume mit weiter nach aussen gerichteter Mündung ein«. Während aber bei *Placopus* die Stränge körnigen Plasmas an den Lamellenkanten nur bis zur Grenze der Lamellen gehen, treten sie bei *Leydenia* häufig als lange, filöse Pseudopodien darüber hinaus. An letzteren kann man bei genauem Zusehen sehr träge Bewegung der Körnchen wahrnehmen. Lebhafte Körnchenströmung habe ich nur einmal bei einem Individuum beobachtet, doch halte ich dieselbe nicht für normal, weil das Thier kurz nach dem Beginn der Beobachtung abstarb und ziemlich schnell zerfiel. Ebenso muss ich die gelegentliche Anastomosenbildung zwischen Pseudopodien desselben Individuums für pathologisch erachten, weil sie nur bei Thieren auftrat, die sehr lange unter dem Deckglas

[1] F. E. Schulze, Rhizopodenstudien IV. Archiv für mikrosk. Anat. Bd. 11. 1875. S. 349.

sich befanden. Hingegen kann man die Verschmelzung der Pseudopodien verschiedener Individuen häufig beobachten (Fig. 4 und 5). Die Fähigkeit der Plastogamie ist in hohem Grade vorhanden; hierdurch kommt es nicht selten zur Bildung grosser Aggregat-Plasmodien. Innerhalb derselben sind die Einzelthiere durch verschieden dicke und lange Plasmabrücken verbunden (Fig. 5), ähnlich, wie dies ja von zahlreichen Rhizopoden bekannt ist (Heliozoen, Labyrinthuleen u. a.). Bis zu 40 Individuen konnte ich in manchen Colonien zählen. Die Möglichkeit, dass diese Zellaggregate durch das Centrifugiren entstanden sein könnten, auf die Hr. Geh. Rath Schulze mich freundlichst aufmerksam machte, konnte ich dadurch ausschliessen, dass ich diese Colonien auch in nicht centrifugirtem Ascites fand.

Einschlüsse des Plasmas und feinerer Bau desselben.

Die zahlreichen körnigen Einschlüsse des Plasmas lassen sich schwer deuten. Ein Theil derselben ist fettartiger Natur; es sind dies stark lichtbrechende, gelbliche Körnchen oder Tröpfchen, die sich mit Osmiumsäure schwärzen und in absolutem Alkohol auflösen. Die übrigen sind sicher auch noch verschiedener Natur; einzelne eckige, krystallähnliche, mit grünlichem Schimmer, kann man vielleicht als Excretkörner auffassen; jedenfalls haben sie grosse Ähnlichkeit mit den entsprechenden Gebilden anderer Protozoen, sie sind z. B. doppelbrechend im polarisirten Licht. Andere kann man als Nahrungsreste ansprechen. Ich komme hiermit zu der wichtigen Frage, wovon die *Leydenia* sich nährt. Wiederholt habe ich das Umfliessen von rothen und weissen Blutkörperchen beobachtet; dieselben wurden vollständig dem Plasma einverleibt und in eine sogenannte Nahrungsvacuole eingeschlossen (Fig. 4*s*). Wenn die Blutkörper vor der Aufnahme glattrandig waren, so wurden sie innerhalb des Amoebenplasmas ganz unregelmässig gestaltet, sie schrumpften zusammen. Ihre vollständige Verdauung habe ich freilich nicht beobachten können, das dauert zu lange; die Amoeben sterben gewöhnlich unter dem Deckglas nach 4–5 Stunden, oft schon früher ab. Die körnigen Pseudopodien scheinen wie bei zahlreichen Rhizopoden auch ausserhalb des Körpers die Nahrung verdauen zu können. Wiederholt habe ich beobachtet, dass die Pseudopodien zweier Amoeben ein zwischen ihnen gelegenes Blutkörperchen umflossen und dass das letztere nach kurzer Zeit ganz zusammengeschrumpft war (vergl. Fig. 5). Ein Theil der gelblichen Plasmaeinschlüsse kann hiernach vielleicht als unverdautes Haemoglobin aufgefasst werden.

Ausser den körnigen Inhaltsgebilden des Plasmas machen sich zahlreiche grössere und kleinere Flüssigkeitsvacuolen in demselben be-

merkbar. In contrahirtem Zustand der Amoebe sieht man dieselben weniger gut, als wenn sie sich flach ausbreitet (Fig. 3). Im centralen Theil der Zelle finden sich die grössten Vacuolen, gegen die Peripherie werden sie allmählich kleiner, was besonders deutlich an den conservirten Amoeben (Fig. 7 und 8) hervortritt, weil hier die störenden Fetttropfen gelöst sind.

An flach ausgebreiteten Individuen kann man sich leicht von dem Vorhandensein einer pulsirenden Vacuole überzeugen, ihre Contractionen erfolgen ziemlich langsam (etwa viertelstündlich).

Über die feinste Structur des Plasmas kann man seines Körnerreichthums wegen am lebenden Thier wenig ermitteln. Das im Leben scheinbar ganz hyaline Plasma der plattenartigen Pseudopodien erweist sich beim conservirten Thier als feinwabig (im Sinne Bütschli's, vergl. Fig. 7). Während das Centrum der Zelle grobvacuolär erscheint, nimmt die Grösse der Alveolen gegen die Peripherie hin allmählich ab, bis zur Grösse der Bütschli'schen Alveolen ($\frac{1}{2}-1\mu$). Auf der Oberfläche des Körpers ist meistens eine Alveolarschicht deutlich zu erkennen. Die lamellösen Pseudopodien bestehen an machen Stellen nur aus einer Alveolenlage.

Bei der Conservirung zerfallen die körnigen, spitzen Pseudopodien an ihren Enden nicht selten in eine Reihe von spindelförmigen Körpern, die nur durch feine Verbindungsfäden zusammenhängen.

Kernverhältnisse und Fortpflanzung.

Leydenia besitzt, wenn sie sich nicht zur Fortpflanzung vorbereitet, stets nur einen Kern. Derselbe ist gewöhnlich schon deutlich am lebenden Thier wahrzunehmen (Fig. 1–5) und stellt eine helle Blase dar, in der sich ein grosser stärker lichtbrechender Kernkörper befindet. Dieser einfachste, bläschenförmige Typus des Kerns findet sich bekanntlich bei zahlreichen Rhizopoden vor. Bei stärksten Vergrösserungen erkennt man, dass der grosse Binnenkörper des Kerns aus sehr dicht an einander gelagerten Körnchen besteht. Noch deutlicher als im Leben tritt dies bei der Färbung des Kerns hervor. Die Färbung mit Boraxcarmin, Thionin, Brasilin lehrt, dass der Hauptbestandtheil des grossen »Pseudonucleolus« aus Chromatin gebildet wird. In das wabige Liningerüst sind die Chromatinbrocken so dicht eingelagert, dass sie im Centrum einen soliden kugeligen Klumpen bilden. Nur bei starkem Ausziehen des Farbstoffs kann man sich von diesem Verhalten überzeugen. Im peripheren Theil des Kerns findet sich kein Chromatin, hier sind die Lininalveolen in einer radiären Alveolarschicht angeordnet (vergl. Fig. 7). Während man am lebenden Object

nicht mit Sicherheit das Vorhandensein einer Kernmembran erkennen kann, macht sich bei der Färbung eine deutliche dunklere Grenzschicht gegen das vacuoläre Plasma bemerkbar. Eine feinere Structur habe ich an derselben nicht wahrnehmen können, auch war sie nicht deutlich doppelt contourirt (vergl. Fig. 7 und 9). Es schien mir vielmehr, als ob sich nur etwas homogenes Plasma um den Kern angesammelt hätte, ähnlich wie ich dies bei *Paramoeba*[1] früher beschrieben habe.

Die Grösse des Kerns ist schwankend, ebenso wie die der Thiere selbst; doch steht sie in einem ziemlich constanten Verhältnisse zum Durchmesser der Amoeben (in contrahirtem Zustand), nämlich von 1:5. Bei einem Durchmesser des Körpers von 25 μ kann man auf einen Kerndurchmesser von 5 μ rechnen. Da die Alveolarschicht des Linins die ziemlich constante Dicke von $\frac{3}{4}-1\,\mu$ besitzt, lässt sich hiernach der Durchmesser des Pseudonucleolus in jedem Falle leicht berechnen. Diese constanten Grössenverhältnisse der Kerne sind sehr charakteristisch für unsere Rhizopoden.

Die Fortpflanzung der *Leydenia* erfolgt durch Theilung und Knospung; eine Grenze zwischen diesen beiden Modis lässt sich nicht ziehen; die beiden Theilstücke, in die sich das Thier durchschnürt, können gleich, aber auch sehr verschieden gross sein. Was für die ganzen Thiere gilt, lässt sich auch bei den Kernen constatiren, die sich vor der Durchschnürung des Plasmas auf directe Weise theilen. Auch hier können die beiden Theilstücke gleich oder verschieden gross sein (Fig. 9 und 10), und zwar bleibt das bestimmte Verhältniss der Kerngrösse zum Plasmadurchmesser auch bei der Theilung bez. Knospung bestehen. Wenn die Kerntheile gleich sind, zerfallen auch die Thiere in annähernd gleiche Theile. Den Verlauf der Knospung, wie er sich beim Beobachten des lebenden Thieres darstellt, sieht man in den Fig. 6*a*–6*e*. Ein kleiner Vorsprung auf der Oberfläche des Plasmas wölbt sich allmählich hervor, schnürt sich ab und kriecht als Amoebe fort.

Die directe Kerntheilung erfolgt in derselben Weise, wie sie zuerst F. E. Schulze[2] bei einer Amoebe und in neuester Zeit ich selbst bei den Heliozoen[3] beschrieben habe. Wie Fig. 9 zeigt, streckt der Pseudonucleolus sich in die Länge, wird hantelförmig und schnürt sich durch, wobei zugleich die Alveolarschicht durchgetrennt wird. In Fig. 10

---

[1] F. Schaudinn, *Paramoeba eilhardi* n. g. n. sp. in: Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wiss. 1896. II. S. 31.

[2] F. E. Schulze, Rhizopodenstudien V. Archiv für mikrosk. Anat. Bd. 11. 1875. S. 592–593.

[3] F. Schaudinn, Über das Centralkorn der Heliozoen. Verhandl. der Deutschen Zoolog. Gesellschaft. 1896. (Wird demnächst erscheinen.)

ist die Abschnürung einer kleinen Kernknospe dargestellt. Zwischen diesen beiden Extremen lassen sich, wie bei den Acanthocystiden, auf den Praeparaten leicht alle Übergänge auffinden. Die Knospung der Amoeben war in der Ascites-Flüssigkeit des Falles II während einiger Tage so lebhaft, dass kaum ein Thier ohne Knospe gefunden wurde, ja in den Colonien fanden sich grosse Conglomerate, die nur aus abgeschnürten Knospen bestanden. Die Menge der Knospen erklärt sich dadurch, dass dieselben gleich nach der Abschnürung vom Mutterthier sich wieder theilen können (Fig. 11*a* und *b*). Durch fortgesetzte Zweitheilung bilden dieselben kleinere und grössere Knospenhäufchen. Die Individuen dieser Aggregate zeigen in der Grösse alle Übergänge (Fig. 11*c. d*). Die kleinsten Derivate dieses Processes sind winzige Amoeben von 3–4μ Durchmesser. Man findet sie oft in grossen Colonien neben den grösseren Amoeben und Knospen vor. Der Kern ist in diesen kleinen Individuen noch gerade als winziges gefärbtes Körnchen wahrzunehmen (vergl. Fig. 8 oben).

Eine genauere Darstellung der hier nur in Kürze geschilderten Bauverhältnisse der *Leydenia* behalte ich mir vor. In eine Discussion über die Frage, ob unser Rhizopode etwas mit dem gleichzeitig vorhandenen Carcinom zu thun hat, kann ich erst nach einer Untersuchung der krebsigen Geschwülste treten, mit der ich jetzt beschäftigt bin. Es sei mir nur gestattet, auf die grosse Ähnlichkeit hinzuweisen, die zwischen den kleinen, hier geschilderten Amoebenknospen und den angeblich parasitären Einschlüssen in den Krebszellen, die Sawtschenko[1] abbildet, besteht. Der Zusammenhang der Amoeben mit dem Carcinom ist wohl möglich. Doch ist meines Erachtens die Frage, ob die Amoeben oder ihre Jugendzustände die Erreger des Carcinoms und anderer maligner Geschwülste sind, nur durch Züchtung zu entscheiden, und vorläufig besitzen wir keine Methoden der Cultivirung für parasitäre Rhizopoden und Sporozoen. Über die systematische Stellung unseres Parasiten lässt sich wenig aussagen, weil die grosse Gruppe der Amoeben wenig durchgearbeitet ist. Sicher gehört er aber in diese Gruppe, und dürfte er vielleicht in der Nähe des freilebenden *Placopus* vorläufig seinen besten Platz finden. Seine hier geschilderten Eigenthümlichkeiten sind so charakteristisch, dass wohl jeder geübte Mikroskopiker ihn von allen Zellen des menschlichen Körpers, sowohl im lebenden wie conservirten Zustand, leicht unterscheiden wird.

[1] I. Sawtschenko, Sporozoen in Geschwülsten. In: Bibl. medica B. II. Heft 4. 1895.

Wir, E. von Leyden und F. Schaudinn, behalten uns weitere Untersuchungen über die Bedeutung des hier geschilderten Parasiten vor und erklären, dass wir über den möglichen Zusammenhang der beobachteten Amoeben mit der gleichzeitigen Krebskrankheit noch nichts Bestimmtes auszusagen im Stande sind.

Tafelerklärung.

Alle Figuren beziehen sich auf *Leydenia gemmipara.*

Fig. 1. Amoebe im ruhenden Zustand, contrahirt. Vergr. $\frac{1000}{1}$.

Fig. 2*a*–2*c*. Fünf Stadien, welche dieselbe Amoebe während ¼ Stunde durchlief. Vergr. etwa $\frac{1000}{1}$.

Fig. 3. Eine flach ausgebreitete Amoebe *p v* = pulsirende Vacuole. Vergr. etwa $\frac{1200}{1}$.

Fig. 4. Zwei verschmelzende Amoeben mit 3 Knospen (*g*). Vergr. etwa $\frac{1200}{1}$.

Fig. 5. Colonie von 9 grossen Amoeben mit zahlreichen Knospen. Vergr. etwa $\frac{1000}{1}$.

Fig. 6*a*–6*e*. Fünf Stadien der Knospenbildung; von dem Beginn der Hervorwölbung (6*a*) bis zur Ablösung der Knospe vergingen ungefähr 20 Minuten. Vergr. $\frac{1200}{1}$.

Fig. 7. Eine conservirte Amoebe (Färbung: verdünntes Haematoxylin). Vergr. $\frac{1500}{1}$.

Fig. 8. Eine Colonie von Amoeben in conservirtem Zustand (Färbung wie bei 7) *g*: Knospen, *mg*: Haufen von Theilungsproducten der Knospen. Vergr. etwa $\frac{1200}{1}$.

Fig. 9. Vier Stadien der directen Kerntheilung (Färbung mit Eisenhaematoxylin). Vergr. $\frac{1500}{1}$.

Fig. 10. Vier Stadien der Kernknospung (Färbung wie in 9). Vergr. $\frac{1500}{1}$.

Fig. 11*a*. *b*. Zwei Stadien der Knospentheilung. Vergr. $\frac{1500}{1}$.

Fig. 11*c*. Knospenhäufchen durch fortgesetzte Theilung der Knospen entstanden. 11*d* ein ähnliches aus noch kleineren Knospen bestehend (Färbung: Eisenhaematoxylin).

In allen Figuren bedeutet: *n* = Kern, *v* = Vacuole, *pv* = pulsirende Vacuole, *ps* = Pseudopodium, *G* = Knospe, *s* = rothes Blutkörperchen.

Alle Zeichnungen sind mit dem Zeichenapparat skizzirt.



Über die Aufzeichnung sehr kleiner Variationen des Erdmagnetismus.

Von Prof. Dr. M. Eschenhagen
in Potsdam.

(Vorgelegt von Hrn. von Bezold.)

Hierzu Taf. VII.

Die auf der beigelegten Tafel wiedergegebenen Curven stellen die Variationen der Horizontal-Intensität zu Potsdam dar, welche von einem neuen photographischen Registrir-Apparat, dessen Walze in einer Stunde nahezu eine volle Umdrehung ausführt, aufgezeichnet sind. Die Abscissenlinie ist durch diese grosse Geschwindigkeit derart verlängert, dass die einer Zeit von 5 Minuten entsprechende Länge 2^{cm} beträgt, also etwa das Zwölffache von der mit dem gewöhnlichen Registrir-Apparat, dessen Walze in einem Tage einen Umlauf macht, erhaltenen Zeitscala. Es eignet sich daher ein solcher, im Princip nicht von den bisherigen verschiedener Apparat zum Studium einzelner Erscheinungen, die aus schnellen Schwingungen der Magnetnadeln bestehen.

Das Magnetometer, welches die vorliegenden Aufzeichnungen lieferte, war ein Unifilarmagnetometer mit einem magnetisirten Stahlspiegel, welcher an einem starken Quarzfaden aufgehängt und durch die Torsion desselben im rechten Winkel zum magnetischen Meridian gestellt ist. Ein in dieser Weise aufgehängter Magnet wird, analog wie ein bifilar aufgehängter, die Variationen der horizontalen Componente des Erdmagnetismus angeben, und zwar ist es, trotzdem die Entfernung vom Registrir-Apparat nur die übliche von $1^{m}.72$ blieb, gelungen, dem Magnetometer die zehnfache Empfindlichkeit, als sie sonst angewendet wird, zu geben; es beträgt nämlich der Werth eines Millimeters der Ordinate 0.000003 C.G.S. oder 0.3γ, wenn wir mit γ die Einheit der fünften Decimale C.G.S. bezeichnen wollen. Bei der gewöhnlichen Registrirung, von welcher das entsprechende Stück in der Grösse, wie sie gezeichnet wird, ebenfalls auf der Tafel wiedergegeben ist, bedeutet 1^{mm} Ordinatenänderung eine Variation von 3.2γ, während die Länge der ganzen Stunde $20^{mm}.5$ in der Abscisse beträgt.

Die mit dem empfindlichen Apparat und der schnell laufenden Walze erhaltenen Registrirungen zeigen, dass die Variationen des Erdmagnetismus zuweilen aus einer Fülle von Einzelheiten bestehen, die bei den gewöhnlichen Registrirmethoden fast gänzlich verloren gehen, da sie nur durch eine unscharfe Zeichnung der Curven auffallen.

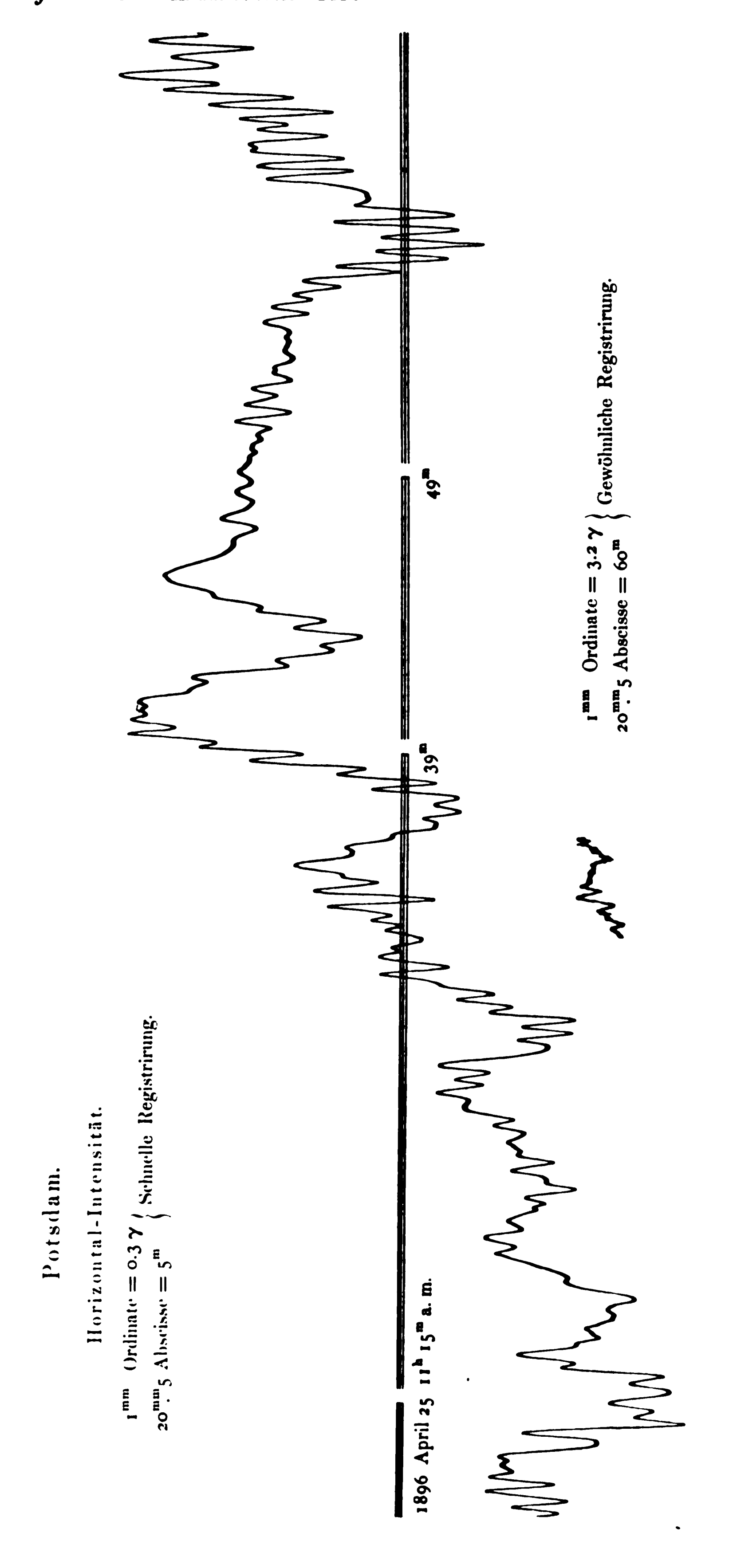
Dieselben sind aber eines weiteren Studiums werth, insbesondere mit Rücksicht auf die örtliche Verbreitung derselben, da zu untersuchen ist, ob dieselben vielleicht von localen Bedingungen abhängen oder nicht. Möglicherweise ist aber noch folgender Punkt von Bedeutung.

Die kleinen Wellen, welche durch jene Verfeinerung der Beobachtungsmethode erkannt werden, scheinen gewissermaassen die einfachsten Elementarbewegungen des Erdmagnetismus darzustellen, da offenbar keine weiteren Details durch fortgesetzte Auflösung zu erkennen sind. Nun zeigt sich zwar, dass die Wellen wohl von verschiedener Amplitude, aber nahezu von gleicher Länge sind. In Zeit ausgedrückt beträgt nämlich die Wellenlänge (von Wellenberg zu Wellenberg) fast regelmässig 30 Secunden, jedenfalls sinken sie nicht erheblich unter diesen Betrag herab.

Es liegt nun die Vermuthung nahe, dass diese Erscheinung mit der Schwingungsdauer der Magnetnadel zusammenhängt, doch beträgt diese nur 8.5 Secunden (für die ganze Schwingung); auch ist die Nadel derart gedämpft, dass nach 20 Secunden auch bei grossen Ausschlägen wieder Ruhe eintritt. Es ist in Folge dessen nicht anzunehmen, dass die Nadel in Folge erdmagnetischer Impulse in pendelnde Bewegungen geräth, die fortdauern, auch wenn die Ursache nicht mehr wirkt, sondern es ist, soweit überhaupt aus den vorliegenden wenigen Registrirungen ein Resultat gewonnen werden kann, zu schliessen, dass die erdmagnetischen Impulse in jenen kurzen Intervallen bei gewisser lebhafter magnetischer Thätigkeit aufeinanderfolgen, wodurch jene Elementarwellen hervorgerufen werden, die natürlich auch grösseren Wellen aufgelagert sein können.

Es dürfte daher wohl von Interesse sein, eine Bestätigung dieser Ansicht durch Fortsetzung dieser Feinregistrirung eventuell an verschiedenen Orten und unter Wechsel der Instrumente zu erzielen um alsdann, wenn diese einfachere Frage gelöst ist, dem Studium der complicirteren erdmagnetischen Störungen mit Aussicht auf besseren Erfolg als bisher näher zu treten.

Die in den wiedergegebenen Curven dargestellte Probe der photographischen Registrirung liefert übrigens einen schönen Beweis, welche Erfolge mit jenem Verfahren bei hinreichend empfindlichem Papier erzielt werden können.



Eschenhagen: Über die Aufzeichnung sehr kleiner Variationen des Erdmagnetismus.



Über die Aufzeichnung sehr kleiner Variationen des Erdmagnetismus.

Von Prof. Dr. M. Eschenhagen
in Potsdam.

(Vorgelegt von Hrn. von Bezold.)

Hierzu Taf. VII.

Die auf der beigelegten Tafel wiedergegebenen Curven stellen die Variationen der Horizontal-Intensität zu Potsdam dar, welche von einem neuen photographischen Registrir-Apparat, dessen Walze in einer Stunde nahezu eine volle Umdrehung ausführt, aufgezeichnet sind. Die Abscissenlinie ist durch diese grosse Geschwindigkeit derart verlängert, dass die einer Zeit von 5 Minuten entsprechende Länge 2^{cm} beträgt, also etwa das Zwölffache von der mit dem gewöhnlichen Registrir-Apparat, dessen Walze in einem Tage einen Umlauf macht, erhaltenen Zeitscala. Es eignet sich daher ein solcher, im Princip nicht von den bisherigen verschiedener Apparat zum Studium einzelner Erscheinungen, die aus schnellen Schwingungen der Magnetnadeln bestehen.

Das Magnetometer, welches die vorliegenden Aufzeichnungen lieferte, war ein Unifilarmagnetometer mit einem magnetisirten Stahlspiegel, welcher an einem starken Quarzfaden aufgehängt und durch die Torsion desselben im rechten Winkel zum magnetischen Meridian gestellt ist. Ein in dieser Weise aufgehängter Magnet wird, analog wie ein bifilar aufgehängter, die Variationen der horizontalen Componente des Erdmagnetismus angeben, und zwar ist es, trotzdem die Entfernung vom Registrir-Apparat nur die übliche von $1^{m}72$ blieb, gelungen, dem Magnetometer die zehnfache Empfindlichkeit, als sie sonst angewendet wird, zu geben; es beträgt nämlich der Werth eines Millimeters der Ordinate 0.000003 C.G.S. oder 0.3γ, wenn wir mit γ die Einheit der fünften Decimale C.G.S. bezeichnen wollen. Bei der gewöhnlichen Registrirung, von welcher das entsprechende Stück in der Grösse, wie sie gezeichnet wird, ebenfalls auf der Tafel wiedergegeben ist, bedeutet 1^{mm} Ordinatenänderung eine Variation von 3.2γ, während die Länge der ganzen Stunde $20^{mm}5$ in der Abscisse beträgt.

Temperatur		Elektromotorische Kraft	
T_1	T_2	(beob.)	(ber.)
286.2	295.2	2.24×10^{-4}	2.06×10^{-4}
286.4	306.4	4.28 »	4.30 »
286.5	316.3	5.40 »	5.30 »
286.7	327.2	5.46 »	5.46 »
286.9	336.6	4.79 »	4.97 »
287.1	345.2	3.42 »	3.98 »

Die benutzten Lösungen waren folgende: an den Enden der Kette Salzsäure von der Concentration 0.0093 normal, und in der Mitte der Kette Salzsäure von der Concentration 0.114. Die obige Tabelle ist nur eins von mehreren Beispielen mit verschiedenen Concentrationen, die denselben Verlauf der elektromotorischen Kraft zeigen.

3. Man bemerkt nun, dass die beobachtete elektromotorische Kraft ein Maximum erreicht, wenn die höhere Temperatur ungefähr 323° beträgt. Im ersten Augenblick scheint ein solches Maximum nach der Theorie unmöglich. Dies ist aber keineswegs der Fall. Die Hauptgleichung (1) lässt sich leicht folgenderweise umwandeln. Wir haben

$$u = \lambda_\infty(1-n),$$
$$v = \lambda_\infty n$$

woraus

$$\frac{u_1-v_1}{u_1+v_1} = 1-2n_1, \qquad \frac{u_2-v_2}{u_2+v_2} = 1-2n_2,$$

wenn n_1 und n_2 die Überführungszahlen bei den entsprechenden Temperaturen T_1 und T_2 sind.

Daher ist

$$(2) \qquad E = 0.86\,[(1-2n_1)\,T_1-(1-2n_2)\,T_2]\log\frac{c_1}{c_2}\times 10^{-4}.$$

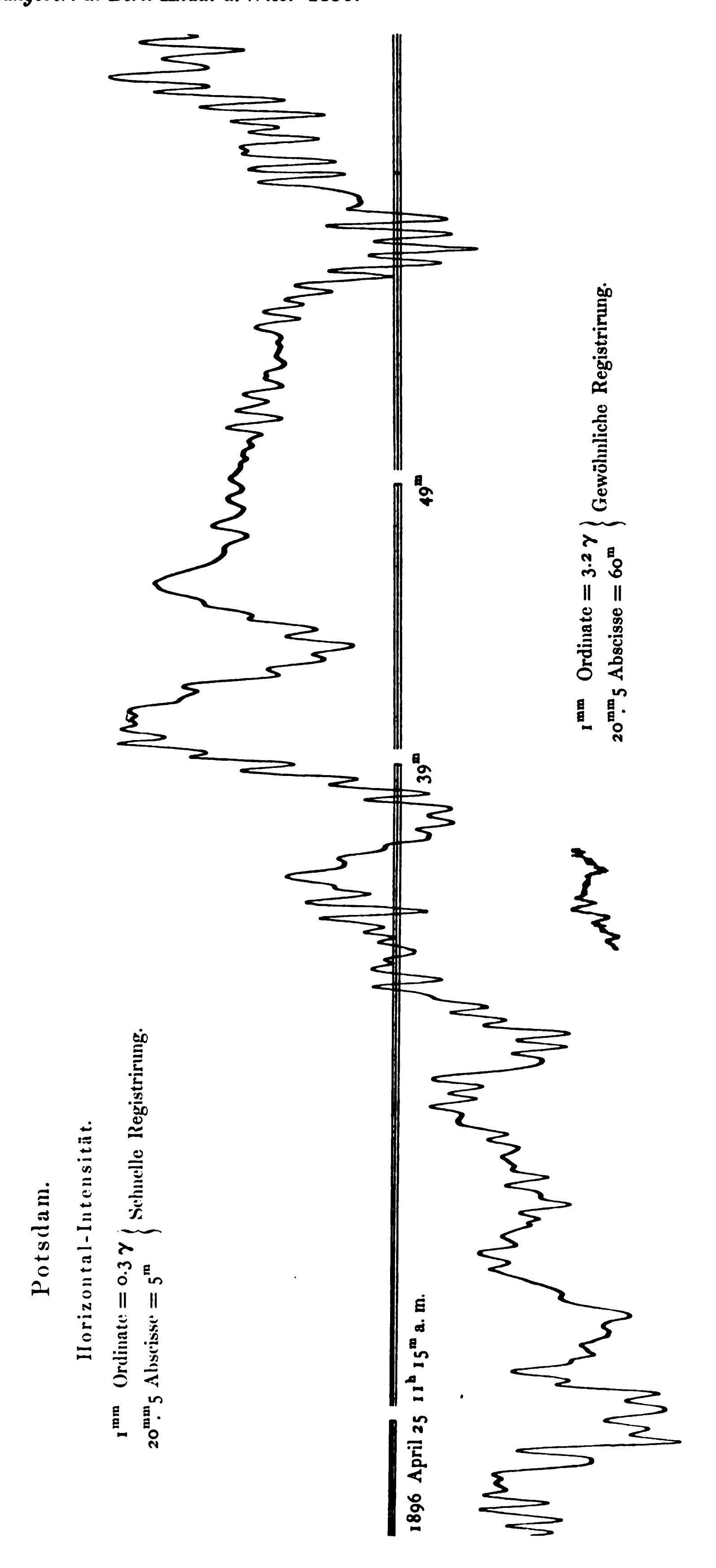
Nun nähert sich nach einem allgemeinen Gesetz[1] die Überführungszahl bei steigender Temperatur dem Werth 0.5, und mithin der Factor $(1-2\,n)$ dem Werth Null. Daher ist die Bedingung für einen Umkehrpunkt die, dass für sehr kleine Temperatur-Differenzen der absolute Betrag des zweiten Gliedes in der obigen Klammer grösser sei, als der des ersten Gliedes.

Um die analytische Bedingung zu finden, nehmen wir an, dass T_1 constant bleibt, und differenziren nach T_2, so bekommen wir

$$(3) \qquad \frac{d}{dT_2}[(1-2n_1)\,T_1-(1-2n_2)\,T_2] = 1-2n_2-2T_2\frac{dn_2}{dT_2},$$

und wenn dieser Ausdruck bei irgend einer Temperatur Null wird, dann tritt an dieser Stelle eine Abnahme der elektromotorischen

[1] Arrhenius, Sur la conductibilité, etc. Stockholm 1884. — Loeb und Nernst, Ztschr. f. physik. Chem. 2 S.963. 1888.



ESCHENHAGEN: Über die Aufzeichnung sehr kleiner Variationen des Erdmagnetismus.

Über elektrolytische Thermoketten.

Von William Duane
aus Cambridge, Mass.

(Vorgelegt von Hrn. van't Hoff am 23. Juli [s. oben S. 877].)

1. Wenn in der folgenden Kette

Elektrode | Lösung 1 $|_a$ Lösung 2 $|_b$ Lösung 1 | Elektrode

(wo Lösung 1 und Lösung 2 denselben binären Elektrolyten aber von verschiedenen Concentrationen enthalten) die beiden Berührungsflächen a und b verschiedene Temperaturen besitzen, dann sind die an den Flächen auftretenden elektromotorischen Kräfte verschieden gross; und es besitzt die ganze Kette eine elektromotorische Kraft, die nach Nernst[1] beträgt:

$$E = 0.86 \left[\frac{u_1 - v_1}{u_1 + v_1} T_1 - \frac{u_2 - v_2}{u_2 + v_2} T_2 \right] \log \frac{c_1}{c_2} \times 10^{-4} \quad (1)$$

In dieser Formel bedeuten u und v die Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen des gelösten Stoffes, T_1 und T_2 die absoluten Temperaturen der beiden Berührungsflächen, und c_1 und c_2 die Concentrationen der beiden Lösungen. Der Zweck dieser Mittheilung ist die experimentelle Prüfung dieser Gleichung.

2. Die elektromotorischen Kräfte einer derartigen Kette wurden bei verschiedenen Temperatur-Differenzen mittels eines sehr empfindlichen Thomson'schen Galvanometers gemessen. Die Einrichtung des Apparats wird später in einer ausführlichen Abhandlung beschrieben werden. Es genügt hier zu sagen, dass die elektromotorischen Kräfte bis auf einige Millionstel Volt bestimmt wurden. Die folgende Tabelle enthält die Versuchsergebnisse.

---

[1] Ztschr. f. physik. Chem. 4 S. 170. 1889.

Temperatur		Elektromotorische Kraft	
T_1	T_2	(beob.)	(ber.)
286.2	295.2	2.24×10^{-4}	2.06×10^{-4}
286.4	306.4	4.28 »	4.30 »
286.5	316.3	5.40 »	5.30 »
286.7	327.2	5.46 »	5.46 »
286.9	336.6	4.79 »	4.97 »
287.1	345.2	3.42 »	3.98 »

Die benutzten Lösungen waren folgende: an den Enden der Kette Salzsäure von der Concentration 0.0093 normal, und in der Mitte der Kette Salzsäure von der Concentration 0.114. Die obige Tabelle ist nur eins von mehreren Beispielen mit verschiedenen Concentrationen, die denselben Verlauf der elektromotorischen Kraft zeigen.

3. Man bemerkt nun, dass die beobachtete elektromotorische Kraft ein Maximum erreicht, wenn die höhere Temperatur ungefähr 323° beträgt. Im ersten Augenblick scheint ein solches Maximum nach der Theorie unmöglich. Dies ist aber keineswegs der Fall. Die Hauptgleichung (1) lässt sich leicht folgenderweise umwandeln. Wir haben

$$u = \lambda_\infty(1-n),$$
$$v = \lambda_\infty n$$

woraus

$$\frac{u_1-v_1}{u_1+v_1} = 1-2n_1, \qquad \frac{u_2-v_2}{u_2+v_2} = 1-2n_2,$$

wenn n_1 und n_2 die Überführungszahlen bei den entsprechenden Temperaturen T_1 und T_2 sind.

Daher ist

$$E = 0.86\,[(1-2n_1)T_1-(1-2n_2)T_2]\log\frac{c_1}{c_2}\times 10^{-4}. \tag{2}$$

Nun nähert sich nach einem allgemeinen Gesetz[1] die Überführungszahl bei steigender Temperatur dem Werth 0.5, und mithin der Factor $(1-2\,n)$ dem Werth Null. Daher ist die Bedingung für einen Umkehrpunkt die, dass für sehr kleine Temperatur-Differenzen der absolute Betrag des zweiten Gliedes in der obigen Klammer grösser sei, als der des ersten Gliedes.

Um die analytische Bedingung zu finden, nehmen wir an, dass T_1 constant bleibt, und differenziren nach T_2, so bekommen wir

$$\frac{d}{dT_2}[(1-2n_1)T_1-(1-2n_2)T_2] = 1-2n_2-2T_2\frac{dn_2}{dT_2}, \tag{3}$$

und wenn dieser Ausdruck bei irgend einer Temperatur Null wird, dann tritt an dieser Stelle eine Abnahme der elektromotorischen

[1] Arrhenius, Sur la conductibilité, etc. Stockholm 1884. — Loeb und Nernst, Ztschr. f. physik. Chem. 2 S.963. 1888.

Kraft bei steigender Temperatur auf (Lage des sogenannten »neutralen Punktes«).

Dies ist der Fall bei unserer Salzsäure-Kette. Der Werth für n ist 0.200[1]. Der Temperaturcoefficient der Überführungszahl ist noch nicht genau bestimmt, und daher scheint es am besten, ihn von den Werthen der Tabelle zu berechnen. Setzen wir

$$n_t = n[1 + \alpha(t - 18^\circ)],$$

so wird unsere Hauptgleichung

$$E = 0.86\{(T_1 - T_2)(1-2n) - 2n\alpha\,[T_1(t-18^\circ) - T_2(t-18^\circ)]\} \times \log\frac{c_1}{c_2} \times 10^{-4}\,.$$

Aus den Werthen der Tabelle bekommt man 0.004135 als den wahrscheinlichsten Werth für α. Setzen wir in Gleichung (3) den Werth

$$\frac{dn_2}{dT_2} = n\alpha = 0.000827$$

ein, so bekommen wir

$$T_2 = 323^\circ$$

als die Temperatur, bei welcher die elektromotorische Kraft ein Maximum erreicht.

In der letzten Columne der Tabelle befinden sich die nach der Formel berechneten elektromotorischen Kräfte. Die Übereinstimmung mit den beobachteten Werthen ist sehr befriedigend zu nennen, zumal da das von der Formel verlangte Maximum an der richtigen Stelle erscheint.

4. Eine weitere Prüfung ist folgende: Es ist leicht, die Temperaturcoefficienten der Wanderungsgeschwindigkeiten u und v aus dem Coefficienten α zu berechnen. Wir haben

$$u = \lambda_\infty(1-n),\quad v = \lambda_\infty n,$$

$$\frac{du}{dt} = (1-n)\frac{d\lambda_\infty}{dt} - \lambda_\infty\frac{dn}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = n\frac{d\lambda_\infty}{dt} + \lambda_\infty\frac{dn}{dt}\,.$$

Der Werth der Grösse $\frac{1}{\lambda}\frac{d\lambda}{dt}$ ist von Déguisne[2] für sehr verdünnte wässerige Salzsäure gegeben und zwar beträgt

$$\frac{1}{\lambda}\cdot\frac{d\lambda}{dt} = 0.01724 + 3\times10^{-6}(t-18^\circ),$$

woraus folgt

---

[1] Ostwald, Chemische Energie, S. 606.

[2] Doctor-Dissertation. Strassburg (1895).

$$v_{Cl} = 63\,[1 + 0.02394\,(t - 18)]$$
$$u_H = 290\,[1 + 0.01575\,(t - 18)]\,.$$

Der Temperaturcoefficient der Wanderungsgeschwindigkeit des Chlors lässt sich annäherungsweise nach der oben beschriebenen Methode aus dem Temperaturcoefficienten der Leitfähigkeit für KCl und NaCl, welche Déguisne[1] gegeben hat, und aus den Werthen der Überführungszahlen für KCl und NaCl bei höheren Temperaturen, welche Bein[2] gefunden hat, zu $x_{Cl} = 0.022$ berechnen, woraus die Geschwindigkeit der Chlorionen folgt

$$v = 63\,[1 + 0.022\,(t - 18^\circ)].$$

Die entsprechende Geschwindigkeit der Wasserstoffionen ist

$$u_H = 290\,[1 + 0.016\,(t - 18^\circ)].$$

Die Übereinstimmung mit den obigen Werthen ist gut.

5. Versuche sind auch mit Chlornatrium und Chlorkalium durchgeführt worden. In diesen Fällen kommen innerhalb der Temperaturgrenzen nach der Theorie und nach der Beobachtung keine Umkehrpunkte vor.

6. Es ist wohl von allgemeinem Interesse, dass in Thermoketten von dem Typus der von mir gemessenen, in denen die Stromerzeugung durch die Nernst'sche Theorie ja auf vollkommen untersuchte (osmotische) Kräfte zurückgeführt worden ist, Umkehrpunkte sich berechnen und vom Experiment quantitativ haben bestätigen lassen; vielleicht ist es nicht ausgeschlossen, dass bei einem eingehenderen Studium der elektrolytischen Thermoketten sich allgemeine Gesichtspunkte für die Theorie der Thermoelektricität überhaupt werden gewinnen lassen.

7. Am Schlusse sei es mir gestattet, Hrn. Prof. Nernst für die ursprüngliche Veranlassung zu dieser Arbeit und für seine Unterstützung während der Ausführung meinen besten Dank auszusprechen.

---

[1] A. a. O.
[2] Wied. Ann. 46 S. 29, 1892.

Über die Verbindung der Epithelzellen unter einander.

Von Franz Eilhard Schulze.

(Vorgetragen am 16. Juli [s. oben S. 837].)

Hierzu Taf. VIII.

Die Vorstellung von der Verbindung der Epithelzellen unter einander hat im Laufe der Zeit mehrfache Änderungen erfahren, zum Theil entsprechend den wechselnden Vorstellungen von dem Baue und der Organisation der Epithelzellen selbst.

Solange man sich noch jede Epithelzelle von einer festen Membran umschlossen dachte, welche in der Regel eine polyedrische Kapsel mit mehreren nahezu ebenen, glatten Wandflächen bilden sollte, lag es nahe, zwischen den dicht neben einander liegenden ebenen Wandflächen benachbarter Zellen eine Kittsubstanz anzunehmen, durch deren verleimende Wirkung das mehr oder minder feste Zusammenhalten der ganzen Zellenmasse verständlich wurde. Diesen interstitiellen Zellenkitt pflegte man sich allerdings etwas weicher vorzustellen, als die Zellenmembran selbst, entsprechend der Erfahrungsthatsache, dass bei einer Zertrümmerung des lebenden oder macerirten Gewebes die einzelnen Zellkörper sich eher von einander lösen als zerreissen; und man war wohl im Allgemeinen geneigt, in demselben eine Zwischensubstanz zu erblicken, welche an dem Eigenleben der Zellen nicht viel mehr Antheil hätte, als etwa die Lymphflüssigkeit an dem Eigenleben der Lymphzellen.

Als im Jahre 1863 durch eine Mittheilung von O. Schrönn[1] über Porenkanäle in den Membranen der Zellen des rete Malpighi beim Menschen die Vorstellung von der homogenen Beschaffenheit der angenommenen Zellenmembranen erschüttert wurde, war freilich damit an sich die Lehre von der Verbindung der Epithelzellen durch eine

[1] Moleschott's Untersuchungen zur Naturlehre. IX. Band, 1865, S. 93.

Temperatur		Elektromotorische Kraft	
T_1	T_2	(beob.)	(ber.)
286.2	295.2	2.24×10^{-4}	2.06×10^{-4}
286.4	306.4	4.28 »	4.30 »
286.5	316.3	5.40 »	5.30 »
286.7	327.2	5.46 »	5.46 »
286.9	336.6	4.79 »	4.97 »
287.1	345.2	3.42 »	3.98 »

Die benutzten Lösungen waren folgende: an den Enden der Kette Salzsäure von der Concentration 0.0093 normal, und in der Mitte der Kette Salzsäure von der Concentration 0.114. Die obige Tabelle ist nur eins von mehreren Beispielen mit verschiedenen Concentrationen, die denselben Verlauf der elektromotorischen Kraft zeigen.

3. Man bemerkt nun, dass die beobachtete elektromotorische Kraft ein Maximum erreicht, wenn die höhere Temperatur ungefähr 323° beträgt. Im ersten Augenblick scheint ein solches Maximum nach der Theorie unmöglich. Dies ist aber keineswegs der Fall. Die Hauptgleichung (1) lässt sich leicht folgenderweise umwandeln. Wir haben

$$u = \lambda_\infty(1-n),$$
$$v = \lambda_\infty n$$

woraus

$$\frac{u_1-v_1}{u_1+v_1} = 1-2n_1, \qquad \frac{u_2-v_2}{u_2+v_2} = 1-2n_2,$$

wenn n_1 und n_2 die Überführungszahlen bei den entsprechenden Temperaturen T_1 und T_2 sind.

Daher ist

$$(2) \qquad E = 0.86\,[(1-2n_1)T_1-(1-2n_2)T_2]\log\frac{c_1}{c_2}\times 10^{-4}.$$

Nun nähert sich nach einem allgemeinen Gesetz[1] die Überführungszahl bei steigender Temperatur dem Werth 0.5, und mithin der Factor $(1-2n)$ dem Werth Null. Daher ist die Bedingung für einen Umkehrpunkt die, dass für sehr kleine Temperatur-Differenzen der absolute Betrag des zweiten Gliedes in der obigen Klammer grösser sei, als der des ersten Gliedes.

Um die analytische Bedingung zu finden, nehmen wir an, dass T_1 constant bleibt, und differenziren nach T_2, so bekommen wir

$$(3) \qquad \frac{d}{dT_2}[(1-2n_1)T_1-(1-2n_2)T_2] = 1-2n_2-2T_2\frac{dn_2}{dT_2},$$

und wenn dieser Ausdruck bei irgend einer Temperatur Null wird, dann tritt an dieser Stelle eine Abnahme der elektromotorischen

[1] Arrhenius, Sur la conductibilité, etc. Stockholm 1884. — Loeb und Nernst, Ztschr. f. physik. Chem. 2 S. 963. 1888.

Epithellen sollen sich zahlreiche strangförmige Verbindungsbrücken quer ausspannen, welche nach MANILLE IDE nichts Anderes sind, als directe Fortsetzungen der beiden sich gegenüberliegenden Membranfasernetze (»la structure et les rapports des ponts démontrent, qu'ils font partie de la membrane«). Während sich nach diesem Forscher ursprünglich zwischen zwei benachbarten jungen Epithelzellen nur eine punktirt erscheinende, gemeinsame Membran befindet, spaltet sich diese später in zwei reticulirte Blätter, welche zu den Specialmembranen der beiden Nachbarzellen werden; und die bei dieser Trennung sich ausziehenden queren Fäden stellen dann die erwähnten strangförmigen Verbindungsbrücken dar, sind also keine Plasmastränge, sondern Membranderivate.

Auch zwischen den Zellen einschichtiger Cylinderepithelien sind in letzter Zeit mehrfach solche seitlichen Verbindungsbrücken beschrieben worden, so zuerst von R. HEIDENHAIN[1] beim Darmepithel des Hundes, wo sie von dem Beobachter als echte Protoplasmabrücken aufgefasst wurden. An den Magenepithelzellen der Katze sah OGNEFF[2] deutlich einen Stachelbesatz der Seitenfläche des Zellkörpers. Diese Stacheln gehen direct in solche der Nachbarzellen über, stellen also Intercellularbrücken dar, zwischen welchen ein System von Kanälchen übrig bleibt. Die gleichen Verhältnisse hat S. GARTEN an den Magenepithelzellen des Hundes und des Frosches erkannt, und kürzlich BARFURTH (bei dem Anatomencongresse in Berlin 1896) am Uterusepithel beschrieben. Hervorheben möchte ich noch, dass S. GARTEN die Weite der Intercellularkanälchen und dementsprechend auch die Länge der Brücken bei den verschiedenen physiologischen Zuständen der Schleimhaut ausserordentlich wechselnd findet.

Als das übereinstimmende Ergebniss aller dieser Untersuchungen kann man demnach die jetzt wohl ganz allgemein angenommene Vorstellung bezeichnen, dass die Epithelzellen unter einander zusammenhängen durch zahlreiche quere Verbindungsstränge, zwischen welchen ein intercelluläres Kanalnetz bleibt, erfüllt mit einer lymphähnlichen Flüssigkeit. Während MANILLE IDE diese Verbindungsbalken von einer ursprünglich einfachen punktirten Grenzmembran herleitet, welche sich nach seiner Angabe später in zwei aus einander weichende reticulirte Membranen der benachbarten Zellen spaltet und die queren Verbindungsstränge als Commissuren zwischen diesen Membranen sich ausziehen lässt, betrachten die übrigen Autoren die Verbindungsbrücken als strangförmige Commissuren der Plasmakörper der benachbarten

---

[1] PFLÜGER's Archiv, Bd. 43. Supplement. 1888 S. 8 und 9.
[2] Biologisches Centralblatt, Bd. XII. 1892 S. 689.

Zellen, sei es, dass sie differenzirte Protoplasmafibrillen nebst Hyaloplasma und auch wohl noch eine besondere scheidenartige Fortsetzung einer zarten Zellenmembran (Cajal) in denselben unterscheiden oder nicht.

Der Grund, weshalb ich in dieser Frage das Wort ergreife, liegt in dem Umstande, dass mir bei der Untersuchung der Epidermis junger lebender Amphibienlarven mittelst starker Vergrösserungen seit längerer Zeit Bilder vorgekommen sind, welche mit den jetzt ziemlich allgemein angenommenen Vorstellungen nicht übereinstimmen und zu einer abweichenden Auffassung der Verhältnisse führen.

Bringt man eine lebende Batrachier- oder Tritonlarve von etwa 2^{cm} Länge in Wasser auf einen Objectträger, welcher zur Aufnahme des dickeren Vordertheiles mit einer Vertiefung versehen ist, und bedeckt man das Thierchen in der Weise mit einem grossen Deckblättchen, dass die Schwanzflosse unmittelbar an der Unterseite des letzteren ausgebreitet liegt, so kann man auch mit den stärksten Immersionssystemen die Epidermis im lebenden Zustande untersuchen. Zum Studium desselben Objectes im überlebenden und allmählich absterbenden Zustande lässt sich natürlich auch der abgeschnittene und ähnlich gebettete Schwanz benutzen.

Vorwiegend habe ich die ziemlich hellen Larven von *Hyla arborea* und *Molge vulgaris* (*Triton taeniatus*) studirt; doch sind auch Larven von unseren *Rana*-Arten, ferner Larven von *Bombinator*, *Pelobates* und *Molge cristata* ganz brauchbar, weniger allerdings die stärker pigmentirten Larven von *Bufo*, *Salamandra* und *Amblystoma*.

Die Epidermis aller dieser jungen Larven besteht im Wesentlichen aus zwei Lagen von ziemlich grossen Zellen, deren oberflächlich gelegene meistens flacher und breiter sind (besonders bei Urodelen-Larven) als die tiefer liegenden. Die ersteren sind bekanntlich an ihrer freien Aussenfläche mit einem Cuticularsaume versehen, die anderen sitzen mit ihrer Unterfläche der Cutis auf. Vereinzelt bemerkt man hier und da auch wohl eine mehr oder minder lang ausgezogene, kriechende Zelle zwischen den Zellen der tieferen Lagen oder zwischen den beiden Zelllagen, wie sie noch jüngst von Flemming vortrefflich beschrieben und abgebildet sind[1]. Die von Kölliker bei den Anuren-Larven entdeckten Stiftchenzellen sowie die aufgeblähten Leydig'schen Zellen der Urodelen-Larven treten erst bei etwas grösseren Larven deutlich hervor.

---

[1] Anatom. Hefte I. Heft 17. 6. Bd. Taf. I. 1 und 2.

Hinsichtlich der Form und Lage der Grenzflächen der Zellen ist zu beachten, dass die frei vorliegende obere Endfläche des Cuticularsaumes der oberflächlichen Zellen im Allgemeinen als eben anzunehmen ist und ein unregelmässiges 5- oder 6-seitiges Polygon mit geraden Seitenlinien darstellt. Ebenso erscheint die basale untere Endfläche der tieferen Zellen, mit welcher diese der Cutis aufsitzen, im Allgemeinen als einfaches 5- oder 6-seitiges Polygon, dessen Seiten in der Regel nahezu gerade oder ganz schwach gebogen sind. Die senkrecht zur Oberfläche gerichteten seitlichen Grenzflächen der Zellen beider Lagen stellen sich ebenfalls grösstentheils als ganz oder nahezu eben dar und bilden gewöhnlich 4- bis 6-seitige Polygone verschiedener Seitenlänge.

Weniger gleichmässig ist dagegen Gestalt und Richtung derjenigen Grenzflächen, mit welchen die Zellen der oberflächlichen und der tieferen Lage auf einander treffen.

Da sich die über einander liegenden Zellen kaum jemals in ihren Umrissen völlig entsprechend genau decken, sondern ganz unregelmässig so überlagern, dass die Vorsprünge der Unterseite der oberen Zellen sich zwischen die Gipfel der unteren und umgekehrt diese letzteren zwischen die oberen Zellen eindrängen, so werden die Grenzflächen in der Regel der freien ebenen Oberfläche nicht parallel, sondern entweder vielfach gebogen oder aus kleineren ebenen (bez. schwach gebogenen) Flächen zusammengesetzt sein. Jedoch ist es von Wichtigkeit, festzuhalten, dass diese letzteren meistens nicht erheblich von der Horizontalen abweichen, also für die Zwecke der Beobachtung im durchfallenden, die horizontal gelegte Schwanzflosse senkrecht durchsetzenden Lichte auch als annähernd horizontal angesehen werden dürfen, während die Seitengrenzflächen der Zellen beider Schichten fast stets als annähernd senkrecht zur Bildebene stehend angenommen werden können.

Auch hinsichtlich der Richtung der Zellkanten ist für die mittlere Höhenregion des ganzen Epithellagers der Umstand hervorzuheben, dass gerade hier zahlreiche Grenzkantenlinien annähernd horizontal verlaufen, während sie in der oberen und unteren Region des Epithellagers (natürlich abgesehen von dessen beiden Terminalflächen) gleich den Zellgrenzflächen fast ausschliesslich senkrecht stehen.

Will man daher Flächenansichten der Zellgrenzflächen oder ihrer Zwischenschichten erhalten, so hat man diese in den mittleren Höhenregionen des ganzen Epithellagers zu suchen; für optische Durchschnitte solcher Zwischenschichten dagegen hat man das Mikroskop am zweckmässigsten auf tiefere Regionen, etwa der Mitte der basalen Zellen entsprechend, einzustellen.

Bei älteren Amphibienlarven, bei welchen die Epidermiszellen nicht mehr in zwei, sondern, unregelmässig geschichtet, in mehreren Lagen über einander liegen, werden in den mittleren Höhenregionen des Epithels Flächenansichten und optische Durchschnitte der Zellgrenzschichten neben einander mannigfach wechseln (Taf. V Fig. 3).

Begreiflicher Weise fallen nun im Allgemeinen bei der Betrachtung aller derartigen Objecte die optischen Durchschnittsbilder der Zellgrenzschichten weit deutlicher in die Augen, als die blasseren und weniger zahlreich im Gesichtsfelde vorhandenen Flächenansichten derselben.

Daher kommt es wohl, dass nicht nur jene zahlreichen Autoren, welche ihre Untersuchungen vorwiegend oder ausschliesslich an Schnitten erhärteter Epithelien gemacht haben, sondern auch die wenigen, welche, wie Pfitzner, Flemming, die Verhältnisse besonders am lebenden Thiere oder an überlebenden Theilen genauer studirt haben, fast ausschliesslich diese Durchschnittsbilder der Grenzschichten, aber kaum je die Flächenansichten eingehend berücksichtigt haben.

Gehen wir zunächst von den Bildern aus, welche uns das Epithel der Schwanzflosse von $1\frac{1}{2}-2^{mm}$ langen lebenden *Hyla-* und *Molge-*Larven bei der Betrachtung mit starken Vergrösserungen gewährt, so sehen wir bei hoher Einstellung auf die obere freie Grenzfläche der Cuticula ein bei manchen Beobachtungen sehr deutlich hervortretendes, bei anderen minder gut erkennbares continuirliches Netz gerader oder ganz schwach geschlängelter breiter Linien, welche unregelmässige 5- bis 7-seitige polygonale Maschen von ziemlich gleichmässigem bei *Hyla* $30-35^{\mu}$ betragenden, bei *Molge* grösserem Durchmesser umschliessen.

Diese Linien erscheinen überall gleich breit und ziemlich glattrandig. Aus diesem Umstande und aus einem gewissen Glanze, den sie bei bestimmten Beleuchtungen aufweisen, kann man schliessen, dass es sich nicht um einfache Grenzen zwischen an einander stossenden Zellen, sondern um eine stärker lichtbrechende Substanz handelt, und dass dies die unlängst von Theodor Cohn[1] entdeckten an gehärteten Objecten durch Eisenhaematoxylin deutlich nachweisbaren Kittleisten sind, welche als stärker lichtbrechende Substanzstreifen zwischen den Rändern der Cuticularsäume der oberflächlichen Epithelzellen eingeschaltet sind und nach Cohn zum Abschluss der Intercellularräume

[1] Anatom. Hefte V. Heft 17. 1. Bd. S. 295 ff.

des Epithels nach aussen zu dienen[1]. — Senkt man nun den Tubus des Mikroskopes so weit, dass letzteres etwa auf Kernhöhe der unteren Zellenlage eingestellt ist, so erhält man in der Regel sogleich das oft beschriebene und auch in Zeichnungen z. B. von Flemming a. a. O. S. 54 richtig wiedergegebene Bild, welches zwischen den unregelmässig polygonalen optischen Querschnitten der Zellkörper hellere Spalten verschiedener Breite zeigt. Diese Spalten sind quer durchsetzt von stärker lichtbrechenden und daher meistens dunkler erscheinenden Intercellularbrücken, welche jederseits mit trompetenförmiger Verbreiterung aus den beiden neben einander liegenden Zellenkörpern entspringen und gewöhnlich in der Mitte am dünnsten sind. Dadurch erhalten die Spatien zwischen den Brücken einen gerundeten, häufig sogar ganz kreisförmig erscheinenden Umriss. Sehr auffällig ist der Umstand, dass die Grösse der Lücken, und zwar sowohl der Abstand der Zellenkörper, als auch der Zellbrücken von einander, zwar an ein und derselben Hautstelle im Allgemeinen übereinstimmt, aber sowohl an den verschiedenen Regionen desselben Larvenschwanzes, als auch bei verschiedenen Thieren, als endlich je nach der Zeitdauer der Untersuchung ganz erheblich differirt. Während in vielen Fällen und zwar gerade bei sehr lebenskräftigen und mit der grössten Sorgfalt vor jedem Insulte, besonders auch vor dem Drucke des Deckglases, geschützten Thieren kaum eine Andeutung von Intercellular-Lücken und -Brücken zu erkennen ist, treten diese bei anderen Thieren und zwar gewöhnlich gerade dann, wenn keine besonderen Vorsichtsmaassregeln angewandt sind,

---

[1] Ein Abschluss des Systems der Intercellularräume nach aussen, und zwar in der Höhe der Cuticularsäume, war übrigens gegen Pfitzner, P. und F. Sarasin schon früher von Flemming (Zellsubstanz, Kern und Zelltheilung, 1882 S. 52 ff.) und von mir (Abhandlungen der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften, 1888 S. 21 ff.) nachgewiesen. Für die Epidermis von *Pelobates*-Larven habe ich damals Folgendes angegeben, a. a. O. S. 21: »Betrachtet man bei Anwendung starker Vergrösserungen ein soeben von der lebenden Larve abgeschnittenes Hautstück, etwa der Schwanzflosse, so bemerkt man bei Einstellung auf die äusserste Oberfläche ein höchst zierliches Leistengitternetz. Dasselbe besteht aus einem Systeme gleichmässig lichtbrechender breiterer Leisten, welche 4—6-eckige ziemlich unregelmässige Polygone von etwa 15—25 μ Durchmesser umfassen, und einem in diesem polygonalen Rahmen sich ausspannenden zarteren Gitternetze mit zahlreichen rundlichen oder abgerundet 6-eckigen Maschen von etwa 3—5 μ Breite. Die von den breiteren Leisten umrahmten grösseren Polygone entsprechen den unmittelbar an einander stossenden Rändern der Epidermiszellen der äussersten Lage.« Und weiter S. 22: »Ich muss ein so dichtes Aneinanderschliessen der Cuticularsäume sämmtlicher Epithelzellen behaupten, dass weder an den Stellen, wo mehrere Zellenecken zusammentreffen, noch zwischen den Seitenrändern der Zellen eine Lücke bleibt.« Dass sich diese Gitterleisten auch an erhärteten Praeparaten derselben cuticularen Grenzlage der Epidermis von *Pelobates*-Larven deutlich markiren, möchte ich durch die hier beigegebene Photographie (Taf. V Fig. 5) beweisen, welche von einem Tangentialschnitt der in Chromsäure gehärteten Haut einer ausgewachsenen *Pelobates*-Larve angefertigt ist.

sofort auf das Deutlichste hervor. Ausserdem kann man ziemlich sicher darauf rechnen, dass einige Zeit nach dem Auflegen des ganzen Thieres oder eines abgeschnittenen Ruderschwanzes auf den Objectträger eine allmähliche Vergrösserung der Lücken und Verlängerung der Brücken erfolgt. Ja, je länger man unter Anwendung des Deckgläschens am lebenden Thiere oder bei abgeschnittenen Schwänzen die Untersuchung ausdehnt, um so weiter werden die Zellinterstitien, bis schliesslich ein Zerreissen der lang ausgezogenen Verbindungsbrücken stattfindet und sich grosse unregelmässig rundliche Lücken zwischen den Zellen bilden, welche den Umfang der letzteren erreichen oder sogar übertreffen können. Während die in einer Reihe neben einander befindlichen (also zwischen je zwei Zellenseitenflächen gelegenen) Intercellularlücken im Allgemeinen gleich gross zu sein pflegen, zeichnen sich diejenigen Lücken, welche den zusammentreffenden Zellkanten oder Zellecken entsprechen, in der Regel durch ihre Grösse aus; und es ist bemerkenswerth, dass zwischen den Kanten und Ecken der Zellen keine diagonalen Verbindungsbrücken vorkommen, dass vielmehr alle Intercellularbrücken ganz oder nahezu rechtwinkelig zu den sich gegenüberliegenden Flächen zwischen diesen ausspannen.

Dieselben Bilder erhält man beim Einstellen des Mikroskopes auf die mittlere Höhe des oberflächlichen Zellenlagers, nur pflegen hier die Intercellularräume um so weniger breit zu sein, je mehr man sich der freien Oberfläche, d. h. also den Kittleisten zwischen den Cuticularsäumen nähert. Daraus folgt die auch an den Flossenrändern oft recht deutlich direct, d. h. im optischen Durchschnitte, wahrnehmbare und schon von Flemming hervorgehobene Thatsache, dass die intercellulären Spalträume nach oben gegen die Kittleisten des Cuticularsaumes zu allmählich enger werden, um schliesslich durch eben diese Kittleisten ihren völligen Abschluss nach aussen hin zu finden.

Während sich nun in den genannten Regionen die intercellulären Spalträume fast ausschliesslich im optischen Querschnitte praesentiren, muss man, um Flächenansichten derselben zu erhalten (wie schon oben erwähnt), das Mikroskop auf jene mittlere Höhenregion des ganzen Epithellagers einstellen, wo die unteren Endflächen der oberflächlichen Zellen auf die oberen Enden der tiefliegenden Zellen treffen. Doch wird man auch hier aus den bereits oben ausführlich erörterten Gründen nicht sowohl eine grosse horizontale Spaltenfläche als vielmehr zahlreiche besondere, verschieden gerichtete, kleinere Grenzspalten erwarten dürfen, von denen wenigstens einige nahezu horizontal liegen und daher auch eine annähernd richtige normale Flächenansicht gewähren können. Bei solcher Einstellung erkennt man nun

an den betreffenden Stellen ein gewöhnlich ziemlich dunkel erscheinendes Netz, dessen polygonale oder abgerundete Maschen hellere Lücken umschliessen. Unter gewissen Umständen können indessen auch die Balken des Maschennetzes hell aufleuchten und sich dadurch nur um so schärfer von den alsdann dunkler erscheinenden, umschlossenen Lücken abheben. Vergleicht man nun die Balken dieses Maschennetzes einer Grenzflächenansicht mit den Verbindungsbrücken, welche daneben im optischen Durchschnitte die Zellinterstitien durchsetzen, so erscheinen beide gleichartig, und man kann an den geeigneten Stellen leicht ihren Zusammenhang, bez. den directen Übergang der einen in die andere, verfolgen. Da, wo bei gewisser Einstellung des Mikroskopes die Intercellularlücken in den optischen Querschnittsbildern der Grenzspalten hell, die Intercellularbrücken dagegen dunkler erscheinen, kann man die letzteren continuirlich in das dunkle Maschennetz der Flächenschichten übergehen sehen, wie z. B. in Fig. 1 links oder Fig. 2 rechts unten. Wo aber an anderen Stellen des Praeparates in den optischen Querschnittsbildern die Intercellularbrücken heller erscheinen, als die Intercellularlücken, wie z. B. in dem mittleren Theile der Fig. 2, lassen sich die helleren Brücken ebenfalls leicht continuirlich in das hier hell erscheinende Maschennetz des Flächenbildes verfolgen. Mit anderen Worten: die Balken des Maschennetzes im Flächenbilde entsprechen den Intercellularbrücken, die von jenen umschlossenen Maschenräume dagegen den Intercellularlücken.

Demnach findet sich zwischen den sich gegenüber liegenden Grenzflächen zweier Nachbarzellen eine einschichtige Lage von Vacuolen, welche mit flüssiger lymphähnlicher Substanz gefüllt und seitlich von einander getrennt sind durch ein die benachbarten Zellkörper verbindendes einschichtiges Brückennetz.

Die Form der intercellulären Vacuolen steht meistens in bestimmter Beziehung zu ihrer Grösse, insofern die kleineren mehr oder weniger rundlich, die grösseren dagegen mehr eckig erscheinen. Während die kleinsten Vacuolen sich in der Regel als Kugeln darstellen, bilden die grösseren Polyeder mit abgerundeten Ecken. Bemerkenswerth ist, dass die Zahl der auf eine Grenzspalte von bestimmter Ausdehnung kommenden Vacuolen mit der wachsenden Grösse der letzteren erheblich abnimmt.

Bei älteren Batrachierlarven, bei welchen die Epidermis mehrschichtig ist, treten auf jedem optischen Flächenschnitt der mittleren Höhenregion des Epithels neben einander Durchschnitts- und Flächenansichten der Intercellularspalten auf, wie dies die Fig. 3 der Taf. VIII

zeigt. Im Übrigen stimmen die Erscheinungen mit den soeben von jüngeren Larven geschilderten im Wesentlichen überein.

Da ich selbst vor Jahren einmal[1] an der hoch geschichteten und der Verhornung unterliegenden Epidermis des Lippenrandes vom Stör an Schnitten und Macerationspraeparaten die alte Auffassung Max Schultze's von dem Ineinandergreifen stachel- und rifförmiger Fortsätze der im Verhornen begriffenen Epidermiszellen bestätigen zu können glaubte, so habe ich jetzt noch einmal dergleichen Praeparate verglichen. An Macerationspraeparaten der in verschiedener Weise fixirten und dann in schwachem Alkohol macerirten Störlippenepidermis finde ich jetzt wie damals die mittelst Schüttelns oder Zerzupfens isolirten Zellen, welche dem in Verhornung begriffenen Theile der Epitheldecke angehörten, mit zahlreichen deutlichen Stacheln oder Zapfen besetzt, welche von den Zellgrenzflächen, meistens rechtwinkelig abstehend, frei vorragen. An dünnen Schnitten sehe ich dagegen jetzt mit starken Objectivsystemen die betreffenden Fortsätze benachbarter Zellen als strangförmige Verbindungsbrücken mit interstitiellem Lückennetze. Je nach dem angewandten Fixirungs- oder Erhärtungsverfahren erscheinen diese intercellulären Brücken mehr oder minder lang ausgezogen. Die in Fig. 4 der Tafel wiedergegebene Photographie ist von einem dünnen Schnitte angefertigt, welcher von einer in Alkohol erhärteten Störlippe stammt. Sie lässt zwischen den besonders lang ausgezogenen strangförmigen Verbindungsbrücken der Zellen entsprechend grosse Intercellularlücken erkennen. Nach Erhärtung in Chromsäure finde ich dieselben Verbindungsstränge meistens viel kürzer. Ob in den tieferen, der Verhornung noch nicht unterliegenden Zellenlagen an der Störlippe die Zellenverbindung ebenfalls durch Stränge oder nicht vielmehr durch netzförmige Brücken oder auf andere Weise geschieht, will ich hier zunächst noch unentschieden lassen, da die Praeparate, welche ich aus diesen Regionen nach der Fixirung durch immerhin sehr eingreifende Reagentien mit nachfolgender Härtung oder Maceration erhalten habe, weder sehr deutlich sind noch hinsichtlich ihrer Beweiskraft einwandsfrei erscheinen können.

Zur Beurtheilung der Frage, welche Bedeutung den hier mitgetheilten Beobachtungsergebnissen für die Auffassung der Zellenverbindung in geschichteten Epithelien im normalen lebenden Körper zu-

[1] »Epithel- und Drüsenzellen« im Archiv für mikrosk. Anatomie. 1867. Bd. III. S. 137 und Taf. VI, 1.

kommt, muss ich von der wiederholt hervorgehobenen Thatsache ausgehen, dass die in der Regel deutlich wahrnehmbare Verbindung mittelst einschichtig netzförmiger Zellbrücken gerade im lebenskräftigsten, also normalen Zustande entweder gar nicht oder nur schwer erkennbar zu sein pflegt, während sie um so deutlicher und auffälliger wird, je länger die Zwangslage der Beobachtung und die drückende Einwirkung des Deckblättchens dauert — beides Momente, welche eine Stauung in der Circulation und damit eine erhebliche Behinderung der normalen Lebensprocesse der Gewebszellen bedingen.

Nun besteht, wie oben mitgetheilt wurde, die erste wahrnehmbare Erscheinung, mit welcher die Bildung des Brückennetzes beginnt, im Auftreten sehr kleiner Vacuolen, welche, mit schwach lichtbrechender Flüssigkeit erfüllt, in einschichtiger Lage in der körnchenlosen und mässig stark lichtbrechenden Grenzschicht auftreten, welche sich zwischen den Epithelzellen befindet.

Da sich aber dieser gerade auf der Grenze der benachbarten Zellen befindliche Mutterboden der Vacuolen ebensowenig scharf gegen die peripherische Plasmaschicht der einzelnen Zellen absetzt, wie diese gegen den inneren Theil des plasmatischen Zellkörpers, so kann man hier eigentlich nicht von einer Intercellularschicht, sondern eben nur von einer Grenzschicht sprechen, in und durch welche die Plasmakörper der membranlosen[1] Zellen mit einander verbunden sind. Ob diese zweifellos sehr weiche, wahrscheinlich sogar halbflüssige Grenzschicht mit der hyalinen, zähflüssigen Grundmasse des Zellkörpers, mit welcher sie ja continuirlich zusammenhängt, auch völlig übereinstimmt, ist gewiss nicht leicht zu entscheiden. Jedenfalls aber wird man annehmen dürfen, dass in dieser Region, welche am weitesten entfernt ist von den Zellencentren (speciell den Kernen), auch der regulirende Einfluss dieser letzteren auf die Lebensprocesse am geringsten sein wird, so dass bei irgend welchen Behinderungen der normalen Functionen, wie z. B. bei Circulationshemmungen und dergl., hier gerade am ersten abnorme Umsetzungen, Ausscheidung ödemähnlicher Flüssigkeit u. s. w. stattfinden kann. Hiernach scheint es mir nicht unwahrscheinlich, dass das als Vorläufer der intercellulären Spaltbildung beobachtete Auftreten zahlreicher sehr kleinen Flüssigkeitströpfchen in der zähflüssigen Grenzschicht und die allmähliche Vergrösserung derselben unter jenen ungünstigen Verhältnissen, welchen

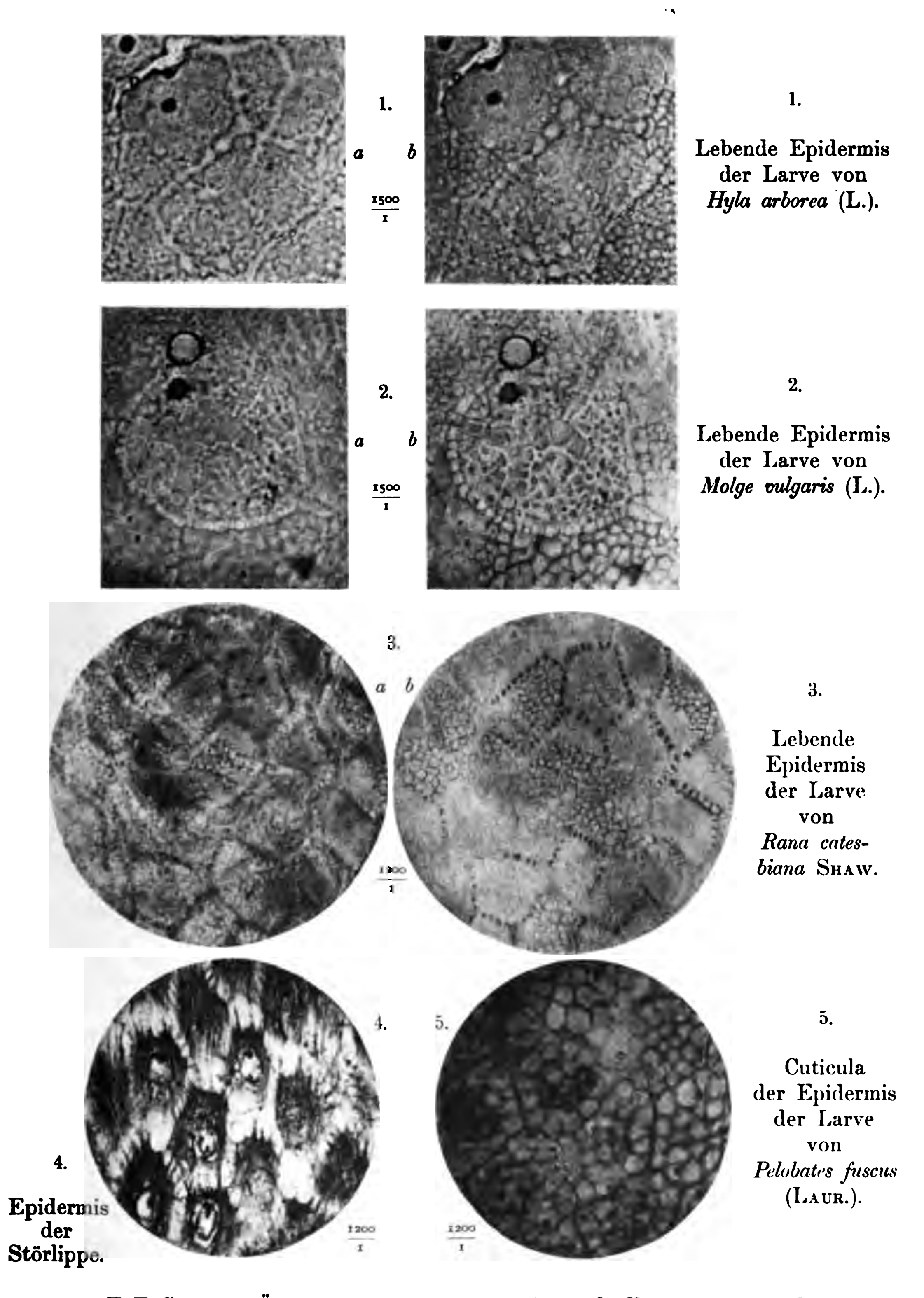
---

[1] Eine nach innen, gegen den plasmatischen Körper der Zelle sich deutlich abgrenzende Zellmembran kann ich bei den von mir untersuchten geschichteten Epithelien nicht erkennen. Auch die beim Verhornungsprocess auftretende Umwandlung der äusseren Partie des Zellkörpers zu einer derberen Masse führt hier nur zur Bildung einer Crusta.

die betreffenden Larven während der Untersuchung durch die Seitenlage auf dem Objectträger und den Druck des Deckglases ausgesetzt sind, auf Stauung im Blut- und Lymphkreislauf und in der übrigen Säftebewegung zurückzuführen ist. Da die durch Ausscheidung lymphähnlicher Flüssigkeit gebildeten Vacuolen bei ihrem Wachsthume allmählich an Zahl abnehmen, so hat man wohl ein theilweises Zusammenfliessen oder bedeutende Entwickelung einiger auf Kosten ihrer nächsten Nachbarn anzunehmen. Jedenfalls aber ist durch die Vergrösserung der in einschichtiger Lage auftretenden Flüssigkeitströpfchen die Reduction der zwischen denselben befindlichen zähflüssigen, stärker lichtbrechenden Grundmasse zu einem Gitternetze verständlich. Durch den Druck der sich vergrössernden Flüssigkeitströpfchen gegen einander und gegen die benachbarten Plasmakörper der Zellen sowie durch den Elasticitätswiderstand der zähen Plasmamasse geht allmählich die kugelige Form der Vacuolen in eine eckige, polyedrische über. Schliesslich wird bei immer mehr zunehmendem Druck der ausgeschiedenen Flüssigkeit ein partielles Zerreissen der dünnen Seitengrenzwände des ganzen Alveolensystems erfolgen müssen, so dass nur noch einfache strangförmige Verbindungsbrücken zwischen den Zellkörpern übrig bleiben und aus den isolirten Vacuolen ein solches zwischen jenen balken- oder strangförmigen, intercellulären Verbindungsbrücken gelegenes intercelluläres, anastomosirendes Lücken- oder Kanalsystem wird, wie es die meisten Autoren bisher an ihren erhärteten und dann geschnittenen oder an macerirten und dann zerzupften Praeparaten gesehen und beschrieben haben; und wie es auch regelmässig bei jedem Verhornungsprocesse in geschichteten Epithelien vorkommt.

Wie schon der letztere Umstand beweist, kann die ganze Erscheinung keineswegs überall als abnorm oder pathologisch bezeichnet werden. Doch bin ich der Ansicht, dass ursprünglich die jungen membranlosen Zellen der geschichteten Epithelien in ganzer Ausdehnung durch eine ziemlich stark lichtbrechende hyaline Grenzschicht verbunden sind, in welcher unter Umständen kleine Flüssigkeitströpfchen in einschichtiger Lage auftreten und durch allmähliche Vergrösserung zur Bildung eines solchen interstitiellen Verbindungsnetzes zwischen den plasmatischen Zellkörpern führen, wie es in den Epidermis junger lebender Amphibienlarven direct wahrnehmbar ist.

Obwohl ich überzeugt bin, dass auch an der Basalfläche der tiefst gelegenen Epithelzellen, also zwischen diesen und der die Cutis abschliessenden Grenzmembran, ferner zwischen den Zellen einschichtiger Epithellager, sowie zwischen den Elementen mancher anderer



1. Lebende Epidermis der Larve von *Hyla arborea* (L.).

2. Lebende Epidermis der Larve von *Molge vulgaris* (L.).

3. Lebende Epidermis der Larve von *Rana catesbiana* Shaw.

4. Epidermis der Störlippe.

5. Cuticula der Epidermis der Larve von *Pelobates fuscus* (Laur.).

F. E. Schulze: Über die Verbindung der Epithelzellen unter einander.

Lichtdruck der Reichsdruckerei

Gewebe vielfach ähnliche oder gleiche Verbindungen bestehen, so will ich doch auf diese Fragen hier zunächst ebenso wenig eingehen, wie auf eine Erörterung der offenbaren Übereinstimmung, welche meine Auffassung in mancher Hinsicht mit Bütschli's bekannten Vorstellungen von der wabigen Structur des lebenden Zellplasmas zeigt.

Tafelerklärung.

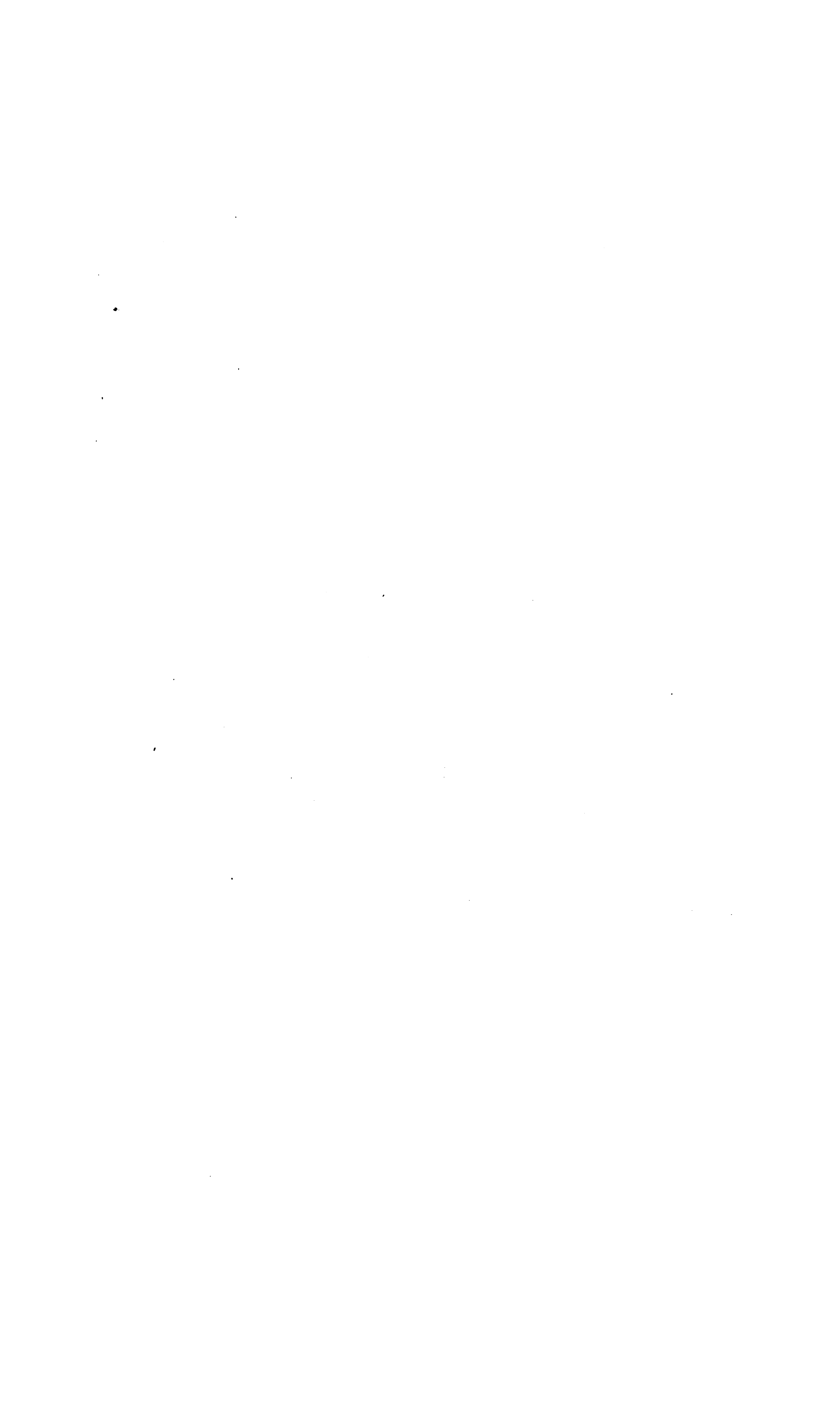
Taf. VIII Fig. 1. Epidermis des Schwanzes einer etwa 15^{mm} langen Larve von *Hyla arborea* (L.). Optischer Flächenschnitt in der Höhe des Zusammentreffens der oberflächlichen und tiefen Zellenlage. Die dunklen Flecke links oben entsprechen Dotterresten. Photographien des Hrn. Dr. Schaudinn bei etwa $\frac{1500}{1}$ Vergrösserung. *a.* Unveränderte Platinotypie. *b.* Auf einer von derselben Platte angefertigten Platinotypie sind einzelne Maschencontouren mit Bleistift stärker markirt.

Fig. 2. Epidermis des Schwanzes einer etwa 15^{mm} langen Larve von *Molge vulgaris* (L.). Optischer Flächenschnitt in der Höhe des Zusammentreffens der oberflächlichen und tieferen Zellenlage. Die dunkeln Flecke und der schwarze Kreis entsprechen Dotterresten. Photographien des Hrn. Dr. Schaudinn bei etwa $\frac{1500}{1}$ Vergrösserung. *a.* Unveränderte Photographie. *b.* Auf einer von derselben Platte angefertigten Platinotypie sind einzelne Maschencontouren mit Bleistift stärker markirt.

Fig. 3. Epidermis des Schwanzes einer etwa 3^{cm} langen Larve von *Rana catesbiana* Shaw. Optischer Flächenschnitt in der mittleren Höhe der Epitheldecke. Photographien des Hrn. Dr. Schaudinn bei etwa 1200facher Vergrösserung. *a.* Unveränderte Photographie. *b.* Auf einer von derselben Platte angefertigten Platinotypie sind manche Maschencontouren mit Bleistift stärker markirt.

Fig. 4. Epidermis der Störlippe. Photographie des Hrn. Dr. Schaudinn von einem feinen Schnitte bei etwa 1200facher Vergrösserung.

Fig. 5. Cuticula der Epidermis einer ausgewachsenen Larve von *Pelobates fuscus* (Law.). Dünner Flächenschnitt der oberflächlichsten Schichten. Photographie des Hrn. Dr. Schaudinn bei etwa 1200facher Vergrösserung.



Über Gruppencharaktere.

Von G. Frobenius.

(Vorgetragen am 16. Juli [s. oben S. 837].)

Bei dem Beweise des Satzes, dass jede lineare Function einer Variabeln unendlich viele Primzahlen darstellt, wenn ihre Coefficienten theilerfremde ganze Zahlen sind, benutzte Dirichlet zum ersten Male gewisse Systeme von Einheitswurzeln, die auch in der nahe verwandten Frage nach der Anzahl der Idealclassen in einem Kreiskörper auftreten (vergl. die Bemerkung von Dedekind in Dirichlet's Vorlesungen über Zahlentheorie, 4. Aufl. S. 625), sowie bei der Verallgemeinerung jenes Satzes auf quadratische Formen und in den Untersuchungen über deren Eintheilung in Geschlechter. Die charakteristische Eigenschaft dieser Ausdrücke besteht nach Dedekind darin, dass sie von einer variabeln positiven ganzen Zahl n abhängige Grössen $\chi(n)$ sind, die nur eine endliche Anzahl von Werthen haben und der Bedingung

$$\chi(m)\chi(n) = \chi(mn)$$

genügen. Wie er in rein abstracter Form ausführt, lassen sich den Elementen $A, B, C, \cdots$ jeder endlichen Gruppe $\mathfrak{H}$ vertauschbarer Elemente (Abel'schen Gruppe) solche Einheitswurzeln $\chi(A), \chi(B), \chi(C), \cdots$ zuordnen, welche die Gleichungen

$$\chi(A)\chi(B) = \chi(AB)$$

befriedigen, und die er nach dem Vorgange von Gauss die *Charaktere der Gruppe* nannte.

Unter einem *Charakter* einer quadratischen Form versteht Gauss, *Disqu. arithm.* Art. 230 eine Relation der durch die Form darstellbaren Zahlen zu den in ihrer Determinante aufgehenden ungeraden Primzahlen p (oder 4 oder 8). Er drückt jene Beziehung durch die Zeichen Rp und Np aus. Diese Symbole ersetzt Dirichlet, *Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres*, § 3 (Crelle's Journal Bd. 19) durch das Legendre'sche (und Jacobi'sche) Zeichen $\left(\frac{m}{p}\right)$, welches (nächst der Resolvente von Lagrange) wohl das älteste Beispiel der Anwendung von Charakteren commutativer Gruppen

darbietet. Der Vorzug dieser Umwandlung besteht darin, dass die Geschlechtscharaktere von Gauss nur Beziehungen, die von Dirichlet aber Zahlen sind, mit denen man rechnen kann. So wird durch die Multiplication dieser charakteristischen Zahlen die der Composition der Geschlechter entsprechende Composition der Charaktere (Art. 246 bis 248) ersetzt[1].

Die Anzahl h der Charaktere einer Abel'schen Gruppe $\mathfrak{H}$ ist der Ordnung der Gruppe gleich. Man kann die h Charaktere erhalten, indem man die Elemente von $\mathfrak{H}$ durch eine Basis unabhängiger Elemente darstellt, und den Basiselementen beliebige Einheitswurzeln zuordnet, deren Grad ihrer Ordnung gleich ist. Sie lassen sich (in mehrfacher Art) den Elementen der Gruppe zuordnen und können demnach mit $\chi_B(A)$ bezeichnet werden. Da das Product zweier Charaktere wieder ein Charakter ist, so bilden sie eine Gruppe, und diese ist mit $\mathfrak{H}$ isomorph. Ihre Beziehungen zu den Untergruppen von $\mathfrak{H}$ sind am ausführlichsten von Weber erörtert (*Theorie der Abel'schen Zahlkörper*, I. § 3, IV. § 2 und 3, Acta Math. Bd. 8 und 9).

Im April dieses Jahres theilte mir Dedekind eine Aufgabe mit, auf die er im Jahre 1880 gekommen war, und die, weil sie sowohl der Gruppentheorie wie der Determinantentheorie angehöre, mich seiner Meinung nach wohl interessiren dürfte, während ihn selbst ein näheres Eingehen darauf zu weit von seinen arithmetischen Untersuchungen abziehen würde. Ihre Lösung, die ich nächstens mittheilen zu können hoffe, brachte mich auf eine Verallgemeinerung des Begriffs der Charaktere auf beliebige endliche Gruppen. Diesen Begriff will ich hier entwickeln in der Meinung, dass durch seine Einführung die Gruppentheorie eine wesentliche Förderung und Bereicherung erfahren dürfte. Ein besonderes Interesse gewinnt die Theorie der Charaktere noch durch ihre merkwürdigen Beziehungen zu der Theorie der aus mehreren Haupteinheiten gebildeten complexen Grössen.

§ 1.

Zwei Elemente A und B einer endlichen Gruppe $\mathfrak{H}$ heissen *conjugirt* (in Bezug auf $\mathfrak{H}$), wenn es in $\mathfrak{H}$ ein Element T giebt, das der Bedingung $T^{-1}AT = B$ genügt. Sind zwei Elemente einem dritten conjugirt, so sind sie es auch unter einander. Daher kann man die h Elemente von $\mathfrak{H}$ in *Classen conjugirter Elemente* eintheilen, eine Eintheilung, von der ich mehrfach, besonders in meinem neuen Be-

[1] Die in diesem Absatze enthaltenen Bemerkungen entnehme ich einem Briefe Dedekind's vom 8. Juli 1896.

weise des SYLOW'schen Satzes, CRELLE's Journal Bd. 100 vortheilhaft Gebrauch gemacht habe. Das Hauptelement E bildet für sich eine Classe, die *Hauptclasse*. Sie werde mit (0), die übrigen mit (1), (2), $\cdots$ (k–1) bezeichnet, wenn k die Anzahl der Classen ist. Ist A irgend ein Element der α^{ten} Classe, so bilden die mit A vertauschbaren Elemente von $\mathfrak{H}$ eine in $\mathfrak{H}$ enthaltene Gruppe. Ist $\frac{h}{h_\alpha}$ ihre Ordnung, so ist h_α die Anzahl der verschiedenen Elemente der α^{ten} Classe, also $h_0 = 1$. Da jedes Element von $\mathfrak{H}$ einer und nur einer dieser k Classen angehört, so ist

$$\Sigma h_\alpha = h. \tag{1.}$$

Die Classenanzahl k kann man auch so erhalten: Durchläuft jedes der beiden veränderlichen Elemente R und S unabhängig von dem anderen die h Elemente von $\mathfrak{H}$, so zähle man ab, wie oft $SR = RS$ ist. Setzt man für R ein bestimmtes Element der α^{ten} Classe, so giebt es $\frac{h}{h_\alpha}$ mit R vertauschbare Elemente S. Setzt man also für R der Reihe nach jedes der h_α Elemente der α^{ten} Classe, so erhält man $\frac{h}{h_\alpha} h_\alpha$ Lösungen für jene Gleichung. Da diese Zahl für jede der k Classen dieselbe ist, so ist hk die Anzahl der Lösungen der Gleichung $SR = RS$.

Durchläuft A die h_α Elemente der α^{ten} Classe, so durchläuft auch A^{-1} die sämmtlichen Elemente einer Classe. Sie möge die *inverse Classe* von (α) heissen und mit (α') bezeichnet werden. Inverse Classen enthalten gleich viele Elemente,

$$h_{\alpha'} = h_\alpha. \tag{2.}$$

Ist, wie z. B. bei der Hauptclasse, $(\alpha') = (\alpha)$, so wird die α^{te} Classe eine *zweiseitige* genannt.

Seien (α), (β), (γ) irgend drei verschiedene oder gleiche Classen. Durchläuft A die h_α verschiedenen Elemente der α^{ten} Classe, B die h_β Elemente der β^{ten} und C die h_γ Elemente der γ^{ten}, so soll die Zahl $h_{\alpha\beta\gamma}$ (die auch Null sein kann) angeben, wie viele der $h_\alpha h_\beta h_\gamma$ Elemente ABC gleich dem Hauptelemente sind, also der Gleichung

$$ABC = E \tag{3.}$$

genügen. Da dann $AB = C^{-1}$ ist, so giebt $h_{\alpha\beta\gamma}$ auch an, wie viele der $h_\alpha h_\beta$ Elemente AB der Classe (γ') angehören. Die Gleichung (3.) ist identisch mit $BCA = E$ und $CAB = E$. Daher sind auch $h_{\alpha\beta\gamma}$ der $h_\beta h_\gamma$ Producte BC in (α') und $h_{\alpha\beta\gamma}$ der $h_\gamma h_\alpha$ Producte CA in (β') enthalten. Mithin ist $h_{\alpha\beta\gamma}$ nicht grösser als die kleinste der drei Zahlen $h_\beta h_\gamma$, $h_\gamma h_\alpha$ und $h_\alpha h_\beta$.

Nun sind aber die beiden Elemente AB und

(4.) $$BA = A^{-1}(AB)A = B(AB)B^{-1}$$

conjugirt. Sie gehören daher der Gruppe (γ') entweder beide an, oder beide nicht. Mithin ist $h_{\beta\alpha\gamma} = h_{\alpha\beta\gamma}$. In Verbindung mit den obigen Bemerkungen folgt daraus, dass die Zahl $h_{\alpha\beta\gamma}$ bei jeder Vertauschung der drei Indices ungeändert bleibt. Da aus der Gleichung (3.) auch $C^{-1}B^{-1}A^{-1} = E$ folgt, so ist

(5.) $$h_{\alpha'\beta'\gamma'} = h_{\alpha\beta\gamma}.$$

Setzt man in der Gleichung (3.) für A ein bestimmtes Element der α^{ten} Classe, während B und C ebenso veränderlich bleiben wie oben, so möge sie m Lösungen haben. Ist $A' = T^{-1}AT$ irgend ein anderes bebestimmtes Element der α^{ten} Classe, und setzt man $B' = T^{-1}BT$ und $C' = T^{-1}CT$, so ist auch $A'B'C' = E$. Nun durchläuft B' gleichzeitig mit B die h_β Elemente der β^{ten} Classe, und C' gleichzeitig mit C die h_γ Elemente der γ^{ten} Classe. Daher hat auch diese Gleichung m Lösungen. Setzt man also in (3.) für A der Reihe nach die h_α Elemente der α^{ten} Classe, so hat sie im Ganzen $h_\alpha m = h_{\alpha\beta\gamma}$ Lösungen. Ebenso hat jene Gleichung $\frac{h_{\alpha\beta\gamma}}{h_\beta}$ Lösungen, wenn B ein bestimmtes Element der β^{ten} Classe ist, während A und C veränderliche Elemente der α^{ten} und der γ^{ten} Classe sind. Mithin ist $h_{\alpha\beta\gamma}$ durch jede der drei Zahlen h_α, h_β, h_γ theilbar, also auch durch ihr kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches.

Setzt man für A der Reihe nach die h_α Elemente der α^{ten} Classe und für B die h_β Elemente der β^{ten} Classe, so erhält man $h_\alpha h_\beta$ Elemente AB, die nicht verschieden zu sein brauchen. Jedes derselben gehört entweder der Classe (0) oder der Classe (1) ... oder der Classe ($k-1$) an. Daher ist

(6.) $$\sum_\gamma h_{\alpha\beta\gamma} = h_\alpha h_\beta.$$

Die für drei Classen angestellte Betrachtung lässt sich in derselben Art für beliebig viele Classen durchführen. Seien etwa (α), (β), (γ), (δ) vier verschiedene oder gleiche Classen, und sei $h_{\alpha\beta\gamma\delta}$ die Anzahl der Lösungen der Gleichung

(7.) $$ABCD = E,$$

falls A (bez. B, C, D) die h_α (bez. h_β, h_γ, h_δ) Elemente der Classe (α) (bez. (β), (γ), (δ)) durchläuft. Dann ist auch $BCDA = CDAB = DABC = E$, so dass $h_{\alpha\beta\gamma\delta}$ bei cyklischer Vertauschung der Indices ungeändert bleibt. Ferner ist $BCD = A^{-1}$, $CDA = B^{-1}$, u. s. w. Mithin giebt $h_{\alpha\beta\gamma\delta}$ an, wie viele der $h_\beta h_\gamma h_\delta$ Elemente BCD der Classe (α') angehören, oder wie viele der $h_\gamma h_\delta h_\alpha$ Elemente CDA der Classe (β') angehören. Folglich ist $h_{\alpha\beta\gamma\delta}$ nicht grösser als die kleinste der vier Zahlen $h_\beta h_\gamma h_\delta$, $h_\gamma h_\delta h_\alpha$,

$h_\delta h_\alpha h_\beta$, $h_\alpha h_\beta h_\gamma$. Ist B ein festes Element der β^{ten} Classe, während A, C, D die α^{te}, γ^{te}, δ^{te} Classe durchlaufen, so hat die Gleichung (7.) nur $\frac{h_{\alpha\beta\gamma\delta}}{h_\beta}$ Lösungen. Demnach ist $h_{\alpha\beta\gamma\delta}$ durch jede der vier Zahlen $h_\alpha, h_\beta, h_\gamma, h_\delta$ theilbar. Endlich ist

$$\sum_\delta h_{\alpha\beta\gamma\delta} = h_\alpha h_\beta h_\gamma. \tag{8.}$$

Ist A, B, C, D eine Lösung der Gleichung (7.), und setzt man

$$B^{-1}AB = A', \qquad BA'B^{-1} = A,$$

so ist $BA'CD = E$. Da A' ebenso wie A der α^{ten} Classe angehört, so kann man auf diese Weise die Lösungen dieser Gleichung und der Gleichung (7.) einander paarweise eindeutig zuordnen. Mithin ist $h_{\beta\alpha\gamma\delta} = h_{\alpha\beta\gamma\delta}$. Auf diese Weise erkennt man, dass $h_{\alpha\beta\gamma\delta}$ bei jeder Vertauschung der vier Indices ungeändert bleibt. Daher ist auch

$$h_{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} = h_{\alpha\beta\gamma\delta}. \tag{9.}$$

Dieselbe Bedeutung und die analogen Eigenschaften hat für n Classen $(\alpha), (\beta), (\gamma), \cdots (\nu)$ die Zahl $h_{\alpha\beta\gamma\ldots\nu}$. Für den Fall $n=1$ soll dies Zeichen nicht benutzt werden, wohl aber noch für $n=2$. Es ist also $h_{\alpha\beta}$ die Anzahl der Lösungen der Gleichung $AB=E$ oder $B=A^{-1}$. Sind demnach (α) und (β) nicht inverse Classen, so ist $h_{\alpha\beta}=0$. Ist aber $(\beta) = (\alpha')$, so ist

$$h_{\alpha\alpha'} = h_\alpha = h_{\alpha'}. \tag{10.}$$

Ist $\nu = 0$, so ist $h_{\alpha\beta\gamma\ldots\mu 0}$ die Anzahl der Lösungen der Gleichung $ABC\cdots ME = E$. Daher ist

$$h_{\alpha\beta\gamma\ldots\mu 0} = h_{\alpha\beta\gamma\ldots\mu}. \tag{11.}$$

Speciell ist

$$h_{\alpha\beta 0} = h_{\alpha\beta}, \tag{12.}$$

also Null, ausser wenn $(\beta) = (\alpha')$ ist, dann aber gleich h_α.

§ 2.

Die wichtigste Eigenschaft der Zahlen $h_{\alpha\beta\gamma}$ erhält man, indem man die Gleichung $ABCD = E$ in die beiden Gleichungen

$$AB = L^{-1}, \qquad CD = L$$

zerlegt. Setzt man für L ein bestimmtes Element der λ^{ten} Classe, so hat die erste Gleichung $\frac{h_{\alpha\beta\lambda}}{h_\lambda}$, die zweite $\frac{h_{\lambda'\gamma\delta}}{h_\lambda}$ Lösungen. So ergeben sich $\frac{h_{\alpha\beta\lambda} h_{\lambda'\gamma\delta}}{h_\lambda^2} = m_\lambda$ Lösungen der Gleichung (7.) § 1. Setzt man für L der Reihe nach jedes der h_λ Elemente der λ^{ten} Classe, so erhält man

$h_\lambda m_\lambda$ Lösungen, und setzt man endlich für (λ) jede der k Classen, so erkennt man, dass sie im Ganzen

$$(1.) \qquad h_{\alpha\beta\gamma\delta} = \sum_\lambda \frac{1}{h_\lambda} h_{\alpha\beta\lambda}\, h_{\lambda'\gamma\delta}$$

Lösungen hat. In derselben Weise ergiebt sich

$$(2.) \qquad h_{\alpha\beta\ldots\xi\eta\ldots\sigma\tau} = \sum_\lambda \frac{1}{h_\lambda} h_{\alpha\beta\ldots\xi\lambda}\, h_{\lambda'\eta\ldots\sigma\tau}.$$

Berücksichtigt man noch die Gleichungen (10.) und (12.), § 1, so kann man daher die Zahlen $h_{\alpha\beta\gamma\ldots\nu}$ alle aus den Zahlen $h_{\alpha\beta\gamma}$ zusammensetzen.

Die Summe auf der rechten Seite der Gleichung (1.) bleibt folglich ungeändert, nicht nur wenn man α mit β vertauscht oder γ mit δ, sondern auch wenn man β mit δ vertauscht oder irgend eine Permutation unter den vier Zahlen $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ausführt. Dieselben Schlüsse benutzt Gauss, *Theoria residuorum biquadraticorum*, Comm. prima, § 17 (Ges. Werke Bd. II, S. 81). Setzt man also für einen Augenblick

$$\frac{1}{h_\alpha} h_{\alpha'\beta\gamma} = a_{\alpha\beta\gamma},$$

so ist

$$(3.) \qquad a_{\alpha\beta\gamma} = a_{\alpha\gamma\beta}, \qquad \sum_\lambda a_{\alpha\lambda\gamma}\, a_{\lambda\beta\delta} = \sum_\lambda a_{\alpha\lambda\delta}\, a_{\lambda\beta\gamma}.$$

Daher kann man auf diese Grössen die Sätze anwenden, die Weierstrass und Dedekind in ihren Arbeiten *Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Grössen*, Göttinger Nachrichten 1884 und 1885 entwickelt haben, und die ich, da sie die Grundlage dieser Untersuchung bilden, in meiner Arbeit *Über vertauschbare Matrizen* (S. 601 dieses Bandes) von Neuem hergeleitet und verallgemeinert habe: Ist die aus den k^2 Grössen

$$p_{\alpha\beta} = \sum_{\varkappa,\lambda} a_{\varkappa\lambda\alpha}\, a_{\lambda\varkappa\beta} = \sum_{\varkappa,\lambda} a_{\varkappa\varkappa\lambda}\, a_{\lambda\alpha\beta}$$

gebildete Determinante k^{ten} Grades von Null verschieden, so haben die Gleichungen

$$r_\beta r_\gamma = \sum_\alpha a_{\alpha\beta\gamma}\, r_\alpha$$

genau k verschiedene Lösungen $r_\alpha = r_\alpha^{(\varkappa)}$, und die aus diesen Lösungen gebildete Determinante k^{ten} Grades ist von Null verschieden. Sind $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ Variable, und setzt man $a_{\alpha\beta} = \sum_\gamma a_{\alpha\beta\gamma}\, x_\gamma$, so ist die Determinante k^{ten} Grades

$$|a_{\alpha\beta} - r e_{\alpha\beta}| = \prod_\varkappa (r_0^{(\varkappa)} x_0 + \cdots + r_{k-1}^{(\varkappa)} x_{k-1} - r).$$

Ist $(s_\alpha^{(\varkappa)})$ das complementäre System zu $(r_\alpha^{(\varkappa)})$, so sind die Verhältnisse der k Grössen

$$s_0 = s_0^{(\varkappa)}, \qquad s_1 = s_1^{(\varkappa)}, \cdots \qquad s_{k-1} = s_{k-1}^{(\varkappa)}$$

vollständig bestimmt durch die linearen Gleichungen

$$s_\alpha r = \sum_\beta a_{\alpha\beta} s_\beta,$$

falls man darin $r = r_0^{(\varkappa)} x_0 + \cdots + r_{k-1}^{(\varkappa)} x_{k-1}$ setzt (S. 613 und 614).

Im vorliegenden Falle ist

$$p_{\alpha\beta} = \sum_{\varkappa,\lambda} \frac{h_{\varkappa'\lambda\alpha}\, h_{\lambda'\varkappa\beta}}{h_\varkappa h_\lambda}.$$

Da $(\varkappa')$ zugleich mit $(\varkappa)$ alle k Classen durchläuft, so kann man in dieser Summe auch $(\varkappa)$ durch $(\varkappa')$ ersetzen, und erhält dann nach (5.), §1

$$(4.)\qquad p_{\alpha\beta'} = \sum_{\varkappa,\lambda} \frac{h_{\varkappa\lambda\alpha}\, h_{\varkappa\lambda\beta}}{h_\varkappa h_\lambda},$$

also

$$(5.)\qquad p_{\alpha\beta'} = p_{\beta\alpha'} = p_{\alpha'\beta} = p_{\beta'\alpha}.$$

Die Determinante k^{ten} Grades $|p_{\alpha\beta'}|$ wird aus $|p_{\alpha\beta}|$ durch eine Vertauschung unter den Spalten erhalten, unterscheidet sich also von ihr nur etwa im Vorzeichen. Betrachtet man nun die k Grössen

$$\frac{h_{\varkappa\lambda 0}}{\sqrt{h_\varkappa h_\lambda}},\quad \frac{h_{\varkappa\lambda 1}}{\sqrt{h_\varkappa h_\lambda}},\quad \cdots \quad \frac{h_{\varkappa\lambda,k-1}}{\sqrt{h_\varkappa h_\lambda}}.$$

Setzt man für $\varkappa$ und für λ die Werthe $0, 1, \cdots k-1$, so erhält man ein System von k^3 Grössen, die in k^2 Zeilen und k Spalten geordnet sind. Aus diesem System kann man, indem man irgend k Zeilen auswählt, eine Determinante k^{ten} Grades bilden, also auf $\binom{k^2}{k}$ Arten. Die Summe der Quadrate aller dieser Determinanten ist auf Grund des allgemeinen Multiplicationstheorems der Determinantentheorie nach Gleichung (4.) gleich $|p_{\alpha\beta'}|$. Setzt man $\varkappa = 0$ und $\lambda' = 0, 1, \cdots k-1$, so erhält man ein bestimmtes System von k Zeilen. In der aus ihren Elementen gebildeten Determinante sind die Elemente der Diagonale $\frac{h_{0\lambda'\lambda}}{\sqrt{h_\lambda}} = \sqrt{h_\lambda}$ von Null verschieden, die übrigen Elemente Null. Folglich ist die Determinante k^{ten} Grades $|p_{\alpha\beta}|$ von Null verschieden.

Sei f ein vorläufig unbestimmt gelassener Proportionalitätsfactor und

$$r_\alpha = \frac{h_\alpha \chi_\alpha}{f}.$$

Dann haben die Gleichungen

$$(6.)\qquad h_\beta h_\gamma \chi_\beta \chi_\gamma = f \sum_\alpha h_{\alpha'\beta\gamma}\, \chi_\alpha$$

k verschiedene Systeme von Lösungen

$$(7.)\qquad \chi_\alpha = \chi_\alpha^{(\varkappa)}, \qquad f = f^{(\varkappa)} \qquad (\varkappa = 0, 1, \cdots k-1),$$

und die Determinante k^{ten} Grades

$$(8.)\qquad |\chi_\alpha^{(\varkappa)}|$$

ist von Null verschieden. Ich werde später über die Wahl des Factors f, d. h. der k Factoren $f^{(\varkappa)}$, eine bestimmte Verfügung treffen und dann die Grössen $\chi_\alpha^{(\varkappa)}$ die *k Charaktere der Gruppe $\mathfrak{H}$* nennen. *Ein Charakter* χ ist ein System von k Zahlen $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$, die den k Classen (0), (1), $\cdots$ $(k-1)$ entsprechen. Der $\varkappa^{\text{te}}$ Charakter $\chi^{(\varkappa)}$ ist das System der k Zahlen

$$\chi_0 = \chi_0^{(\varkappa)}, \quad \chi_1 = \chi_1^{(\varkappa)}, \cdots \quad \chi_{k-1} = \chi_{k-1}^{(\varkappa)} \qquad (\varkappa = 0, 1, \cdots k-1).$$

Die Bedeutung der Gleichungen (6.) ergiebt sich aus folgender Betrachtung: Sind $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ und $y_0, y_1, \cdots y_{k-1}$ $2k$ unabhängige Variabele, und sind

$$(9.)\qquad h_\gamma z_{\gamma'} = \sum_{\alpha,\beta} h_{\alpha\beta\gamma}\, x_\alpha y_\beta$$

k bilineare Functionen derselben, so ist

$$f \sum_\gamma h_\gamma \chi_\gamma z_\gamma = f \sum_{\alpha,\beta,\gamma} h_{\alpha\beta\gamma'} \chi_\gamma x_\alpha y_\beta = \sum_{\alpha,\beta} h_\alpha \chi_\alpha x_\alpha\, h_\beta \chi_\beta y_\beta\,,$$

also

$$(10.)\qquad f\Big(\sum_\gamma h_\gamma \chi_\gamma z_\gamma\Big) = \Big(\sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha x_\alpha\Big)\Big(\sum_\beta h_\beta \chi_\beta y_\beta\Big).$$

Ich definire nun eine dem Charakter $\chi^{(\varkappa)}$ entsprechende lineare Function $\xi^{(\varkappa)}$ von $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ durch die Gleichung

$$(11.)\qquad \sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} x_\alpha = f^{(\varkappa)} \xi^{(\varkappa)} \qquad (\varkappa = 0, 1, \cdots k-1).$$

Dann ist die Determinante k^{ten} Grades

$$(12.)\qquad \Big| \sum_\gamma h_{\alpha\beta'\gamma}\, x_\gamma - h_{\alpha\beta'}\, r \Big| = \prod_\varkappa h_\varkappa (\xi^{(\varkappa)} - r).$$

Setzt man $x_1 = \cdots = x_{k-1} = 0$ und $x_0 = 1$, so ist daher

$$(1-r)^k = \prod_\varkappa \left(\frac{\chi_0^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} - r\right)$$

und mithin

$$(13.)\qquad \chi_0^{(\varkappa)} = f^{(\varkappa)}, \qquad \chi_0 = f,$$

da ich bei Gleichungen, die für jeden Werth des oberen Index $\varkappa$ gelten, diesen auch weglassen werde. (Vergl. die Erörterungen von Dedekind über mehrwerthige Systeme von Grössen, a. a. O. S. 144.) Demnach ist die Gleichung (12.) um nichts allgemeiner als die Gleichung

$$(14.)\qquad \Big| \sum_\gamma h_{\alpha\beta'\gamma}\, x_\gamma \Big| = \prod_\varkappa h_\varkappa \xi^{(\varkappa)},$$

weil sie aus dieser hervorgeht, indem man x_0 durch $x_0 - r$ ersetzt. Schreibt man jene in der Form

$$\left| \sum_\gamma \frac{h_{\alpha\beta'\gamma}}{h_\alpha} x_\gamma - \frac{h_{\alpha\beta'}}{h_\alpha} r \right| = \prod_\varkappa (\xi^{(\varkappa)} - r),$$

so ist $\frac{h_{\alpha\beta'}}{h_\alpha}$ in den Elementen der Diagonale 1, in den übrigen 0. Ferner sind die Grössen $\frac{h_{\alpha\beta'\gamma}}{h_\alpha}$ ganze Zahlen. Setzt man also alle Variabeln $x_\gamma = 0$ ausser einer, so zeigt sie, dass die Grössen

$$\frac{h_\alpha \chi_\alpha}{f} \tag{15.}$$

ganze algebraische Zahlen sind.

§ 3.

Die Elemente jeder Zeile des zu $(r_\alpha^{(\varkappa)})$ complementären Systems $(s_\alpha^{(\varkappa)})$ sind bis auf einen gemeinsamen Factor durch die Gleichungen

$$\sum_\beta \frac{h_{\alpha'\beta\gamma}}{h_\alpha} s_\beta = \frac{h_\gamma \chi_\gamma}{f} s_\alpha$$

bestimmt. Infolge der Symmetrieeigenschaften der Grössen $h_{\alpha\beta\gamma}$ werden dieselben nach (6.), § 2 durch die Werthe $s_\beta = \chi_{\beta'}$ befriedigt. Daher ist $s_\beta = \frac{e}{h}\chi_{\beta'}$, wo e ein neuer Proportionalitätsfactor ist. Demnach sind die beiden Systeme

$$\left(\frac{h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}}\right), \quad \left(\frac{e^{(\varkappa)}\chi_{\alpha'}^{(\varkappa)}}{h}\right) \tag{1.}$$

complementäre. Es bestehen also die Gleichungen

$$\sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_{\alpha'}^{(\lambda)} = 0\,, \tag{2.}$$

falls $\varkappa$ und λ verschieden sind, aber

$$\sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_{\alpha'}^{(\varkappa)} = \frac{h f^{(\varkappa)}}{e^{(\varkappa)}}\,. \tag{3.}$$

Ferner ist

$$\sum_\varkappa \frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_\beta^{(\varkappa)} = \frac{h h_{\alpha\beta}}{h_\alpha h_\beta}, \tag{4.}$$

also nach (13.), § 2 für $\beta = 0$

$$\sum_\varkappa e^{(\varkappa)} \chi_\alpha^{(\varkappa)} = 0\,, \tag{5.}$$

falls α von 0 verschieden ist, dagegen für $\alpha = 0$

$$\sum_\varkappa e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)} = h. \tag{6.}$$

Die Gleichung (3.) schreibe ich auch in der einfacheren Form

$$\sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha \chi_{\alpha'} = \frac{hf}{e} \tag{7.}$$

und die Gleichung (2.) in der Form

$$\sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha \psi_{\alpha'} = 0\,, \tag{8.}$$

wo ψ_α einen von χ_α verschiedenen Charakter bedeutet.

Nach Gleichung (5.), § 1 und (6.), § 2 ist

$$h_\alpha h_\gamma \chi_\alpha \chi_{\gamma'} = f \sum_\beta h_{\alpha\beta'\gamma'} \chi_\beta = f \sum_\beta h_{\alpha'\beta\gamma} \chi_\beta .$$

Multiplicirt man mit χ_{γ} und summirt nach γ, so ergiebt sich nach (7.) die Formel

$$(9.) \qquad \frac{h}{e} h_\alpha \chi_\alpha = \sum_{\beta,\gamma} h_{\alpha'\beta\gamma} \chi_\beta \chi_\gamma ,$$

die für $\alpha = 0$ mit (7.) übereinstimmt. In derselben Weise findet man die Formel

$$(10.) \qquad \sum_{\beta,\gamma} h_{\alpha\beta\gamma} \chi_\beta \psi_\gamma = 0,$$

die für $\alpha = 0$ in (8.) übergeht.

Eliminirt man aus den Gleichungen (6.), § 2 und (9.) die Producte $\chi_\beta \chi_\gamma$, so erhält man die linearen Gleichungen

$$(11.) \qquad \frac{h}{ef} h_\alpha \chi_\alpha = \sum_\beta p_{\alpha\beta'} \chi_\beta .$$

Daher sind die k Grössen $g^{(\varkappa)} = e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)}$ die Wurzeln der Gleichung k^{ten} Grades

$$(12.) \qquad | g p_{\alpha\beta'} - h h_{\alpha\beta'} | = 0 .$$

Nach Gleichung (4.), § 2 ist

$$(13.) \qquad \sum p_{\alpha\beta'} x_\alpha x_\beta = \sum_{\varkappa,\lambda} \frac{1}{h_\varkappa h_\lambda} \Big(\sum_\alpha h_{\alpha\varkappa\lambda} x_\alpha \Big)^2 .$$

Diese quadratische Form, deren Determinante von Null verschieden ist, ist also eine positive bestimmte Form. Daher sind die k Wurzeln g der Gleichung (12.) alle reelle positive Grössen, und die Elementartheiler jener Determinante sind alle linear. Für eine $m$fache Wurzel $g = ef$ verschwinden also auch ihre Unterdeterminanten $(k-m+1)^{\text{ten}}$ und höheren Grades. Mithin ist der Rang des Systems linearer Gleichungen (11.) gleich $k-m$, und sie besitzen m unabhängige Lösungen. Die einer $m$fachen Wurzel $g = ef$ entsprechenden m Charaktere χ_α können dann zunächst als lineare Verbindungen von solchen m unabhängigen Lösungen dargestellt werden, und wenn man diese in die Gleichungen (6.), § 2 einsetzt, findet man die Coefficienten dieser Verbindungen durch Auflösung einer Gleichung m^{ten} Grades. Die ursprünglich zur Bestimmung der k Charaktere gefundene Gleichung k^{ten} Grades (12.), § 2 zerfällt also nach Auflösung der Gleichung (12.) in so viele Factoren, als diese Gleichung verschiedene Wurzeln hat, und zwar entspricht einer $m$fachen Wurzel der Gleichung (12.) ein Factor m^{ten} Grades.

Was nun aber die Gleichung (12.) anbetrifft, so lässt sich weiter zeigen, dass ihre Wurzeln nicht nur reell und positiv sind, sondern

dass sie ganze Zahlen (§ 6) und sogar die Quadrate von ganzen Zahlen sind, die in h aufgehen. Es ist mir aber bis jetzt nicht gelungen, diese Sätze durch so einfache Betrachtungen zu beweisen, wie die obigen Ergebnisse.

Die Factoren $f^{(\varkappa)}$ sind bisher beliebig, aber von Null verschieden angenommen. Mittelst der Formeln (3.) ergeben sich aus ihnen die Factoren $e^{(\varkappa)}$. Da $g^{(\varkappa)} = e^{(\varkappa)}f^{(\varkappa)}$ eine reelle positive Grösse ist, so soll auch $f^{(\varkappa)}$ reell und positiv gewählt werden. Dann gilt dasselbe von $e^{(\varkappa)}$. Zu den einfachsten Formeln gelangt man, wenn man $f = \sqrt{g}$ setzt. Dann ist $e = f = \chi_0$. Wie schon erwähnt, ist dann e eine positive in h aufgehende ganze Zahl, und es lässt sich zeigen, dass χ_α eine Summe von f Einheitswurzeln des Grades n ist, falls n die Ordnung der Elemente der α^{ten} Classe bedeutet.

Nach Gleichung (1.) und (6.), § 1 und (4.), § 2 ist

$$(14.)\qquad \sum_\beta p_{\alpha\beta'} = hh_\alpha.$$

Nun genügt man nach (6.), § 1 den Gleichungen (6.), § 2, indem man alle Grössen $\chi_\alpha = f$ setzt. Der entsprechende Werth von ef ist 1. Daher kann man $e = f = 1$, also $\chi_\alpha = 1$ setzen. Dieser Charakter möge der Hauptcharakter genannt werden. Wählt man in der Gleichung (8.) diesen für ψ, so erkennt man, dass jeder andere Charakter der Gleichung

$$(15.)\qquad \sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha = 0$$

genügt.

Da die Determinante (8.), § 2 von Null verschieden ist, so hat die Gleichung (12.), § 2 keine mehrfachen Wurzeln. Auch können, wenn χ und ψ zwei verschiedene Charaktere sind, die Grössen $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$ nicht den Grössen $\psi_0, \psi_1, \cdots \psi_{k-1}$ proportional sein. Ebenso ist jede Classe-(α) durch die k entsprechenden Werthe $\chi_\alpha^{(\varkappa)}$ vollständig bestimmt, es kann nicht, wenn α und β verschieden sind, $\chi_\alpha^{(\varkappa)} = \chi_\beta^{(\varkappa)}$ für alle Werthe von $\varkappa$ sein. Da die Coefficienten der Gleichung (12.), § 2 reell sind, so entspricht, falls $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ reelle Variabele sind, jeder complexen Wurzel eine conjugirte complexe Wurzel. Sind also χ_α und χ'_α conjugirte complexe Grössen, so entspricht jedem Charakter χ_α ein conjugirter complexer Charakter χ'_α. Es muss aber $\chi'_\alpha = \chi_{\alpha'}$ sein. Denn zunächst ist nach (6.), § 2

$$h_\beta h_\gamma \chi_{\beta'}\chi_{\gamma'} = f\sum_\alpha h_{\alpha\beta'\gamma'}\chi_{\alpha'} = f\sum_\alpha h_{\alpha'\beta\gamma}\chi_{\alpha'},$$

und folglich ist $\psi_\alpha = \chi_{\alpha'}$ ein Charakter. Wäre dieser von χ'_α verschieden, so wäre nach (8.) $\sum h_\alpha \chi'_\alpha \psi_{\alpha'} = 0$, demnach $\sum h_\alpha \chi_\alpha \chi'_\alpha = 0$, während jedes Glied als Product von zwei conjugirten complexen Grössen

positiv ist. In jedem Charakter entsprechen also (falls f reell angenommen wird) inversen Classen conjugirte complexe Werthe χ_α und $\chi_{\alpha'}$, und mithin einer zweiseitigen Classe ein reeller Werth. Aus jedem complexen Charakter $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$ ergiebt sich ein conjugirter complexer Charakter, und dieser ist $\chi_{0'}, \chi_{1'}, \cdots \chi_{(k-1)'}$. Ein reeller Charakter wird auch ein *zweiseitiger*, zwei conjugirte complexe Charaktere werden auch *inverse* genannt (vergl. WEBER, *Beweis des Satzes, dass jede eigentlich primitive quadratische Form unendlich viele Primzahlen darzustellen fähig ist.* Math. Ann. Bd. 20, S. 308).

§ 4.

Wenn man die Gleichung (6.), § 2

$$h_\beta h_\gamma \chi_\beta^{(\varkappa)} \chi_\gamma^{(\varkappa)} = f^{(\varkappa)} \sum_\lambda h_{\lambda\beta\gamma} \chi_{\lambda'}^{(\varkappa)}$$

mit $\dfrac{e^{(\varkappa)}\chi_\alpha^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)2}}$ multiplicirt und dann nach $\varkappa$ summirt, so erhält man

$$\frac{h\, h_{\alpha\beta\gamma}}{h_\alpha h_\beta h_\gamma} = \sum_\varkappa \frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)2}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_\beta^{(\varkappa)} \chi_\gamma^{(\varkappa)}, \tag{1.}$$

und ebenso gilt allgemein für n Indices $\alpha, \beta, \gamma \cdots \nu$ die Formel

$$\frac{h\, h_{\alpha\beta\gamma\cdots\nu}}{h_\alpha h_\beta h_\gamma \cdots h_\nu} = \sum_\varkappa \frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)n-1}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_\beta^{(\varkappa)} \chi_\gamma^{(\varkappa)} \cdots \chi_\nu^{(\varkappa)}, \tag{2.}$$

die für $n = 2$ in (4.), § 3 übergeht. Daher ist nach (11.), § 2

$$h \sum_{\alpha,\beta,\gamma\cdots\nu} h_{\alpha\beta\gamma\cdots\nu}\, x_\alpha x_\beta x_\gamma \cdots x_\nu = \sum e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)} \xi^{(\varkappa)n}. \tag{3.}$$

Nach (4.), § 2 und (5.), § 1 ist

$$p_{\alpha\beta} = \sum_{\varkappa,\lambda} \frac{h_{\varkappa\lambda\alpha} h_{\varkappa'\lambda'\beta}}{h_\varkappa h_\lambda},$$

also wenn man die Summation nach $\varkappa$ mittelst der Formel (1.), § 2 ausführt,

$$p_{\alpha\beta} = \sum_\lambda \frac{1}{h_\lambda} h_{\alpha\beta\lambda\lambda'}, \tag{4.}$$

und folglich nach (3.), § 3 und (2.)

$$\frac{p_{\alpha\beta}}{h_\alpha h_\beta} = \sum_\varkappa \frac{\chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_\beta^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)2}}. \tag{5.}$$

Mithin ist

$$\sum_{\alpha,\beta} p_{\alpha\beta}\, x_\alpha x_\beta = \sum_\varkappa (\xi^{(\varkappa)})^2 \tag{6.}$$

und

$$\sum_{\alpha,\beta} p_{\alpha\beta'}\, x_\alpha x_\beta = \sum_\varkappa \xi^{(\varkappa)} \xi^{(\varkappa)'}. \tag{7.}$$

Da $\xi^{(\varkappa)}$ und $\xi^{(\varkappa)'}$ conjugirte complexe Grössen sind, so zeigt diese Formel wieder, dass diese Form eine positive ist.

Die Coefficienten der Gleichung (12.), § 3, die zur Bestimmung der Grössen $g = ef$ dient, kann man auch berechnen, indem man die Potenzsummen ihrer Wurzeln bestimmt. Betrachtet man $\frac{h}{g}$ als die Unbekannte, so ist die Summe ihrer Wurzeln

$$\sum_{\varkappa} \frac{h}{e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)}} = \sum_{\alpha} \frac{p_{\alpha\alpha'}}{h_\alpha} = \sum_{\alpha,\beta} \frac{h_{\alpha\alpha'\beta\beta'}}{h_\alpha h_\beta} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma} \frac{h_{\alpha\beta\gamma}\, h_{\alpha'\beta'\gamma'}}{h_\alpha h_\beta h_\gamma} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma} \frac{h^2_{\alpha\beta\gamma}}{h_\alpha h_\beta h_\gamma}.$$

Setzt man das System $\frac{p_{\alpha\beta'}}{h_\alpha}$ mit sich selbst zusammen, so erhält man

$$\sum_{\varkappa} \frac{p_{\alpha\varkappa'}\, p_{\varkappa\beta'}}{h_\alpha h_\varkappa} = \sum_{\varkappa,\lambda,\mu} \frac{h_{\alpha\varkappa'\lambda\lambda'}\, h_{\varkappa\beta'\mu\mu'}}{h_\alpha h_\varkappa h_\lambda h_\mu} = \sum_{\lambda,\mu} \frac{h_{\alpha\beta'\lambda\lambda'\mu\mu'}}{h_\alpha h_\lambda h_\mu} = \frac{1}{h_\alpha} \sum_{\varkappa,\lambda,\mu} \frac{h_{\alpha\varkappa\lambda\mu}\, h_{\beta\varkappa\lambda\mu}}{h_\varkappa h_\lambda h_\mu}.$$

Daher ist die Summe der Quadrate der Wurzeln

$$\sum_{\varkappa} \left(\frac{h}{e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)}} \right)^2 = \sum_{\alpha,\beta,\gamma} \frac{h_{\alpha\alpha'\beta\beta'\gamma\gamma'}}{h_\alpha h_\beta h_\gamma} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} \frac{h^2_{\alpha\beta\gamma\delta}}{h_\alpha h_\beta h_\gamma h_\delta}.$$

Indem man das System $n-2$ Mal mit sich selbst componirt, findet man in derselben Weise für die Summe der $(n-2)^{\text{ten}}$ Potenzen ihrer Wurzeln

$$(8.) \qquad \sum_{\varkappa} \left(\frac{h}{e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)}} \right)^{n-2} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma \cdots \mu} \frac{h_{\alpha\alpha'\beta\beta'\cdots\mu\mu'}}{h_\alpha h_\beta \cdots h_\mu} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma \cdots \mu,\nu} \frac{h^2_{\alpha\beta\cdots\mu\nu}}{h_\alpha h_\beta \cdots h_\mu h_\nu},$$

wo n die Anzahl der Indices $\alpha, \beta, \cdots \mu, \nu$ ist. (Vergl. BORCHARDT, CRELLE's Journal Bd. 30, S. 38.) Man kann auch die k^2 Grössen $p_{\alpha\beta}$ auf die k Grössen

$$(9.) \qquad p_{\alpha 0} = p_\alpha = p_{\alpha'} = \sum_{\lambda} \frac{h_{\alpha\lambda\lambda'}}{h_\lambda} = h_\alpha \sum_{\varkappa} \frac{\chi^{(\varkappa)}_\alpha}{f^{(\varkappa)}}$$

zurückführen (von DEDEKIND a. a. O. S. 147 (25.) mit σ_r bezeichnet). Denn nach (1.), § 2 und (4.) ist

$$p_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda} \frac{1}{h_\lambda} \left(\sum_{\gamma} \frac{1}{h_\gamma} h_{\alpha\beta\gamma}\, h_{\gamma'\lambda\lambda'} \right),$$

und mithin

$$(10.) \qquad p_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma} \frac{1}{h_\gamma} h_{\alpha\beta\gamma}\, p_\gamma.$$

Die Gleichung (12.), § 3 geht also in die Gleichung (12.), § 2 über, wenn man $x_\gamma = \frac{p_\gamma}{h_\gamma}$ und $\xi = \frac{h}{g}$ setzt. In der That ist nach (11.), § 3 und (13.), § 2

$$(11.) \qquad \sum_{\alpha} p_\alpha \chi_\alpha = \frac{h}{e}.$$

Wählt man also f so, dass $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$ ganze algebraische Zahlen

werden, so ist e ein Divisor von h. Die Formel (3.) ergiebt für diese Werthe der Variabeln

$$(12.) \qquad \sum_{\varkappa}\left(\frac{h}{e^{(\varkappa)}f^{(\varkappa)}}\right)^{n-1} = \sum_{\alpha,\beta,\gamma\cdots\nu} h_{\alpha\beta\gamma\cdots\nu}\frac{p_\alpha p_\beta p_\gamma\cdots p_\nu}{h_\alpha h_\beta h_\gamma\cdots h_\nu}.$$

Die Zahl p_α hat folgende Bedeutung: Ist A ein bestimmtes Element der α^{ten} Classe, und durchläuft jedes der beiden veränderlichen Elemente R und S unabhängig von dem anderen die h Elemente von $\mathfrak{H}$, so ist $\frac{hp_\alpha}{h_\alpha}$ die Anzahl der Lösungen der Gleichung

$$(13.) \qquad SR = RSA.$$

Denn ist A ein bestimmtes Element der α^{ten} Classe, durchläuft R^{-1} zunächst die h_λ Elemente der Classe (λ), und R' die h_λ Elemente der inversen Classe (λ'), so hat die Gleichung $R^{-1}R'A = E$ genau $\frac{h_{\alpha\lambda\lambda'}}{h_\alpha}$ Lösungen. Setzt man aber für R' jedes Element der Classe (λ') $\frac{h}{h_\lambda}$ Mal, so hat sie $\frac{hh_{\alpha\lambda\lambda'}}{h_\alpha h_\lambda}$ Lösungen. Dies erreicht man, indem man für jedes R setzt $R' = S^{-1}RS$ und dann S alle h Elemente von $\mathfrak{H}$ durchlaufen lässt. Bewegt sich endlich noch λ von 0 bis $k-1$, so ist

$$\sum_{\lambda}\frac{hh_{\alpha\lambda\lambda'}}{h_\alpha h_\lambda} = \frac{hp_\alpha}{h_\alpha}$$

die Anzahl der Lösungen der Gleichung $R^{-1}(S^{-1}RS)A = E$, d. h. der Gleichung (13.). Speciell ist $p_0 = k$, also hk die Anzahl der Lösungen der Gleichung $SR = RS$.

Ebenso ist allgemeiner $hp_{\alpha\beta}$ die Anzahl der Lösungen der Gleichung

$$(14.) \qquad SR = RSAB,$$

falls A die h_α Elemente der α^{ten} Classe, B die h_β der β^{ten} Classe, R und S alle h Elemente von $\mathfrak{H}$ durchlaufen. Setzt man aber für A ein bestimmtes Element der α^{ten} Classe, so hat jene Gleichung $\frac{hp_{\alpha\beta}}{h_\alpha}$ Lösungen. Mit Hülfe der Formeln (5.) und (6.), § 3 kann man diesen und ähnliche Sätze auch durch Rechnung beweisen.

§ 5.

Für die weitere Entwicklung dieser Theorie ist es vortheilhaft, das Zeichen χ_α, falls A ein Element der α^{ten} Classe ist, durch χ_A zu ersetzen, oder auch, indem man χ als Functionszeichen benutzt, durch $\chi(A)$. Dann ist, da diese Grösse für alle Elemente der α^{ten} Classe denselben Werth hat,

$$(1.) \qquad \chi(B^{-1}AB) = \chi(A),$$

oder wenn man A durch BA ersetzt,

$$(2.)\qquad \chi(AB) = \chi(BA).$$

Speciell ist $\chi(E) = f$. Ebenso bezeichne ich die Variabeln x_α und y_α mit x_A und y_A und die Constanten h_α und p_α mit h_A und p_A. Für alle diese Grössen gilt die zu (2.) analoge Gleichung. Ferner ist $h_{A^{-1}} = h_A$, während $\chi(A^{-1})$ und $\chi(A)$ conjugirte complexe Grössen sind.

Die Gleichung (6.), § 2, aus der sich die Verhältnisse der χ_α ergeben, kann dann in der Form

$$(3.)\qquad h_B\chi(A)\chi(B) = f\sum_S{}'\chi(AS)$$

geschrieben werden, wo S die h_B mit B conjugirten Elemente durchläuft. Denn sind (α) und (β) die Classen von A und B, so sind für S die h_β Elemente der β^{ten} Classe zu setzen. Da A ein bestimmtes Element der α^{ten} Classe ist, so kommt es $\frac{h_{\alpha\beta\gamma'}}{h_\alpha}$ Mal vor, dass AS der γ^{ten} Classe angehört, also $\chi(AS) = \chi_\gamma$ wird. Mithin ist $\Sigma'\chi(AS) = \frac{1}{h_\alpha}\sum_\gamma h_{\alpha\beta\gamma'}\chi_\gamma$. Da $\chi(E) = f$ und $\chi(S) = \chi(B)$ ist, kann man die Gleichung (3.) auch auf die Form

$$(4.)\qquad \sum_S{}'\big(\chi(E)\chi(AS) - \chi(A)\chi(S)\big) = 0$$

bringen, wo S die Elemente einer Classe durchläuft. Setzt man $S = R^{-1}BR$ und für R alle h Elemente von $\mathfrak{H}$, so wird S jedem Elemente der β^{ten} Classe gleich und zwar jedem $\frac{h}{h_\beta}$ Mal. Daher ist

$$(5.)\qquad h\chi(A)\chi(B) = f\sum_R \chi(AR^{-1}BR).$$

Durch wiederholte Anwendung dieser Relation erhält man

$$(6.)\qquad \left(\frac{h}{f}\right)^{n-1}\chi(A_1)\chi(A_2)\cdots\chi(A_n) = \Sigma\,\chi(A_1R_1A_2R_2\cdots A_nR_n),$$

wo $R_1, R_2, \cdots R_n$ alle Systeme von n Elementen der Gruppe $\mathfrak{H}$ durchlaufen, welche die Gleichung

$$R_1R_2\cdots R_n = E$$

befriedigen. In derselben Weise erhält man die Formel

$$(7.)\qquad p_{\alpha\beta} = \sum_{R,S}{}'\frac{p_{RS}}{h_{RS}},$$

wo R die h_α Elemente der α^{ten} Classe durchläuft und S die h_β der β^{ten}.

Durchlaufen R und S alle Elemente, die der Bedingung $RS = A$ genügen, so ist nach (9.) und (10.), § 3

$$(8.)\qquad \frac{h}{e}\chi(A) = \Sigma\,\chi(R)\chi(S), \qquad 0 = \Sigma\,\chi(R)\psi(S) \qquad (RS = A).$$

Denn ist A ein festes Element der α^{ten} Classe, so kommt es, während R

die β^{te} und S die γ^{te} Classe durchläuft, $\frac{h_{\alpha'\beta\gamma}}{h_\alpha}$ Mal vor, dass $RS = A$ wird. Dafür kann man auch schreiben

$$(9.) \qquad \frac{h}{e}\chi(AB^{-1}) = \sum_R \chi(AR^{-1})\chi(RB^{-1}), \qquad 0 = \sum_R \chi(AR^{-1})\psi(RB^{-1}),$$

wo R alle Elemente von $\mathfrak{H}$ durchläuft. Speciell ist

$$(10.) \qquad \frac{hf}{e} = \sum_R \chi(R^{-1})\chi(R), \qquad 0 = \sum_R \chi(R^{-1})\psi(R).$$

Die h Variabeln x_R (bez. y_R) reduciren sich in Folge der Bedingungen

$$(11.) \qquad x_{AB} = x_{BA}, \qquad y_{AB} = y_{BA}$$

auf nur je k unabhängige Variabeln, sie haben für alle Elemente R, die derselben Classe angehören, denselben Werth. Ich bilde aus ihnen die beiden Systeme von je h^2 Elementen

$$(12.) \qquad (x_{PQ^{-1}}), \qquad (y_{PQ^{-1}}).$$

Die h Zeilen des ersten Systems erhält man, indem man für P die h Elemente von $\mathfrak{H}$ in irgend einer Reihenfolge setzt, die h Spalten, indem man für Q dieselben Elemente in derselben Reihenfolge setzt. Das System hat gewisse durch $\mathfrak{H}$ bestimmte Symmetrieeigenschaften, auf Grund deren unter seinen h^2 Elementen nur k verschiedene sind. Das aus den beiden Systemen (12.) zusammengesetzte System hat dieselben Symmetrieeigenschaften und ist ausserdem unabhängig davon, in welcher Reihenfolge die Zusammensetzung erfolgt. Es ist

$$(13.) \qquad z_{PQ^{-1}} = \sum_R x_{PR^{-1}} y_{RQ^{-1}} = \sum_S y_{PS^{-1}} x_{SQ^{-1}}.$$

Denn setzt man $PR^{-1} = SQ^{-1}$, so wird $S = PR^{-1}Q$, S durchläuft also gleichzeitig mit R alle h Elemente von $\mathfrak{H}$, und es ist $S^{-1}P = Q^{-1}R$, also $y_{PS^{-1}} = y_{S^{-1}P} = y_{Q^{-1}R} = y_{RQ^{-1}}$. Ersetzt man ferner R durch RP, so erkennt man, dass die erste Summe nur von dem Producte PQ^{-1} abhängt. Man hätte sie zunächst nur mit $z_{P,Q}$ bezeichnen dürfen, darf sie aber nun einer von nur einem Elemente $R = PQ^{-1}$ abhängigen Grösse $z_R = z_{PQ^{-1}}$ gleichsetzen. Endlich ist

$$z_{AB} = \sum x_{AR^{-1}} y_{RB} = \sum y_{AS^{-1}} x_{SB} = \sum x_{BS} y_{S^{-1}A} = \sum x_{BR^{-1}} y_{RA} = z_{BA}.$$

Denn $R = S^{-1}$ durchläuft gleichzeitig mit S alle h Elemente von $\mathfrak{H}$.

Je zwei Systeme (12.), welche die hier vorausgesetzten Symmetrieeigenschaften besitzen, sind mit einander vertauschbar. Setzt man $x_\varkappa = 1$ und die anderen $k-1$ der Variabeln $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ Null, so erhält man k specielle Systeme dieser Art für $\varkappa = 0, 1, \cdots k-1$. Von diesen k Systemen sind also je zwei vertauschbar. Aus ihnen geht wieder das allgemeinste System hervor, indem man sie mit den k Variabeln

$x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ multiplicirt und addirt. Folglich ist die Determinante h^{ten} Grades

$$(14.) \qquad |x_{PQ^{-1}}| = \Theta(x_0, x_1, \cdots x_{k-1}) = \Theta((x))$$

ein Product von h linearen Functionen der k Variabeln (*Über vertauschbare Matrizen*, S. 601 dieses Bandes). In dieser Determinante sind die h Elemente der Diagonale und nur diese gleich x_0, also hat x_0^h den Coefficienten 1. Daher kann man festsetzen, dass auch in jedem linearen Factor von Θ

$$(15.) \qquad \xi = \frac{1}{f} \Sigma\, h_\alpha \chi_\alpha x_\alpha$$

der Coefficient von x_0 gleich 1 ist. Hier soll h_α dieselbe Bedeutung haben wie bisher, f von Null verschieden sein, und $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$ sollen die noch unbekannten Coefficienten bezeichnen. Demnach ist $\chi_0 = f$. Nun ist aber nach (13.)

$$|z_{PQ^{-1}}| = |x_{PQ^{-1}}|\; |y_{PQ^{-1}}|.$$

Folglich muss auch jeder lineare Factor von $\Theta((z))$ in das Product aus einer linearen Function von $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ und einer von $y_0, y_1, \cdots y_{k-1}$ zerfallen,

$$\frac{1}{f} \Sigma\, h_\gamma \chi_\gamma z_\gamma = (\Sigma\, a_\alpha x_\alpha)(\Sigma\, b_\beta y_\beta),$$

wo $a_0 = b_0 = 1$ ist. Setzt man $y_0 = y_E = 1$ und $y_1 = \cdots = y_{k-1} = 0$, so wird $z_R = x_R$, also $\frac{1}{f} \Sigma\, h_\gamma \chi_\gamma x_\gamma = \Sigma\, a_\alpha x_\alpha$. Mithin ist

$$(16.) \qquad f \Sigma\, h_\gamma \chi_\gamma z_\gamma = (\Sigma\, h_\alpha \chi_\alpha x_\alpha)(\Sigma\, h_\beta \chi_\beta y_\beta).$$

Nun ist aber die Gleichung (13.) oder

$$(17.) \qquad z_C = \Sigma\, x_R y_S \qquad (RS = C)$$

identisch mit

$$(18.) \qquad h_\gamma z_\gamma = \sum_{\alpha,\beta} h_{\alpha\beta\gamma'}\, x_\alpha y_\beta.$$

Denn ist C ein Element der γ^{ten} Classe, so kommt es, während R die Elemente der α^{ten} Classe durchläuft und S die der β^{ten}, $\frac{h_{\alpha\beta\gamma'}}{h_\gamma}$ Mal vor, dass $RS = C$ wird. Durch Vergleichung der Coefficienten von $x_\alpha y_\beta$ ergiebt sich daher aus (16.)

$$(19.) \qquad h_\alpha h_\beta \chi_\alpha \chi_\beta = f \sum_\gamma h_{\alpha\beta\gamma'}\, \chi_\gamma,$$

und folglich ist das Werthsystem $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$ einem der k verschiedenen Charaktere gleich. Die Gleichung (15.) lässt sich auf die Form

$$(20.) \qquad f\xi = \Sigma\, \chi(R) x_R$$

bringen.

Ist umgekehrt χ irgend einer der k Charaktere, so ist ξ ein linearer Factor der Determinante Θ. Setzt man nämlich in den Gleichungen (17.) und (18.) $y_\beta = \chi_{\beta'}$, so wird

$$z_C = \sum_S x_{CS^{-1}} y_S = \sum_R x_{CR}\chi(R), \qquad h_\gamma z_\gamma = \sum_{\alpha,\beta} h_{\alpha\beta\gamma'} x_\alpha \chi_{\beta'} = \frac{1}{f}\sum_\alpha h_\alpha h_\gamma \chi_\alpha \chi_{\gamma'} x_\alpha,$$

also

$$(21.)\qquad \sum_R \chi(R) x_{CR} = \chi(C^{-1})\xi, \qquad \sum_R \chi(CR) x_R = \chi(C)\xi.$$

In der Determinante (14.) multiplicire man die Elemente der ersten Zeile ($P = E$) mit der von Null verschiedenen Zahl $\chi(E) = f$, die Elemente der Zeile, die durch den Index P charakterisirt ist, mit $\chi(P)$, und addire dann alle Zeilen zur ersten. Dann wird irgend ein Element der ersten Zeile

$$\sum_P \chi(P) x_{PQ^{-1}} = \chi(Q)\xi,$$

und folglich ist Θ durch ξ theilbar. Daher ist

$$(22.)\qquad \Theta = |x_{PQ^{-1}}| = \prod_\varkappa (\xi^{(\varkappa)})^{g^{(\varkappa)}} = \prod_\varkappa \left(\frac{1}{f^{(\varkappa)}} \sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} x_\alpha\right)^{g^{(\varkappa)}},$$

wo $g^{(\varkappa)}$ eine von Null verschiedene ganze Zahl ist.

Mit Hülfe der Sätze über die Matrizen (linearen Systeme), die ich in meiner Arbeit *Über lineare Substitutionen und bilineare Formen*, Crelle's Journal Bd. 84 entwickelt habe, ergiebt sich für diesen Satz ein zweiter Beweis, aus dem zugleich die Bedeutung der Zahlen $g^{(\varkappa)}$ erhellt. Das bisher mit $(x_{PQ^{-1}})$ bezeichnete System von h Zeilen und Spalten will ich noch kürzer mit (x) bezeichnen. Ist $\varepsilon_R = 0$, wenn R von E verschieden ist, aber $\varepsilon_E = 1$, so ist $(\varepsilon_{PQ^{-1}}) = (\varepsilon)$ das Einheitssystem, das aus (x) hervorgeht, indem man $x_0 = 1$, $x_1 = x_2 = \cdots = x_{k-1} = 0$ setzt. Dann wird der Inhalt der Gleichungen (5.) und (6.), § 3 ausgedrückt durch die Formel

$$(23.)\qquad \sum_\varkappa \left(\frac{1}{h} e^{(\varkappa)} \chi^{(\varkappa)}\right) = (\varepsilon)$$

und der der Gleichungen (9.) durch die Formeln

$$(24.)\qquad \left(\frac{1}{h} e^{(\varkappa)} \chi^{(\varkappa)}\right)^2 = \left(\frac{1}{h} e^{(\varkappa)} \chi^{(\varkappa)}\right), \qquad \left(\frac{1}{h} e^{(\varkappa)} \chi^{(\varkappa)}\right)\left(\frac{1}{h} e^{(\lambda)} \chi^{(\lambda)}\right) = 0.$$

Lässt man in der ersten den Index $\varkappa$ weg, so zeigt sie: Die Gleichung niedrigsten Grades, der das System $\left(\frac{e\chi}{h}\right)$ genügt, ist $\psi\left(\left(\frac{e\chi}{h}\right)\right) = 0$, wenn $\psi(r) = r(r-1)$ ist. Daher kann auch die charakteristische Determinante $\varphi(r)$ dieses Systems nur für $r = 0$ und $r = 1$ verschwinden, und weil $\psi(r)$ keinen mehrfachen Linearfactor hat, so sind ihre Elementartheiler alle vom ersten Grade. Ist also

$$(25.)\qquad \varphi(r) = \left| r(\varepsilon) - \left(\frac{e\chi}{h}\right)\right| = r^{h-g}(r-1)^g,$$

so verschwinden für $r = 0$ alle Unterdeterminanten von $\phi(0)$ von dem Grade $h, h-1, \cdots g+1$, die vom Grade g aber nicht alle. Folglich ist g der Rang des Systems (χ).

Durch Auflösung der linearen Gleichungen (11.), § 2 erhält man

$$(26.) \qquad h\, x_\alpha = \sum_\varkappa \chi_\alpha^{(\varkappa)} e^{(\varkappa)} \xi^{(\varkappa)}.$$

Mithin ist

$$(27.) \qquad (x) = \sum_\varkappa \xi^{(\varkappa)} \left(\frac{1}{h} e^{(\varkappa)} \chi^{(\varkappa)}\right)$$

und folglich

$$\prod_\varkappa \left(r(\varepsilon) - \xi^{(\varkappa)} \left(\frac{1}{h} e^{(\varkappa)} \chi^{(\varkappa)}\right)\right) = r^h(\varepsilon) - r^{h-1}(x),$$

weil in der Entwicklung dieses symbolischen Productes alle anderen Glieder nach (24.) verschwinden. Mithin sind auch die Determinanten dieser beiden Systeme gleich

$$\prod_\varkappa \left(r^{h-g^{(\varkappa)}} (r - \xi^{(\varkappa)})^{g^{(\varkappa)}}\right) = r^{h(h-1)} \, | \, r(\varepsilon) - (x) \, | \, .$$

Daher müssen zunächst die Potenzen von r auf beiden Seiten dieser Gleichung gleiche Exponenten haben. Hebt man sie auf, und setzt man dann $r = 0$, so ergiebt sich die Gleichung (22.). Folglich ist darin $g^{(\varkappa)}$ der Rang des Systems

$$(28.) \qquad (\chi^{(\varkappa)}(PQ^{-1})).$$

§ 6.

In der Determinante h^{ten} Grades $|x_{P,Q}|$ seien zunächst die h^2 Elemente $x_{P,Q}$ unabhängige Variabele. Ist T ein bestimmtes Element von $\mathfrak{H}$, und setzt man

$$T^{-1}PT = P', \qquad T^{-1}QT = Q',$$

so durchläuft P' zugleich mit P die h Elemente von $\mathfrak{H}$, und Q' dieselben Elemente in derselben Reihenfolge. Daher ist

$$(1.) \qquad \Theta = |x_{P,Q}| = |x_{P',Q'}|,$$

und auch die Unterdeterminante $\Theta_{A,B}$, die dem Elemente $x_{A,B}$ in der ersten Determinante complementär ist, ist gleich der Unterdeterminante, welche demselben Elemente $x_{A,B}$, das dort aber an einer anderen Stelle steht, in der zweiten Determinante complementär ist.

Ich beschränke nun die Veränderlichkeit der h^2 Elemente der Determinante Θ zunächst dadurch, dass ich $x_{P,Q} = x_{PQ^{-1}}$ setze. Dann hängt sie nur noch von h unabhängigen Variabeln ab, je h der h^2 Elemente sind einander gleich, in jeder Zeile stehen die h verschiedenen Variabeln sämmtlich, ebenso in jeder Spalte. Die ver-

schiedenen Zeilen unterscheiden sich von einander nur durch die Reihenfolge der Variabeln, die durch die Constitution der Gruppe $\mathfrak{H}$ bedingt ist. Ich behaupte nun, dass auch die Unterdeterminante $\Theta_{A,B}$ nicht von A und B einzeln, sondern nur von $AB^{-1} = C$ abhängt. Oder: Die Variable x_C findet sich in Θ an h Stellen. An jeder ist ihr dieselbe Unterdeterminante complementär. Zunächst ist für eine Variable der Diagonale $\Theta_{A,A} = |x_{R,S}|$, wo R die Elemente von $\mathfrak{H}$ mit Ausschluss von A durchläuft, und S dieselben $h-1$ Elemente in derselben Reihenfolge. Setzt man $R = UA$, $S = VA$, so ist

$$x_{R,S} = x_{UA,VA} = x_{UAA^{-1}V^{-1}} = x_{UV^{-1}} = x_{U,V},$$

also $\Theta_{A,A} = |x_{U,V}|$, wo U und V die Elemente von $\mathfrak{H}$ mit Ausschluss von E durchlaufen. Mithin ist $|x_{U,V}| = \Theta_{E,E}$.

Sind A und B zwei bestimmte Elemente von $\mathfrak{H}$, und ist $C = AB^{-1}$, so durchläuft CP die h Elemente von $\mathfrak{H}$ gleichzeitig mit P, nur in einer anderen Reihenfolge. Daher ist

$$\pm |x_{P,Q}| = |x_{CP,Q}| = |y_{P,Q}|,$$

falls man $x_{CPQ^{-1}} = y_{PQ^{-1}} = y_{P,Q}$ setzt. Nun ist $\Theta_{B,B}(y) = \Theta_{E,E}(y)$ und mithin

$$\Theta_{A,B} = \Theta_{C,E} \qquad (C = AB^{-1}). \tag{2.}$$

Aus diesem Satze ergiebt sich die Relation

$$\Theta_{A,B} = \frac{1}{h}\frac{\partial\Theta}{\partial x_{AB^{-1}}}. \tag{3.}$$

Die Theorie dieser und noch allgemeinerer Determinanten, deren Grundlage die vorliegende Untersuchung bildet, behandle ich in der Eingangs angekündigten Arbeit. Jetzt aber beschränke ich die Veränderlichkeit der h Grössen x_R weiter durch die Bedingungen (11), § 5, ich setze also $x_R = x_S$, wenn R und S conjugirt sind. Gehört C der γ^{ten} Classe an, so findet sich jetzt die Variabele $x_C = x_\gamma$ in jeder Zeile h_γ Mal, in der ganzen Determinante hh_γ Mal. Aber auch hier hat die Unterdeterminante $\Theta_{A,B}$ für jeden dieser hh_γ Plätze denselben Werth.

Unter der gemachten Voraussetzung haben die beiden Determinanten (1.) nicht nur denselben Werth, sondern es sind auch die an entsprechenden Stellen stehenden Variabeln gleich, $x_{P,Q} = x_{P',Q'}$. Daher ist auch die Unterdeterminante, die der Variabeln $x_{P,Q}$ in der ersten complementär ist, gleich der Unterdeterminante, die der Variabeln $x_{P',Q'}$ in der zweiten complementär ist; diese aber ist, wie schon oben bemerkt, gleich der Unterdeterminante, die der Variabeln $x_{P',Q'}$ in der ersten complementär ist. In Verbindung mit (2.) folgt daraus die Richtigkeit der Behauptung

$$\Theta_{P,Q} = \Theta_{R,S}, \text{ wenn } RS^{-1} = T^{-1}PQ^{-1}T. \tag{4.}$$

Denn es ist $RS^{-1} = P'Q'^{-1}$, also

$$\Theta_{P,Q} = \Theta_{P',Q'} = \Theta_{R,S}.$$

Mithin ist jetzt

$$(5.)\qquad \Theta_{A,B} = \frac{1}{h h_{AB^{-1}}} \frac{\partial \Theta}{\partial x_{AB^{-1}}}.$$

Aus den identischen Gleichungen zwischen den Elementen einer Determinante und den ihnen complementären Unterdeterminanten ergiebt sich daher

$$\sum_R \frac{1}{h_R} \frac{\partial \log \Theta}{\partial x_R} x_{RA^{-1}} = h \varepsilon_A,$$

also wenn man für Θ seinen Ausdruck (22.), § 5 einsetzt,

$$\sum_R \sum_\varkappa \frac{g^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)} \xi^{(\varkappa)}} \chi_R^{(\varkappa)} x_{RA^{-1}} = h \varepsilon_A,$$

und weil nach (21.), § 5

$$\sum_R \chi_R^{(\varkappa)} x_{RA^{-1}} = \chi^{(\varkappa)}(A)\, \xi^{(\varkappa)}$$

ist,

$$\sum_\varkappa \frac{g^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} \chi^{(\varkappa)}(A) = h \varepsilon_A,$$

und weil nach (5.) und (6.), § 3 auch

$$(6.)\qquad \sum_\varkappa e^{(\varkappa)} \chi^{(\varkappa)}(A) = h \varepsilon_A$$

ist,

$$\sum_\varkappa \left(\frac{g^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} - e^{(\varkappa)} \right) \chi_\alpha^{(\varkappa)} = 0.$$

Da die Determinante (8.), § 2 von Null verschieden ist, so folgt daraus

$$(7.)\qquad g^{(\varkappa)} = e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)},$$

und damit ist bewiesen, dass die Wurzeln $g = ef$ der Gleichung (12.), § 3 ganze Zahlen sind.

Die charakteristische Function von Θ erhält man, indem man x_0 durch $x_0 - r$, also auch $\xi^{(\varkappa)}$ durch $\xi^{(\varkappa)} - r$ ersetzt. Daher ist

$$\Theta(x_0 - r, x_1, \cdots x_{k-1}) = \prod_\varkappa (\xi^{(\varkappa)} - r)^{g^{(\varkappa)}}$$

und folglich nach (3.), § 4

$$(8.)\qquad \frac{1}{h} \frac{\partial \log \Theta(x_0 - r, x_1, \cdots x_{k-1})}{\partial r} = \frac{1}{h} \sum_\varkappa \frac{e^{(\varkappa)} f^{(\varkappa)}}{r - \xi^{(\varkappa)}}$$

$$= r^{-1} + x_0 r^{-2} + (\sum_{\alpha,\beta} h_{\alpha\beta} x_\alpha x_\beta) r^{-3} + (\sum_{\alpha,\beta,\gamma} h_{\alpha\beta\gamma} x_\alpha x_\beta x_\gamma) r^{-4} + (\sum_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} h_{\alpha\beta\gamma\delta} x_\alpha x_\beta x_\gamma x_\delta) r^{-5} + \cdots.$$

Demnach ist dieser Ausdruck die erzeugende Function der sämmtlichen in § 1 definirten Zahlen $h_{\alpha\beta\gamma\ldots\nu}$. Nachdem aus dieser Entwicklung die Zahlen $h_{\alpha\beta\gamma}$ erhalten sind, liefert die Determinante (14.), § 2 das Pro-

duct der k verschiedenen Linearfactoren von Θ. Die Beziehung zwischen diesen beiden Determinanten h^{ten} und k^{ten} Grades ist wohl eins der merkwürdigsten Ergebnisse der entwickelten Theorie.

Aus der Gleichung (5.) folgt noch, dass, wenn ξ^g ein Factor von Θ ist, die Unterdeterminanten $(h-1)^{\text{ten}}$ Grades von Θ alle durch ξ^{g-1} theilbar sind. Daher sind die Unterdeterminanten $(h-2)^{\text{ten}}$ Grades alle durch $\xi^{g-2}, \cdots$ die $(h-g+1)^{\text{ten}}$ Grades alle durch ξ theilbar, die $(h-g)^{\text{ten}}$ Grades aber nicht mehr alle durch ξ theilbar. Sind also $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ unabhängige Variabele, so hat Θ nur lineare Elementartheiler.

Sind je zwei Elemente von $\mathfrak{H}$ vertauschbar, so ist $k = h$, die Charaktere, die durch die Bedingungen

$$\chi(AB) = \chi(A)\chi(B) \tag{9.}$$

bestimmt sind, sind alle vom Grade $f = 1$, die Determinante h^{ten} Grades Θ, die mit der Determinante k^{ten} Grades (14.), § 2 identisch wird, enthält jeden Linearfactor in der Potenz $e = 1$, und ihre Zerlegung ist mit Hülfe der Relationen (9.) leicht direct auszuführen. Für cyklische Gruppen, bei denen ξ in die Resolvente von Lagrange übergeht, ist sie schon 1853 von Spottiswoode, *Elementary Theorems relating to Determinants*, Crelle's Journal Bd. 51, S. 375 angegeben. Andere Fälle haben Nöther, *Notiz über eine Classe symmetrischer Determinanten*, Math. Ann. Bd. 16, Gegenbauer, *Über eine specielle symmetrische Determinante*, Wiener Ber. 1880, Puchta, *Ein neuer Satz aus der Theorie der Determinanten*, Wiener Denkschriften Bd. 43 behandelt. Die allgemeine Formel für die Determinante einer commutativen Gruppe hat Dedekind im Jahre 1880 bei Gelegenheit der Eingangs erwähnten Untersuchung über Gruppendeterminanten durch Multiplication der Determinanten $|x_{PQ^{-1}}|$ und $|\chi^{(\kappa)}(R)|$ erhalten. Wie ich aus dem 25. Bande der *Fortschritte der Mathematik*, S. 220 ersehe, hat Burnside in der (mir nicht zugänglichen) Zeitschrift *Messenger of Math.* (2) XXIII, p. 112 in einer Arbeit *On a property of certain determinants* ebenfalls diese Formel hergeleitet.

§ 7.

Die bisher entwickelten Sätze und Formeln behalten alle ihre Gültigkeit, wenn man den Begriff der Classe, auf dem sie fussen, weiter fasst. Ist die Gruppe $\mathfrak{H}$ eine invariante Untergruppe einer anderen Gruppe $\mathfrak{H}'$, so mögen zwei Elemente R und R' von $\mathfrak{H}$ *conjugirt* heissen (in Bezug auf $\mathfrak{H}'$), wenn es in $\mathfrak{H}'$ ein Element T giebt, das der Bedingung

$$R' = T^{-1}RT \tag{1.}$$

genügt. Sei T ein bestimmtes Element von $\mathfrak{H}'$. Dann entspricht auf Grund der Gleichung (1.) jedem Elemente R von $\mathfrak{H}$ ein Element R' von $\mathfrak{H}$. Durchläuft R alle Elemente von $\mathfrak{H}$, so durchläuft auch R' dieselben, nur in einer anderen Reihenfolge. So erhält man einen Isomorphismus von $\mathfrak{H}$ in sich, und zwar jeden möglichen, indem man die Gruppe $\mathfrak{H}'$ und darin das Element T passend wählt (*Über endliche Gruppen* § 5, Sitzungsber. 1895, S. 22).

Seien A, B und P Elemente von $\mathfrak{H}$, und sei $B = P^{-1}AP$ conjugirt mit A in Bezug auf $\mathfrak{H}$. Dann sind auch A' und $B' = P'^{-1}A'P'$ conjugirt in Bezug auf $\mathfrak{H}$, und umgekehrt. Durch jenen Isomorphismus gehen also die Elemente einer Classe (α) in die Elemente derselben oder einer anderen Classe (β) über. Für zwei solche Classen, die ich *conjugirte* nennen will, ist daher $h_\alpha = h_\beta$. Vereinigt man also jetzt alle Elemente von $\mathfrak{H}$, die einander in Bezug auf $\mathfrak{H}'$ conjugirt sind, zu einer Classe, so ist die Anzahl der neuen Classen $k' \leq k$, und jede neue Classe $(\rho)'$ entsteht durch Vereinigung einer gewissen Anzahl r von conjugirten alten Classen $(\alpha), (\beta), (\gamma), \cdots$. Sie enthält, da $h_\alpha = h_\beta = h_\gamma = \cdots$ ist

$$(2.)\qquad h'_\rho = h_\alpha + h_\beta + h_\gamma + \cdots = r h_\alpha$$

Elemente von $\mathfrak{H}$.

Die k Grössen $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$, die einen Charakter χ bilden, sind bis auf einen gemeinsamen Factor f dadurch bestimmt, dass

$$(3.)\qquad f\xi = \Sigma\, h_\alpha \chi_\alpha x_\alpha$$

ein Linearfactor der Determinante Θ ist. Ebenso ist jeder neue Charakter χ' dadurch bestimmt, dass

$$f'\xi' = \Sigma\, h'_\rho \chi'_\rho x'_\rho$$

ein Linearfactor einer analogen Determinante Θ' ist. Diese geht aus Θ hervor, indem man für je r conjugirte Classen $(\alpha), (\beta), (\gamma), \cdots$, die sich zu einer Classe $(\rho)'$ vereinigen, $x_\alpha = x_\beta = x_\gamma = \cdots = x'_\rho$ setzt. Mithin ist

$$\frac{1}{f'} h'_\rho \chi'_\rho = \frac{1}{f}(h_\alpha\chi_\alpha + h_\beta\chi_\beta + h_\gamma\chi_\gamma + \cdots)$$

oder nach (2.)

$$(4.)\qquad \frac{f}{f'}\chi'_\rho = \frac{1}{r}(\chi_\alpha + \chi_\beta + \chi_\gamma + \cdots).$$

Ist R ein Element einer jener r Classen, so kann man diese Gleichung auch durch

$$(5.)\qquad \frac{f}{f'}\chi'(R) = \frac{1}{h'}\sum_U{}' \chi(U^{-1}RU)$$

ersetzen, wo U die sämmtlichen h' Elemente von $\mathfrak{H}'$ durchläuft. Denn

in dieser Summe von h' Gliedern kommt jedes der r Glieder der Summe (4.) vor und jedes gleich oft.

Indem man aber gewisse Complexe der Variabeln von Θ einander gleich setzt, können auch zwei verschiedene Linearfactoren ξ und η von Θ einander gleich werden. Es können also zwei verschiedene Charaktere χ und ψ denselben Charakter χ' erzeugen. Dies tritt in folgendem Falle ein:

Ist T ein bestimmtes Element von $\mathfrak{H}'$, so entspricht nach (1.) jedem Elemente R von $\mathfrak{H}$ ein Element R' von $\mathfrak{H}$. Durchläuft S die Elemente einer Classe (α), so durchläuft auch S' die Elemente einer Classe (β). Daher ist nach Gleichung (5), § 5

$$\sum_{S'}\left(\chi(E)\chi(A'S')-\chi(A')\chi(S')\right)=0.$$

Setzt man also

$$\chi(R')=\chi(T^{-1}RT)=\psi(R),$$

so ist, weil $A'S'=(AS)'$ ist,

$$\sum_{S}\left(\psi(E)\psi(AS)-\psi(A)\psi(S)\right)=0.$$

Aus dieser Relation, die mit der Gleichung (6.), § 2 identisch ist, folgt aber, dass $\psi(R)$ ein Charakter ist. Zwei solche Charaktere sollen *conjugirt* (in Bezug auf $\mathfrak{H}'$) genannt werden. Führt die Substitution T nicht jede der alten Classen in sich selbst über, so kann man den Charakter χ so wählen, dass ψ davon verschieden ist. Denn wenn etwa A und A' verschiedene Classen repraesentiren, so kann nicht für jeden Werth von $\varkappa$ $\chi^{(\varkappa)}(A)=\chi^{(\varkappa)}(A')$ sein. Wählt man $\varkappa$ so, dass diese Gleichung nicht besteht, und setzt dann $\chi^{(\varkappa)}=\chi$, so ist $\psi(A)=\chi(A')$ von $\chi(A)$ verschieden, also ist ψ ein anderer Charakter als χ.

Zwei conjugirte Charaktere unterscheiden sich nur durch die Anordnung der k Grössen $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$. Nun ist aber nach Formel (10.), § 5

$$\sum_{R}\chi(R^{-1})\chi(R)=\frac{hf}{e}, \tag{6.}$$

also ist auch

$$\sum_{R}\psi(R^{-1})\psi(R)=\sum_{R'}\chi(R'^{-1})\chi(R')=\frac{hf}{e},$$

weil R' zugleich mit R alle Elemente von $\mathfrak{H}$ durchläuft. Für zwei conjugirte Charaktere hat daher, weil $f=\chi(E)=\psi(E)$ ist, auch die Zahl $g=ef$, der Exponent des Linearfactors ξ in Θ, denselben Werth.

Zwei conjugirte Charaktere χ und ψ erzeugen denselben neuen Charakter χ'. Denn es ist

$$\frac{h'f}{f'}\chi'(R)=\sum_{U}{}'\chi(U^{-1}RU)=\sum_{U}{}'\psi(U^{-1}RU). \tag{7.}$$

Die letzte Summe ist nämlich gleich $\Sigma'\chi((UT)^{-1}R(UT))$, unterscheidet sich also von der ersten nur durch die Reihenfolge der Summanden, da UT zugleich mit U alle Elemente von $\mathfrak{H}'$ durchläuft.

Umgekehrt müssen zwei Charaktere χ und ψ, die denselben Charakter χ' erzeugen, stets conjugirt sein. Es muss also, wenn die Gleichung (7.) besteht, ein solches Element T in $\mathfrak{H}'$ geben, dass $\psi(R) = \chi(T^{-1}RT)$ ist für jedes Element R von $\mathfrak{H}$. Denn aus jener Gleichung folgt

$$\sum_U{}' \sum_R \chi(U^{-1}RU)\psi(R^{-1}) = \sum_U{}' \sum_R \psi(U^{-1}RU)\psi(R^{-1}).$$

Sei U ein bestimmtes Element von $\mathfrak{H}'$. Ist dann $\psi(U^{-1}RU) = \psi(R)$ für jedes Element R von $\mathfrak{H}$, so ist nach (6.) $\sum_R \psi(U^{-1}RU)\psi(R^{-1})$ eine positive von Null verschiedene Grösse. Dieser Bedingung genügt jedes Element U von $\mathfrak{H}'$, das in $\mathfrak{H}$ enthalten ist. Ist sie aber nicht erfüllt, so ist $\psi(U^{-1}RU) = \vartheta(R)$ ein von $\psi(R)$ verschiedener Charakter, und mithin verschwindet diese Summe nach Gleichung (10.), § 5. Die rechte Seite der letzten Gleichung hat also einen von Null verschiedenen Werth, und mithin auch die Summe auf der linken Seite. Nun ist aber, falls wieder U ein bestimmtes Element von $\mathfrak{H}'$ und R ein veränderliches Element von $\mathfrak{H}$ ist, $\chi(U^{-1}RU) = \vartheta(R)$ ein Charakter. Ist dieser von $\psi(R)$ verschieden, so ist $\sum_R \chi(U^{-1}RU)\psi(R^{-1}) = 0$. Mithin kann ϑ nicht für jedes U von ψ verschieden sein, es muss also ein Element $U = T$ geben, für das $\chi(T^{-1}RT) = \psi(R)$ ist, und folglich sind χ und ψ conjugirte Charaktere.

In der Summe (5.) finden sich alle mit χ conjugirten Charaktere und jeder gleich oft. Denn diejenigen Elemente U von $\mathfrak{H}'$, die der Gleichung $\chi(U^{-1}RU) = \chi(R)$ für jedes Element R von $\mathfrak{H}$ genügen, bilden eine in $\mathfrak{H}'$ enthaltene Gruppe, die $\mathfrak{H}$ enthält. Daher ist die Anzahl s der Charaktere $\chi^{(\varkappa)}, \chi^{(\lambda)}, \chi^{(\mu)}, \cdots$ die mit χ conjugirt sind, ein Divisor von $\frac{h'}{h}$, und man kann jene Gleichung auch auf die Form

$$(8.)\qquad \frac{f}{f'}\chi' = \frac{1}{s}(\chi^{(\varkappa)}+\chi^{(\lambda)}+\chi^{(\mu)}+\cdots)$$

bringen. Die Formeln (4.) und (8.) stellen die beiden verschiedenen Arten vor Augen, wie man sich die Entstehung der neuen Charaktere, die ich die *relativen Charaktere* von $\mathfrak{H}$ in Bezug auf $\mathfrak{H}'$ nennen will, aus den alten denken kann.

Wenn beim Übergange von Θ zu Θ' mehrere verschiedene lineare Factoren $\xi, \eta, \cdots$ von Θ einander gleich werden, so entsprechen sie conjugirten Charakteren $\chi, \psi, \cdots$ und umgekehrt. Daher haben die Potenzen von $\xi, \eta, \cdots$, die in Θ aufgehen, alle denselben Exponenten g.

Der Exponent g' der Potenz, in welcher der entsprechende Linearfactor ξ' in Θ' enthalten ist, ist folglich

$$g' = sg. \tag{9.}$$

Daher kann man etwa $f' = sf$, $e' = e$ setzen. Während nun, wie oben erwähnt, g ein Quadrat ist, braucht g' nicht ein Quadrat zu sein. Daraus erklärt es sich, dass der Beweis für jenen Satz mit den bisher benutzten Mitteln allein nicht geführt werden kann.

Die relativen Charaktere von $\mathfrak{H}$ haben für die Gruppe $\mathfrak{H}'$ selbst eine einfache Bedeutung. Die neuen Classen, in die ich die Elemente von $\mathfrak{H}$ getheilt habe, sind auch Classen von $\mathfrak{H}'$, weil $\mathfrak{H}$ eine invariante Untergruppe von $\mathfrak{H}'$ ist. Da ich jetzt von den alten Classen und der Function Θ keinen Gebrauch mehr mache, will ich die Bezeichnung durchgehend ändern, und das, was ich bisher k' und Θ' genannt habe, mit k und Θ bezeichnen, die neuen Classen selbst mit $(0), (1) \cdots (k-1)$, die ihnen entsprechenden Variabeln mit $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$. Dagegen sei jetzt k' die Anzahl der Classen von $\mathfrak{H}'$. Dann enthalten die Classen $(k), (k+1), \cdots (k'-1)$ kein Element von $\mathfrak{H}$. Die der Gruppe $\mathfrak{H}'$ entsprechende Determinante (14.), § 5 des Grades h' sei

$$\Theta' = |x_{P,Q}| = |x_{PQ^{-1}}|,$$

wo P und Q die $h' = nh$ Elemente von $\mathfrak{H}'$ in derselben Reihenfolge durchlaufen. Zerfällt $\mathfrak{H}'$ (mod. $\mathfrak{H}$) in die n Complexe

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} + \mathfrak{H}T + \mathfrak{H}U + \cdots,$$

so ordne ich die Zeilen und Spalten jener Determinante so, dass P zuerst die h Elemente von $\mathfrak{H}$ durchläuft, dann die h Elemente von $\mathfrak{H}T$, dann die von $\mathfrak{H}U$, u. s. w. Setzt man nun in Θ' $x_k = \cdots = x_{k'-1} = 0$, so bleiben nur die k Variabeln x_R übrig, deren Index R ein Element von $\mathfrak{H}$ ist.

In den ersten h Zeilen bleiben nur die Elemente der ersten h Spalten, und diese bilden die Determinante h^{ten} Grades

$$\Theta = |x_{R,S}| = |x_{RS^{-1}}|,$$

wo R und S die Elemente von $\mathfrak{H}$ durchlaufen. In den folgenden h Zeilen bleiben nur die Elemente $x_{RT,ST} = x_{RT(ST)^{-1}} = x_{RS^{-1}}$, die in den Spalten $h+1$ bis $2h$ stehen, und diese bilden wieder die Determinante Θ, u. s. w. Daher wird, wenn man $x_k = \cdots x_{k'-1} = 0$ setzt,

$$\Theta' = \Theta^n. \tag{10.}$$

Nun sind aber die Coefficienten der linearen Factoren von Θ die relativen Charaktere $\chi_0, \chi_1, \cdots \chi_{k-1}$ von $\mathfrak{H}$, und die der linearen Factoren von Θ' die Charaktere von $\mathfrak{H}'$. In jedem Charakter $\chi_0, \cdots \chi_{k-1}, \chi_k, \cdots \chi_{k'-1}$ von $\mathfrak{H}'$ bilden also die ersten k Werthe $\chi_0, \cdots \chi_{k-1}$ (von einem gemein-

samen Factor f abgesehen) einen relativen Charakter von $\mathfrak{H}$, und umgekehrt lässt sich jeder relative Charakter von $\mathfrak{H}$, $\chi_0, \cdots \chi_{k-1}$, auf eine oder mehrere Arten durch Hinzufügung passender Werthe $\chi_k, \cdots \chi_{k'-1}$ zu einem Charakter von $\mathfrak{H}'$ ergänzen.

§ 8.

Ich will nun die Theorie der Gruppencharaktere an einigen Beispielen erläutern. Die geraden Permutationen von 4 Symbolen bilden eine Gruppe $\mathfrak{H}$ der Ordnung $h = 12$. Ihre Elemente zerfallen in 4 Classen, die Elemente der Ordnung 2 bilden eine zweiseitige Classe (1), die der Ordnung 3 zwei inverse Classen (2) und $(3) = (2')$. Sei ρ eine primitive cubische Wurzel der Einheit.

Tetraeder. $h = 12$.

	$\chi^{(0)}$	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(2)}$	$\chi^{(3)}$	h_α
χ_0	1	3	1	1	1
χ_1	1	-1	1	1	3
χ_2	1	0	ρ	ρ^2	4
χ_3	1	0	ρ^2	ρ	4

Die Werthe von χ_0 sind zugleich die von $f = e$.

Alle Permutationen von 4 Symbolen bilden eine Gruppe $\mathfrak{H}'$ der Ordnung $h' = 24$, von der $\mathfrak{H}$ eine invariante Untergruppe ist. Die Classen (2) und (3) sind conjugirt und vereinigen sich zu einer Classe (2)'. Ebenso sind die Charaktere $\chi^{(2)}$ und $\chi^{(3)}$ conjugirt. Die relativen Charaktere sind

	$\chi^{(0)}$	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(2)}$	h_α
χ_0	1	3	2	1
χ_1	1	-1	2	3
χ_2	1	0	-1	8

Um diese Tabelle zu erhalten, addire man nach Formel (8), § 7 in der vorigen die beiden letzten Spalten, und behalte von den beiden letzten Zeilen, die dann einander gleich werden, nur die eine bei. Oder man nehme nach Formel (4), § 7 aus den Elementen der beiden letzten Zeilen das arithmetische Mittel, und behalte von den beiden letzten Spalten nur die eine bei. Um ganze Zahlen zu erhalten, multiplicire man noch die Elemente der letzten Spalte mit $f' = 2$. Für die beiden ersten Charaktere ist $e = f = \chi_0$, für den letzten aber $e = 1, f = 2$, also ist $g = 2$ kein Quadrat.

In der Gruppe $\mathfrak{H}'$ bilden die geraden Permutationen der Ordnung 2 eine Classe (1), die ungeraden eine Classe (2), die Permuta-

tionen der Ordnungen 3 und 4 je eine Classe (3) und (4). Jede der 5 Classen ist eine zweiseitige. Die Classen (2) und (4) enthalten die ungeraden Permutationen, die Classen (0), (1) und (3) enthalten die geraden und bilden zusammen die Gruppe $\mathfrak{H}$.

Octaeder. $h = 24$.

	$\chi^{(0)}$	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(2)}$	$\chi^{(3)}$	$\chi^{(4)}$	h_α
χ_0	1	3	3	2	1	1
χ_1	1	−1	−1	2	1	3
χ_2	1	1	−1	0	−1	6
χ_3	1	0	0	−1	1	8
χ_4	1	−1	1	0	−1	6

Für jeden Charakter ist $e = f = \chi_0$.

2. Die Permutationen von 5 Symbolen bilden eine Gruppe $\mathfrak{H}'$ der Ordnung $h' = 120$, die geraden allein eine Gruppe $\mathfrak{H}$ der Ordnung $h = 60$. Die Elemente von $\mathfrak{H}'$ zerfallen in 7 Classen. Die Elemente der Ordnung 3, 4, 5, 6 bilden je eine Classe (3), (4), (5), (6). Von den Permutationen der Ordnung 2 bilden die geraden die Classe (1), die ungeraden die Classe (2). Die Classen (2), (4) und (6) enthalten die ungeraden Permutationen, die übrigen enthalten die geraden und bilden zusammen die Untergruppe $\mathfrak{H}$. Jede der 7 Classen ist eine zweiseitige. Betrachtet man $\mathfrak{H}$ für sich, so zerfällt die Classe (5) von $\mathfrak{H}'$ in 2 Classen. Daher sollen die 5 Classen von $\mathfrak{H}$ mit (0), (1), (3), (4), (5) bezeichnet werden, wo (4) und (5) die Elemente der Ordnung 5 enthalten. Sowohl in $\mathfrak{H}$, wie in $\mathfrak{H}'$ ist jede Classe eine zweiseitige.

Icosaeder. $h = 60$.

	$\chi^{(0)}$	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(3)}$	$\chi^{(4)}$	$\chi^{(5)}$	h_α
χ_0	1	5	4	3	3	1
χ_1	1	1	0	−1	−1	15
χ_3	1	−1	1	0	0	20
χ_4	1	0	−1	$\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$	$\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$	12
χ_5	1	0	−1	$\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})$	$\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})$	12

Hier ist stets $e = f = \chi_0$. Die relativen Charaktere in Bezug auf $\mathfrak{H}'$ aber sind

	$\chi^{(0)}$	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(3)}$	$\chi^{(5)}$	h_α
χ_0	1	5	4	6	1
χ_1	1	1	0	−2	15
χ_3	1	−1	1	0	20
χ_5	1	0	−1	1	24

Hier ist $e^{(5)} = 3$, $f^{(5)} = 6$, also $g^{(5)} = 18$ kein Quadrat. Endlich ergiebt sich für die Gruppe $\mathfrak{H}'$:

$h = 120$

	$\chi^{(0)}$	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(2)}$	$\chi^{(3)}$	$\chi^{(4)}$	$\chi^{(5)}$	$\chi^{(6)}$	h_α
χ_0	1	5	5	4	4	6	1	1
χ_1	1	1	1	0	0	−2	1	15
χ_2	1	1	−1	2	−2	0	−1	10
χ_3	1	−1	−1	1	1	0	1	20
χ_4	1	−1	1	0	0	0	−1	30
χ_5	1	0	0	−1	−1	1	1	24
χ_6	1	1	−1	−1	1	0	−1	20

Auch für die symmetrische Gruppe n^{ten} Grades $\mathfrak{H}$ sind alle Charaktere ganze rationale Zahlen. Der Grund davon liegt darin, dass R und R^a stets in $\mathfrak{H}$ conjugirt sind, wenn a zur Ordnung von R theilerfremd ist.

§ 9.

Um noch ein allgemeineres Beispiel durchzuführen, wähle ich die Gruppe $\mathfrak{H}$ der Ordnung

$$h = \tfrac{1}{2}p(p^2-1), \tag{1.}$$

die von den linearen Substitutionen

$$y \equiv \frac{\gamma + \delta x}{\alpha + \beta x} \qquad (\text{mod.}\, p) \tag{2.}$$

der Determinante

$$\alpha\delta - \beta\gamma \equiv 1 \qquad (\text{mod.}\, p) \tag{3.}$$

gebildet wird, falls p eine ungerade Primzahl bedeutet. Ihre Eigenschaften, die hier in Betracht kommen, sind am ausführlichsten von GIERSTER, *Die Untergruppen der* GALOIS'*schen Gruppe der Modulargleichungen für den Fall eines primzahligen Transformationsgrades*, Math. Ann. Bd. 18, S. 319 abgeleitet. Dieser interessanten und wichtigen Arbeit entnehme ich die folgenden Resultate:

Die h Elemente der Gruppe $\mathfrak{H}$ zerfallen in

$$k = \tfrac{1}{2}(p-1) + 3 \tag{4.}$$

Classen conjugirter Elemente. Die von dem Elemente E gebildete Hauptclasse möge nicht, wie in der allgemeinen Theorie, mit (0), sondern mit (λ) bezeichnet werden. Die Elemente der Ordnung p bilden zwei Classen, die ich auch nicht mit Ziffern, sondern mit den Buchstaben (μ) und (ν) bezeichnen werde. Seien P und Q zwei nicht conjugirte Elemente der Ordnung p. Ist a ein quadratischer Rest von p und b ein Nichtrest, so ist P^a mit P conjugirt, P^b nicht. Ist daher $p \equiv 3$ (mod. 4), so sind (μ) und (ν) inverse Classen, und man kann $Q = P^{-1}$ wählen. Ist aber $p \equiv 1$ (mod. 4), so sind P und P^{-1} conju-

girt, ebenso Q und Q^{-1}, also ist jede dieser beiden Classen eine zweiseitige.

Die Ordnung jedes anderen Elementes der Gruppe ist ein Divisor von $\frac{1}{2}(p-1)$ oder von $\frac{1}{2}(p+1)$. Es giebt ein Element R der Ordnung $\frac{1}{2}(p-1)$ und ein Element S der Ordnung $\frac{1}{2}(p+1)$. Unter den Potenzen von R sind je zwei mit entgegengesetzten Exponenten R^a und R^{-a} conjugirt, ebenso unter den Potenzen von S. Dagegen repraesentiren, je nachdem $p\equiv 1$ oder 3 (mod. 4) ist,

$$(5.)\qquad \begin{matrix} R,\ R^2,\ \cdots\ R^{\frac{p-1}{4}} & \left(\text{bez. } R^{\frac{p-3}{4}}\right), \\ S,\ S^2,\ \cdots\ S^{\frac{p-1}{4}} & \left(\text{bez. } S^{\frac{p+1}{4}}\right) \end{matrix}$$

$\frac{1}{2}(p-1)$ verschiedene Classen. Fügt man dazu noch die drei Elemente E, P und Q, so hat man für jede der k Classen einen und nur einen Repraesentanten. Jede Classe ist eine zweiseitige. Nur wenn $p\equiv 3$ (mod. 4) ist, sind (μ) und (ν) inverse Classen. Nachdem R und S in irgend einer bestimmten Weise gewählt sind, möge die Zahl $\pm a$ (mod. $\frac{1}{2}(p-1)$) der Index der durch R^a oder R^{-a} repraesentirten Classe genannt werden, und ebenso die Zahl $\pm b$ (mod. $\frac{1}{2}(p+1)$) der Index der durch S^b oder S^{-b} repraesentirten Classe.

Für je zwei conjugirte Substitutionen (2.) hat die Zahl

$$(6.)\qquad \varkappa \equiv \tfrac{1}{2}(\alpha+\delta) \qquad (\text{mod. } p)$$

abgesehen vom Vorzeichen denselben Werth, also auch die beiden Wurzeln jeder der beiden Congruenzen

$$(7.)\qquad x^2 \pm 2\varkappa x + 1 \equiv 0 \qquad (\text{mod. } p).$$

Daher nenne ich $\pm\varkappa$ die *Invariante* der Classe, der die Substitution (2.) angehört. Haben umgekehrt zwei Substitutionen dieselbe Invariante $\pm\varkappa$, so sind sie conjugirt, ausser wenn $\varkappa\equiv\pm 1$ ist. Die Substitutionen der Invariante $\varkappa\equiv\pm 1$ zerfallen in drei Classen nach dem quadratischen Charakter (mod. p) der Zahlen, die durch die Form

$$(8.)\qquad \tfrac{1}{2}(\alpha+\delta)\left(\beta x^2 + (\alpha-\delta)xy - \gamma y^2\right)$$

dargestellt werden. Sind diese alle durch p theilbar, so ist $\beta\equiv\gamma\equiv 0$, $\alpha\equiv\delta\equiv\pm 1$, und wir erhalten die Hauptclasse (λ). Sind sie nicht alle durch p theilbar, so sind die Zahlen, die durch die Form darstellbar und zu p theilerfremd sind, entweder alle Reste oder alle Nichtreste von p. Im ersten Falle ist $\varkappa\beta$ Rest, und falls $\beta\equiv 0$ ist, $-\varkappa\gamma$ Rest. Diese Classe möge (μ) heissen. Im zweiten Falle ist $\varkappa\beta$ Nichtrest, und falls $\beta=0$ ist, $-\varkappa\gamma$ Nichtrest. Diese Classe möge (ν) heissen. Ist aber $\varkappa$ von ± 1 verschieden, so giebt es nur eine Classe der In-

variante $\pm\varkappa$, sie möge mit $(\varkappa)$ oder auch mit $(\pm\varkappa)$ bezeichnet werden $\left(\varkappa = 0, 2, 3, \cdots \frac{p-1}{2}\right)$. Setzt man

$$(9.)\qquad \varepsilon_\varkappa = \left(\frac{\varkappa^2-1}{p}\right), \qquad \varepsilon_0 = \varepsilon = \left(\frac{-1}{p}\right), \qquad \varepsilon_1 = 0,$$

so ergeben sich für die Anzahl der Elemente jeder dieser k Classen die Formeln

$$(10.)\qquad h_\lambda = 1, \quad h_\mu = h_\nu = \tfrac{1}{2}(p^2-1), \quad h_0 = \tfrac{1}{2}p(p+\varepsilon), \quad h_\varkappa = p(p+\varepsilon_\varkappa).$$

Die Elemente der Classen (μ) und (ν) haben alle die Ordnung p. Die Classe (0) besteht aus allen Elementen von $\mathfrak{H}$, deren Ordnung gleich 2 ist. Ihr etwas abweichendes Verhalten gegen die anderen Classen $(\varkappa)$ erklärt sich daraus: Ist A ein Element der Classe $(\varkappa)$, so sind A und A^{-1} zwar conjugirt aber verschieden. Ist aber $\varkappa = 0$, so sind diese beiden Elemente gleich. Hat R^a nicht die Ordnung 2 (oder 1), so sind die $\frac{1}{2}(p-1)$ Potenzen von R die einzigen Elemente von $\mathfrak{H}$, die mit R^a vertauschbar sind. Mit der Gruppe dieser Potenzen ist aber noch ein Element T der Ordnung 2 vertauschbar, das der Bedingung $T^{-1}RT = R^{-1}$ genügt. Das Analoge gilt von S^b. Hat aber R^a (bez. S^b) die Ordnung 2, so ist ausser den Potenzen von R auch noch T mit R^a vertauschbar.

Ist $\varkappa^2-1$ quadratischer Rest von p, also $\varepsilon_\varkappa = +1$, so ist die Ordnung eines Elementes der Classe $(\varkappa)$ der Exponent, zu dem $(\varkappa+\sqrt{\varkappa^2-1})^2$ (mod. p) gehört, also ein Divisor von $\frac{1}{2}(p-1)$. Ist aber $\varkappa^2-1$ Nichtrest, also $\varepsilon_\varkappa = -1$, so ist diese Ordnung der Exponent, zu dem x^2 (modd. p, $x^2-2\varkappa x+1$) gehört, also ein Divisor von $\frac{1}{2}(p+1)$, demnach in beiden Fällen ein Divisor von $\frac{1}{2}(p-\varepsilon_\varkappa)$. Umgekehrt ist daher für die Classe, der R^a angehört, $\varepsilon_\varkappa = +1$, und für die Classe, der S^b angehört, $\varepsilon_\varkappa = -1$. Nach (5.) zerfallen die Elemente, deren Ordnung aufgeht in

$$(11.)\qquad \tfrac{1}{2}(p-1), \quad \text{in} \quad \tfrac{1}{4}(p-\varepsilon)-\tfrac{1}{2}(1-\varepsilon)$$

Classen, und die, deren Ordnung aufgeht in

$$(12.)\qquad \tfrac{1}{2}(p+1), \quad \text{in} \quad \tfrac{1}{4}(p-\varepsilon)$$

Classen. Dabei ist das Hauptelement ausgeschlossen. Oder anders zusammengefasst: Es zerfallen die Elemente, deren Ordnung aufgeht in

$$(13.)\qquad \tfrac{1}{2}(p-\varepsilon), \quad \text{in} \quad \tfrac{1}{4}(p-\varepsilon)$$

Classen, und die, deren Ordnung aufgeht in

$$(14.)\qquad \tfrac{1}{2}(p+\varepsilon), \quad \text{in} \quad \tfrac{1}{4}(p-\varepsilon)-\tfrac{1}{2}(1-\varepsilon)$$

Classen. Ist $\pm\varkappa$ die Invariante einer Classe, so will ich ihren Index

jetzt so definiren: Sind r und s primitive Wurzeln der Congruenzen

$$(15.)\qquad r^{p-1}\equiv 1,\qquad s^{p+1}\equiv 1\qquad (\text{mod.}\, p),$$

so ist r reell, und es ist zwar s imaginär, aber s^b+s^{-b} reell. Ist nun $\varepsilon_\alpha=+1$, so hat jede der beiden Congruenzen (7.) zwei reelle Wurzeln, $r^{\pm a}$, $r^{\frac{1}{2}(p-1)\pm a}$. Dann nenne ich die nach dem Modul $\frac{1}{2}(p-1)$ genommene Zahl $\pm a$ den Index der Classe $(\pm\alpha)$. Ist aber $\varepsilon_\beta=-1$, so hat jede zwei imaginäre Wurzeln $s^{\pm b}$, $s^{\frac{1}{2}(p+1)\pm b}$. Dann nenne ich die nach dem Modul $\frac{1}{2}(p+1)$ genommene Zahl $\pm b$ den Index der Classe $(\pm\beta)$. Diese Definition geht in die obige über, wenn man für R die Substitution $y\equiv\frac{rx}{r^{-1}}$, und für S eine Substitution wählt, die in imaginärer Form $y\equiv\frac{sx}{s^{-1}}$ lautet. (Gierster, a. a. O. § 3.) Denn sind r und r^{-1} die Wurzeln der charakteristischen Gleichung (7.) für die Substitution R, so sind r^a und r^{-a} die für die Substitution R^a.

§ 10.

Drei (verschiedene oder gleiche) Classen mögen *concordant* heissen, wenn zwischen ihren Invarianten α, β, γ die Beziehung

$$(1.)\qquad \alpha^2+\beta^2+\gamma^2\pm 2\alpha\beta\gamma\equiv 1\qquad (\text{mod.}\, p)$$

besteht, sonst *discordant*. Ist z. B. $\gamma\equiv\pm 1$, so reducirt sich diese Relation auf $\beta\equiv\pm\alpha$. Ist $\gamma\equiv 0$, so lautet sie $\alpha^2+\beta^2\equiv 1$. Ich schliesse nun den Fall aus, wo eine der Invarianten gleich ± 1 ist. Schreibt man die Gleichung (1.) in der Form

$$(\alpha^2-1)(\beta^2-1)\equiv(\alpha\beta\pm\gamma)^2,$$

so folgt daraus

$$(2.)\qquad \varepsilon_\alpha=\varepsilon_\beta=\varepsilon_\gamma.$$

Sind α und β gegeben, so sind damit concordant

$$(3.)\qquad \pm\gamma\equiv\alpha\beta+\sqrt{(\alpha^2-1)(\beta^2-1)},\qquad \pm\delta\equiv\alpha\beta-\sqrt{(\alpha^2-1)(\beta^2-1)},$$

und es ist $\varepsilon_\alpha=\varepsilon_\beta=\varepsilon_\gamma=\varepsilon_\delta$. Ist z. B. $\beta\equiv\pm\alpha$, so ist $\pm\gamma\equiv 2\alpha^2-1$ und $\pm\delta\equiv 1$, und mithin ist stets $\varepsilon_\alpha=\varepsilon_{(2\alpha^2-1)}$. Die Ordnungen der Elemente von drei concordanten Classen gehen alle in $\frac{1}{2}(p-1)$ auf oder alle in $\frac{1}{2}(p+1)$. Sind also a, b, c ihre Indices, so beziehen sich diese alle auf dieselbe primitive Wurzel r (oder s). Ist

$$2\alpha\equiv r^a+r^{-a},\qquad 2\beta\equiv r^b+r^{-b},\qquad 2\gamma\equiv r^c+r^{-c},$$

so geht die Congruenz (1.) (für das obere Vorzeichen) über in

$$(r^{a+b+c}+1)(r^{a-b-c}+1)(r^{-a+b-c}+1)(r^{-a-b+c}+1)\equiv 0,$$

ist also identisch mit der Bedingung

$$(4.)\qquad a \pm b \pm c \equiv 0 \quad (\text{mod.}\ \tfrac{1}{2}(p-1),\ \text{bez.}\ \tfrac{1}{2}(p+1)).$$

Die Indices der beiden Classen (3.) sind folglich

$$(5.)\qquad c \equiv a+b, \qquad d \equiv a-b.$$

Ich setze ferner zur Abkürzung

$$(6.)\quad 2\eta_\varkappa = \left(\frac{-2}{p}\right)\left(\left(\frac{1+\varkappa}{p}\right)+\left(\frac{1-\varkappa}{p}\right)\right), \qquad \eta_0 = \left(\frac{-2}{p}\right), \qquad 2\eta_1 = \varepsilon.$$

Ist $\varepsilon_\beta = -\varepsilon$, so ist $\eta_\beta = 0$. Ist aber $\varepsilon_\alpha = +\varepsilon$, so ist

$$(7.)\qquad \eta_\alpha = \left(\frac{-2}{p}\right)\left(\frac{1+\alpha}{p}\right) = \left(\frac{-2}{p}\right)\left(\frac{1-\alpha}{p}\right) = (-1)^a\varepsilon.$$

Denn ist $\varepsilon = +1$ und $2\alpha \equiv r^a + r^{-a}$, so ist $2(\alpha+1) \equiv (r^{-a}+1)^2 r^a$, also $\left(\frac{2}{p}\right)\left(\frac{1+\alpha}{p}\right) = \left(\frac{r^a}{p}\right) = (-1)^a$. Ist aber $\varepsilon = -1$ und $2\alpha \equiv s^a + s^{-a}$, so ist $2\alpha + 2 \equiv s^a + s^{-a} + 2$. Ist also $a = 2b$ gerade, so ist $2\alpha + 2 \equiv (s^b + s^{-b})^2$, also quadratischer Rest, da $s^b + s^{-b}$ reell ist. Ist umgekehrt $2\alpha + 2 \equiv 4\beta^2$ quadratischer Rest, so ist $2\alpha - 2 = 4(\beta^2 - 1)$ Nichtrest, da $\varepsilon_\alpha = -1$, also $\alpha^2 - 1 = (\alpha-1)(\alpha+1)$ Nichtrest ist. Sind dann s^b und s^{-b} die Wurzeln der Congruenz $x^2 - 2\beta x + 1 \equiv 0$, so ist $2\beta \equiv s^b + s^{-b}$, also $s^a + s^{-a} + 2 \equiv (s^b + s^{-b})^2$ oder $s^a + s^{-a} \equiv s^{2b} + s^{-2b}$. Mithin ist $a \equiv \pm 2b$ (mod. $p+1$), also a gerade.

Nun seien α, β, γ Zahlen von 2 bis $\frac{1}{2}(p-1)$. Dann ist

$$h_{000} = \tfrac{1}{4}h, \qquad h_{00\alpha} = h, \qquad h_{0\alpha\beta} = 2h, \qquad h_{\alpha\beta\gamma} = 4h,$$

falls die drei Classen discordant sind. Sind sie aber concordant, so ist

$$h_{0\alpha\beta} = 2h + \varepsilon p^2(p+\varepsilon), \qquad h_{\alpha\beta\gamma} = 4h + \varepsilon_\alpha p^2(p+\varepsilon_\alpha).$$

Ferner ist

$$h_{\lambda\lambda\lambda} = 1, \qquad h_{\lambda\mu\mu} = h_{\lambda\nu\nu} = h_\mu \tfrac{1}{2}(1+\varepsilon), \qquad h_{\lambda\mu\nu} = h_\mu \tfrac{1}{2}(1-\varepsilon),$$
$$h_{00\lambda} = \tfrac{1}{2}p(p+\varepsilon), \qquad h_{\alpha\alpha\lambda} = p(p+\varepsilon_\alpha), \qquad h_{\alpha\beta\lambda} = 0.$$
$$h_{\mu\mu\mu} = h_{\nu\nu\nu} = h_\mu(\tfrac{3}{4}(p-\varepsilon) + \tfrac{1}{2}(p-1)), \qquad h_{\mu\mu\nu} = h_{\mu\nu\nu} = h_\mu(\tfrac{1}{4}(p-\varepsilon) - \tfrac{1}{2}(1-\varepsilon)).$$
$$h_{00\mu} = h_{00\nu} = h\tfrac{1}{2}(1+\varepsilon), \qquad h_{0\alpha\mu} = h_{0\alpha\nu} = h,$$
$$h_{\alpha\beta\mu} = h_{\alpha\beta\nu} = 2h, \qquad h_{\alpha\alpha\mu} = h_{\alpha\alpha\nu} = 2h + \varepsilon_\alpha h.$$
$$h_{0\mu\mu} = h_{0\nu\nu} = h\tfrac{1}{2}(1+\varepsilon\eta), \qquad h_{0\mu\nu} = h\tfrac{1}{2}(1-\varepsilon\eta),$$
$$h_{\alpha\mu\mu} = h_{\alpha\nu\nu} = h(1+\varepsilon\eta_\alpha), \qquad h_{\alpha\mu\nu} = h(1-\varepsilon\eta_\alpha).$$

Den Weg, auf dem ich diese Zahlen berechnet habe, will ich nur kurz andeuten: Um $\frac{h_{0\alpha\beta}}{h_0}$ zu erhalten, nehme man eine bestimmte Substitution der Classe (0) und setze sie mit allen Substitutionen der Classe (α) zusammen,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \xi & \eta \\ \zeta & 2\alpha-\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta & 2\alpha-\xi \\ -\xi & -\eta \end{pmatrix}.$$

girt, ebenso Q und Q^{-1}, also ist jede dieser beiden Classen eine zweiseitige.

Die Ordnung jedes anderen Elementes der Gruppe ist ein Divisor von $\frac{1}{2}(p-1)$ oder von $\frac{1}{2}(p+1)$. Es giebt ein Element R der Ordnung $\frac{1}{2}(p-1)$ und ein Element S der Ordnung $\frac{1}{2}(p+1)$. Unter den Potenzen von R sind je zwei mit entgegengesetzten Exponenten R^a und R^{-a} conjugirt, ebenso unter den Potenzen von S. Dagegen repraesentiren, je nachdem $p\equiv 1$ oder 3 (mod. 4) ist,

$$(5.)\qquad \begin{array}{l} R,\ R^2,\ \cdots\ R^{\frac{p-1}{4}}\ \left(\text{bez. } R^{\frac{p-3}{4}}\right), \\ S,\ S^2,\ \cdots\ S^{\frac{p-1}{4}}\ \left(\text{bez. } S^{\frac{p+1}{4}}\right) \end{array}$$

$\frac{1}{2}(p-1)$ verschiedene Classen. Fügt man dazu noch die drei Elemente E, P und Q, so hat man für jede der k Classen einen und nur einen Repraesentanten. Jede Classe ist eine zweiseitige. Nur wenn $p\equiv 3$ (mod. 4) ist, sind (μ) und (ν) inverse Classen. Nachdem R und S in irgend einer bestimmten Weise gewählt sind, möge die Zahl $\pm a$ (mod. $\frac{1}{2}(p-1)$) der Index der durch R^a oder R^{-a} repraesentirten Classe genannt werden, und ebenso die Zahl $\pm b$ (mod. $\frac{1}{2}(p+1)$) der Index der durch S^b oder S^{-b} repraesentirten Classe.

Für je zwei conjugirte Substitutionen (2.) hat die Zahl

$$(6.)\qquad \varkappa\equiv\tfrac{1}{2}(\alpha+\delta)\qquad (\text{mod. } p)$$

abgesehen vom Vorzeichen denselben Werth, also auch die beiden Wurzeln jeder der beiden Congruenzen

$$(7.)\qquad x^2\pm 2\varkappa x+1\equiv 0\qquad (\text{mod. } p).$$

Daher nenne ich $\pm\varkappa$ die *Invariante* der Classe, der die Substitution (2.) angehört. Haben umgekehrt zwei Substitutionen dieselbe Invariante $\pm\varkappa$, so sind sie conjugirt, ausser wenn $\varkappa\equiv\pm 1$ ist. Die Substitutionen der Invariante $\varkappa\equiv\pm 1$ zerfallen in drei Classen nach dem quadratischen Charakter (mod. p) der Zahlen, die durch die Form

$$(8.)\qquad \tfrac{1}{2}(\alpha+\delta)\left(\beta x^2+(\alpha-\delta)xy-\gamma y^2\right)$$

dargestellt werden. Sind diese alle durch p theilbar, so ist $\beta\equiv\gamma\equiv 0$, $\alpha\equiv\delta\equiv\pm 1$, und wir erhalten die Hauptclasse (λ). Sind sie nicht alle durch p theilbar, so sind die Zahlen, die durch die Form darstellbar und zu p theilerfremd sind, entweder alle Reste oder alle Nichtreste von p. Im ersten Falle ist $\varkappa\beta$ Rest, und falls $\beta\equiv 0$ ist, $-\varkappa\gamma$ Rest. Diese Classe möge (μ) heissen. Im zweiten Falle ist $\varkappa\beta$ Nichtrest, und falls $\beta=0$ ist, $-\varkappa\gamma$ Nichtrest. Diese Classe möge (ν) heissen. Ist aber $\varkappa$ von ± 1 verschieden, so giebt es nur eine Classe der In-

1) Ist α von β verschieden und $\varepsilon_\beta = -\varepsilon_\alpha$,

$$p\chi_\alpha\chi_\beta = fx.$$

2) Ist aber $\varepsilon_\beta = +\varepsilon_\alpha$

$$\frac{p(p+\varepsilon_\alpha)}{f}\chi_\alpha\chi_\beta = x(p-\varepsilon_\alpha) + \varepsilon_\alpha p(\chi_\gamma + \chi_\delta),$$

wo γ und δ durch (3.) bestimmt sind.

$$3)\quad \begin{aligned} \frac{(p+\varepsilon_\alpha)}{f}\chi_\alpha\chi_\mu &= x + \varepsilon_\alpha\chi_\alpha + \eta_\alpha(\chi_\mu - \chi_\nu), \\ \frac{(p+\varepsilon_\alpha)}{f}\chi_\alpha\chi_\nu &= x + \varepsilon_\alpha\chi_\alpha + \eta_\alpha(\chi_\nu - \chi_\mu). \end{aligned}$$

$$4)\quad \begin{aligned} \frac{p(p+\varepsilon)}{f}\chi_0^2 &= x(p-\varepsilon) + \varepsilon(p-\varepsilon)(\chi_\mu + \chi_\nu) + 2f, \\ \frac{p(p+\varepsilon_\alpha)}{f}\chi_\alpha^2 &= x(p-\varepsilon_\alpha) + \tfrac{1}{2}\varepsilon_\alpha(p-\varepsilon_\alpha)(\chi_\mu + \chi_\nu) + f + \varepsilon_\alpha p\chi_{(2\alpha^2-1)}. \end{aligned}$$

$$5)\quad \begin{aligned} \frac{p^2-1}{pf}\chi_\mu^2 &= x + \varepsilon y + \frac{f}{p}(1+\varepsilon) - \frac{1}{p}\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)(\chi_\mu + \chi_\nu) + \frac{\varepsilon(p-\varepsilon)}{p}(\chi_\mu - \chi_\nu), \\ \frac{p^2-1}{pf}\chi_\nu^2 &= x + \varepsilon y + \frac{f}{p}(1+\varepsilon) - \frac{1}{p}\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right)(\chi_\mu + \chi_\nu) + \frac{\varepsilon(p-\varepsilon)}{p}(\chi_\nu - \chi_\mu), \\ \frac{p^2-1}{pf}\chi_\mu\chi_\nu &= x - \varepsilon y + \frac{f}{p}(1-\varepsilon) - \frac{1}{p}\left(1-\frac{\varepsilon}{2}\right)(\chi_\mu + \chi_\nu). \end{aligned}$$

I. Ich untersuche zuerst, ob es Lösungen giebt, bei denen χ_μ und χ_ν verschieden sind. Aus 3) folgt $(p+\varepsilon_\alpha)\chi_\alpha = 2f\eta_\alpha$. Ist $\varepsilon_\alpha = -\varepsilon$, so ist $\eta_\alpha = 0$, also auch $\chi_\alpha = 0$. Setzt man also den vorläufig willkürlichen Proportionalitätsfactor $f = \frac{1}{2}(p+\varepsilon)$, so ist

$$\chi_\alpha = \eta_\alpha \qquad (\alpha = 0, 2, 3, \cdots \tfrac{1}{2}(p-1)).$$

Nach 1) ist $x = 0$. Nach Gleichung (2.) ist $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_{(2\alpha^2-1)}$. Ist also in 4) $\varepsilon_\alpha = -\varepsilon$, so ergiebt sich $\chi_\mu + \chi_\nu = \varepsilon$. Nach 5) ist dann $y = \frac{1}{2}(p-\varepsilon-1)$ und $4\chi_\mu\chi_\nu = 1 - \varepsilon p$, mithin

$$\chi_\mu = \tfrac{1}{2}(\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon p}), \qquad \chi_\nu = \tfrac{1}{2}(\varepsilon \mp \sqrt{\varepsilon p}).$$

Dass die beiden erhaltenen Lösungen wirklich allen Gleichungen genügen, z. B. den Gleichungen 2)

$$(8.)\qquad 2\eta_\alpha\eta_\beta = \varepsilon_\alpha(\eta_\gamma + \eta_\delta)$$

bestätigt man am einfachsten mittelst der Formel (7.), § 9 und (5.).

II. Für jede andere Lösung ist $\chi_\mu = \chi_\nu$. Dadurch vereinfachen sich die Gleichungen beträchtlich, z. B. ist 5) zu ersetzen durch

$$5^*)\quad \begin{aligned} \frac{p^2-1}{f}\chi_\mu^2 &= px + f - 2\chi_\mu, \\ py &= \chi_\mu - f. \end{aligned}$$

Ich untersuche nun, ob es Lösungen giebt, bei denen x von Null verschieden ist. Dann sind nach 1) $\chi_0, \chi_2, \chi_3, \cdots \chi_{\frac{1}{2}(p-1)}$ von Null verschieden, und zwar sind alle χ_α einander gleich, für welche ε_α denselben Werth hat. Sei $\varepsilon_\alpha = +\varepsilon$ und $\varepsilon_\beta = -\varepsilon$. Dann ist

$$y = \eta_0 \chi_0 + 2\chi_0 \Sigma \eta_\alpha + \varepsilon \chi_\mu,$$

also weil $\eta_0 + 2\Sigma\eta_\alpha = -\varepsilon$ ist,

$$y = \varepsilon(\chi_\mu - \chi_0) = \frac{\chi_\mu - f}{p}.$$

Ferner ist in der Summe $x = \chi_0 + 2\chi_\mu + 2\Sigma(\chi_\alpha + \chi_\beta)$ die Anzahl der Charaktere χ_α gleich $\frac{1}{4}(p-\varepsilon)-1$, die der Charaktere χ_β aber gleich $\frac{1}{4}(p-\varepsilon) - \frac{1}{2}(1-\varepsilon)$. Daher ist

$$x = 2\chi_\mu + \left(\tfrac{1}{2}(p-\varepsilon)-1\right)\chi_0 + \left(\tfrac{1}{2}(p+\varepsilon)-1\right)\chi_\beta.$$

Nach 1) und 4) ist

$$fx = p\chi_0\chi_\beta, \qquad \frac{p(p-\varepsilon)}{f}\chi_\beta^2 = x(p+\varepsilon) - 2\varepsilon p \chi_\beta,$$

also

$$(p-\varepsilon)\chi_\beta = (p+\varepsilon)\chi_0 - 2\varepsilon f, \qquad px = (p^2+1)\chi_\mu - f.$$

Setzt man diese Werthe in 5*) ein, so erhält man

$$\chi_\mu(\chi_\mu - f) = 0,$$

also entweder $\chi_\mu = f$ oder $\chi_\mu = 0$. Im ersten Falle sei $f = 1$. Dann ist $\chi_\mu = \chi_\nu = 1$, $\chi_0 = 1$, $\chi_\beta = 1$, $\chi_\alpha = 1$ $(x = p,\ y = 0)$. Im zweiten Falle sei $f = p$. Dann ist $x = -1$, $y = -1$, und $\chi_0 = \varepsilon$, $\chi_\beta = -\varepsilon$, $\chi_\alpha = \varepsilon$ oder allgemein $\chi_\varkappa = \varepsilon_\varkappa$, auch $\chi_\mu = \chi_\nu = \varepsilon_1 = 0$.

III. Für alle anderen Lösungen ist $x = 0$. Nach 1) sind daher entweder alle $\chi_\alpha = 0$, für die $\varepsilon_\alpha = -1$ ist oder alle, für die $\varepsilon_\alpha = +1$ ist. Sei zuerst $\chi_\alpha = 0$, falls $\varepsilon_\alpha = -1$ ist, und $f = p+1$. Nach 3) ist, falls $\varepsilon_\alpha = +1$ ist, $\chi_\alpha\chi_\mu = \chi_\alpha$, und da nicht alle $\chi_\varkappa$ verschwinden können, $\chi_\mu = +1$. Ist $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = +1$, also auch $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\delta = +1$, so ist nach 2) und 4)

$$\chi_\alpha\chi_\beta = \chi_\gamma + \chi_\delta, \qquad \chi_\alpha^2 = \chi_{(2\alpha^2-1)} + 2.$$

Setzt man also, falls a und b die Indices der Classen (α) und (β) sind, $\chi_\alpha = \xi_a$, $\chi_\beta = \xi_b$, und $\xi_0 = 2$, so ist nach (5.)

$$\xi_a\xi_b = \xi_{a+b} + \xi_{a-b},$$

auch wenn $b = a$ ist. Ist ρ eine neue Unbekannte, und $\xi_1 = \rho + \rho^{-1}$, so ergiebt sich aus $\xi_1\xi_1 = \xi_2 + \xi_0$, dass $\xi_2 = \rho^2 + \rho^{-2}$, dann aus $\xi_1\xi_2 = \xi_3 + \xi_1$, dass $\xi_3 = \rho^3 + \rho^{-3}$ ist, allgemein, dass $\xi_a = \rho^a + \rho^{-a}$ ist. Aus $\xi_{\frac{1}{2}(p-1)} = \xi_0$ folgt dann, dass

$$\rho^{\frac{1}{2}(p-1)} = 1 \tag{9.}$$

ist. Man gelangt so zu den Lösungen

$$\chi_\lambda = p+1, \quad \chi_\mu = \chi_\nu = 1, \quad \chi_\alpha = \rho^a + \rho^{-a}, \quad \text{falls } \varepsilon_\alpha = +1 \text{ und } 2\alpha = r^a + r^{-a},$$
$$\chi_\beta = 0, \quad \text{falls } \varepsilon_\beta = -1 \text{ ist.}$$

Die erhaltenen Werthe genügen auch allen Gleichungen, nur wenn $\rho = 1$ ist, nicht der Gleichung $x = 0$, und wenn $\frac{1}{2}(p-1)$ gerade und $\rho = -1$ ist, nicht der Gleichung $y = -1$. (5*). Ihre Anzahl ist daher

$$(10.)\qquad n = \tfrac{1}{4}(p-\varepsilon)-1.$$

IV. Sei endlich $\chi_\alpha = 0$, falls $\varepsilon_\alpha = +1$ ist, und $f = p-1$. Dann ist $\chi_\beta \chi_\mu = -\chi_\beta$ und mithin $\chi_\mu = -1$. Ist $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = -1$, so ist

$$\chi_\alpha \chi_\beta = -\chi_\gamma - \chi_\delta, \qquad \chi_\alpha^2 = -\chi_{(2\alpha^2-1)} + 2.$$

Setzt man dann, falls a und b die Indices der Classen (α) und (β) sind, $\chi_\alpha = -\xi_a$, $\chi_\beta = -\xi_b$ und $\xi_0 = 2$, so ist

$$\xi_a \xi_b = \xi_{a+b} + \xi_{a-b}.$$

Ist also $\xi_1 = \sigma + \sigma^{-1}$, so ist $\xi_b = \sigma^b + \sigma^{-b}$, und weil $\xi_{\frac{1}{2}(p+1)} = \xi_0$ ist, so ist

$$(11.)\qquad \sigma^{\frac{1}{2}(p+1)} = 1.$$

So gelangt man zu den Lösungen

$$\chi_\lambda = p-1, \quad \chi_\mu = \chi_\nu = -1, \quad \chi_\beta = -\sigma^b - \sigma^{-b}, \text{ falls } \varepsilon_\beta = -1 \text{ und } 2\beta \equiv s^b + s^{-b},$$
$$\chi_\alpha = 0, \qquad \text{falls } \varepsilon_\alpha = +1 \text{ ist.}$$

Für σ ist der Werth $+1$, und wenn $\frac{1}{2}(p+1)$ gerade ist, auch der Werth -1 unzulässig. Die Anzahl dieser Lösungen ist mithin

$$(12.)\qquad n = \tfrac{1}{4}(p-\varepsilon) - \tfrac{1}{2}(1-\varepsilon).$$

Damit sind die $k = \frac{1}{2}(p-1)+3$ Charaktere sämmtlich ermittelt. Zu jedem ist noch eine Zahl e mit Hülfe der Formel

$$\frac{hf}{e} = \Sigma\, h_\alpha \chi_\alpha \chi_{\alpha'}$$

zu bestimmen. Man findet, dass in allen k Fällen $e = f$ ist. Die Proportionalitätsfactoren sind also der in § 3 angegebenen Regel entsprechend gewählt.

Ich will die k Charaktere noch einmal zusammenstellen, indem ich mich der in § 5 eingeführten Bezeichnung bediene:

n	1	1	2	$\frac{1}{4}(p-\varepsilon)-1$	$\frac{1}{4}(p-\varepsilon)-\frac{1}{2}(1-\varepsilon)$
$\chi(E)$	1	p	$\frac{1}{2}(p+\varepsilon)$	$p+1$	$p-1$
$\chi(P)$	1	0	$\frac{1}{2}(\varepsilon \pm \sqrt{\varepsilon p})$	1	-1
$\chi(Q)$	1	0	$\frac{1}{2}(\varepsilon \mp \sqrt{\varepsilon p})$	1	-1
$\chi(R^a)$	1	1	$\frac{1}{2}(1+\varepsilon)(-1)^a$	$\rho^a + \rho^{-a}$	0
$\chi(S^b)$	1	-1	$-\frac{1}{2}(1-\varepsilon)(-1)^b$	0	$-\sigma^b - \sigma^{-b}$

Für $p = 3$ und $p = 5$ ergeben sich daraus die in § 8 angegebenen Charaktere der Gruppe des Tetraeders und des Icosaeders.



Über ein allgemeines aus Thetafunctionen von zwei Argumenten gebildetes Orthogonalsystem und seine Verwendung in der Mechanik.

Von Dr. Eugen Jahnke
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Fuchs am 16. Juli [s. oben S. 837].)

Hr. F. Caspary ist durch den von ihm entdeckten Zusammenhang zwischen den Thetafunctionen und den Elementen eines Orthogonalsystems[1] zu einer neuen Methode geführt worden, Probleme der Mechanik zu behandeln. Diese Methode, auf deren Bedeutung für die Rotationsprobleme zuerst Hr. Budde[2] hingewiesen hat, besteht darin, ausgehend von algebraischen Identitäten, unter Benutzung der quadratischen Transformation, die Elemente eines Orthogonalsystems, d. h. nach Hrn. Caspary die neun Coefficienten a_{mn} $(m, n = 1, 2, 3)$ einer orthogonalen Substitution mit der Determinante $+1$ und die sechs Differentialgrössen

$$\begin{aligned} p_h &= -(a_{1k}da_{1l} + a_{2k}da_{2l} + a_{3k}da_{3l}), \\ v_h &= \quad a_{k1}da_{l1} + a_{k2}da_{l2} + a_{k3}da_{l3} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} h, k, l &= 1, 2, 3 \\ & 2, 3, 1 \\ & 3, 1, 2 \end{aligned}$$

durch die Thetafunctionen auszudrücken und mittels der Differentialgleichungen des mechanischen Problems die in diese Ausdrücke eingehenden beliebigen Functionen und die in den Thetafunctionen enthaltenen beliebigen Argumente passend zu bestimmen.

---

[1] Sur une nouvelle méthode d'exposition de la théorie des fonctions thêta, et sur un théorème élémentaire relatif aux fonctions hyperelliptiques de première espèce. C. R. CXI, 225–227, 1890. — Sur les relations qui lient les éléments d'un système orthogonal aux fonctions thêta et sigma d'un seul argument et aux fonctions elliptiques et sur une théorie élémentaire de ces transcendantes, déduite desdites relations. Journ. de Math. (4) VI, 367–404, 1890. — Sur une nouvelle manière d'établir les relations algébriques qui ont lieu entre les fonctions hyperelliptiques de première espèce. Ann. de l'Éc. Norm. (3) X, p. 253–261, 1893.

[2] Vergl. Allgemeine Mechanik der Punkte und starren Systeme; G. Reimer, Berlin. Bd. II, S. 968.

Von seiner Methode hat Hr. Caspary zwei Anwendungen gegeben, einmal auf das Problem der Drehung eines starren Körpers um einen festen Punkt, wo er unmittelbar und genau diejenigen Formeln erhält, durch welche Jacobi, Lottner, Dumas, Hermite, Halphen, Darboux und Hess Specialfälle des Problems gelöst haben[1]; zweitens, unter Benutzung der Thetafunctionen zweier Argumente, auf den H. Weber-schen Fall der Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit[2].

Bei dem Versuche, den ich unternommen, in einem allgemeineren Fall dieses Problems, nämlich demjenigen, wo die von Hrn. Weber über den Anfangszustand gemachte beschränkende Voraussetzung fortfällt, die neue Methode auf ihre Anwendbarkeit zu erproben, habe ich gefunden, dass man vermöge derselben in der That ein allgemeineres, auch aus Thetafunctionen zweier Argumente gebildetes Orthogonalsystem der neun Coefficienten und sechs Differentialgrössen aufstellen kann, welches ebenfalls bei passender Bestimmung der in ihm enthaltenen beliebigen Function und beliebigen Argumente jene Formeln liefert, durch die Hr. F. Kötter[3] das Problem der Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit für den genannten Fall zum Abschluss gebracht hat.

Neuerdings hat Hr. F. Kötter[4] ein allgemeines Orthogonalsystem mitgetheilt, welches die Lösungen mehrerer Probleme der Mechanik als Specialfälle umfasst. Insbesondere lassen sich aus demselben der eben erwähnte F. Kötter'sche und der H. Stekloff'sche Fall der Bewegung eines starren Körpers in einer idealen Flüssigkeit, sowie der durch Frau von Kowalevski aufgefundene integrable Fall des Rotationsproblems[5] durch Specialisiren herleiten.

---

[1] Sur une manière d'exprimer, au moyen des fonctions thêta d'un seul argument, les coefficients de trois systèmes orthogonaux dont un est composé des deux autres. C. R. CVII, 859–862, 1888. — Sur l'application des fonctions thêta d'un seul argument aux problèmes de la rotation. C. R. CVII, 901–903, 937–938, 1888. — Sur les expressions des angles d'Euler, de leurs fonctions trigonométriques et des neuf coefficients d'une substitution orthogonale au moyen des fonctions thêta d'un seul argument. Bull. des sc. math. XIII, p. 89–111, 1889. — Sur une méthode élémentaire pour établir les équations différentielles dont les fonctions thêta forment les intégrales. C. R. CXII, 1120–1123, 1891.

[2] Sur deux systèmes d'équations différentielles dont les fonctions hyperelliptiques de première espèce forment les intégrales. C. R. CXII, 1305–1308, 1891.

[3] Über die Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit. Journ. f. d. reine u. angew. Math. Bd. 109, S. 110, 111.

[4] Über eine Darstellung der Richtungscosinus zweier orthogonaler Coordinatensysteme durch Thetafunctionen zweier Argumente, welche die Lösungen mehrerer Probleme der Mechanik als Specialfälle umfasst. Sitzungsber. d. Berl. Ak. 1895, S. 807 bis 814. Vergl. auch Journ. f. d. reine und angew. Math. Bd. 116, S. 213–246.

[5] Vergl. F. Kötter, Sur le cas traité par Mme Kowalevski de rotation d'un corps solide autour d'un point fixe. Acta math. XVII, p. 209–264.

Die CASPARY'sche Methode führt auch zu diesem System und liefert zugleich das überraschende Resultat, dass das allgemeine von Hrn. F. KÖTTER entdeckte Orthogonalsystem durch Composition zweier identischer Orthogonalsysteme hervorgeht.

Ich werde im Folgenden ein Formelsystem aufstellen, welches das allgemeine F. KÖTTER'sche System als Specialfall umfasst. In Verallgemeinerung des von Hrn. CASPARY[1] gegebenen Orthogonalsystems der sechzehn Thetaproducte, drücke ich die sechzehn Coefficienten $g_{ij} (i, j = 1, 2, 3, 4)$ einer orthogonalen Substitution ausser durch die Coefficienten von vier Orthogonalsystemen von je sechzehn Thetaproducten noch durch die Coefficienten $h_{ij} (i, j = 1, 2, 3, 4)$ eines beliebigen Orthogonalsystems aus. Indem ich alsdann die Coefficienten $g_{14}, g_{24}, g_{34}; g_{41}, g_{42}, g_{43}$ zum Verschwinden bringe, stellen die Quotienten $g_{mn} : g_{44} (m, n = 1, 2, 3)$ die neun Coefficienten a_{mn} einer orthogonalen Substitution mit der Determinante $+1$ dar. Die zu den g_{ij} gehörenden, im Folgenden durch (1) definirten Differentialgrössen $p_{rs}, v_{rs} (r, s = 1, 2, 3, 4)$ sind mit den Differentialgrössen $p_h, v_h (h = 1, 2, 3)$, welche mit den a_{mn} zusammen die Elemente eines Orthogonalsystems bilden, vermittels der Gleichungen (II) verknüpft. Daher ist mit der Auswerthung der ersteren sofort die der letzteren geleistet. Dieses specielle System der a_{mn}, p_h, v_h ist aber dasjenige, welches Hr. F. KÖTTER in diesen Berichten und in weiterer Ausführung im Journal für die reine und angewandte Mathematik gegeben hat.

Bezeichnen $w_\nu, x_\nu, y_\nu, z_\nu (\nu = 1, 2)$ beliebige Argumente, A_1, A_2, A_3, A_4 beliebige Functionen derselben, und wird für die vier Quadrupel von Parametern $\alpha_\mu, \beta_\mu, \gamma_\mu, \delta_\mu (\mu = 1, 2, 3, 4)$ je dasselbe GÖPEL'sche System von Thetafunctionen mit verschiedenen Argumenten[2] gewählt:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= A_1\Theta_5 (w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_1 &= A_2\Theta_5 (w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\alpha_2 &= A_1\Theta_{01}(w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_2 &= A_2\Theta_{01}(w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\alpha_3 &= A_1\Theta_4 (w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_3 &= A_2\Theta_4 (w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\alpha_4 &= A_1\Theta_{23}(w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_4 &= A_2\Theta_{23}(w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\gamma_1 &= A_3\Theta_5 (y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_1 &= A_4\Theta_5 (y_1 - z_1, y_2 - z_2),\\
\gamma_2 &= A_3\Theta_{01}(y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_2 &= A_4\Theta_{01}(y_1 - z_1, y_2 - z_2),\\
\gamma_3 &= A_3\Theta_4 (y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_3 &= A_4\Theta_4 (y_1 - z_1, y_2 - z_2),\\
\gamma_4 &= A_3\Theta_{23}(y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_4 &= A_4\Theta_{23}(y_1 - z_1, y_2 - z_2),
\end{aligned}$$

---

[1] Zur Theorie der Thetafunctionen mit zwei Argumenten. Journ. f. d. reine u. angew. Math. Bd. 94. S. 77.

[2] Vergl. F. CASPARY, Journ. f. d. reine u. angew. Math. Bd. 94, S. 76 und Journ. de l'Éc. Norm. (3) X, p. 279–281.



Über ein allgemeines aus Thetafunctionen von zwei Argumenten gebildetes Orthogonalsystem und seine Verwendung in der Mechanik.

Von Dr. Eugen Jahnke
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Fuchs am 16. Juli [s. oben S. 837].)

Hr. F. Caspary ist durch den von ihm entdeckten Zusammenhang zwischen den Thetafunctionen und den Elementen eines Orthogonalsystems[1] zu einer neuen Methode geführt worden, Probleme der Mechanik zu behandeln. Diese Methode, auf deren Bedeutung für die Rotationsprobleme zuerst Hr. Budde[2] hingewiesen hat, besteht darin, ausgehend von algebraischen Identitäten, unter Benutzung der quadratischen Transformation, die Elemente eines Orthogonalsystems, d. h. nach Hrn. Caspary die neun Coefficienten a_{mn} $(m, n = 1, 2, 3)$ einer orthogonalen Substitution mit der Determinante $+1$ und die sechs Differentialgrössen

$$\begin{aligned} p_h &= -(a_{1k}da_{1l} + a_{2k}da_{2l} + a_{3k}da_{3l}), \\ v_h &= \quad a_{k1}da_{l1} + a_{k2}da_{l2} + a_{k3}da_{l3} \end{aligned} \qquad \begin{matrix} h, k, l = 1, 2, 3 \\ 2, 3, 1 \\ 3, 1, 2 \end{matrix}$$

durch die Thetafunctionen auszudrücken und mittels der Differentialgleichungen des mechanischen Problems die in diese Ausdrücke eingehenden beliebigen Functionen und die in den Thetafunctionen enthaltenen beliebigen Argumente passend zu bestimmen.

[1] Sur une nouvelle méthode d'exposition de la théorie des fonctions thêta, et sur un théorème élémentaire relatif aux fonctions hyperelliptiques de première espèce. C. R. CXI, 225—227, 1890. — Sur les relations qui lient les éléments d'un système orthogonal aux fonctions thêta et sigma d'un seul argument et aux fonctions elliptiques et sur une théorie élémentaire de ces transcendantes, déduite desdites relations. Journ. de Math. (4) VI, 367—404, 1890. — Sur une nouvelle manière d'établir les relations algébriques qui ont lieu entre les fonctions hyperelliptiques de première espèce. Ann. de l'Éc. Norm. (3) X, p. 253—261, 1893.

[2] Vergl. Allgemeine Mechanik der Punkte und starren Systeme; G. Reimer, Berlin. Bd. II, S. 968.

Von seiner Methode hat Hr. Caspary zwei Anwendungen gegeben, einmal auf das Problem der Drehung eines starren Körpers um einen festen Punkt, wo er unmittelbar und genau diejenigen Formeln erhält, durch welche Jacobi, Lottner, Dumas, Hermite, Halphen, Darboux und Hess Specialfälle des Problems gelöst haben[1]; zweitens, unter Benutzung der Thetafunctionen zweier Argumente, auf den H. Weber-schen Fall der Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit[2].

Bei dem Versuche, den ich unternommen, in einem allgemeineren Fall dieses Problems, nämlich demjenigen, wo die von Hrn. Weber über den Anfangszustand gemachte beschränkende Voraussetzung fortfällt, die neue Methode auf ihre Anwendbarkeit zu erproben, habe ich gefunden, dass man vermöge derselben in der That ein allgemeineres, auch aus Thetafunctionen zweier Argumente gebildetes Orthogonalsystem der neun Coefficienten und sechs Differentialgrössen aufstellen kann, welches ebenfalls bei passender Bestimmung der in ihm enthaltenen beliebigen Function und beliebigen Argumente jene Formeln liefert, durch die Hr. F. Kötter[3] das Problem der Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit für den genannten Fall zum Abschluss gebracht hat.

Neuerdings hat Hr. F. Kötter[4] ein allgemeines Orthogonalsystem mitgetheilt, welches die Lösungen mehrerer Probleme der Mechanik als Specialfälle umfasst. Insbesondere lassen sich aus demselben der eben erwähnte F. Kötter'sche und der H. Stekloff'sche Fall der Bewegung eines starren Körpers in einer idealen Flüssigkeit, sowie der durch Frau von Kowalevski aufgefundene integrable Fall des Rotationsproblems[5] durch Specialisiren herleiten.

---

[1] Sur une manière d'exprimer, au moyen des fonctions thêta d'un seul argument, les coefficients de trois systèmes orthogonaux dont un est composé des deux autres. C. R. CVII, 859–862, 1888. — Sur l'application des fonctions thêta d'un seul argument aux problèmes de la rotation. C. R. CVII, 901–903, 937–938, 1888. — Sur les expressions des angles d'Euler, de leurs fonctions trigonométriques et des neuf coefficients d'une substitution orthogonale au moyen des fonctions thêta d'un seul argument. Bull. des sc. math. XIII, p. 89–111, 1889. — Sur une méthode élémentaire pour établir les équations différentielles dont les fonctions thêta forment les intégrales. C. R. CXII, 1120–1123, 1891.

[2] Sur deux systèmes d'équations différentielles dont les fonctions hyperelliptiques de première espèce forment les intégrales. C. R. CXII, 1305–1308, 1891.

[3] Über die Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit. Journ. f. d. reine u. angew. Math. Bd. 109, S. 110, 111.

[4] Über eine Darstellung der Richtungscosinus zweier orthogonaler Coordinatensysteme durch Thetafunctionen zweier Argumente, welche die Lösungen mehrerer Probleme der Mechanik als Specialfälle umfasst. Sitzungsber. d. Berl. Ak. 1895, S. 807 bis 814. Vergl. auch Journ. f. d. reine und angew. Math. Bd. 116, S. 213–246.

[5] Vergl. F. Kötter, Sur le cas traité par Mme Kowalevski de rotation d'un corps solide autour d'un point fixe. Acta math. XVII, p. 209–264.

Die CASPARY'sche Methode führt auch zu diesem System und liefert zugleich das überraschende Resultat, dass das allgemeine von Hrn. F. KÖTTER entdeckte Orthogonalsystem durch Composition zweier identischer Orthogonalsysteme hervorgeht.

Ich werde im Folgenden ein Formelsystem aufstellen, welches das allgemeine F. KÖTTER'sche System als Specialfall umfasst. In Verallgemeinerung des von Hrn. CASPARY[1] gegebenen Orthogonalsystems der sechzehn Thetaproducte, drücke ich die sechzehn Coefficienten $g_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4)$ einer orthogonalen Substitution ausser durch die Coefficienten von vier Orthogonalsystemen von je sechzehn Thetaproducten noch durch die Coefficienten $h_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4)$ eines beliebigen Orthogonalsystems aus. Indem ich alsdann die Coefficienten $g_{14}, g_{24}, g_{34}; g_{41}, g_{42}, g_{43}$ zum Verschwinden bringe, stellen die Quotienten $g_{mn} : g_{44}\ (m, n = 1, 2, 3)$ die neun Coefficienten a_{mn} einer orthogonalen Substitution mit der Determinante $+1$ dar. Die zu den g_{ij} gehörenden, im Folgenden durch (1) definirten Differentialgrössen $p_{rs}, r_{rs} (r, s = 1, 2, 3, 4)$ sind mit den Differentialgrössen $p_h, v_h\ (h = 1, 2, 3)$, welche mit den a_{mn} zusammen die Elemente eines Orthogonalsystems bilden, vermittels der Gleichungen (II) verknüpft. Daher ist mit der Auswerthung der ersteren sofort die der letzteren geleistet. Dieses specielle System der a_{mn}, p_h, v_h ist aber dasjenige, welches Hr. F. KÖTTER in diesen Berichten und in weiterer Ausführung im Journal für die reine und angewandte Mathematik gegeben hat.

Bezeichnen $w_\nu, x_\nu, y_\nu, z_\nu\ (\nu = 1, 2)$ beliebige Argumente, A_1, A_2, A_3, A_4 beliebige Functionen derselben, und wird für die vier Quadrupel von Parametern $\alpha_\mu, \beta_\mu, \gamma_\mu, \delta_\mu\ (\mu = 1, 2, 3, 4)$ je dasselbe GÖPEL'sche System von Thetafunctionen mit verschiedenen Argumenten[2] gewählt:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= A_1\Theta_5(w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_1 &= A_2\Theta_5(w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\alpha_2 &= A_1\Theta_{01}(w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_2 &= A_2\Theta_{01}(w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\alpha_3 &= A_1\Theta_4(w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_3 &= A_2\Theta_4(w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\alpha_4 &= A_1\Theta_{23}(w_1 + x_1, w_2 + x_2), & \beta_4 &= A_2\Theta_{23}(w_1 - x_1, w_2 - x_2),\\
\gamma_1 &= A_3\Theta_5(y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_1 &= A_4\Theta_5(y_1 - z_1, y_2 - z_2),\\
\gamma_2 &= A_3\Theta_{01}(y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_2 &= A_4\Theta_{01}(y_1 - z_1, y_2 - z_2),\\
\gamma_3 &= A_3\Theta_4(y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_3 &= A_4\Theta_4(y_1 - z_1, y_2 - z_2),\\
\gamma_4 &= A_3\Theta_{23}(y_1 + z_1, y_2 + z_2), & \delta_4 &= A_4\Theta_{23}(y_1 - z_1, y_2 - z_2),
\end{aligned}$$

---

[1] Zur Theorie der Thetafunctionen mit zwei Argumenten. Journ. f. d. reine u. angew. Math. Bd. 94, S. 77.

[2] Vergl. F. CASPARY, Journ. f. d. reine u. angew. Math. Bd. 94, S. 76 und Journ. de l'Éc. Norm. (3) X, p. 279–281.

wobei die Thetafunctionen in der WEIERSTRASS'schen Bezeichnung geschrieben sind, und die Functionen Θ von den Moduln $2\tau_{11}$, $2\tau_{12}$, $2\tau_{22}$ abhängen, so ergeben sich durch Composition der beiden identischen Orthogonalsysteme[1]

$$
(C)\quad
\begin{matrix}
c_1 & -c_2 & c_3 & c_4 \\
c_2 & c_1 & -c_4 & c_3 \\
-c_3 & c_4 & c_1 & c_2 \\
c_4 & c_3 & c_2 & -c_1
\end{matrix}
\qquad\qquad
(\mathfrak{C})\quad
\begin{matrix}
\mathfrak{c}_1 & \mathfrak{c}_2 & -\mathfrak{c}_3 & \mathfrak{c}_4 \\
-\mathfrak{c}_2 & \mathfrak{c}_1 & \mathfrak{c}_4 & \mathfrak{c}_3 \\
\mathfrak{c}_3 & -\mathfrak{c}_4 & \mathfrak{c}_1 & \mathfrak{c}_2 \\
\mathfrak{c}_4 & \mathfrak{c}_3 & \mathfrak{c}_2 & -\mathfrak{c}_1,
\end{matrix}
$$

wenn

$$
\begin{aligned}
c_1 &= e_1\alpha_4 + e_2\alpha_3 - e_3\beta_2 - e_4\beta_1, & \mathfrak{c}_1 &= f_1\gamma_4 + f_2\gamma_3 - f_3\delta_2 - f_4\delta_1, \\
c_2 &= -i(e_1\alpha_4 + e_2\alpha_3 + e_3\beta_2 + e_4\beta_1), & \mathfrak{c}_2 &= -i(f_1\gamma_4 + f_2\gamma_3 + f_3\delta_2 + f_4\delta_1), \\
c_3 &= -i(e_1\alpha_1 + e_2\alpha_2 - e_3\beta_3 - e_4\beta_4), & \mathfrak{c}_3 &= -i(f_1\gamma_1 + f_2\gamma_2 - f_3\delta_3 - f_4\delta_4), \\
c_4 &= e_1\alpha_1 + e_2\alpha_2 + e_3\beta_3 + e_4\beta_4, & \mathfrak{c}_4 &= f_1\gamma_1 + f_2\gamma_2 + f_3\delta_3 + f_4\delta_4,
\end{aligned}
$$

$$i = \sqrt{-1}$$

gesetzt wird und e_μ, f_μ $(\mu = 1, 2, 3, 4)$ beliebige Parameter bedeuten, bei Anwendung der Formeln für die Transformation zweiten Grades der Thetafunctionen zweier Argumente[1] die sechzehn Coefficienten eines Orthogonalsystems in folgender Form:

$$
\text{(I.)}\quad
\begin{aligned}
g_{11} + ig_{21} &= (h_{11} + ih_{21})q_5 + i(h_{12} + ih_{22})q_0 + i(h_{13} + ih_{23})q_{01} + (h_{14} + ih_{24})q_1, \\
g_{12} + ig_{22} &= -i[(h_{11} + ih_{21})q_{34} + i(h_{12} + ih_{22})q_{12} + i(h_{13} + ih_{23})q_2 + (h_{14} + ih_{24})q_{02}], \\
g_{13} + ig_{23} &= -i[(h_{11} + ih_{21})q_{23} + i(h_{12} + ih_{22})q_{14} + i(h_{13} + ih_{23})q_4 + (h_{14} + ih_{24})q_{04}], \\
g_{14} + ig_{24} &= -[(h_{11} + ih_{21})q_{24} + i(h_{12} + ih_{22})q_{13} + i(h_{13} + ih_{23})q_3 + (h_{14} + ih_{24})q_{03}]; \\[6pt]
g_{11} - ig_{21} &= (h_{11} - ih_{21})r_5 - i(h_{12} - ih_{22})r_0 + i(h_{13} - ih_{23})r_{01} - (h_{14} - ih_{24})r_1, \\
g_{12} - ig_{22} &= -i[(h_{11} - ih_{21})r_{34} - i(h_{12} - ih_{22})r_{12} + i(h_{13} - ih_{23})r_2 - (h_{14} - ih_{24})r_{02}], \\
g_{13} - ig_{23} &= -i[(h_{11} - ih_{21})r_{23} - i(h_{12} - ih_{22})r_{14} + i(h_{13} - ih_{23})r_4 - (h_{14} - ih_{24})r_{04}], \\
g_{14} - ig_{24} &= -[(h_{11} - ih_{21})r_{24} - i(h_{12} - ih_{22})r_{13} + i(h_{13} - ih_{23})r_3 - (h_{14} - ih_{24})r_{03}]; \\[6pt]
g_{31} + ig_{41} &= (h_{31} - ih_{41})s_{01} + i(h_{32} - ih_{42})s_1 + i(h_{33} - ih_{43})s_5 + (h_{34} - ih_{44})s_0, \\
g_{32} + ig_{42} &= -i[(h_{31} - ih_{41})s_2 + i(h_{32} - ih_{42})s_{02} + i(h_{33} - ih_{43})s_{34} + (h_{34} - ih_{44})s_{12}], \\
g_{33} + ig_{43} &= -i[(h_{31} - ih_{41})s_4 + i(h_{32} - ih_{42})s_{04} + i(h_{33} - ih_{43})s_{23} + (h_{34} - ih_{44})s_{14}], \\
g_{34} + ig_{44} &= -[(h_{31} - ih_{41})s_3 + i(h_{32} - ih_{42})s_{03} + i(h_{33} - ih_{43})s_{24} + (h_{34} - ih_{44})s_{13}]; \\[6pt]
g_{31} - ig_{41} &= (h_{31} + ih_{41})t_{01} - i(h_{32} + ih_{42})t_1 + i(h_{33} + ih_{43})t_5 - (h_{34} + ih_{44})t_0, \\
g_{32} - ig_{42} &= -i[(h_{31} + ih_{41})t_2 - i(h_{32} + ih_{42})t_{02} + i(h_{33} + ih_{43})t_{34} - (h_{34} + ih_{44})t_{12}], \\
g_{33} - ig_{43} &= -i[(h_{31} + ih_{41})t_4 - i(h_{32} + ih_{42})t_{04} + i(h_{33} + ih_{43})t_{23} - (h_{34} + ih_{44})t_{14}], \\
g_{34} - ig_{44} &= -[(h_{31} + ih_{41})t_3 - i(h_{32} + ih_{42})t_{03} + i(h_{33} + ih_{43})t_{24} - (h_{34} + ih_{44})t_{13}].
\end{aligned}
$$

---

[1] Vergl. F. CASPARY, ebenda S. 75, 76.

In diesen Ausdrücken bezeichnen $h_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4)$ die Coefficienten eines aus den Parametern $e_\mu, f_\mu (\mu = 1, 2, 3, 4)$ gebildeten Orthogonalsystems[1]. Ferner ist gesetzt

$$\begin{aligned} A_1 A_3 \vartheta_{\alpha\beta}(w_1', w_2') \vartheta_{\alpha\beta}(x_1', x_2') &= q_{\alpha\beta}, \\ A_2 A_4 \vartheta_{\alpha\beta}(y_1', y_2') \vartheta_{\alpha\beta}(z_1', z_2') &= r_{\alpha\beta}, \\ A_1 A_4 \vartheta_{\alpha\beta}(w_1'', w_2'') \vartheta_{\alpha\beta}(x_1'', x_2'') &= s_{\alpha\beta}, \\ A_2 A_3 \vartheta_{\alpha\beta}(y_1'', y_2'') \vartheta_{\alpha\beta}(z_1'', z_2'') &= t_{\alpha\beta}; \end{aligned} \qquad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4)$$

unter $q_\lambda, r_\lambda, s_\lambda, t_\lambda (\lambda = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$ sind die entsprechenden Thetaproducte mit einem Index zu verstehen, und die Argumente $w_\nu', x_\nu', y_\nu', z_\nu'$, $w_\nu'', x_\nu'', y_\nu'', z_\nu''$ sind, wie folgt, bestimmt:

$$\begin{aligned} 2w_\nu' &= w_\nu + x_\nu + y_\nu + z_\nu, & 2w_\nu'' &= w_\nu + x_\nu + y_\nu - z_\nu, \\ 2x_\nu' &= w_\nu + x_\nu - y_\nu - z_\nu, & 2x_\nu'' &= w_\nu + x_\nu - y_\nu + z_\nu, \\ 2y_\nu' &= w_\nu - x_\nu + y_\nu - z_\nu, & 2y_\nu'' &= w_\nu - x_\nu + y_\nu + z_\nu, \\ 2z_\nu' &= w_\nu - x_\nu - y_\nu + z_\nu, & 2z_\nu'' &= w_\nu - x_\nu - y_\nu - z_\nu. \end{aligned} \qquad (\nu = 1, 2)$$

Aus den Coefficienten g_{ij} sind noch die zugehörigen zwölf Differentialgrössen zu bilden, die ich durch die Gleichungen

$$(1.) \quad \begin{cases} g p_{rs} = -(g_{1i} dg_{1j} + g_{2i} dg_{2j} + g_{3i} dg_{3j} + g_{4i} dg_{4j}), \\ g v_{rs} = \quad g_{i1} dg_{j1} + g_{i2} dg_{j2} + g_{i3} dg_{j3} + g_{i4} dg_{j4}, \\ g = \quad g_{1i}^2 + g_{2i}^2 + g_{3i}^2 + g_{4i}^2 = g_{i1}^2 + g_{i2}^2 + g_{i3}^2 + g_{i4}^2 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} i \neq j \neq r \neq s; \\ i, j, r, s = 1, 2, 3, 4;\ 1, 4, 2, 3 \\ \quad 2, 3, 1, 4;\ 2, 4, 3, 1 \\ \quad 3, 1, 2, 4;\ 3, 4, 1, 2 \end{array}$$

definire.

Zu diesem Zweck benutze ich eine allgemeine Beziehung, welche ich in einer demnächst im Journal für die reine und angewandte Mathematik erscheinenden Notiz entwickelt habe. Es besteht nämlich ein einfacher Zusammenhang einerseits zwischen den Differentialgrössen p_{rs} und v_{rs} jedes Orthogonalsystems von sechzehn Coefficienten, das durch Composition zweier Systeme (C) und $(\mathfrak{C})$ entstanden ist, und den Differentialgrössen zweier bestimmter Orthogonalsysteme von neun Coefficienten andererseits. Diese letzteren Systeme ergeben sich durch Composition der Systeme (C) und (C') bez. $(\mathfrak{C})$ und $(\mathfrak{C}')$, wobei (C') aus $(\mathfrak{C})$ für $\mathfrak{c} = c$, $(\mathfrak{C}')$ aus (C) für $c = \mathfrak{c}$ hervorgeht. Bezeichnet man die zu diesen Systemen gehörenden Differentialgrössen zur Unterscheidung und um die Parameter, von denen sie abhängen, in Evidenz zu setzen, mit $p_h(c)$, $v_h(c)$ bez. $p_h(\mathfrak{c})$, $v_h(\mathfrak{c})$ $(h = 1, 2, 3)$, so lautet die erwähnte allgemeine Beziehung zwischen p_{rs}, $p_h(c)$, $p_h(\mathfrak{c})$; v_{rs}, $v_h(c)$, $v_h(\mathfrak{c})$:

[1] Vergl. F. CASPARY, a. a. O. S. 75.

wobei die Thetafunctionen in der WEIERSTRASS'schen Bezeichnung geschrieben sind, und die Functionen Θ von den Moduln $2\tau_{11}$, $2\tau_{12}$, $2\tau_{22}$ abhängen, so ergeben sich durch Composition der beiden identischen Orthogonalsysteme[1]

$$(C)\quad \begin{array}{cccc} c_1 & -c_2 & c_3 & c_4 \\ c_2 & c_1 & -c_4 & c_3 \\ -c_3 & c_4 & c_1 & c_2 \\ c_4 & c_3 & c_2 & -c_1 \end{array} \qquad (\mathfrak{C})\quad \begin{array}{cccc} \mathfrak{c}_1 & \mathfrak{c}_2 & -\mathfrak{c}_3 & \mathfrak{c}_4 \\ -\mathfrak{c}_2 & \mathfrak{c}_1 & \mathfrak{c}_4 & \mathfrak{c}_3 \\ \mathfrak{c}_3 & -\mathfrak{c}_4 & \mathfrak{c}_1 & \mathfrak{c}_2 \\ \mathfrak{c}_4 & \mathfrak{c}_3 & \mathfrak{c}_2 & -\mathfrak{c}_1, \end{array}$$

wenn

$$\begin{aligned} c_1 &= e_1\alpha_4 + e_2\alpha_3 - e_3\beta_2 - e_4\beta_1, & \mathfrak{c}_1 &= f_1\gamma_4 + f_2\gamma_3 - f_3\delta_2 - f_4\delta_1, \\ c_2 &= -i(e_1\alpha_4 + e_2\alpha_3 + e_3\beta_2 + e_4\beta_1), & \mathfrak{c}_2 &= -i(f_1\gamma_4 + f_2\gamma_3 + f_3\delta_2 + f_4\delta_1), \\ c_3 &= -i(e_1\alpha_1 + e_2\alpha_2 - e_3\beta_3 - e_4\beta_4), & \mathfrak{c}_3 &= -i(f_1\gamma_1 + f_2\gamma_2 - f_3\delta_3 - f_4\delta_4), \\ c_4 &= e_1\alpha_1 + e_2\alpha_2 + e_3\beta_3 + e_4\beta_4, & \mathfrak{c}_4 &= f_1\gamma_1 + f_2\gamma_2 + f_3\delta_3 + f_4\delta_4, \end{aligned}$$

$$i = \sqrt{-1}$$

gesetzt wird und e_μ, f_μ $(\mu = 1, 2, 3, 4)$ beliebige Parameter bedeuten, bei Anwendung der Formeln für die Transformation zweiten Grades der Thetafunctionen zweier Argumente[1] die sechzehn Coefficienten eines Orthogonalsystems in folgender Form:

$$(\mathrm{I.})\quad \begin{aligned} g_{11} + ig_{21} &= (h_{11} + ih_{21})q_5 + i(h_{12} + ih_{22})q_0 + i(h_{13} + ih_{23})q_{01} + (h_{14} + ih_{24})q_1, \\ g_{12} + ig_{22} &= -i[(h_{11} + ih_{21})q_{34} + i(h_{12} + ih_{22})q_{12} + i(h_{13} + ih_{23})q_2 + (h_{14} + ih_{24})q_{02}], \\ g_{13} + ig_{23} &= -i[(h_{11} + ih_{21})q_{23} + i(h_{12} + ih_{22})q_{14} + i(h_{13} + ih_{23})q_4 + (h_{14} + ih_{24})q_{04}], \\ g_{14} + ig_{24} &= -[(h_{11} + ih_{21})q_{24} + i(h_{12} + ih_{22})q_{13} + i(h_{13} + ih_{23})q_3 + (h_{14} + ih_{24})q_{03}]; \\[1ex] g_{11} - ig_{21} &= (h_{11} - ih_{21})r_5 - i(h_{12} - ih_{22})r_0 + i(h_{13} - ih_{23})r_{01} - (h_{14} - ih_{24})r_1, \\ g_{12} - ig_{22} &= -i[(h_{11} - ih_{21})r_{34} - i(h_{12} - ih_{22})r_{12} + i(h_{13} - ih_{23})r_2 - (h_{14} - ih_{24})r_{02}], \\ g_{13} - ig_{23} &= -i[(h_{11} - ih_{21})r_{23} - i(h_{12} - ih_{22})r_{14} + i(h_{13} - ih_{23})r_4 - (h_{14} - ih_{24})r_{04}], \\ g_{14} - ig_{24} &= -[(h_{11} - ih_{21})r_{24} - i(h_{12} - ih_{22})r_{13} + i(h_{13} - ih_{23})r_3 - (h_{14} - ih_{24})r_{03}]; \\[1ex] g_{31} + ig_{41} &= (h_{31} - ih_{41})s_{01} + i(h_{32} - ih_{42})s_1 + i(h_{33} - ih_{43})s_5 + (h_{34} - ih_{44})s_0, \\ g_{32} + ig_{42} &= -i[(h_{31} - ih_{41})s_2 + i(h_{32} - ih_{42})s_{02} + i(h_{33} - ih_{43})s_{34} + (h_{34} - ih_{44})s_{12}], \\ g_{33} + ig_{43} &= -i[(h_{31} - ih_{41})s_4 + i(h_{32} - ih_{42})s_{04} + i(h_{33} - ih_{43})s_{23} + (h_{34} - ih_{44})s_{14}], \\ g_{34} + ig_{44} &= -[(h_{31} - ih_{41})s_3 + i(h_{32} - ih_{42})s_{03} + i(h_{33} - ih_{43})s_{24} + (h_{34} - ih_{44})s_{13}]; \\[1ex] g_{31} - ig_{41} &= (h_{31} + ih_{41})t_{01} - i(h_{32} + ih_{42})t_1 + i(h_{33} + ih_{43})t_5 - (h_{34} + ih_{44})t_0, \\ g_{32} - ig_{42} &= -i[(h_{31} + ih_{41})t_2 - i(h_{32} + ih_{42})t_{02} + i(h_{33} + ih_{43})t_{34} - (h_{34} + ih_{44})t_{12}], \\ g_{33} - ig_{43} &= -i[(h_{31} + ih_{41})t_4 - i(h_{32} + ih_{42})t_{04} + i(h_{33} + ih_{43})t_{23} - (h_{34} + ih_{44})t_{14}], \\ g_{34} - ig_{44} &= -[(h_{31} + ih_{41})t_3 - i(h_{32} + ih_{42})t_{03} + i(h_{33} + ih_{43})t_{24} - (h_{34} + ih_{44})t_{13}]. \end{aligned}$$

[1] Vergl. F. CASPARY, ebenda S. 75, 76.

In diesen Ausdrücken bezeichnen $h_{ij}(i, j = 1, 2, 3, 4)$ die Coefficienten eines aus den Parametern $e_\mu, f_\mu (\mu = 1, 2, 3, 4)$ gebildeten Orthogonalsystems[1]. Ferner ist gesetzt

$$\begin{aligned} A_1 A_3 \vartheta_{\alpha\beta}(w_1', w_2') \vartheta_{\alpha\beta}(x_1', x_2') &= q_{\alpha\beta}, \\ A_2 A_4 \vartheta_{\alpha\beta}(y_1', y_2') \vartheta_{\alpha\beta}(z_1', z_2') &= r_{\alpha\beta}, \\ A_1 A_4 \vartheta_{\alpha\beta}(w_1'', w_2'') \vartheta_{\alpha\beta}(x_1'', x_2'') &= s_{\alpha\beta}, \\ A_2 A_3 \vartheta_{\alpha\beta}(y_1'', y_2'') \vartheta_{\alpha\beta}(z_1'', z_2'') &= t_{\alpha\beta}; \end{aligned} \qquad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4)$$

unter $q_\lambda, r_\lambda, s_\lambda, t_\lambda (\lambda = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$ sind die entsprechenden Thetaproducte mit einem Index zu verstehen, und die Argumente $w_\nu', x_\nu', y_\nu', z_\nu'$, $w_\nu'', x_\nu'', y_\nu'', z_\nu''$ sind, wie folgt, bestimmt:

$$\begin{aligned} 2w_\nu' &= w_\nu + x_\nu + y_\nu + z_\nu, & 2w_\nu'' &= w_\nu + x_\nu + y_\nu - z_\nu, \\ 2x_\nu' &= w_\nu + x_\nu - y_\nu - z_\nu, & 2x_\nu'' &= w_\nu + x_\nu - y_\nu + z_\nu, \\ 2y_\nu' &= w_\nu - x_\nu + y_\nu - z_\nu, & 2y_\nu'' &= w_\nu - x_\nu + y_\nu + z_\nu, \\ 2z_\nu' &= w_\nu - x_\nu - y_\nu + z_\nu, & 2z_\nu'' &= w_\nu - x_\nu - y_\nu - z_\nu. \end{aligned} \qquad (\nu = 1, 2)$$

Aus den Coefficienten g_{ij} sind noch die zugehörigen zwölf Differentialgrössen zu bilden, die ich durch die Gleichungen

$$(1.) \quad \left\{ \begin{aligned} g p_{rs} &= -(g_{1i} dg_{1j} + g_{2i} dg_{2j} + g_{3i} dg_{3j} + g_{4i} dg_{4j}), \\ g v_{rs} &= \quad g_{i1} dg_{j1} + g_{i2} dg_{j2} + g_{i3} dg_{j3} + g_{i4} dg_{j4}, \\ g &= \quad g_{1i}^2 + g_{2i}^2 + g_{3i}^2 + g_{4i}^2 = g_{i1}^2 + g_{i2}^2 + g_{i3}^2 + g_{i4}^2 \end{aligned} \right. \qquad \begin{aligned} &i \neq j \neq r \neq s; \\ &i, j, r, s = 1, 2, 3, 4;\ 1, 4, 2, 3 \\ &\qquad 2, 3, 1, 4;\ 2, 4, 3, 1 \\ &\qquad 3, 1, 2, 4;\ 3, 4, 1, 2 \end{aligned}$$

definire.

Zu diesem Zweck benutze ich eine allgemeine Beziehung, welche ich in einer demnächst im Journal für die reine und angewandte Mathematik erscheinenden Notiz entwickelt habe. Es besteht nämlich ein einfacher Zusammenhang einerseits zwischen den Differentialgrössen p_{rs} und v_{rs} jedes Orthogonalsystems von sechzehn Coefficienten, das durch Composition zweier Systeme (C) und $(\mathfrak{C})$ entstanden ist, und den Differentialgrössen zweier bestimmter Orthogonalsysteme von neun Coefficienten andererseits. Diese letzteren Systeme ergeben sich durch Composition der Systeme (C) und (C') bez. $(\mathfrak{C})$ und $(\mathfrak{C}')$, wobei (C') aus $(\mathfrak{C})$ für $\mathfrak{c} = c$, $(\mathfrak{C}')$ aus (C) für $c = \mathfrak{c}$ hervorgeht. Bezeichnet man die zu diesen Systemen gehörenden Differentialgrössen zur Unterscheidung und um die Parameter, von denen sie abhängen, in Evidenz zu setzen, mit $p_h(c)$, $v_h(c)$ bez. $p_h(\mathfrak{c})$, $v_h(\mathfrak{c})$ $(h = 1, 2, 3)$, so lautet die erwähnte allgemeine Beziehung zwischen p_{rs}, $p_h(c)$, $p_h(\mathfrak{c})$; v_{rs}, $v_h(c)$, $v_h(\mathfrak{c})$:

---

[1] Vergl. F. CASPARY, a. a. O. S. 75.

$$
\text{(II.)}\quad
\begin{aligned}
2p_{14} &= p_1(c)+p_1(\mathfrak{c}), & 2v_{14} &= v_1(c)+v_1(\mathfrak{c}),\\
2p_{24} &= p_2(c)+p_2(\mathfrak{c}), & 2v_{24} &= v_2(c)+v_2(\mathfrak{c}),\\
2p_{34} &= p_3(c)+p_3(\mathfrak{c}), & 2v_{34} &= v_3(c)+v_3(\mathfrak{c}),\\
2p_{23} &= -p_1(c)+p_1(\mathfrak{c}), & 2v_{23} &= -v_1(c)+v_1(\mathfrak{c}),\\
2p_{31} &= -p_2(c)+p_2(\mathfrak{c}), & 2v_{31} &= -v_2(c)+v_2(\mathfrak{c}),\\
2p_{12} &= -p_3(c)+p_3(\mathfrak{c}), & 2v_{12} &= -v_3(c)+v_3(\mathfrak{c}),
\end{aligned}
$$

Werden nun mit $e_{mn}(m, n = 1, 2, 3)$ die neun Coefficienten eines aus den Parametern $e_\mu(\mu = 1, 2, 3, 4)$ gebildeten Orthogonalsystems und mit $p_h(e), v_h(e)$ $(h = 1, 2, 3)$ die zugehörigen Differentialgrössen bezeichnet und wird zur Abkürzung

$$\frac{A_1}{A_2} = F,$$

$$\vartheta(u_1, u_2) = \vartheta(u),$$

$$\frac{\partial\vartheta(u_1, u_2)}{\partial u_1}dv_1 + \frac{\partial\vartheta(u_1, u_2)}{\partial u_2}dv_2 = \frac{\partial\vartheta(u)}{\partial u}dv$$

gesetzt, so lassen sich die Differentialgrössen des aus (C) und (C') componirten Orthogonalsystems, wie folgt, darstellen:

$$
\begin{aligned}
Ap_1(c) &= -ie_{31}m_{01} + e_{32}m_1 + e_{33}m_5 - m_0 + \mathfrak{p}_1(e),\\
Ap_2(c) &= -e_{31}m_2 - ie_{32}m_{02} - ie_{33}m_{34} + im_{12} + \mathfrak{p}_2(e),\\
Ap_3(c) &= -e_{31}m_4 - ie_{32}m_{04} - ie_{33}m_{23} + im_{14} + \mathfrak{p}_3(e);\\
Av_3(c) &= e_{31}m_3 + ie_{32}m_{03} + ie_{33}m_{24} - im_{13} + \mathfrak{v}_3(e),\\
A(v_1(c) \pm iv_2(c)) &= F^{\pm 1}[(e_{11} \pm ie_{21})c'_{24}\vartheta_{24}(w \pm x) \pm i(e_{12} \pm ie_{22})c'_{13}\vartheta_{13}(w \pm x)\\
&\quad + i(e_{13} \pm ie_{23})c'_3\vartheta_3(w \pm x) \pm (v_1(e) \pm iv_2(e))c_{03}\vartheta_{03}(w \pm x)],
\end{aligned}
$$

wo

$$
\text{(III.)}\quad
\begin{aligned}
A &= ie_{31}\vartheta_3(w)\vartheta_3(x) - e_{32}\vartheta_{03}(w)\vartheta_{03}(x) - e_{33}\vartheta_{24}(w)\vartheta_{24}(x) + \vartheta_{13}(w)\vartheta_{13}(x);\\
\mathfrak{p}_1(e) &= p_1(e)\vartheta_{01}(w)\vartheta_{01}(x) + ip_2(e)\vartheta_1(w)\vartheta_1(x) - ip_3(e)\vartheta_5(w)\vartheta_5(x) + iv_3(e)\vartheta_0(w)\vartheta_0(x),\\
\mathfrak{p}_2(e) &= -ip_1(e)\vartheta_2(w)\vartheta_2(x) + p_2(e)\vartheta_{02}(w)\vartheta_{02}(x) + p_3(e)\vartheta_{34}(w)\vartheta_{34}(x) - v_3(e)\vartheta_{12}(w)\vartheta_{12}(x),\\
\mathfrak{p}_3(e) &= -ip_1(e)\vartheta_4(w)\vartheta_4(x) + p_2(e)\vartheta_{04}(w)\vartheta_{04}(x) + p_3(e)\vartheta_{23}(w)\vartheta_{23}(x) - v_3(e)\vartheta_{14}(w)\vartheta_{14}(x),\\
\mathfrak{v}_3(e) &= ip_1(e)\vartheta_3(w)\vartheta_3(x) - p_2(e)\vartheta_{03}(w)\vartheta_{03}(x) - p_3(e)\vartheta_{24}(w)\vartheta_{24}(x) + v_3(e)\vartheta_{13}(w)\vartheta_{13}(x);
\end{aligned}
$$

$$m_{\alpha\beta} = \vartheta_{\alpha\beta}(w)\vartheta_{\alpha\beta}(x)\left[\frac{\partial\log\vartheta_{\alpha\beta}(w)}{\partial w}dx + \frac{\partial\log\vartheta_{\alpha\beta}(x)}{\partial x}dw + d\log F\right];$$

$$c'_{\alpha\beta} = \left(\frac{\partial\vartheta_{\alpha\beta}(w_1, w_2)}{\partial w_1}\right)_{\substack{w_1=0\\w_2=0}} d(w_1 \pm x_1) + \left(\frac{\partial\vartheta_{\alpha\beta}(w_1, w_2)}{\partial w_2}\right)_{\substack{w_1=0\\w_2=0}} d(w_2 \pm x_2),$$

$$(\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, 4)$$

und für m_λ, $c'_\lambda(\lambda = 0, 1, 2, 3, 4)$ die entsprechenden Ausdrücke zu

setzen sind[1]. In den Ausdrücken für $v_1(c) \pm iv_2(c)$, $c'_{\alpha\beta}$ ist gleichzeitig das obere oder das untere Zeichen zu nehmen.

Die Differentialgrössen des zweiten, aus ($\mathfrak{C}$) und ($\mathfrak{C}'$) componirten Orthogonalsystems fliessen aus (III.), wenn an Stelle von w_ν, x_ν die Argumente y_ν, z_ν, an Stelle von e_μ die Parameter f_μ und an Stelle von A_1, A_2 bez. A_3, A_4 substituirt werden.

Unter der speciellen Annahme

$$(2.)\qquad f_\mu = e_\mu\,,\ \gamma_\mu = \alpha_\mu\,,\ \delta_\mu = \beta_\mu \qquad (\mu = 1, 2, 3, 4)$$

verschwinden die Coefficienten g_{14}, g_{24}, g_{34}; g_{41}, g_{42}, g_{43}. Werden die Quotienten $g_{mn} : g_{44}\,(m, n = 1, 2, 3)$ gleich a_{mn} gesetzt, so fliesst aus dem in (I.), (II.) und (III.) aufgestellten Orthogonalsystem, abgesehen von der Bezeichnung, dasjenige, welches Hr. F. KÖTTER als Lösung für eine Reihe von Problemen der Mechanik entdeckt hat.

Zwischen den Coefficienten g_{ij} einerseits und h_{ij} andererseits $(i, j = 1, 2, 3, 4)$ besteht vollständige Reciprocität, wie Hr. KÖTTER in dem von ihm behandelten Falle bereits bemerkt hat[2]. Die Reciprocität erstreckt sich aber noch weiter, nämlich auf die Differentialgrössen p_{rs}, $v_{rs}\,(r, s = 1, 2, 3, 4)$ einerseits und $p_h(e), v_h(e)$; $p_h(f)$, $v_h(f)\,(h = 1, 2, 3)$ andererseits.

Zum Schluss werde noch ein System von Relationen mitgetheilt, das sich unmittelbar aus der Darstellung der Differentialgrössen v_{rs} ableiten lässt. Gemäss (II.) sind dieselben mit den Differentialgrössen $v_h(c)$ und $v_h(\mathfrak{c})$ linear verknüpft. Letztere hängen von je zwei Variablenpaaren w_ν, x_ν bez. y_ν, z_ν ab und sind lineare Functionen von dw_ν, dx_ν bez. dy_ν, dz_ν, deren Coefficienten $v_h^{w_\nu}, v_h^{x_\nu}$ bez. $v_h^{y_\nu}, v_h^{z_\nu}$ heissen mögen. Setzt man demnach

$$\begin{aligned} v_h(c) &= v_h^{w_\nu}\,dw_\nu + v_h^{x_\nu}\,dx_\nu\,, \\ v_h(\mathfrak{c}) &= v_h^{y_\nu}\,dy_\nu + v_h^{z_\nu}\,dz_\nu\,, \end{aligned} \qquad (\nu = 1, 2)$$

so erschliesst man aus (III.) ohne Weiteres, dass

$$\begin{aligned} v_1^{w_\nu} \pm iv_2^{w_\nu} &= \pm(v_1^{x_\nu} \pm iv_2^{x_\nu})\,, \\ v_1^{y_\nu} \pm iv_2^{y_\nu} &= \pm(v_1^{z_\nu} \pm iv_2^{z_\nu})\,, \end{aligned}$$

wo gleichzeitig das obere oder untere Zeichen zu wählen ist. Hieraus folgt

---

[1] Dieses Formelsystem giebt mir Veranlassung, auf ein von Hrn. CASPARY aufgestelltes, bisher nicht veröffentlichtes Formelsystem hinzuweisen, welches ich einer gütigen Privatmittheilung desselben verdanke, und welches in den Zusammenhang der ungeraden hyperelliptischen Functionen mit den sechs Differentialgrössen eines Orthogonalsystems die Nullwerthe der Ableitungen der ungeraden Thetafunctionen einführt (vergl. übrigens Journ. de l'Éc. Norm. (3) X, p. 261).

[2] A. a. O. S. 811.

$$
(3.)\qquad
\begin{aligned}
v_1^{w_\nu} &= i v_2^{x_\nu},\\
v_1^{x_\nu} &= i v_2^{w_\nu},\\
v_1^{y_\nu} &= i v_2^{z_\nu},\\
v_1^{z_\nu} &= i v_2^{y_\nu}.
\end{aligned}
\qquad (\nu = 1, 2)
$$

Demnach ergeben sich in Verbindung mit (II) die Relationen

$$
(4.)\qquad
\begin{aligned}
v_{14}^{w_\nu} - v_{23}^{w_\nu} &= i(v_{24}^{x_\nu} - v_{31}^{x_\nu}),\\
v_{14}^{x_\nu} - v_{23}^{x_\nu} &= i(v_{24}^{w_\nu} - v_{31}^{w_\nu}),\\
v_{14}^{y_\nu} + v_{23}^{y_\nu} &= i(v_{24}^{z_\nu} + v_{31}^{z_\nu}),\\
v_{14}^{z_\nu} + v_{23}^{z_\nu} &= i(v_{24}^{y_\nu} + v_{31}^{y_\nu}).
\end{aligned}
$$

Macht man jetzt wieder die speciellen Annahmen (2.), so setzen sich diese Relationen unter Benutzung der von Hrn. Caspary aufgestellten Differentialidentitäten[1]

$$
da_{3h} = -a_{1h}v_2 + a_{2h}v_1 \qquad (h = 1, 2, 3)
$$

in die schon von Hrn. F. Kötter[2] mitgetheilten charakteristischen partiellen Differentialgleichungen

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial a_{3h}}{\partial w_\nu} &= i\left(a_{3l}\frac{\partial a_{3k}}{\partial x_\nu} - a_{3k}\frac{\partial a_{3l}}{\partial x_\nu}\right),\\
\frac{\partial a_{3h}}{\partial x_\nu} &= i\left(a_{3l}\frac{\partial a_{3k}}{\partial w_\nu} - a_{3k}\frac{\partial a_{3l}}{\partial w_\nu}\right)
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
h, k, l &= 1, 2, 3\\
& 2, 3, 1\\
& 3, 1, 2;\\
\nu &= 1, 2
\end{aligned}
$$

um.

[1] Vergl. Journ. de Math. (4) VI, p. 377.

[2] A. a. O. S. 811.

Ausgegeben am 27. August.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1896.
XL.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

22. October. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Klein las über Leucit und Analcim und ihre Beziehungen zu einander.

2. Derselbe legte den umstehend folgenden Bericht des Hrn. Dr. W. Salomon, z. Zt. in Pavia vor über geologisch-petrographische Studien im Adamello-Gebiet, ausgeführt mit Unterstützung der Akademie im Sommer d. J.

3. Derselbe legte ferner einen Bericht vor, welchen der Reisende der Humboldt-Stiftung Hr. Dr. W. Moericke aus Freiburg i. B. über seine geologisch-petrographischen Studien in den chilenischen Anden eingesandt hat.

4. Hr. Dames legte eine Abhandlung des Hrn. Prof. F. Frech in Breslau vor: Über den Gebirgsbau der Radstädter Tauern, als Bericht über eine im Sommer d. J. mit Unterstützung der Akademie ausgeführte Untersuchung.

5. Hr. Koenigsberger übersendet einen Nachtrag zu seiner im Sitzungsbericht vom 30. Juli d. J. gedruckten Abhandlung über die Principien der Mechanik.

6. Hr. Warburg legte eine Mittheilung des Hrn. E. F. Nichols aus New York vor über eine im physikalischen Institut der hiesigen Universität nach der radiometrischen Methode ausgeführte Unter-

suchung über das Verhalten des Quarzes gegen langwellige Strahlung.

7. Hr. Schulze legte eine Abhandlung des Hrn. Dr. R. Heymons, Assistenten am zoologischen Institut der hiesigen Universität vor: Grundzüge der Entwickelung und des Körperbaues von Odonaten und Ephemeriden.

8. Hr. van't Hoff überreichte die von Hrn. Thomas Ewans in Leeds besorgte englische Übersetzung der Cohen'schen Neuausgabe seiner »Études de dynamique chimique«, und zwei neue Hefte der »Zeitschrift für physikalische Chemie«. Ferner wurden im Auftrage der Verfasser vorgelegt: Staude, die Focaleigenschaften der Flächen zweiter Ordnung. III. Theil, Leipzig 1896; und Sturm, die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie in synthetischer Behandlung. Leipzig 1896.

Die Mittheilungen 1, 3, 4, 5, 6 folgen später in diesen Berichten. Die Mittheilung 7 ist für die Abhandlungen der Akademie bestimmt.

Geologisch-petrographische Studien im Adamellogebiet.

Von Dr. Wilhelm Salomon
in Pavia.

(Vorgelegt von Hrn. C. Klein.)

Nachdem ich bereits in den Jahren 1888–1891 und 1894 einzelne Theile der Adamellogruppe geologisch untersucht und die Ergebnisse veröffentlicht hatte[1], erhielt ich im vorigen Jahre durch eine Unterstützung der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin Gelegenheit, meine Arbeiten in umfassendem Maasse wieder aufzunehmen und von Mitte Juli bis Mitte October zahlreiche Touren in den wissenschaftlich interessantesten Theilen des Gebietes auszuführen. Das Ziel dieser Aufnahmen war ein dreifaches. Erstens nämlich sollte die normale Schichtfolge der Sedimentgebilde genau erforscht werden, um sie mit der Reihenfolge der dem Tonalit angrenzenden metamorphischen Gebilde vergleichen zu können; zweitens sollte die Contactmetamorphose der mannigfaltigen, die Schichten zusammensetzenden Gesteine petrographisch untersucht werden, und endlich waren die Tektonik des Gebietes, der Ursprung und die Entstehungsart der Tonalitmassen festzustellen.

Die Aufnahmen haben, zusammen mit den im Anschlusse daran unternommenen, aber freilich noch nicht beendigten Laboratoriumsarbeiten, zu allen drei Fragen, wie ich hoffe, nicht ganz unwichtige Beiträge geliefert und die Frage nach der Entstehungsart der Tonalitmassen wohl erschöpfend beantwortet. Demungeachtet kann ich nicht

[1] Geolog. u. petrogr. Studien am Monte Aviolo, Zeitschr. d. Deutschen geol. Gesellsch. 1890. S. 450–556. — Über einige Einschlüsse metamorpher Gesteine im Tonalit, N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. VII. 1891. S. 471–487. — Neue Beobachtungen aus den Gebieten der Cima d'Asta und des Monte Adamello, Tschermak's Mitth. XII. 1891. S. 408–415. — Sul metamorfismo di contatto subito dalle arenarie permiane della Val Daone, Giornale di Mineralogia u. s. w. Pavia 1894. S. 97–147. — Über die Contactmineralien der Adamellogruppe. I. Wernerit (Dipyr) von Breno, Tschermak's Mitth. XV. 1895. S. 159–183.

leugnen, dass bei der grossen Ausdehnung des untersuchten Gebietes, seinen riesigen Höhendifferenzen und hochalpinen Terrainschwierigkeiten noch eine ganze Reihe von klaffenden Lücken bleiben, deren Ausfüllung der Zukunft überlassen werden muss.

Da es nicht der Zweck des vorliegenden Berichtes sein kann, die Ergebnisse meiner Untersuchungen in allen ihren Einzelheiten zu beschreiben, so werde ich mich darauf beschränken, einen kurzen Überblick über die wichtigsten Resultate zu geben und im übrigen auf die später erscheinenden ausführlichen Veröffentlichungen zu verweisen.

Die Basis des Schichtgebirges im Adamellogebiet besteht aus krystallinen Schiefern, die zum grössten Theile zu den Phylliten gehören und unter denen Quarzlagenphyllite[1] bei weitem vorherrschen. Ich habe diese Phyllitgruppe bereits im Jahre 1890 (a. a. O.) ausführlich beschrieben, untersuchte sie aber im vergangenen Jahre von neuem an verschiedenen Punkten und zwar besonders in dem Gebirge nordwestlich und nördlich von Edolo, wo sie den südlichsten Theil der ganzen Grenzkette zwischen der oberen Val Camonica und dem Veltlin zusammensetzen, ferner in den Bergen zu beiden Seiten der mittleren Val Camonica, in Val Caffaro bei Bagolino und in Val Trompia. Es ergab sich dabei, dass in der mittleren Val Camonica, in der Umgebung von Cedegolo, die tiefsten Horizonte dieses Complexes aufgeschlossen sind und sich auch petrographisch von den überlagernden Schichten unterscheiden. Es sind Gesteine, die zwischen echten Biotitgneissen und biotitischen Feldspathphylliten schwanken. Auch granatführende Varietäten sind nicht selten. Sie bilden den Kern einer mächtigen, ungefähr Ost–West streichenden Antiklinale, zu deren Südflügel der Zug des Monte Elto auf dem rechten, der des Monte Colombè auf dem linken Oglioufer gehört. Der Nordflügel wird durch die nordfallenden Phyllitschichten des untersten Aglionethales und die diesen discordant, aber mit nicht sehr grosser Neigungsverschiedenheit aufgelagerten klastischen Schichten von Malonno und Garda repraesentirt.

Ebenso wie wir bei Cedegolo erkennen, dass unsere Quarzlagenphyllite nach unten allmählich in deutlicher krystallinische, ja selbst gneissartige Gesteine übergehen, liegen auch in der Val Moja bei Edolo, wie ich schon 1890 hervorgehoben habe, gneissige Gesteine unter den Quarzlagenphylliten. Doch ist diess Profil insofern nicht klar, als man beim Aufsteigen am Berge zwar anscheinend aus dem Hangenden ins

[1] So schlage ich vor, die gewöhnlich als »Quarzphyllite« bezeichneten Gesteine zu nennen, die durch Wechsellagerung von Quarzlagen und echten Phyllitlagen charakterisirt sind. Der Name Quarzphyllit ist falsch, da ja auch in den normalen Phylliten der Quarz stets ein wesentlicher Gemengtheil ist.

Liegende geht, dann aber in der sogenannten Foppa, wie später beschrieben werden soll, plötzlich permische Schichten antrifft. Es ist daher wahrscheinlich, dass hier Bruchlinien oder zusammengeschobene Falten vorliegen. In diesem Falle wird es aber unsicher, ob unsere gneissartigen Gesteine wirklich den tiefern Horizont bilden oder nicht.

Ich habe jetzt ein noch wesentlich reicheres Material von diesen Gesteinen untersucht, und bemerke, dass nicht selten auch Typen auftreten, wie sie aus der Umgebung von Klausen im Eisackthal als »Feldstein« in die Litteratur eingeführt worden sind[1]. Es sind das Gesteine, die wesentlich aus Quarz und Feldspath mit wenigem, aber überwiegend weissem Glimmer bestehen und insofern den Granuliten verwandt wären. Doch unterscheiden sie sich von den mir in Sachsen bekannt gewordenen typischen Granuliten durch das Fehlen der deutlichen Lagenstructur, die dort auf petrographischer Verschiedenheit der einzelnen Schichten beruht. Sie sind auch meist unregelmässig flaserig struirt. Ihr Glimmer tritt nicht in individualisirten Blättern, sondern in phyllitähnlichen Häutchen auf, so dass die Gesteine wohl am besten als glimmerarme Phyllitgneisse aufzufassen sind.

In einem scheinbaren Gegensatz zu diesen Beobachtungen steht die zuerst durch E. SUESS[2] bekannt gewordene Thatsache, dass am Monte Colombine in Val Trompia gerade in den allerhöchsten Horizonten der phyllitischen Gesteine eine horizontal ziemlich weit ausgedehnte mächtige Gneisslage auftritt. Ich besuchte die Val Trompia und begieng das SUESS'sche Profil, constatirte aber, dass der »Gneiss« wenigstens bei der Malga di Mezzo, wo ich ihn sah, petrographisch völlig von den Phyllitgneissen der Val Moja und den Biotitgneissen von Cedegolo verschieden ist. Er ist ein völlig granitartiges, höchstens schwache Spuren einer Parallelstructur aufweisendes Gestein, das auch mikroskopisch den Zweifel aufkommen lässt, ob es nicht eher ein Intrusivlager von dynamo-metamorphisch verändertem Quarzglimmerdiorit als eine Gneissschicht sei. Im erstern Falle würde es sich um ein dem sogenannten Arnaldogranit, der in ähnlichem Niveau auftritt[3], analoges Gebilde handeln. Sollte es aber selbst ein Gneiss sein, so nimmt es jedenfalls ein bedeutend höheres Niveau als der Gneiss von Cedegolo ein.

Ich untersuchte auch den von SUESS makroskopisch beschriebenen, den sogenannten »Gneiss« noch überlagernden »Casannaschiefer«, der

[1] TELLER und VON JOHN, Jahrb. der Wiener geol. Reichsanstalt 1883. S. 593. Es sind das wahrscheinlich dieselben Gesteine, die A. STELLA (Boll. Com. geol. 1894. S. 20 u. a.) als »Gneiss chiari« bezeichnet.

[2] Über das Rothliegende in Val Trompia. Sitzungsber. der Wiener Akad. 1869.

[3] SUESS a. a. O. S. 109.

die höchsten Lagen unmittelbar unter dem Quarzporphyr bildet, und fand, dass er ein granatführender Phyllit mit grossen, vielleicht primären Chloritblättern ist.

Aus diesen Beobachtungen geht nur so viel hervor, dass man in der Adamellogruppe wahrscheinlich eine tiefere, mehr gneissartig entwickelte Serie von den höheren Quarzlagenphylliten trennen kann. Eine weitere Gliederung ist mir aber bisher noch nicht geglückt. Insbesondere ist es mir nicht gelungen, mich der an verschiedenen Stellen auftretenden Amphibolite und Feldspathphyllite als Leithorizonte zu bedienen. Es ist vielmehr nach meinen bisherigen Erfahrungen viel wahrscheinlicher, dass die beiden genannten Gesteine in sehr verschiedenen Niveaus als meist wenig mächtige und bald auskeilende Einlagerungen auftreten. Auch von den in der oberen Val Camonica weit verbreiteten und sehr charakteristischen Kohlephylliten (1890 a. a. O. S. 469) steht es bisher nicht fest, ob sie wirklich nur in einem bestimmten stratigraphischen Niveau auftreten.

Sehr interessant ist die Nordgrenze unserer phyllitischen Gesteine. Ich suchte es bereits im Jahre 1891 (a. a. O. S. 412) wahrscheinlich zu machen, dass über den Tonalepass hinweg nach Osten in die Val di Sole, nach Westen in die Val Camonica eine Bruchlinie streicht, welche die Grenze zwischen den südlich anstossenden phyllitischen und den nördlich vorgelagerten hochkrystallinen Schiefern des Veltlins darstellt. Geht man z. B. von Vezza d' Oglio nach Süden ins Aviolothal (Val Paghera der Karten) hinein, so findet man die typische Phyllitserie mit nördlichen Fallrichtungen. Gleich nördlich von dem Orte aber, in der Val Grande, treten Quarzite mit isolirten, bis über zollgrossen Muscovitblättern und echte Glimmerschiefer auf, alle in sehr wechselnden Schichtstellungen, aber das Fallen vorherrschend in südlichen Richtungen geneigt. Ähnliche Gesteine suchte ich vergeblich auf der Südseite der obersten Val Camonica; dagegen sah ich sie im mittlern Mortirolothale und im Veltlin zwischen Tirano und Stazzona weit verbreitet. Auch finden sie sich auf der Nordseite des Tonale, ja schon an der Strasse, die von Ponte di Legno zu dem Passe führt, hier zusammen mit Marmorbänken und Gneissen. Geht man hingegen von Ponte di Legno nach Süden in die Val Narcane hinein, so trifft man nur phyllitische Gesteine und zwar sogar vielfach jene schwarzen, durch Kohle gefärbten Phyllite, die in der oberen Val Camonica so weit verbreitet sind, die ich aber in diesem Sommer genau ebenso entwickelt auch östlich der Etsch beim Abstieg vom Monte Orno nach Falesina in der Umgebung von Pergine in Val Sugana fand. — Unsere Bruchlinie folgt vom Tonale aus dem Laufe des Hauptthales bis Vezza d' Oglio; aber schon im Mortirolothale erkennt man, dass sie es ver-

lassen hat und in das Gebirge hineinstreicht. Der südlichste Theil dieses Seitenthales ist nämlich in Phyllite eingeschnitten und an der Stelle, wo man, von der strada nazionale, von Edolo aus kommend, den Bach überschreitet, um nach Monno zu gelangen, stehen wieder die charakteristischen Kohlephyllite an. Noch weiter im Westen fand ich die Grenzlinie in der Val Sacco südsüdöstlich vom Passo della Scala und wenig nördlich von der Sennhütte[1] östlich des Dosso sopra il bagno (2181^{m}).

Nördlich von diesem Punkt stehen Glimmerschiefer, Gneisse und Amphibolite[2] an; südlich finden wir echte Phyllite und zwar gar nicht weit südlich von der Hütte wieder die typischen Kohlephyllite.

Noch weiter westlich verlaufend erreicht unsere Grenzlinie endlich das Veltlin. Denn während, wie schon oben gesagt, unmittelbar hinter Stazzona auf dem Wege nach Tirano die typischen hochkrystallinen Veltliner Gesteine anstehen, erreichen wir zwischen Stazzona und Musciano bereits wieder die Kohlephyllite und bleiben auf dem ganzen Wege zum Belvedere und von da längs der Strasse nach Edolo immer in dem phyllitischen System.

Ich habe bereits in der citirten Arbeit verschiedene Gründe angeführt, weshalb die beschriebene Grenzlinie wahrscheinlich als eine Bruchlinie aufzufassen ist, und erinnere besonders daran, dass die Schichtstellungen der phyllitischen Gesteine südlich von ihr, und der hochkrystallinen Schiefer nördlich sich keineswegs entsprechen, dass die phyllitischen Gesteine sogar fast immer nach Nordnordwesten, also scheinbar unter den viel deutlicher krystallinen und aller Wahrscheinlichkeit nach viel ältern Complex einfallen. Ich habe für diese Linie schon früher den Namen Tonalelinie[3] vorgeschlagen, und wir kennen sie nun in ihrem Verlaufe vom Passo Tonale bis ins Veltlin hinein. Sollte sich aber meine Annahme bestätigen, dass die gneissartige Modification des Tonalites auf der Nordseite des Adamello-Presanellagebirges in directem Causalzusammenhang mit der Nähe dieser Bruchlinie steht, so kann man mit Sicherheit folgern, dass sie sich auch nach Osten bis wenigstens nach Dimaro in der Val di Sole ausdehnen muss. In diesem Falle aber tritt die Frage an uns heran, ob es nicht mehr als ein Zufall ist, dass wir längs unserer Linie eine ganze Reihe von auffälligen Längsdepressionen haben, nämlich Val

[1] Auf der italienischen Generalstabskarte in $^{1}/_{50000}$ eingezeichnet.

[2] Ich sehe hier von eigenthümlichen Pyroxengesteinen ab, die wahrscheinlich eruptiver Natur sind und auch im Mortirolothale Analoga haben.

[3] Giornale di Mineralogia. 1892. S. 145. — In der deutschen Originalausgabe (TSCHERMAK's Mitth. 1891. S. 413) blieb leider, wie ich erst später bemerkte, der betreffende Satz durch ein Versehen beim Abschreiben des Manuscriptes fort, obwohl die Bruchlinie ausführlich beschrieben ist.

di Sole, Val Vermiglio, Passo Tonale, oberste Val Camonica, das von Edolo zum Apricapasse führende Thal und unterstes Veltlin.

An allen Stellen, wo auf den Quarzlagenphylliten jüngere Gebilde von der Erosion verschont blieben, finden wir klastische Sedimente von mannigfacher petrographischer Beschaffenheit, meist mehr oder weniger reich an Geröllen oder feinerem Detritus von Quarzporphyr. Im Süden des Gebietes schalten sich zwischen sie und die Phyllite Quarzporphyrlaven ein (Judicarien, Val Caffaro, Val Trompia und untere Val Camonica). Das schönste Profil durch diese Ablagerungen ist das von Suess (a. a. O.) ausführlich beschriebene des Monte Colombine nördlich von Collio in Val Trompia. Da indessen von verschiedenen Seiten Zweifel an seiner Richtigkeit laut wurden, und insbesondere angegeben wurde, dass der Quarzporphyr nicht etwa ein Lager an der Basis der dort die bekannten permischen Pflanzen führenden klastischen Schichten bilde, sondern jünger sei als diese, so begieng ich es von neuem sehr sorgfältig und fand in den Conglomeraten unmittelbar über dem Eruptivgestein zahlreiche Quarzporphyrgerölle. Es kann demnach kein Zweifel darüber bestehen, dass der Quarzporphyr wirklich, wie Suess annahm, ein echtes Lager an der Basis der klastischen Schichten bildet. — Der Quarzporphyr erstreckt sich weiter nach Norden, als man bisher annahm. Ich fand ihn noch nicht $3\frac{1}{2}^{km}$ südsüdöstlich von Prestine zu beiden Seiten des Torrente Travagnolo und noch einige hundert Schritte weiter nördlich davon im Grignathale. Nördlich von diesem Punkte steht er nicht mehr an, doch finden sich Quarzporphyrgerölle nach Cozzaglio[1] sogar noch bei Malonno. Ich selbst sah sie zwischen Malonno und Odecla, bei Casino Boario, in der Val Grigna, nördlich vom Monte Guglielmo zwischen Grignaghe und Passabocche[2] und östlich der Val Camonica in der Val Daone. Es ist mir daher unwahrscheinlich, dass in diesen Gegenden Aequivalente des Carbons von Manno vorhanden seien[3]. — Petrographisch sind die permischen Schichten sehr mannigfaltig zusammengesetzt. Es überwiegen Sandsteine und Grauwacken, aber auch Arkosen, Conglomerate und Thonschiefer sind nicht selten. Die letzteren sind vielfach transversal geschiefert und können bei der Schwierigkeit, die grobe Schichtung der übrigen Gesteine aus der Nähe zu erkennen, leicht zu Täuschungen Veranlassung geben. Eine ganz sonderbare petrographische Entwickelung weisen die Gesteine des bei Malonno und Garda in nordnordöstlicher Richtung schräg über das Ogliothal

[1] Giornale di Mineralogia. 1894.

[2] Hier in Gemeinschaft mit Hrn. stud. rer. nat. Vigo.

[3] Man vergleiche indessen das weiter unten über die Sericitschiefer von Garda Gesagte.

setzenden klastischen Zuges auf. Durchquert man ihn von seiner Südgrenze bei den Case Lorengo südlich vom Ponte Lorengo, wo er discordant auf den Quarzlagenphylliten zu liegen scheint, bis zu seiner Nordgrenze in der Val Rabbia bei Rino, wo er von einer nach Osten und Westen weiter verfolgbaren gewaltigen Bruchlinie abgeschnitten wird, so kann man auf beiden Oglioufern einen ältern und einen jüngern Complex unterscheiden.

Der ältere wird fast ganz von dünnschieferigen, klastischen Sericitschiefern[1] und Quarziten, die meist reich an Limonitflecken sind, zusammengesetzt; der jüngere besteht aus den normalen, meist grobklastischen Gesteinen der übrigen Theile der Val Camonica. Sie sind vollständig concordant. Da nun Quarzporphyrgerölle nur aus dem obern Complexe bei Malonno bekannt sind, so ist es nicht unmöglich, dass wir hier ältere palaeozoische Schichten vor uns hätten. Auf der anderen Seite muss aber hervorgehoben werden, dass diese Schichten den stark zusammengeschobenen nördlichen Flügel einer grossen Antiklinale bilden und makroskopisch wie mikroskopisch äusserst intensive Druckwirkungen erkennen lassen. Man könnte daher in ihnen vielleicht auch dynamo-metamorphe Aequivalente normaler Permschichten erkennen wollen. Eine Entscheidung war mir leider bisher nicht möglich, da Fossilien ganz fehlen und auch die petrographische Untersuchung noch nicht zu Ende geführt ist.

Dass die klastischen Bildungen wirklich discordant auf den Phylliten lagern, beweisen ausser ihrem Reichthum an Geröllen und feinerm Detritus von phyllitischen Gesteinen die folgenden Beobachtungen. Der westlich vom mittlern Ogliothale gelegene Zug des Monte Elto und der östlich davon aufsteigende Monte Colombè bestehen aus südlich verflächenden Phylliten und Gneissen, auf die sich gleichfalls südlich geneigte permische Sandsteine und Grauwacken legen. Der Neigungswinkel der permischen Schichten ist aber erheblich kleiner als der der krystallinen Schiefer; und auch von den zahlreichen Faltungen und Fältelungen dieser letzteren ist in den Permgesteinen nichts wahrzunehmen. Ferner beobachte ich an drei Stellen, nämlich zwischen Garda und Rino, zwischen Malonno und Paisco und zwischen Sellero und dem Ponte San Rocco oberhalb Capo di Ponte, dass, wenn man aus den Phylliten kommend in die klastischen Bildungen aufsteigt, man innerhalb dieser, wenig oberhalb der Formationsgrenze plötzlich von neuem Aufschlüsse von phyllitischen Gesteinen antrifft. Diese treten ganz unvermittelt auf und verschwinden wieder ebenso schnell.

---

[1] Von COZZAGLIO bereits als »talcoscisti« unterschieden. Sie werden zum Dachdecken benutzt.

Sie sind nichts anderes als von der Erosion verschont gebliebene Vorsprünge und Klippen, die in dem palaeozoischen Meere zur Zeit des Absatzes der klastischen Sedimente emporragten.

Schwierig ist die Abgrenzung des permischen Systems gegen oben, weil hier nicht wie in den Dolomiten der schwarze Bellerophonkalk[1] oder seine weissen Gypslager die Scheidung von der concordant aufgelagerten Trias ermöglichen, sondern die petrographisch ähnlich ausgebildeten Werfener Schichten (Servino) sich unmittelbar auf die Schichten des Perm legen. Dabei lässt auch der Fossilreichthum der Werfener Schichten zu wünschen übrig, so dass man an vielen Stellen und insbesondere in der Contactzone auf petrographische Merkmale für die Trennung der beiden Formationen angewiesen ist. Diese sind aber keineswegs ausreichend, um überall mit völliger Sicherheit eine scharfe Grenze ziehen zu können. Denn wenn auch im allgemeinen die Servinogesteine dünner geschichtet, deutlicher schieferig, kalk- und thonreicher sind, so dass echte Mergel vorherrschen und auch Kalksteinbänke vorkommen, so sind ihnen doch sandsteinartige Bildungen nicht fremd; und wenn nun gar noch die Contactmetamorphose eine völlige Umkrystallisirung bewirkt hat, so wird es oft äusserst schwierig zu entscheiden, ob man sich. im obersten Perm oder im untersten Servino befindet.

Die Gesammtmächtigkeit des Servino schätze ich in der Val Camonica wie in der Val Trompia auf durchschnittlich nicht weniger als 150–200^{m}; doch scheint sie stark zu wechseln. — Hinsichtlich der Fauna will ich nur kurz bemerken, dass, während die Fossilien des Passo Croce Domini schon seit langer Zeit bekannt sind, neuerdings auch an anderen Stellen wohl erhaltene Versteinerungen in ihnen aufgefunden und von A. Tommasi[2] beschrieben wurden. Auch ich sammelte einiges Material, besonders von Zweischalern, hoffe es aber noch mehr zu vervollständigen, bevor ich es zusammen mit den Fossilien höherer Horizonte derselben Gegend beschreiben werde.

Grosse Bedeutung hat, als einer der wichtigsten Leithorizonte des Adamellogebietes im weitern Sinne, der den Servino vom Muschelkalk trennende sogenannte Zellendolomit. Er ist, wie Lepsius nachwies, ein ungemein constanter und charakteristischer Horizont. Im Nordwesten unseres Gebietes nimmt er aber eine bisher nicht bekannte Facies an, deren Untersuchung auch für die Auffassung der metamorphen Schichten der Contactzone des Tonalites wichtig wurde. Steigt man nämlich aus dem Aglionethal von Paisco oder Loveno

[1] Nur bei Daone sollen nach Guembel an einer Stelle schwarze Kalke in diesem Niveau auftreten.

[2] Rendiconti Ist. Lombardo. 1895 und Palaeontographia italica. 1895. Bd. I.

nach Süden zu dem Kamme des Eltozuges empor, so trifft man dort zwischen dem an Eisenspathlagern reichen Servino und dem nur noch einen Theil des Kammes bedeckenden Muschelkalk eine Schicht von hellgrauem, compactem, wohlgeschichtetem Dolomit, deren Mächtigkeit ich nicht genau messen konnte, aber auf 50^{m} bis höchstens 80^{m} schätze. Dieser Dolomit enthält noch an verschiedenen Stellen unregelmässig geformte und in ihn allmählich verschwimmende Massen und Linsen von echtem Zellendolomit und lässt auch durch seine schon beschriebene Einschaltung zwischen Servino und Muschelkalk erkennen, dass er ein Vertreter des Zellendolomites ist. Einige schlecht erhaltene Fossilreste, die ich in ihm fand, sind leider unbestimmbar und können somit auch nicht zur Entscheidung der Frage dienen, ob der Zellendolomithorizont zum Muschelkalk oder zur unteren Trias gehört.

Die Reihenfolge der über dem Zellendolomite folgenden Glieder der Trias ist in der östlichen Adamellogruppe und der Val Trompia durch die Untersuchungen von LEPSIUS und BITTNER gut bekannt. Da ich sie in Judicarien schon früher kennen gelernt hatte, so studirte ich sie im vergangenen Sommer besonders genau in der Umgebung von Breno und Cividate sowie, in Gemeinschaft mit Hrn. stud. VIGO aus Pavia, am Monte Guglielmo, untersuchte aber zum Vergleiche auch das bekannte Profil des Dosso Alto zwischen Val Caffaro und Val Trompia und die schönen Aufschlüsse des Dezzothales. Es ergab sich dabei vor allen Dingen, dass die Buchensteiner Schichten in der Val Camonica einen sehr constanten und in ähnlicher Weise wie in den Dolomiten durch Reichthum an Kieselausscheidungen und knollige Structur petrographisch gut charakterisirten Horizont bilden, freilich aber fast ganz versteinerungsleer sind. Im Dezzothale fehlen ihnen die Kieselknollen, und sie sind deshalb dort auch nicht leicht von den angrenzenden Schichten zu trennen.

Zwischen den Buchensteiner Schichten und dem Zellendolomit liegt der in der Val Camonica sehr mächtige Complex des Muschelkalkes, aus dem bisher trotz seiner weiten Verbreitung nur von relativ wenigen Stellen Versteinerungen bekannt sind. Wahrscheinlich wird sich auch hier im Laufe der Zeit ebenso wie in Judicarien und Val Trompia die zuerst von BITTNER[1] aufgestellte Dreigliederung durchführen lassen, in den mächtigen untern, versteinerungsarmen Muschelkalk, der dem Niveau des *Dadocrinus gracilis* von Recoaro entspricht, den Brachiopodenkalk oder Lager des *Ceratites binodosus* und den auch »Cephalopodenkalk« genannten obern al-

[1] A. BITTNER, Über die geolog. Aufnahmen in Judicarien und Val Sabbia. Jahrb. d. geol. Reichsanst. Wien 1881.

pinen Muschelkalk, das Lager des *C. trinodosus*[1]. Es gelang mir bisher nur am Monte Guglielmo, alle drei Horizonte wirklich mit Sicherheit von einander zu trennen. Dort ist an dem »Castel Berti« genannten Gipfel ein schönes Profil entblösst, das ich in Gemeinschaft mit Hrn. stud. Vigo aufnahm. Unter den Buchensteiner Kieselkalken folgen erst mit Mergeln wechsellagernde Kalkbänke, darunter Kalkbänke von der eigenthümlichen aus Bittner's Schilderung (a. a. O. S. 240) zur Genüge bekannten petrographischen Beschaffenheit des obern Muschelkalkes, hier auch schlecht erhaltene flache Cephalopoden führend, und darunter endlich schwarze Brachiopodenkalke, ganz erfüllt von *Spirigera trigonella* von Schloth. sp., und ausser dieser noch andere, aber weniger zahlreiche Brachiopoden führend, von denen ich bisher nur *Terebratula vulgaris* von Schloth. herauspraeparirt habe. Tiefere Horizonte sind an dieser Stelle nicht aufgeschlossen. Dagegen besteht der grösste Theil der steilen Wand, die von dem Pedaltakamme des Monte Guglielmo nach Nordosten, also zum Metelletto hin abfällt, aus dem untern versteinerungsleeren Muschelkalk.

Andere versteinerungsführende Localitäten des camunischen Muschelkalkes sind die nordöstlich von Esine[2] aufsteigenden Hügel, in denen ich nicht selten Diploporen fand, die im Streichen desselben Zuges liegenden Hügel von Cividate, wo mich mein vortrefflicher Freund, Hr. Ingenieur Caprani aus Malegno, zu einem Fundorte grosser, schön erhaltener Ptychiten führte, und die Steinbrüche von Cogno am rechten Oglioufer, wo ich gleichfalls vereinzelte, aber gut erhaltene Cephalopodenreste sammelte. Auch bei Gibezza, an der Zappada unterhalb Borno und am Monte Aguina oberhalb Zone[3] sind Muschelkalkfossilien bekannt geworden.

Zwischen den Buchensteiner Schichten und dem Esinokalke ist bei Cividate und im Dezzothale ein wenig mächtiger Schiefercomplex eingelagert, der meist reich an Halobien ist und dem obersten Theil der Lepsius'schen »Halobienschichten«, den Bittner'schen Wengener Schichten entspricht.

Während er im Dezzothale, wo er mit Kalkbänken wechsellagert, eine nicht unbeträchtliche Mächtigkeit erreicht, umfasst er östlich von Cividate unterhalb S. Pietro sicher nicht mehr als 10–15^{m}; und in

[1] Ob man dabei, wie das Bittner thut, den Brachiopodenkalk als untern Muschelkalk aufführt oder, wie es Philippi neuerdings (Zeitschr. d. Deutschen geol. Ges. 1895. S. 692–693) will, zum obern alpinen Muschelkalk rechnet, scheint mir ziemlich gleichgültig zu sein. Doch ist die letztere Eintheilung für den Feldgeologen bequemer.

[2] Nicht zu verwechseln mit Esino.

[3] Man vergleiche A. Tommasi, La Fauna del Calcare Conchigliare di Lombardia. Pavia 1894. S. 39. — A. Cozzaglio, Giornale di Mineralogia. 1894. — E. von Mojsisovics, Jahrb. d. geol. Reichsanst. 1880.

dem schon erwähnten Profile am Castel Berti auf dem Monte Guglielmo fand ich ihn überhaupt nicht aufgeschlossen und kann daher nur so viel behaupten, dass, wenn er dort vorhanden sein sollte, seine Mächtigkeit gleichfalls sehr gering sein muss. Schon diese wechselnde Mächtigkeit aber spricht dafür, dass Theile von ihm in der Facies des Esinokalkes oder der Buchensteiner Schichten vertreten sein können. Indessen kann ich an dieser Stelle weder auf diese Frage, noch auf die andere, durch die Auffindung eines Cephalopoden aus dem Formenkreise des *Ceratites nodosus* bei Recoaro[1] in ein neues Stadium getretene, der Parallelisirung des deutschen und alpinen Muschelkalkes eingehen und behalte mir vor, bei der Beschreibung der camunischen Fossilien darauf zurückzukommen.

Dagegen will ich kurz erwähnen, dass meine Untersuchungen ergeben haben, dass die seit langer Zeit bekannten Porphyritmassen des Dezzothales und des Monte Guglielmo nicht als Stöcke, Gänge oder Lagergänge, wie sie bisher gewöhnlich bezeichnet wurden, sondern als Lager aufzufassen sind. Sie sind an beiden Stellen den Schichten parallel eingeschaltet und von echten Tuffen begleitet. Im Dezzothale liegen sie genau an der Grenze zwischen den Halobienschichten und dem Esinokalke. Die Tuffe befinden sich hier an der Basis. Einschlüsse von schwarzen, dem Liegenden angehörigen Kalken sind häufig; Einschlüsse von echtem Esinokalk sah ich nicht. Gegen die obere Grenze hin geht der Porphyrit in eine dunklere, compactere Varietät über[2]. Am Monte Guglielmo liegen mehrere Porphyritlager, wie ich gemeinsam mit Hrn. stud. VIGO feststellte, bereits innerhalb der Buchensteiner Schichten[3], während die Tuffe dort über den Porphyriten folgen und ganz oder fast ganz an die Basis des Esinokalkes heranreichen. Bei Cividate, das von den Eruptionsstellen offenbar weiter entfernt war, treten nur Tuffe, aber keine Laven auf. Sie haben dort ebenso wie auf dem Monte Guglielmo zum Theil die typische Ausbildung der pietra verde des Buchensteins bei Livinalongo und sind in mehreren Bänken den unter den Halobienschichten folgenden Buchensteiner Kieselkalken eingelagert[4].

Der Esinokalk ist im Adamellogebiet und seiner weiteren Umgebung leider sehr versteinerungsarm. Ich untersuchte ihn bei Breno und Cividate, im Dezzothale und am Monte Guglielmo. Nördlich

---

[1] A. TORNQUIST, Nachr. d. K. Akad. d. Wiss. Göttingen 1896.

[2] Ich übergab diese Gesteine meinem Freunde Dr. KARL RIVA zur Untersuchung. Sie sind in den Memorie Ist. Lomb. Vol. XVII. 1896. S. 167—169 beschrieben.

[3] LEPSIUS (Das westliche Tirol. S. 316) zweifelte mit Recht an dem liassischen Alter der Porphyrite, irrte aber in der Auffassung der den Gipfel bildenden Kalke.

[4] Vergl. Anmerk. 3 der vorhergehenden Seite.

von Breno wird er bei den Case Pillo von einer Verwerfung abgeschnitten und kommt nördlich davon auf dem linken Oglioufer nicht mehr zum Vorschein. Bei Breno selbst sind seine höchsten Lagen, die man an der Strasse nach Cividate am linken Oglioufer trefflich aufgeschlossen findet, als Dolomit entwickelt. Jenseits des Flusses liegen darauf schwarze Kalke der Raibler Schichten, aus denen ich durch die Güte des Hrn. Ingenieur Caprani mehrere gut erhaltene Zweischaler bekam. Jüngere Formationen treten, wenn wir von den quaternären Bildungen absehen, in der eigentlichen Adamellogruppe nicht mehr auf und wurden daher bei meinen Touren nicht berücksichtigt.

Ausser den beschriebenen Sedimentärformationen und dem Tonalitmassiv betheiligen sich am Aufbau des Adamellogebirges noch einige kleinere Quarzglimmerdioritstöcke, die wahrscheinlich nichts anderes als mächtige Apophysen des Tonalites sind, die ihrem Ursprunge nach noch ganz unbekannten granitischen Massen der Gegend von Pinzolo und äusserst zahlreiche gangförmig auftretende Eruptivgesteine, von denen nur ein kleiner Theil das in den Eruptionskanälen erstarrte Material der schon beschriebenen Buchensteiner und Wengener Laven sein dürfte. Die Zahl dieser Gänge ist erstaunlich gross. Ich glaube, ohne zu übertreiben, behaupten zu können, dass es keinen Quadratkilometer in der Adamellogruppe gibt, in dem man nicht bei genauer Untersuchung wenigstens einen, meist aber viel zahlreichere Eruptivgänge auffinden wird. Ihrer petrographischen Natur nach gehören diese Gänge zum allergrössten Theile zu den dioritischen und diabasischen Porphyriten; doch treten auch zahlreiche Diabasgänge und mehr vereinzelte Dioritgänge auf. Ich selbst habe in der Adamellogruppe[1] über 80 verschiedene Gänge aufgefunden und noch eine ganze Reihe von anderen auf in Gemeinschaft mit meinem Freunde Dr. Karl Riva unternommenen Touren gesehen. Ich habe diesem mein ganzes Material zusammen mit meinen Angaben über die geologischen Verhältnisse der einzelnen Gänge überlassen und kann mich, da soeben die ausführliche Abhandlung Riva's[2] erschienen ist, in dieser Hinsicht sehr kurz fassen. Sowohl der Tonalit selbst wie die Granitmassen von Pinzolo und sämmtliche aufgeführten Sedimentformationen mit Ausnahme der quaternären Ablagerungen

[1] Diese Gänge sind übrigens keineswegs eine auf die Adamellogruppe beschränkte Erscheinung. Sie treten nach Melzi's Untersuchungen auch im Veltlin in grosser Entfernung von der Adamellogruppe auf und finden sich nach Traverso noch westlich des Lago Maggiore. Im Osten aber erstrecken sie sich, wie wir wesentlich durch Teller wissen, randlich um die ganze Etschbucht herum. Ich fand sie 1891 in der Cima d'Astagruppe und in diesem Frühjahr in grosser Zahl in den Umgebungen von Pergine und Roncegno.

[2] A. a. O.

sind von Gängen durchsetzt, obwohl ein Theil von diesen sicher älter als der Tonalit ist. Da dieser nämlich, wie wir weiterhin sehen werden, bestimmt jünger als der Esinokalk ist, so müssen die zu den Laven und Tuffen des Monte Guglielmo, des Dezzothales, der Gegend von Cividate, des Dosso alto und der judicarischen Thäler gehörigen Gänge ja sicher älter als der Tonalit sein. Das bestätigt auch eine Beobachtung von COZZAGLIO, der bei der Malga di Marmo einen Porphyritgang durch Tonalitapophysen durchsetzt und verschoben fand. Auf der anderen Seite beschrieb ich aber schon im Jahre 1890 einen den Tonalit durchsetzenden Gang und fand seitdem noch an zahlreichen anderen Stellen Gänge in dem plutonischen Gestein. Wir müssen also wenigstens zwei Intrusionsepochen für unsere Gänge annehmen.

Hinsichtlich der zweiten und dritten Aufgabe, die ich mir bei meinen Aufnahmen gestellt hatte, kann ich mich in diesem Berichte ganz kurz fassen, da eine umfangreiche Abhandlung, welche die Entstehung, das Alter und die Lagerungsform des Tonalites und der übrigen im Bereiche der periadriatischen Senkung gelegenen eugranitischen Massen behandelt, bereits im Manuscript vollendet ist und sehr bald gedruckt sein wird. Auch die Untersuchung der contactmetamorphen Sedimentschichten der Adamellogruppe ist so weit gediehen, dass eine zweite Abhandlung, welche die Metamorphose der permischen und der wichtigsten untertriadischen Gesteine behandelt, in wenigen Monaten vollendet werden kann. Dagegen reichte die zur Verfügung stehende Zeit des letzten Sommers und Herbstes nicht mehr aus, um die Metamorphose der über dem Servino liegenden Glieder der Trias eingehender untersuchen zu können; und dementsprechend ist auch das Material an Contactmineralien nur sehr unvollständig und auch nicht annähernd so reich, wie ich in Anbetracht des wissenschaftlichen Interesses, das sich an ihre Untersuchung knüpft, gewünscht hätte.

In dem Contacthofe des Tonalites lassen sich fast überall wenigstens zwei Zonen verschieden starker Einwirkung der Metamorphose unterscheiden. So liefern die krystallinen Schiefer (Phyllite) in der unmittelbaren Nähe des Contactes meist vollständig umkrystallisirte, gern nicht-schieferig struirte Hornfelse, während die Gesteine der äusseren Zone mit den normalen Felsarten die Structur und den grössten Theil der Gemengtheile gemein haben und sich von diesen meist nur durch wenige fremdartige Mineralien (Andalusit, Staurolith[1],

[1] Tritt nach den Untersuchungen meines Freundes RIVA in den Contactproducten eines von mir entdeckten Quarzglimmerdioritstockes bei Rino auf. Die einzige dort erkennbare Contactzone entspricht der äusseren Zone des Tonalites.

Cordierit, Korund) oder durch ungewöhnliche Entwickelung anderer Mineralien (Biotit, Ilmenit) unterscheiden. Die schwarzen Kalksteine des Muschelkalkes der Umgebung von Breno lassen in der äusseren Zone die Metamorphose fast nur durch das Auftreten zahlloser Dipyrprismen erkennen, während sie gegen den Tonalit hin in dipyrfreie Marmorbänke mit Lagen und Nestern von Vesuvian und Granat (meist Hessonit) übergehen[1]. Die Sandsteine und Grauwacken des Perm weisen in der äusseren Zone nur schwache Neubildungen und Umkrystallisirungen des Cementes auf; in der Nähe des Contactes aber sind meist auch die grösseren klastischen Körper umkrystallisirt und der Hornfelscharakter des Ganzen evident.

Die Thonschiefer und Mergel des Perm und der unteren Trias liefern in grösserer Entfernung vom Contacte deutlich schieferige Pseudo-Gneisse und -Glimmerschiefer, in der Nähe aber echte Hornfelse. Ob innerhalb der beschriebenen äusseren Zonen noch besondere Unterzonen unterschieden werden können, wie etwa in den Vogesen oder in Sachsen, das steht bisher nicht fest, da die Aufschlüsse nur selten zur Constatirung solcher Thatsachen geeignet sind. Sicher ist, dass an vielen Stellen Gesteine vom Typus der Knotenglimmerschiefer auftreten, nur dass in ihnen die Knoten von wohlkrystallisirten Contactmineralien, meist Cordierit, gebildet sind. — Die Sandsteine und Grauwacken des Perm liefern in der Nähe des Contactes sehr sonderbare und wohl nur mit den »Fleck-Grauwacken« der sächsischen Geologen Ähnlichkeit besitzende Gesteine. Es sind hornfelsartige Gebilde, die durch mehr oder weniger grosse kugelige oder langgestreckte Zusammenhäufungen von vorwiegend Biotit und Cordierit ein prachtvoll gefiecktes oder getigertes Aussehen erhalten. Diese Gesteine, die man als »Fleckfelse« bezeichnen könnte, haben nichts mit den Fleckschiefern der äusseren Zonen der vogesischen Contacthöfe zu thun, da ihre Flecken ja nicht auf Pigmentanhäufung innerhalb einer noch vollständig erhaltenen primären Gesteinsmasse beruhen, sondern durch locale Concentrationen gefärbter[2] Mineralien inmitten eines gleichfalls umkrystallisirten, neu entstandenen Mineralgemenges gebildet werden. Bemerkenswerth ist, dass unter den Contactmineralien dieser permischen Gesteine der Feldspath eine grosse Rolle spielt und nicht bloss als Plagioklas, sondern sehr häufig als faseriger Orthoklas auftritt. Dieser ist aber, wie ich jetzt definitiv habe feststellen können, doch nichts anderes als mikroperthitischer

---

[1] Vergl. Salomon, 1895. a. a. O.

[2] Es ist nicht der Cordierit selbst, sondern seine im Dünnschliffe meist schwach grünlich oder gelblich gefärbten Umwandlungsproducte, die im Verein mit dem Biotite die dunkle Farbe der Flecken bedingen.

Orthoklas, in dem die Plagioklaslamellen nach den Flächen eines steilen Orthodomas eingelagert sind.

Die Mächtigkeit des Contacthofes wechselt sehr stark und zwar nicht nur entsprechend der petrographischen Beschaffenheit der umgewandelten Schichten, sondern auch in Folge verschiedenartiger Lagerung und anderer, noch nicht näher bekannter Verhältnisse. Insbesondere dürften auch die Wärmeleitungsfähigkeit und die specifische Wärme der sich umwandelnden Gesteine einen grossen Einfluss ausüben. Von diesen beiden Eigenschaften aber hängt die Wärmeleitungsfähigkeit jedenfalls mehr von der grösseren oder geringeren Compactheit der Gesteinsmasse als von ihrer mineralogischen Zusammensetzung ab.

Am Ausgange der Val Pallobia scheint die Mächtigkeit der Contactzone in den sonst doch für Contactmetamorphose so empfindlichen Kalksteinen einige hundert Meter nicht zu übersteigen, während in der Val Daone in den sonst sehr unempfindlichen Sandsteinen und Grauwacken des Perm die Contactwirkungen mikroskopisch bis auf 2^{km} Entfernung nachweisbar sind. Doch glaube ich der Wahrheit nahe zu kommen, wenn ich im Mittel die Breite der Adamello-Contactzone auf 1^{km} veranschlage.

Was die Lagerungsform des Tonalites betrifft, so ergab die Untersuchung, dass im Gegensatz zu LÖWL's[1] Annahme auch in der nördlichen Adamellogruppe die umlagernden Schichten sich fast nie auf den Tonalit legen, sondern unter ihn einschiessen, derart, dass nicht die ältesten, sondern die jüngsten Bildungen mit ihm in Contact treten. Dabei gelang es, die metamorphen Perm- und Triasschichten zwischen den krystallinen Schiefern und dem Tonalit fast ununterbrochen vom Lago d'Arno bis auf die Nordseite des Adamellogebirges zu verfolgen. — Die schon im Jahre 1890 kurz von mir erwähnten Contactgesteine des Passo Gallinera, die zwischen den Tonalit des Monte Aviolo und den des Corno Baitone eingeklemmt sind, wurden nach Osten über das Aviolothal hinweg bis auf den Kamm zwischen Val Aviolo und Val d'Avio verfolgt. Sie bestehen aus einer nördlichen Zone von metamorphen Phylliten und einer südlichen von metamorphen permo-triadischen, zum Theil vielleicht sogar schon mitteltriadischen Sedimenten. Die beiden Zonen, die in steiler Schichtstellung über den Pass ziehen, sind durch eine gewaltige Bruchlinie, für die ich den Namen »Gallinera-Verwerfung« vorschlage, von einander getrennt, aber beiderseits mit dem Tonalit in Primärcontact. Bei der

[1] Über die Tonalitkerne der Riesenferner in Tirol. PETERMANN's Mitth. 1893. Heft IV u. V.

Verfolgung der Bruchlinie nach Westen ergab es sich, dass ihre Bildung jünger als die Tonalitintrusion ist. Es ist dieselbe Gallinera-Verwerfung, welche bei Rino auf dem linken und bei Lava auf dem rechten Oglioufer die Nordgrenze des klastischen Zuges von Malonno-Garda-Rino gegen die Quarzlagenphyllite von Edolo bildet. — Die von Löwl (a. a. O.) ausführlich beschriebene sogenannte »Bruchlinie des Monte Campellio« ergab sich nach meinen Untersuchungen nicht als Verwerfungsfläche, sondern als die Fläche discordanter Auflagerung des Perm auf die krystallinen Schiefer. Damit fällt natürlich auch die Scheidung des nördlichen »praepermischen Adamello-Presanella-Lakkolithes« von dem südlichen »triadischen Rè di Castello-Stocke«. Beide sind eine untrennbare Einheit, gleichzeitig und in gleicher Weise entstanden. Der Tonalit des Adamello ist ein intrusives, plutonisches Gestein, unterirdisch unter einer dicken Kruste älterer Sedimente erstarrt. Hinsichtlich seiner Lagerungsform steht er zwischen den Stöcken und den Lakkolithen. Er hat mit diesen letzteren den, wenn auch nicht ganz vollkommenen, so doch über weite Strecken anhaltenden Parallelismus zwischen seiner Grenzfläche und den Schichtflächen der umlagernden Schichten gemein und besitzt auch die Neigung, in jene Lagergänge zu entsenden. Er unterscheidet sich aber von den Lakkolithen und nähert sich in dieser Beziehung den Stöcken durch den starken Wechsel des stratigraphischen Niveaus der mit ihm in Contact tretenden Bildungen, sowie durch zahlreiche andere Unregelmässigkeiten.

Dem Adamello-Tonalite muss, wie ich in der schon erwähnten Abhandlung zeigen werde, ein höchstens obertriadisches Alter zugeschrieben werden. Wahrscheinlich aber ist er jünger, vielleicht wesentlich jünger. Ja, ich wage es zu behaupten, so erstaunlich das auch vielleicht klingen mag, dass bei dem jetzigen Stande unserer Kenntnisse kein einziger Grund vorliegt, der ein voreocänes Alter des Adamello-Tonalites beweisen würde.

Ausgegeben am 29. October.

1896.
XLI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

22. October. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Sachau las über: Aramäische Inschriften.
2. Der Vorsitzende berichtete über den Codex Coisl. 322 des Prolus in Timaeum I. II.
3. Der Vorsitzende legte eine Abhandlung des correspondirenden Mitgliedes Hrn. E. Schürer in Göttingen vor: Der Kalender und die Aera von Gaza.
4. Hr. Köhler legte eine Abhandlung vor: Zur Geschichte des athenischen Münzwesens.
5. Der Vorsitzende legte im Namen der Aristoteles-Commission den 21. Bd. 2. Theil der Aristoteles-Commentare vor: Anonymi et Stephani in artem rhetoricam commentaria ed. H. Rabe.

Die Mittheilungen 1, 3 und 4 folgen umstehend.



Aramäische Inschriften.

Von Eduard Sachau.

Hierzu Taf. IX und X.

1. Die Altaramäische Bauinschrift aus Zenǧîrlî.

Taf. IX.[1]

Die hier zum ersten Mal nach zwei Papierabdrücken vollständig veröffentlichte Inschrift ist bei den Ausgrabungen in Zenǧîrlî von dem hochverdienten Leiter derselben, Hrn. Dr. von Luschan, im Januar 1891 gefunden worden. Sie ist in erhabener Arbeit auf einem lebensgrossen Reliefbilde des Fürsten Barrekûb Bar Panammû eingegraben, von dem ein anderes Relief in der orientalischen Abtheilung des Königlichen Museums zu Berlin vorhanden ist[2]. Ihr Inhalt berührt sich auf das engste mit der Inschrift auf der gleichfalls im Königlichen Museum befindlichen Bildsäule des Panammû und ist bei meiner Erklärung derselben schon vielfach zum Vergleich herangezogen[3]. Die jetzige Veröffentlichung erfolgt im Einverständniss mit der Verwaltung des Königlichen Museums.

Über den Fundort der Inschrift sowie über den Charakter der in Zenǧîrlî freigelegten Gebäude wird seiner Zeit der glückliche Finder, Hr. Dr. von Luschan, selbst ausführlich berichten.

Zur Zeit lässt sich nur so viel sagen, dass der Ausgrabungsbefund zur Beantwortung der Frage, welchem Zwecke das von Barrekûb gebaute Haus dienen sollte, nichts beiträgt.

Umschrift.

1 אנ̣ה̣ ° ב̣ . ר̣כב
2 בר ° פ̣נ̣מ̣ו̣ ° מ̣ל̣ך̣ ° שמ
3 אל ° עבד ° תג̣ל̣ת̣פ̣ל̣יסר ° מרא °
4 רבעי ° ארקא ° בצדק̣ ° אבי ° ובצד

[1] Die Inschrift ist in dieser Tafel auf $\frac{1}{3}$ des Originals verkleinert.

[2] Vergl. meine Mittheilung in den Sitzungsberichten vom 14. Februar 1895: ***Baal-Ḥarrân* in einer *Altaramäischen Inschrift auf einem Relief des Königlichen Museums zu Berlin.***

[3] S. ***Ausgrabungen* in *Sendschirli*** I, Berlin 1893, S. 55—84.

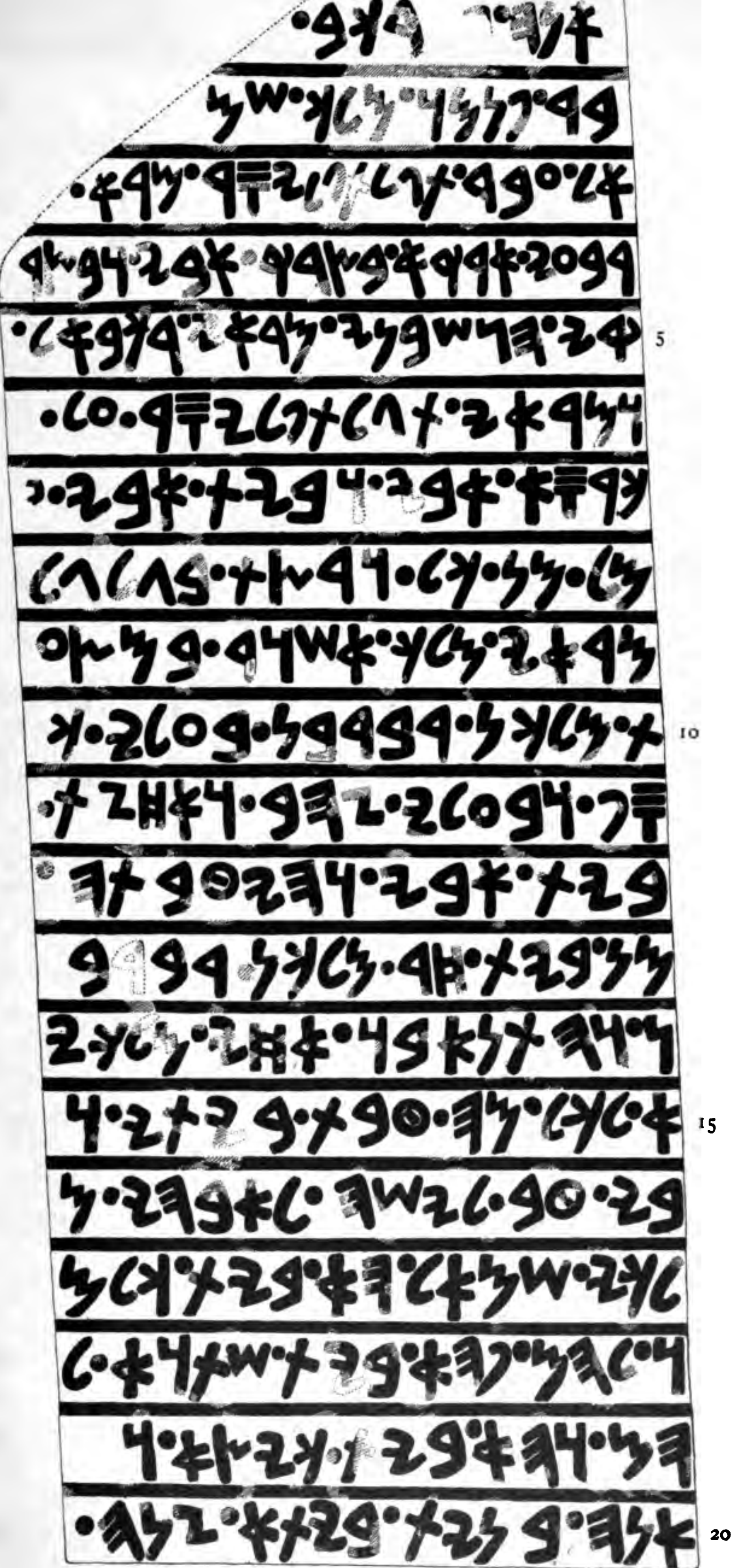
von Breno wird er bei den Case Pillo von einer Verwerfung abgeschnitten und kommt nördlich davon auf dem linken Oglioufer nicht mehr zum Vorschein. Bei Breno selbst sind seine höchsten Lagen, die man an der Strasse nach Cividate am linken Oglioufer trefflich aufgeschlossen findet, als Dolomit entwickelt. Jenseits des Flusses liegen darauf schwarze Kalke der Raibler Schichten, aus denen ich durch die Güte des Hrn. Ingenieur Caprani mehrere gut erhaltene Zweischaler bekam. Jüngere Formationen treten, wenn wir von den quaternären Bildungen absehen, in der eigentlichen Adamellogruppe nicht mehr auf und wurden daher bei meinen Touren nicht berücksichtigt.

Ausser den beschriebenen Sedimentärformationen und dem Tonalitmassiv betheiligen sich am Aufbau des Adamellogebirges noch einige kleinere Quarzglimmerdioritstöcke, die wahrscheinlich nichts anderes als mächtige Apophysen des Tonalites sind, die ihrem Ursprunge nach noch ganz unbekannten granitischen Massen der Gegend von Pinzolo und äusserst zahlreiche gangförmig auftretende Eruptivgesteine, von denen nur ein kleiner Theil das in den Eruptionskanälen erstarrte Material der schon beschriebenen Buchensteiner und Wengener Laven sein dürfte. Die Zahl dieser Gänge ist erstaunlich gross. Ich glaube, ohne zu übertreiben, behaupten zu können, dass es keinen Quadratkilometer in der Adamellogruppe gibt, in dem man nicht bei genauer Untersuchung wenigstens einen, meist aber viel zahlreichere Eruptivgänge auffinden wird. Ihrer petrographischen Natur nach gehören diese Gänge zum allergrössten Theile zu den dioritischen und diabasischen Porphyriten; doch treten auch zahlreiche Diabasgänge und mehr vereinzelte Dioritgänge auf. Ich selbst habe in der Adamellogruppe[1] über 80 verschiedene Gänge aufgefunden und noch eine ganze Reihe von anderen auf in Gemeinschaft mit meinem Freunde Dr. Karl Riva unternommenen Touren gesehen. Ich habe diesem mein ganzes Material zusammen mit meinen Angaben über die geologischen Verhältnisse der einzelnen Gänge überlassen und kann mich, da soeben die ausführliche Abhandlung Riva's[2] erschienen ist, in dieser Hinsicht sehr kurz fassen. Sowohl der Tonalit selbst wie die Granitmassen von Pinzolo und sämmtliche aufgeführten Sedimentformationen mit Ausnahme der quaternären Ablagerungen

[1] Diese Gänge sind übrigens keineswegs eine auf die Adamellogruppe beschränkte Erscheinung. Sie treten nach Melzi's Untersuchungen auch im Veltlin in grosser Entfernung von der Adamellogruppe auf und finden sich nach Traverso noch westlich des Lago Maggiore. Im Osten aber erstrecken sie sich, wie wir wesentlich durch Teller wissen, randlich um die ganze Etschbucht herum. Ich fand sie 1891 in der Cima d'Astagruppe und in diesem Frühjahr in grosser Zahl in den Umgebungen von Pergine und Roncegno.

[2] A. a. O.





Bauinschrift des Königs Barrekûb Bar Panammû von Śam'al.

SACHAU: Aramäische Inschriften.



folge geleistet auf seinem Zuge gegen Damascus und war in diesem Kriege gefallen. Wenn ich aber Z. 8–11 recht verstehe, hatte nicht Panammû allein, sondern auch sein Sohn Barrekûb im Gefolge des Grosskönigs die Dienste eines Lehnsmannes geleistet. Nach dem Tode seines Vaters und dem Abzuge des Grosskönigs nach seiner Residenz am Tigris kehrte Barrekûb nach Šam/al zurück, übernahm die Regierung des Landes, widmete sich der Erfüllung der Pflichten der Pietät gegen den verstorbenen Vater und vermuthlich zugleich auch der Hebung des Landes nach den durch die Kriege der letzten fünf Jahre (737–732) und die Durchzüge der Assyrischen Armeen verursachten Schäden und Verlusten. Wenn Tiglatpileser 732 Syrien verliess, fallen diese Arbeiten unseres Barrekûb etwa in die Jahre 731, 730, jedenfalls aber vor 727, d. i. vor dem Tode Tiglatpileser's, da er sich ausdrücklich als dessen Vasall bezeichnet.

Wir lassen nun die Übersetzung folgen.

Übersetzung.

Ich, Barrekûb Bar Panammû,
König von Šam/al, der Knecht des
Tiglatpileser, des Herrn der vier Theile
der Erde, ob der Gerechtigkeit meines Vaters
und ob meiner Gerechtigkeit hat mich sitzen lassen
mein Herr Rekûb/êl und mein Herr Tiglatpileser
auf dem Throne meines Vaters. Und das Haus meines Vaters
________________ von Allem und ich
bin gelaufen am Rade meines Herrn, des Königs von
Assyrien, inmitten von grossen Königen, Besitzern von
Silber und Besitzern von Gold, und ich habe in Besitz
genommen das Haus meines Vaters und habe es schöner
gemacht als das Haus irgendeines von den grossen
Königen, und es haben freiwillig beigesteuert meine
Brüder, die Könige, zu allem Schmuck meines Hauses,
und durch mich ist es schön geworden ... ___ ___ ...
für meine Väter, die Könige von Šam/al. Es
ist das Haus für sie alle. So ist es das Winterhaus
für sie und es ist das Sommerhaus, und
ich habe dies Haus erbaut.

Anmerkungen.

Z. 4–7. Die Thronbesteigung wird mit denselben Worten in P 19 berichtet. Wie Barrekûb sich seiner Gerechtigkeit vor seinem Gotte Barrekûb rühmt, so David oder der Psalmist in seinem Namen vor



folge geleistet auf seinem Zuge gegen Damascus und war in diesem Kriege gefallen. Wenn ich aber Z. 8–11 recht verstehe, hatte nicht Panammû allein, sondern auch sein Sohn Barrekûb im Gefolge des Grosskönigs die Dienste eines Lehnsmannes geleistet. Nach dem Tode seines Vaters und dem Abzuge des Grosskönigs nach seiner Residenz am Tigris kehrte Barrekûb nach Šam/al zurück, übernahm die Regierung des Landes, widmete sich der Erfüllung der Pflichten der Pietät gegen den verstorbenen Vater und vermuthlich zugleich auch der Hebung des Landes nach den durch die Kriege der letzten fünf Jahre (737–732) und die Durchzüge der Assyrischen Armeen verursachten Schäden und Verlusten. Wenn Tiglatpileser 732 Syrien verliess, fallen diese Arbeiten unseres Barrekûb etwa in die Jahre 731, 730, jedenfalls aber vor 727, d. i. vor dem Tode Tiglatpileser's, da er sich ausdrücklich als dessen Vasall bezeichnet.

Wir lassen nun die Übersetzung folgen.

Übersetzung.

Ich, Barrekûb Bar Panammû,
König von Šam/al, der Knecht des
Tiglatpileser, des Herrn der vier Theile
der Erde, ob der Gerechtigkeit meines Vaters
und ob meiner Gerechtigkeit hat mich sitzen lassen
mein Herr Rekûb/êl und mein Herr Tiglatpileser
auf dem Throne meines Vaters. Und das Haus meines Vaters
— — — — — — von Allem und ich
bin gelaufen am Rade meines Herrn, des Königs von
Assyrien, inmitten von grossen Königen, Besitzern von
Silber und Besitzern von Gold, und ich habe in Besitz
genommen das Haus meines Vaters und habe es schöner
gemacht als das Haus irgendeines von den grossen
Königen, und es haben freiwillig beigesteuert meine
Brüder, die Könige, zu allem Schmuck meines Hauses,
und durch mich ist es schön geworden — — — — — —
für meine Väter, die Könige von Šam/al. Es
ist das Haus für sie alle. So ist es das Winterhaus
für sie und es ist das Sommerhaus, und
ich habe dies Haus erbaut.

Anmerkungen.

Z. 4–7. Die Thronbesteigung wird mit denselben Worten in P 19 berichtet. Wie Barrekûb sich seiner Gerechtigkeit vor seinem Gotte Barrekûb rühmt, so David oder der Psalmist in seinem Namen vor

Jehova (Psalm 7, 9) und König Jeḥawmelekh von Gebal (Byblus) vor seiner Göttin, der Ba'alat-Gebal (seine Inschrift Z. 9). Zu der Nebeneinanderstellung von Gott und Grosskönig vergl. Ezra 6, 14:

מן — טעם אלה ישראל ומטעם כורש וגו̅

Z. 4. רבעי ארקא, dazu P 14 רבעתארקא. Im Hebräischen Sprachgebrauch entspricht das Wort רֶבַע in solchen Stellen wie Ezechiel 43, 17.

Z. 5. Möglich sind zwei Lesungen, הַוְשְׁבְנִי wie הַוְשְׁבָֽנִי, d. i. ܐܘܬܒܢܝ oder ܐܘܬܒܘܢܝ.

Z. 8. Wenn am Ende der Zeile ein Zeichen vorhanden war, muss es eines der kleinsten des Alphabets gewesen sein, etwa ע. Die früher von mir versuchte Lesung מָלֵ = מָלֵא ist schon wegen des folgenden מן aufzugeben. Über die Deutung der conjecturalen Lesung עמל enthalte ich mich zur Zeit jeder Vermuthung. Was man nach dem Zusammenhange mit Bezug auf והיטבתה Z. 12 etwa erwarten würde, ist folgendes: Und das Haus meines Vaters entbehrte aller nöthigen schönen Dinge (vergl. טבת ביתי), ich aber habe es hergerichtet und schöner ausgestattet (Z. 12) als das Haus irgendeines der anderen Fürsten.

Z. 8. Wer Bedenken trägt nach dem Hebräischen רוץ eine Altaramäische Wurzel רוץ anstatt der späteren רהט anzunehmen, kann gut Aramäisch וְרָצֵת lesen. »Ich lief am Rade meines Herrn« u. s. w. (vergl. P 13) kann doch wohl nur heissen: »Ich folgte seinem Kriegswagen als sein Knecht, sein Vasall.« Der Zusatz »inmitten von«, d. h. »zusammen mit anderen grossen und reichen Fürsten«, könnte den Zweck gehabt haben, vor den Lesern der Inschrift, den Unterthanen des Fürsten, seine damalige Lage als weniger demüthigend darzustellen, denn sie in Wahrheit gewesen war.

Z. 11. 12. ואחזת »Ich nahm«, nämlich nach meiner Rückkehr von dem Dienste bei dem Grosskönig das Haus meines Vaters in Besitz.

Z. 12. והיטבתה vergl. P 9: בית אבה והיטבה מן קדמתה, zu der Construction auch P 4: והכבר קירת חרבת מן קירת.

Z. 13. Der Gebrauch von חד in dieser Verbindung ohne Negation im Sinne von irgendeiner, jeder ist diesem Aramäischen Dialekte eigenthümlich, dagegen den jüngeren Dialekten fremd.

Z. 14. והתנאבו halte ich für einen Schreibfehler des Steinmetzen anstatt והתנדבו und vergleiche aus dem biblischen Hebräisch und Aramäisch z. B. Ezra 2, 68: וְהִתְנַדְּבוּ לְבֵית אלהים, 7, 16, ferner 1, 5 עם הַנְּדָבָה und H (Hadad-Inschrift) 33 על נדבה.

Z. 15. Das Sicherste ist wohl die Lesung טָבַת (»zu Allem, was den Schmuck meines Hauses bildet«), wenn auch nicht ganz befriedigend. Vergl. Ezra 6, 9: וּמָה חַשְׁחָן.

Z. 16. לישה Die Lesung טב לישב gut zu wohnen (יְשַׁב?) wäre sehr bequem, ist aber epigraphisch unmöglich, und die Annahme eines zweiten Fehlers des Steinmetzen erscheint mir bedenklich. Die Combination mit dem Hebräischen לְיֵשׁ oder etwa die Annahme, dass dem Mittelaramäischen ית im Altaramäischen ein יש entsprochen haben könne (לישה etwa für ihn selbst), führt nicht zu einer besonders plausiblen Erklärung.

Z. 17. 18. כלמו Da Ableitungen von der Wurzel כלם im Hebräischen und Assyrischen keinen geeigneten Sinn ergeben, bleibt kaum etwas Anderes übrig als כלמו = כלהם sie alle zu setzen, obwohl in dem darauf folgenden Worte dasselbe Suffix nicht מו, sondern הם geschrieben ist. Sollte die Erklärung der Inschrift bei dieser Annahme stehen bleiben, so könnte man als ein Analogon für ein derartiges befremdliches Nebeneinanderauftreten von älteren und jüngeren Formen in derselben Zeit und in Inschriften desselben Königs das Vorkommen von אנכי P 19 neben אנה hier Z. 20 anführen. Es ist nicht zu leugnen, dass der Ausdruck so gedeutet, wie hier vorgeschlagen, sehr breit ist: »Es ist das Haus ihrer aller für sie.«

Z. 18. 19. Ein Winter-Haus und ein Sommer-Haus, d. h. ein Haus für immer. Vergl. Amos 3, 15.

Z. 20 ואנה Aus der nachdrücklichen Hervorhebung der ersten Person spricht der Stolz und die Freude über die glückliche Vollendung des Werkes.

Das Haus, das Barrekûb nach Z. 20 erbaut, nennt er Z. 12 das Haus seines Vaters. Es war also schon vor ihm vorhanden, daher sein Bau nicht ein Neubau, sondern eine Wiederherstellung und ein Ausbau, eine Ausschmückung, wobei er die Leistungen anderer Fürsten übertroffen zu haben glaubt (Z. 12. 13). Das Haus wird genannt

Z. 7 בית אבי,
Z. 12 ebenso,
Z. 15 ביתי.

Von Z. 16 an ist nicht mehr von seinem Vater, sondern nur von seinen Vätern (zu der Form vergl. ܐܒܗ̈ܬܐ) die Rede. Nach meiner Auffassung ist überall nur von einem und demselben Bau die Rede, nicht von mehreren, und dieser Bau ist eine Wohnung für die Todten, ein Mausoleum. In Z. 7. 12 und 15 würde man zunächst an den Königspalast, die Residenz des früheren Königs, denken, aber die Erwähnung der Väter des Schreibers in Z. 16–18 nöthigt uns unter dem Hause überall ein Grabhaus zu verstehen. Es ist sehr störend, dass wir den Sinn der Ausdrücke עֲמַל Z. 8 und לישה Z. 16 nicht kennen, dagegen für den Zusammenhang ziemlich irrelevant, ob man

Z. 14 meine Brüder, die Könige oder die Brüder der Könige, in Z. 16 meine Väter, die Könige von Šam'al oder die Väter der Könige von Šam'al übersetzt. In jedem Fall erscheint es mir als eine stilistische Unebenheit, vorausgesetzt dass בית אבי Z. 7 »das Grab meines Vaters« bedeutet, wenn in Z. 16 gesagt wird »und durch mich ist es gut geworden für meine Väter« und nicht für meinen Vater sowie für meine anderen Vorfahren.

Wenn die Lesung ובנית in P 20 richtig ist, ist auch dort von einem Bau die Rede, vielleicht von demselben, auf den sich diese Bauinschrift bezieht.

2. Eine Nabatäische Inschrift aus Ire.

Taf. X.

Das Nabatäische Denkmal, das hier zuerst bekannt gemacht wird, ist von Hrn. Hermann Burchard, der im Laufe der letzten Jahre ausgedehnte Studienreisen in semitischen Ländern gemacht hat, entdeckt. Es wurde ihm in dem Drusen-Dorfe Ire, einige Meilen nördlich von Bosra, von den Bauern herbeigeschleppt, ein sehr schwerer, dicker quadratischer Stein, etwa 60^{cm} hoch und 80^{cm} lang, der auf der einen Seite in einem ausgehöhlten Felde das wohlerhaltene Bild eines Stiers und auf dem oberen und unteren Einfassungsrande eine Nabatäische Inschrift zeigt. Der eigentliche Fundort war nicht zu ermitteln, und es ist hinzuzufügen, dass anderweitige Reste des Alterthums über dem Erdboden in Ire nicht vorhanden zu sein scheinen. Ein Griechisches Inschriften-Fragment aus Ire ist mitgetheilt bei Waddington, Inscriptions grecques et latines de la Syrie, p. 528 Nr. 2300*a*.

Die Inschrift besteht aus zwei durch ein Interpunctionszeichen, zwei parallele Striche, von einander getrennten Theilen, einer Votiv-Inschrift an den Gott Ḳuṣajjû und einer Künstler-Notiz.

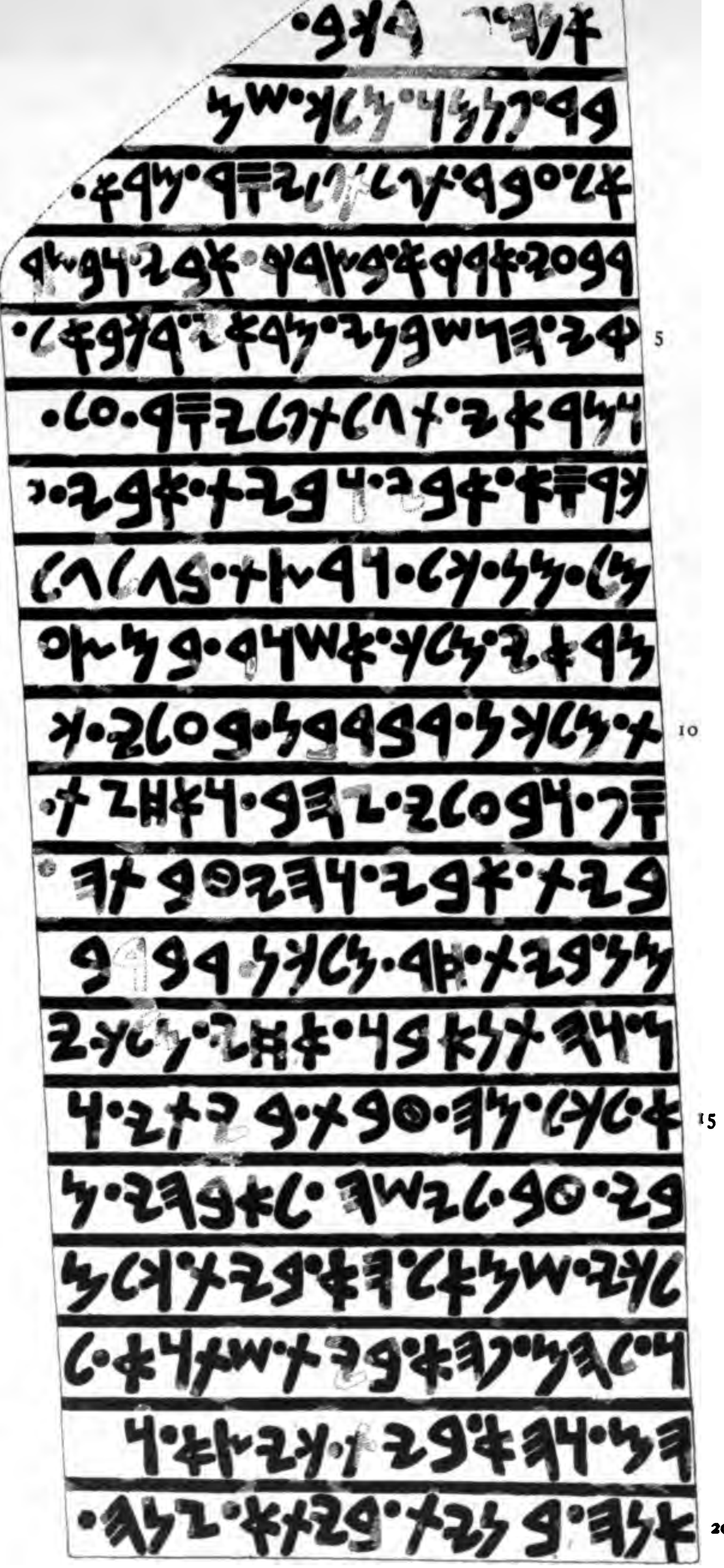
Umschrift:

קרזוקעראלפלפותזוזהמשגדא
צלם
קציו = חנאלאמנאשלם

Übersetzung:

»ḲRZW hat aushöhlen lassen (in dem Stein) einen Stier nach Maassgabe seines Vermögens als einen Votiv-Gegenstand (Gegenstand der Anbetung?), das Bildniss des Ḳuṣajjû. Ḥann'êl der Künstler. Gruss.«





Bauinschrift des Königs Barrekûb Bar Panammû von Śamʾal.

Sachau: Aramäische Inschriften.



Demnach ist der Text in folgender Weise zu gliedern:

קרזו קער אלף לפות זוזה משגדא
צלם .
קציו. חנאל אמנא שלם.

Während der Künstlername חנאל Ἀννῆλος aus anderen Nabatäischen Inschriften (M. de Vogüé, Inscriptions Sémitiques I p. 122 Nr. 10) bekannt ist, begegnen wir hier zum ersten Mal dem Eigennamen קרזו, den Wörtern קער, אלף, לפות זוזה, sowie der Angabe, dass der Nabatäer-Gott Ḳuṣajjû قُصَىّ wie in Aegypten der Apis unter dem Bilde eines Stieres verehrt wurde (vergl. M. de Vogüé, Inscriptions Sémitiques I, p. 103–105; Baethgen, Beiträge zur Semitischen Religionsgeschichte S. 104).

Das Hebräische und Assyrische Wort אלף Stier erscheint hier zum ersten Mal in einer Nabatäischen Inschrift.

קער vergl. Arabisches قَعَّر, مُقَعَّر. Im Syrischen von gleicher Wurzel ܡܩܥܪܬܐ.

לפות ܠܘܩܒܠ bisher nur als specifisch Syrisches Sprachgut bekannt.

זוזה Das Wort זוזא in der Bedeutung Geld pflegt im Plural gebraucht zu werden (vergl. die Palmyrenischen Inschriften 17 und 15 bei M. de Vogüé, Inscriptions Sémitiques I), so dass man eine Schreibung wie etwa זוזוהי erwarten würde, während die hier vorhandene Schreibung (זוּזֵה) singularischen Gebrauch anzudeuten scheint. לפות זוזה ist eine Semitische Correspondenz der Griechischen Ausdrucksweisen ἐξ ἰδίων, ἐκ τῶν ἰδίων, ἀπὸ ἰδίον χρεμάτον Waddington Nr. 2162, ἰδίαις δαπάναις das. Nr. 2479, ἐξ ἰδίων καμάτων das. Nr. 2403 und anderer, Syrisch ܡܢ ܡܕܡ ܕܝܠܗ.

Der Eigenname קרזו (eine andere Lesung scheint mir nicht möglich) ist bisher unbekannt. Zu der Schreibung ist zu bemerken, dass über dem ר in diesem Wort wie über dem ר in קער ein Punkt vorhanden zu sein scheint. Wurzelverwandt ist vielleicht der Name der Familie des berühmten Aegyptischen Geschichtsschreibers Elmaḳrizî المقريزى, der von dem Namen eines Stadttheils von Baalbek abgeleitet sein soll. Vielleicht ist die Wurzel قرز nur eine Spielart der Wurzel قرص. Vergl. auch den Namen Κάρσου (Gen.) bei Waddington, Inscriptions grecques et latines Nr. 2160*a*.

Der Sprachcharakter der Inschrift ist sehr beachtenswerth. Er ist rein Aramäisch, zeigt aber im Wortschatze Berührungen einerseits mit dem Kananäisch-Hebräischen, andererseits mit dem Arabischen, was bei der Lage der Wohnsitze der nördlichen Nabatäer zwischen Moab und Ammon einerseits und den Steppen der Nordarabischen Beduinen andererseits nicht befremden kann.

Die Beurtheilung des Alters des Denkmals ist schwierig und kann sich nur auf den Charakter der Schrift gründen. Dieselbe ist jünger als diejenige der Inschrift von Ḍmêr vom Jahre 94 n. Chr., die ich 1884 in der ZDMG. 38 S. 535 ff. herausgegeben habe; sie kann dem 2. oder 3. nachchristlichen Jahrhundert angehören.

3. Syrische Inschriften aus Rabban Hormizd.

Unter dem Kloster Rabban Hormizd in den Stollen, die durch den Fels getrieben sind, finden sich die Gräber der Patriarchen der Nestorianer aus den letzten Jahrhunderten. In der Seitenwand des Durchgangsstollens sind die für die Aufnahme der Sarkophage bestimmten Grabhöhlen ausgegraben, gegen den Stollen durch eiserne Platten verschlossen. Bei zufälliger Berührung einer solchen Platte spürte ich, dass sie rauh, uneben sei und erfuhr auf mein Befragen von den mich begleitenden Mönchen, dass die Platten die Grabinschriften der Patriarchen tragen[1]. Da ich selbst nicht daran denken konnte diese Inschriften zu copiren, bat ich den Hrn. Abt Samuel Ǧemîl, der zu Rom in der Propaganda studirt hatte, sämmtliche Inschriften des Klosters gelegentlich für mich zu copiren und mir nachzuschicken. Seiner gütigen Mühewaltung verdanke ich die Copien, aus denen diese Mittheilung geschöpft ist. Die Copie ist datirt von 1881:

ܐܬܟܬܒܘ ܠܘ̈ܚܐ ܗܠܝܢ ܚܣܝܪܘܬܐ ܕܐܒܐ ܫܡܘܐܝܠ ܓܡܝܠ ܪܝܫ ܕܝܪܐ
ܕܡܪܝ ܗܘܪܡܝܙܕ ܕܒܝܬ ܥܐܕ̈ܐ ܒܐܬܪܐ ܕܐܬܘܪ ܫܢܝܢܘܬܐ ܕܥܠܬܐ
ܡܫܝܚܐ ܚܕ ܬܡܢܝܢ (sic) ܫܢܝܢ ܐܦܦܐ ܠܡܪܢ.

Die in den Epitaphien erwähnten Patriarchen sind neun, von denen nur einer, nämlich Elias VI., nicht im Kloster selbst beigesetzt worden zu sein scheint:

1. Simeon V., gestorben den 5. August 1538.
2. Simeon VII., gestorben den 1. November 1560.

Zwischen diesen beiden Simeon fehlt hier Simeon VI. (1538–1551), der von Assemani, Bibliotheca orientalis III, p. 621 als der 90. Patriarch aufgezählt wird.

3. Elias I., gestorben den 20. Mai 1591, nachdem er 15 Jahre Bischof und darauf 32 Jahre lang, d. i. von A. Gr. 1870 ܐܦܥ bis 1902, ܐܨܒ Patriarch gewesen.
4. Elias II., gestorben den 26. Mai 1617.

[1] S. Badger, Nestorians and their rituals I, 102. 103 und meine Reise in Syrien und Mesopotamien, Leipzig 1883, S. 366.

5. Elias III., gestorben den 18. Juni 1660, nachdem er 43 Jahre lang Patriarch gewesen.

6. Elias IV., gestorben den 17. Mai 1700 nach vierzigjährigem Patriarchat.

7. Elias V., gestorben den 14. December 1724, nachdem er 7 Jahre Bischof und 23 Jahre, d. i. von A. Gr. 2011–2034 Patriarch gewesen.

8. Elias VI., gestorben 1778, nachdem er 3 Jahre Bischof und 55 Jahre, von A. Gr. 2034–2089 Patriarch gewesen.

9. Elias VII., gestorben 1804. Er war unter dem Namen 'Îšojabh 34 Jahre lang Bischof gewesen.

Die hier genannten Patriarchen sind mit Ausnahme des letzten von ASSEMANI, Bibliotheca orientalis III p. 621 ff. unter den Nummern 89. 91. 92–97 erwähnt. Von der Spaltung des Patriarchats unter Simeon VII., der Gründung des nationalen Patriarchats in Urmia, jetzt Kôčânes, im Jahre 1572, und des Römisch-Nestorianischen Patriarchats von Amid-Dijârbekr 1685 wird hier nichts erwähnt.

Die Stilisirung der Inschriften ist ziemlich stereotyp. Sie bestehen durchweg aus einem Glaubensbekenntniss und einer kurzen Todesnotiz, welche letztere mehrfach doppelt auftritt, sowohl in der ersten Person wie in einem Zusatz in der dritten Person.

Die Inschrift an dem Grabe Simeon's V. ist von meinem Gewährsmanne nicht vollständig mitgetheilt. Sie lautet:

ܒܫܡ ܐܒܐ ܘܒܪܐ ܘܪܘܚܐ ܕܩܘܕܫܐ. ܡܢ ܕܝܘܡܐ ܐܢܐ ܡܪܝ ܫܡܥܘܢ
ܩܬܘܠܝܩܐ ܦܛܪܝܪܟܐ ܕܡܕܢܚܐ ܫܢܝܬ ܡܢ ܗܠܝܢ ܚܝ̈ܐ ܣܡܝܟܐ ܒܫܢܬ ܐܠ
ܫܢܝܐ ܐܦܝܣܩܘܦ ܠܡܫܡܫܢܘܬܗ ܕܝܠܝ ܘܠܗ ܫܘܒܚܐ ܘܥܠܝܢ ܪ̈ܚܡܘܗܝ
ܘܚܢܢܗ ܠܥܠܡܝܢ ܐܡܝܢ ܘܐܡܝܢ.

Die unverkürzte Inschrift Simeon's VII. lautet wie folgt:

ܒܫܡ ܚܝ ܕܠܐ ܡܐܬ. ܒܫܡ ܐܒܐ ܘܒܪܐ ܘܪܘܚܐ ܕܩܘܕܫܐ. ܡܢ
ܕܝܘܡܐ ܐܢܐ ܡܪܝ ܫܡܥܘܢ ܩܬܘܠܝܩܐ ܠܐܠܗܐ ܢܘܗܪܐ ܩܕܡܝܐ ܡܬܚܡܐ.
ܘܠܒܪܗ ܝܚܝܕ ܡܫܝܚܐ ܐܠܗܐ ܡܫܠܡܢܐ ܘܦܪܘܩܐ ܡܫܠܡܢܐ ܗܦܟ ܒ̈ܢܝܐ
ܘܗܦܟ ܒܬܘܡܐ ܚܕ ܦܪܨܘܦܐ ܐܘܩܢܘܡܐ ܘܗܡܝܢܐ. ܘܠܪܘܚܗ ܩܕܝܫܐ.
ܘܠܡܫܝܚܗ ܡܠܟܐ ܘܠܐܦܛܪܘܦܗ ܘܠܡܕܡܝܢܐ ܐܫܬܘܬܦܐ. ܘܥܠ ܡܥܒܪܢܘܬܗ ܢܚܝܐ
ܘܕܝܘ ܡܫܡܫ ܠܗ. ܢܦܩܬ ܠܘܬܐ ܕܡܠܟܐ ܘܥܒܪܬ ܐܠܦܐ ܠܠܡܐܬܝܢ
ܬܫܥܐ. ܘܗܪܟܐ ܫܡܘܬܝ ܢܚܬ ܕܡܠܝܢ ܡܠܟܐ ܡܫܝܚܐ. ܘܐܬܬ ܡܘܬܐ
ܕܐܠܗܘܬܟ ܐܫܘܐ ܢܘܗܪܐ ܕܦܪܨܘܦܟ ܡܢܗܪܐ ܫܡܝܐ. ܫܢܝܬ ܡܢ ܗܠܝܢ
ܚܝ̈ܐ ܒܪܢܫ ܗܦܪܡܢ ܐܢܫܝ ܒܝܪܚܐ ܕܐܝܠܘܠ ܫܢܬ ܐܠܦ ܠܗܝ ܘܠܗܘ
ܫܘܒܚܐ ܘܥܠܝܢ ܪ̈ܚܡܘܗܝ ܘܚܢܢܗ ܠܥܠܡ ܥܠܡܝܢ ܐܡܝܢ. ܫܢܝܬ ܐܠܦ

ܠܐܠܟܣܢܕܪܘܣ ܒܚܕ ܒܬܫܪܝ ܐܚܪܝ ܥܢܝ ܡܢ ܗܘ ܥܠܡܐ ܕܥܩ̈ܬܐ ܐܒܘܢ
ܡܫܠܡ ܡܪܝ ܫܡܥܘܢ ܠܗ ܦܛܪܝܪܟܘܬܗ ܗܘ ܚܠܝܐ ܫܡܗ. ܡܪܝܐ
ܢܒܣܡܝܘܗܝ ܒܗ ܡܠܟܘܬܐ ܥܡ ܒܢ̈ܝ ܙܒܕܝ.

Übersetzung:

Im Namen des Lebendigen, Unsterblichen. Im Namen des Vaters, des Sohnes und des Heiligen Geistes. Seitdem ich lebe, ich, Catholicus Simeon, habe ich Gott als das erste Licht erkannt, seinen Sohn Jesus Messias als vollkommenen Gott und vollkommenen Menschen, als zwei Naturen und als zwei Wesen, als eine Person bekannt und geglaubt und seinen Geist geliebt, sein Zeichen habe ich verehrt, an seinem Leib und Blut Theil genommen, in der Hoffnung auf ihn bin ich gestorben und in der Hoffnung, dass er mich wiedererweckt. So (habe ich geglaubt) bis jetzt, wo das Schiff (meines Lebens) den Hafen der Ruhe erreicht hat. Hier haben sie mich beigesetzt in dem Vertrauen auf dich, König Messias, und an jenem Tage deiner Gottheit werde ich das Licht deiner gepriesenen, glorreichen Person sehen. Ich bin aus diesem Leben verschieden am 1. des Tešrîn II. am Mittwoch Abend Anno Graecorum 1870. Gott sei Preis, und seine Barmherzigkeit und Gnade über uns in Ewigkeit. Amen.

Anno Graecorum 1870 den 1. des Tešrîn II. ist verschieden aus dieser Welt der Noth der Patriarch Mâr Simeon süssen Namens. Der Herr beglücke ihn im Himmelreich neben den Kindern Zebedaei.

Inschrift des Elias I.:

ܒܫܡ ܚܝܐ ܕܠܐ ܡܝܬ. ܡܢ ܕܗܘܝܬ ܐܢܐ ܡܪܝ ܐܠܝܐ ܩܬܘܠܝܩܐ
ܦܛܪܝܪܟܐ ܕܡܕܢܚܐ ܐܘܕܝܬ ܒܐܠܗܐ ܢܘܗܪܐ ܕܟܠ ܘܒܒܪܗ ܘܪܘܚܐ
ܕܩܘܕܫܐ ܚܕ ܐܠܗܐ ܫܪܝܪܐ ܒܬܠܬ ܩܢܘܡܝܢ ܘܗܝܡܢܬ ܒܒܪܗ ܡܪܢ
ܝܫܘܥ ܡܫܝܚܐ ܡܬܝܠܕܢܐ ܐܠܗܐ ܡܫܠܡܐ ܘܒܪܢܫܐ ܡܫܠܡܐ ܬܪܝܢ
ܟܝ̈ܢܐ ܘܬܪ̈ܝܢ ܩܢܘ̈ܡܐ ܒܚܕ ܦܪܨܘܦܐ ܘܚܕܐ ܒܪܘܬܐ ܘܚܕ ܨܒܝܢܐ ܗܘ
ܡܢ ܘܐܘܕܝܬ ܘܐܬܡܢܝܬ ܘܥܡ ܠܐܠܗܐ ܗܘܝܬ ܐܝܟ ܕܫܡܥܬ ܘܗܠܦ
ܠܥܡܐ ܠܗܘ ܐܒܘܗܝ ܘܠܡܫܝܚܗ ܚܕ ܘܡܫܝܚܐ ܗܘܝܬ ܘܠܦܘܩܕܢܗ
ܘܕܡܗ ܥܠ ܗܕܐ ܕܡܢ ܕܡܘܬܐ ܕܚܝܘ̈ܬܐ ܫܠܡܬ. ܡܢ ܕܡܛܬ ܠܗ
ܐܠܦܐ ܕܦܓܪܐ ܠܢܡܐ ܕܡܡܬܪܐ ܢܦܩܬ ܡܢ ܥܠܡܐ ܗܢܐ ܒܪܡܫܗ
ܕܡܪܝܡܐ ܗܘ ܡܘܫܒܐ ܠܢܫܡܐ ܕܪܐ ܕܢܘܚܡܐ ܕܚܝܬܐ ܡܪܝ ܘܢܘܚܝܢ
ܒܫ̈ܡܝܐ ܒܐܝܕܝ ܕܡܠܟܐ ܡܫܝܚܐ.

ܒܫܢܬ ܐܠܦ ܘܬܪܝܢ ܘܫܒܥ ܡܢ ܡܪܢ. ܘܐܬܢܝܚ ܒܠܚܕ
ܕܡܪܝܐ. ܕܢܬܒܢܐ ܠܩܘ̈ܡܐ ܫܡܝܢܐ. ܫܡܥ ܕܝܢ ܡܛܪܦܘܠܝܛܘܬܐ ܗܘܐ

ܡܫܝܚܐ ܡܫܬܒܚܬܐ ܫܢ̈ܝܢ ܘܫܬܝܢ ܕܪܒ ܒܡܪܢܘܬܐ ܕܦܛܪܝܪܟܘܬܐ
ܐܒܘܢ ܗܢܐ ܬܠܬܝܢ ܠܗܝ ܘܬܡ̈ܢܝܢ ܫܢ̈ܝܢ ܒܫܢܬ ܐܠܦ ܠܐܠܟܣܢܕܪܘܣ
ܡܠܟ ܘܫܢ̈ܐ ܫܒܥ ܡܢ ܫܘܠܡܐ ܦܛܪܝܪܟܘܬܗ ܡܪܝ ܐܠܝܐ ܒܫܢܬ ܐܠܦ
ܘܫܘܐܢ ܒܝܪܚܐ ܐܝܪ ܗܘ ܘܪܒܐ ܕܒܫܥܬܐ ܥܠܝܬܐ ܠܗ ܡܫܝܚܐ ܥܠܡ.

Die Inschrift auf dem Grabe von Elias II. enthält ausser dem Bekenntniss das folgende Todesdatum:

ܫܢܝܚ ܐܒܘܢ ܪܒܐ ܕܪܒ ܡܕܒܪܢܐ ܕܡܕܢܚܐ ܕܟܠܗ ܬܒܝܠ ܒܫܢܬ ܐܠܦ
ܘܗ ܒܗ ܝܘܡܝܢ ܫܒܥ ܐܝܟ ܠܝܘ̈ܢܝܐ ܒܚܘ̈ܫܒܢܐ

Von Elias III. wird ausser dem Todesdatum die Dauer seines Patriarchats angegeben:

ܫܢܝܚ ܚܕ ܕܟܠ ܡܐܬܐ. ܘܫܒܩܪܐ ܕܟܠ ܡܬܡܠܟܢ. ܕܪܒ ܒܡܪܢܘܬܐ
ܕܦܛܪܝܪܟܘܬܐ ܐܒܘܢ ܗܢܐ ܐܪܒܥܝܢ ܠܗܝ ܘܬܠܬ ܫܢ̈ܝܢ. ܡܢ ܕܗܘܬ ܐܢܐ
ܡܪܝ ܐܠܝܐ ܦܛܪܝܪܟܐ ܫܢܬ ܡܢ ܫܘܠܡܐ ܗܢܐ ܫܢܝܚ ܡܕܒܪܢܐ ܕܐܪܥܐ
ܕܡܠܟܘܬܐ ܒܝܪܚܐ ܬܫܪܝܢ ܚܕ ܒܗ ܫܢܬ ܐܝܟܢ ܠܝܘ̈ܢܝܐ ܒܚܘ̈ܫܒܢܐ

Das Todesdatum von Elias IV. ist:

ܫܢܝܚ ܒܪܘܚܐ ܕܩܕܝܫ ܦܛܪܝܪܟܘܬܐ ܒܝܪܚܐ ܐܝܪ ܝܘ ܒܗ ܫܢܬ ܫܢܬܐ
ܐܠܦܐ ܠܝܘ̈ܢܝܐ

In der Angabe der Dauer seines Patriarchats:

ܕܪܒ ܒܡܪܢܘܬܐ ܕܦܛܪܝܪܟܘܬܐ ܐܒܘܢ ܗܢܐ ܐܪܒܥ ܫܢ̈ܝܢ

ist vier Jahre ein Schreibfehler für vierzig Jahre. In seinem Epitaphium findet sich folgende nicht vollständig oder nicht richtig copirte Notiz:

ܗܘܐ ܒܢܝܢܗ ܕܗܢܐ ܒܝܬ ܣܗܕ̈ܐ[1] ܫܢ̈ܝܢ ܕܐܠܦܝܢ ܘܫܒܥ ܕܪܒܢ
ܗܘܪܡܝܙܕ ܥܡ ܒܝܬ ܥܡܕܐ ܘܒܝܬ ܩܕܝܫܐ ܕܪܒܢ ܗܘܪܡܝܙܕ

wonach er im Jahre 2007 = 1696 n. Chr. die Märtyrerkirche und das Baptisterium in Rabban Hormizd erbaut hat.

Die Epitaphien der letzten drei Elias V., VI., VII. bieten ausser dem Glaubensbekenntniss und den oben mitgetheilten Daten nichts Erwähnenswerthes. Die Inschrift betreffend Elias VI. ist mitgetheilt in der Form eines Anhangs zu derjenigen des Elias VII.:

ܬܘܒ ܒܗ ܒܫܢܬܐ ܐܡܪܐ. ܗܘܐ ܢܝܚ ܐܘ ܩܕܡܐ ܕܡܪܝ ܐܠܝܐ
ܕܡܢ ܩܕܡ ܗܢܐ ܫܢܝܢ ܡܬܦܛܪܟܘܬܐ ܬܠܬ ܫܢ̈ܐ. ܘܕܪܒ ܒܡܪܢܘܬܐ
ܕܦܛܪܝܪܟܘܬܐ ܫܒܥܝܢ ܘܫܢܝܢ ܫܢ̈ܐ. ܘܫܢܝܚ ܒܫܢܬ ܐܠܦܝܢ ܠܝܘ̈ܢܝܐ.
ܘܠܡܘܬܐ ܫܘܒܚܐ ܥܠܡ.



[1] Ob Fehler für ܩܕܝܫ?

Hiernach zu urtheilen, scheint Elias VI. nicht in Rabban Hormizd, sondern anderswo begraben zu sein.

Ausser den Grabinschriften finden sich einige weitere Inschriften, welche auf die Baugeschichte des Klosters Bezug haben:

[illegible]

Danach ist das Kloster durch Feuer und Erdbeben unter Elias IV. 1666 n. Chr. zerstört und wieder aufgebaut 1667 durch die Bemühung des Priesters Isaak aus Alkôš.

[illegible]

Die Inschrift besagt, dass einige Theile der Klosterkirche 1479 n. Chr. durch den Mönch David, Sohn des Priesters Argunšâh aus Salmesat, renovirt worden sind.

[illegible]

Inhalt: Mehrere Leute aus dem Dorfe Birğinjâ in Tehûmâ, Ḥaššo Bar Îšô' und Genossen, haben einen Theil der Klosterkirche unter dem Catholicus Simeon d. i. jedenfalls vor 1560, gebaut.

[illegible]

Nach dieser Inschrift ist der östliche Chor guddâ des Altar-Tempels unter Elias (I. sic) 1559 gebaut, renovirt worden durch die Mühewaltung des Priesters Isaak. Die Kosten wurden von der Nonne Marjam aus Arbela durch Vermittelung des Isa aus Alkôš getragen: der Architekt war Salomon aus dem Dorfe Budâghjâ, der Steinmetz David. Die Inschrift ist geschrieben von Išojabh, dem Thürhüter der Diöcese Ṣôbhâ (Nisibis) und Armenien.

Der Einfluss der Union mit Rom zeigt sich in folgenden Inschriften:

ܥܠ ܬܪܥܐ ܡܕܒܚܐ ܕܒܝܬܐ ܕܪܒܢ ܗܘܪܡܝܙܕ ܗܘܐ ܚܘܕܬܗ ܘܫܘܟܠܠܗ
ܕܬܪܬܝܢ ܗܘܐ ܕܡܕܒܚܐ ܒܝܘܡܝ ܒܩܝܡܬܐ ܕܐܒܐ ܕܐܒܗ̈ܬܐ ܡܪܝ ܦܝܘܣ
ܦܦܐ ܕܪܗܘܡܝ ܒܫܢܬ ܐܦܝ ܡܫܝܚܝܬܐ. ܘܥܠ ܒܝܘܡܝ ܒܩܝܡܝܢ ܦܛܪܝܪܟܝܢ
(cathedra?) ܗܘܐ ܒܫܢܬ ܐܦܝ ܠܡܫܝܚܐ.

Zwei Bauarbeiten, ausgeführt 1818 und 1820 unter dem Papst Pius.

ܥܠ ܬܪܝܢ ܗܝܟܠ̈ܐ ܥܠܝܐ ܘܬܚܬܝܐ ܕܬܬܒܢܝܐ ܒܢܝܢܐ. ܗܘܐ ܫܘܠܡ
ܒܢܝ ܒܢ̈ܝܬܐ ܕܝܢ ܗܠܝܢ ܥܠܝܬܐ ܒܗ ܕܥܠ ܫܡ ܪ̈ܝܫ ܡܠܐܟ̈ܐ ܡܪܝ
ܡܝܟܐܝܠ ܘܡܪܝ ܓܒܪܐܝܠ ܘܬܚܬܝܬܐ ܥܠ ܫܡ ܐܘܢܓܠܝ̈ܣܛܐ ܐܪܒܥܐ
ܒܝܘܡܝ ܐܒܐ ܕܐܒ̈ܗܬܐ ܡܪܝ ܦܝܘܣ ܦܦܐ ܕܪܗܘܡܝ ܘܕܒܠܗ ܩܬܘܠܝܩܐ
ܒܝܘܡܗ. ܘܕܡܪܝ ܝܘܣܦ ܦܛܪܝܪܟܐ ܚܡܫܝܐ ܕܐܡܝܕ
ܡܕܝܢܬܐ ܘܐܒܘܢ ܡܠܟܐ ܒܪܝܟܐ ܠܓܒܪܐܝܠ ܕܝܢ ܕܡܪܝ ܡܕܝܢܬܐ ܗܘܪܡܝܙܕ
ܡܬܩܢܢܘܬܗ ܘܥܠܝܗ ܚܘܒܢܐ ܐܡܝܢܐ ܐܡܝܢ ܒܫܢܬ ܐܦܟ ܡܪܢܝܬܐ.

ܥܠ ܐܚܪܬܐ ܠܟܪܣܛܐ ܕܗܝܟܠܐ ܬܪܬܐ ܕܥܠ ܡܠܐܟܐ ܕܐܠܗܐ ܒܝ ܗܘ
ܠܝ ܐܫܬܟܠܠ ܘܐܬܚܕܬ ܗܘܐ ܗܝܟܠܐ ܗܢܐ ܡܕܒܚܐ ܘܒܝܬܐ ܕܝܠܗ
ܒܫܘܟܠܠܐ ܒܝܘܡܝ ܦܝܘܣ ܬܫܝܥܝܐ ܘܡܕܒܪܢܘܬ ܐܒܘܢ ܥܡܢܘܐܝܠ ܕܝܠ
ܠܐܒܘܢ ܕܝܪܐ. ܒܫܢܬ ܐܦܘܡܘ ܠܡܫܝܚܐ. ܘܬܘܒ ܕܝܢ ܐܬܒܢܝ ܗܝܟܠܐ
ܗܢܐ ܡܢܕܢܚܐ ܣܛܪ ܐܝܟܢܐ ܕܐܬܒܢܝ ܡܕܒܚܗ ܐܝܟ ܘܪܘܡܐ
ܒܝܘܡܝ ܒܚܘܣܝ ܕܫܡܥܘܢ ܘܫܘܠܡܐ ܕܝܘܣܦ ܗܢܐ ܘܠܐ ܕܝܢ ܕܡܪܢܐ
ܡܪܝ ܝܘܣܦ ܐܘܕܘ ܦܛܪܝܪܟܐ ܕܒܒܝܬܐ ܕܟܠܕܝܐ ܕܝܠܗ. ܘܗܘܐ ܗܘܬ
ܒܫܢܬ ܐܦܘܛ ܠܡܫܝܚܘܬܗ ܕܦܪܘܩܢ ܕܟܠܢ ܡܫܝܚܐ.

Notizen über den Bau der oberen Kirche des Michael und Gabriel und der unteren Kirche der vier Evangelisten aus der Zeit des Papstes Pius, des Catholicus Joseph V. von Amid und des Abtes Gabriel von Rabban Hormizd vom Jahre 1820 n. Chr. Ferner von einem Bau zur Zeit des Papstes Pius IX. und des Abtes Ammanuel vom Jahre 1846 und einem anderen Bau vom Jahre 1849 zur Zeit des Patriarchen Joseph Audô. In Folge der Union mit Rom sinkt der in Rabban Hormizd residirende Patriarch zum Abte dieses Klosters herunter, während der Bischof von Amid-Dijârbekr als Patriarch erscheint.

Ferner finden sich Inschriften zum Andenken an zwei frühere Äbte des Klosters, an Gabriel, der 1808 geboren, 1832 von den Jakobiten in den Bergen zwischen Alkôš und ܬܠܟܦ erschlagen wurde, und Ḥannâ ܠܗܢܢܐ, der 1842 im Gefängniss zu Amedia zusammen

mit dem Priester Moses von dem Kurden Ismael Pascha in Folge der Machinationen des Abhraha jun. Bar Isa aus der Familie des Patriarchen Elias getödtet wurde:

ܡܐܡܪܐ ܕܥܠ ܩܛܠܐ ܕܐܒܘܢ ܣܗܕܐ ܠܩܫܝܫܐ ܡܘܫܐ ܕܟܝܐ ܠܦܘܚܐ
ܕܗܘܡܢ ܒܝܕ ܩܛܠܐ ܕܟܘܪܕܝܐ ܩܕܡ ܠܗܘܢ ܫܠܝܚܐ ܕܡܕܝܢܬܐ ܩܕܝ
ܠܠܗ. ܐܒܘܢ ܠܩܛܠܗ ܐܬܩܛܠ ܡܢ ܝܕ ܐܘܡܬܐ ܒܝܫܬܐ ܕܗܘܪܕܝܐ ܥܒܕ
ܐܦܠܐ ܡܫܝܚܐ ܒܬܘܪܐ ܒܢܝ ܐܠܗܐ ܠܐܠܗܐ.

Darauf folgt ein Gedicht ܡܐܡܪܐ in mehreren Strophen. Ferner die Notiz betreffend Abt Ḥannâ sowie ein Trauergedicht auf ihn:

ܬܘܒ ܡܐܡܪܐ ܕܐܒܘܢ ܚܢܐ ܠܡܝܬܐ ܕܐܬܩܛܠ ܒܣܘܡܐ ܕܒܘܡܒܐ
ܥܒܕ ܐܦܠܐ ܡܫܝܚܐ ܡܢ ܝܕ ܗܘܡܠܠ ܦܫܐ ܒܪܘܡܐ ܒܡܕܝܢܬܐ
ܐܒܪܗܡ ܘܒܪ ܒܪ ܥܝܣܐ ܡܢ ܒܝܬ ܦܛܪܝ ܐܠܝܐ.

Schlussbemerkung.

Das Königliche Museum hat neuerdings zwei hier abgebildete Altsemitische Siegelsteine mit wohlerhaltenem, rein Aegyptischem Bildwerk erworben, von denen der eine Moabitischen, der andere Israelitischen Ursprungs ist. Jener trägt die Inschrift

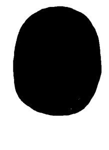
לכמשצדק, vergl. יְהוֹצָדָק

dieser die Inschrift

אחז פקדי.

Beide Steine zeigen die Semitische Schrift in ihrer ältesten Gestalt, der Moabitische noch das Daleth als reines Dreieck.





Der Kalender und die Aera von Gaza.

Von Prof. Dr. EMIL SCHÜRER
in Göttingen.

(Vorgelegt von Hrn. DIELS.)

Durch die neueren Forschungen in Palaestina sind christliche Grabschriften aus Gaza aus dem 6. Jahrhundert n. Chr. bekannt geworden, welche vermöge ihrer genauen Datirung unsere bisherige Kunde über den Kalender und die Aera von Gaza in willkommener Weise bestätigen und ergänzen. Die Veröffentlichung dieser Inschriften ist zuerst durch Pater GERMER-DURAND erfolgt[1]. Schon beinahe 20 Jahre vor ihm hatte CLERMONT-GANNEAU im Wesentlichen dieselben Inschriften gesammelt. Er hat seine Sammlungen indessen erst kürzlich im Zusammenhang mit anderen damals gemachten Forschungen der Öffentlichkeit übergeben[2]. Die Fundorte der Grabschriften lassen sich im Einzelnen nicht mehr genauer bestimmen. Manche wurden an der Küste nicht weit von Majumas, dem alten Hafenplatz von Gaza, gefunden. Dass sie alle, oder doch der grösste Theil von ihnen, wirklich nach Gaza gehören, beweist die durchgängige Datirung nach der localen Aera dieser Stadt.

Die Copien von CLERMONT-GANNEAU scheinen die genaueren zu sein; für manche giebt er Photographien nach Abklatschen. Zur wissenschaftlichen Verwerthung hat GERMER-DURAND nichts gethan. Dagegen hat CLERMONT-GANNEAU den mitgetheilten Texten (p. 400–418) einen Commentar beigegeben (p. 419–429), in welchem er in allen wesentlichen Punkten die richtigen Folgerungen aus dem neugewonnenen Materiale zieht. Eine Zusammenfassung und Revision des gesammten nunmehr vorliegenden Materiales über den Kalender und die Aera

[1] GERMER-DURAND, Revue biblique I, 1892, p. 239 ff.; II, 1893, p. 203 ff.; III, 1894, p. 248 ff.

[2] CH. CLERMONT-GANNEAU, Archæological Researches in Palestine during the years 1873–1874. Vol. II, London 1896, Verlag des Palestine Exploration Fund (Die Grabschriften von Gaza S. 400–429). — Der 1. Band soll später erscheinen.

von Gaza ist trotzdem nicht überflüssig, da CLERMONT-GANNEAU das ältere Material unberücksichtigt gelassen hat[1].

Über den Kalender von Gaza hat schon NORIS auf Grund der Lebensbeschreibung des Bischofs Porphyrius von Gaza von Marcus Diaconus gewisse Hauptpunkte richtig ermittelt. Die Unvollständigkeit des Materiales hat aber doch einige Irrthümer zur Folge gehabt. Die genauere Kenntniss des Kalenders von Gaza verdanken wir dem Hemerologium, welches in einer Florentiner und einer Leidener Handschrift erhalten ist[2]. In diesem Hemerologium wird für jeden Tag des römischen Kalenders das entsprechende Datum anderer Kalender, u. A. auch desjenigen von Gaza, angegeben. Leider fehlen die Monate Juni und Juli in beiden Handschriften. Die Lücke lässt sich aber nach Analogie der anderen Daten leicht und sicher ergänzen. Nimmt man — was durch das Zeugniss des Marcus Diaconus feststeht — den Dios als ersten Monat, so ergiebt sich folgende Form des gazäischen Jahres (vergl. IDELER I, 438):

Monate Gazas	Anfang	Dauer
Dios	28. October	30 Tage
Apellaios	27. November	30 »
Audynaios	27. December	30 »
Peritios	26. Januar	30 »
Dystros	25. Februar	30 »
Xanthikos	27. März	30 »
Artemisios	26. April	30 »
Daisios	26. Mai	30 »

---

[1] Die bisherigen Arbeiten sind: NORIS, Annus et epochae Syromacedonum, Diss. V c. 2—3 (Leipziger Nachdruck S. 476—502). DUFOUR DE LONGUERUE, De variis epochis et anni forma veterum orientalium, Lips. 1750, p. 142—167. ECKHEL, Doctrina Numorum Veterum III, 448—454. Musei Sanclementiani Numismata selecta, P. II, 1809, lib. III, 252—270; lib. IV, 141—161. IDELER, Handbuch der Chronologie I, 438 f. (über den Kalender), 474 f. (über die Aera). STARK, Gaza und die philistaeische Küste, 1852, S. 513—518. Die Münzen bei MIONNET, Description de médailles antiques V, 535—549. Suppl. VIII, 371—375. DE SAULCY, Numismatique de la Terre Sainte, 1874, p. 209—233, pl. XI.

[2] Nach der Leidener Handschrift herausgegeben von SAINTE-CROIX in: Histoire de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, tome 47, 1809, p. 66—84. — In Florenz sind zwei Handschriften, welche ein solches Hemerologium enthalten, plut. 28, cod. 16 und 26. Nach einer gütigen Mittheilung NIESE's ist letzteres das ältere, aber weniger vollständige, ersteres das jüngere, aber vollständigere. Nur dieses enthält auch den Kalender von Gaza. SAINTE-CROIX hat zwar von der Existenz beider gewusst, aber von dem jüngeren offenbar keine Collation gehabt. Er meint daher, dass nur die Leidener Handschrift den Kalender von Gaza enthalte. So auch IDELER, Handbuch I, 411. 439. Nach den Mittheilungen, welche ich NIESE verdanke, ist augenscheinlich das jüngere Florentiner Hemerologium mit dem Leidener nahe verwandt, auch darin, dass in ihm die Monate Juni und Juli fehlen.

Monate Gazas	Anfang	Dauer
Panemos	25. Juni	30 Tage
Loos	25. Juli	30 »
Ἐπαγόμεναι[1]	24. August	5 »
Gorpiaios	29. August	30 »
Hyperberetaios	28. September	30 »

Zur Ergänzung und Bestätigung der Angaben des Hemerologiums dienen folgende Notizen bei Marcus Diaconus[2]. Der Dios ist der erste, der Apellaios der zweite Monat[3]. Der Audynaios entspricht dem Januar, aber so, dass die gazäischen Monate den römischen um fünf Tage vorangehen[4]. (Letzteres trifft freilich nicht für alle Monate zu, da die römischen Monate von verschiedener Länge sind, die gazäischen aber gleichmässig je 30 Tage haben.) Das Epiphanienfest (6. Januar) wird am 11. Audynaios gefeiert[4]. Der 23. Xanthikos entspricht dem 18. April[5]. Porphyrius starb am 2. Dystros[6]. Nach dem griechischen Heiligen-Kalender ist aber sein Todestag der 26. Februar[7]. Alle diese Daten bestätigen die Correctheit des Hemerologiums.

Über die Aera von Gaza giebt zunächst das Chronicon paschale Aufschluss, indem es zu Ol. 179, 4 = 61 v. Chr. bemerkt: Ἐντεῦθεν

[1] Das Florentiner Hemerologium hat (nach NIESE) Ἐπαγομενος, wobei μήν zu ergänzen sein würde. Aber das Gewöhnliche ist, von ἐπαγόμεναι ἡμέραι zu sprechen. So hat auch die Grabschrift bei CLERMONT-GANNEAU p. 408 n. 9: τῇ ἐπαγομ' δ'.

[2] Die in culturhistorischer Hinsicht interessante Biographie des Bischofs Porphyrius von Gaza († 420 n. Chr.) von Marcus Diaconus hat früher nur in einer von Gentianus Hervetus nach einer Wiener Handschrift angefertigten lateinischen Übersetzung vorgelegen (Acta Sanctorum der Bollandisten, Februar, Bd. III, 1658, S. 643—661; GALLANDI, Bibliotheca Vet. Patr., Bd. IX S. XVIII f. 257—284; MIGNE, Patrologia Graeca, Bd. LXV col. 899 f. 1211—1262). Den griechischen Text gab zuerst HAUPT nach der Wiener Handschrift in den Abhandlungen der Berliner Akademie 1874. Emendationen hierzu: DRÄSEKE, Zeitschr. für wissenschaftliche Theologie, 1888, S. 352—374. Unter Heranziehung einer Oxforder Handschrift ist der Text verbessert in der neuen Ausgabe: Marci Diaconi Vita Porphyrii episcopi Gazensis, ediderunt Societatis philologae Bonnensis sodales. Lips. (Teubner) 1895.

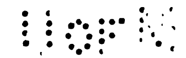
[3] C. 19: *ὡς δὲ ἐπέμενεν μὴ βρέχων ὁ θεὸς τὸν παρ' αὐτοῖς πρῶτον μῆνα καλούμενον Δῖον, ἔτι δὲ καὶ τὸν δεύτερον Ἀπελλαῖον, πάντες ἐθλίβοντο.* — Statt Ἀπελλαῖον haben beide Handschriften *ἐπιλλέον*, wonach HAUPT unglücklich *ἐπὶ πλέον πάντες ἐθλίβοντο* liest. Das Richtige haben schon die Bollandisten in den Anmerkungen zur lateinischen Übersetzung.

[4] C. 21: *ἐποίησεν δὲ βρέχων ὁ κύριος ἡμῶν Ἰησοῦς Χριστὸς ἀπαύστως ἀπὸ τῆς ὀγδόης Αὐδυναίου μέχρι τῆς δεκάτης. ἔστιν δὲ ⟨ὁ⟩ παρ' αὐτοῖς Αὐδυναῖος Ἰανουάριος μὴν κατὰ Ῥωμαίους, πέντε δὲ ἡμέρας προάγουσιν οἱ κατ' αὐτοὺς μῆνες τοὺς Ῥωμαϊκούς. τῇ δὲ ἑνδεκάτῃ ἐπετελέσαμεν τὴν ἡμέραν τῶν θεοφανίων τοῦ δεσπότου Ἰησοῦ Χριστοῦ.*

[5] C. 54: *ἐπλεύσαμεν τῇ κατὰ Γαζαίους Ξανθικοῦ τρίτῃ καὶ εἰκάδι, κατὰ δὲ Ῥωμαίους Ἀπριλλίου ὀκτωκαιδεκάτῃ.*

[6] C. 103: *ἐκοιμήθη μετὰ τῶν ἁγίων μηνὶ Δύστρῳ δευτέρᾳ ἔτους κατὰ Γαζαίους ὀγδοηκοστοῦ τετρακοσιοστοῦ.*

[7] Menologium Graecorum bei MIGNE, Patrolog. Graec., t. CXVII col. 328. Acta Sanctorum der Bollandisten, Februar. Bd. III S. 644 § 6. NILLES, Kalendarium Manuale ed. 2 t. I, 1896, p. 4 und 112.



Γαζαῖοι τοὺς ἑαυτῶν χρόνους ἀριθμοῦσιν[1]. Die Correctheit dieser Notiz hat NORIS auf Grund der Münzen wie der Vita Porphyrii zu erweisen versucht und hierfür bei LONGUERUE und ECKHEL Zustimmung gefunden. Dagegen glaubten SANCLEMENTE und nach ihm IDELER und STARK nach einer schon von NORIS verwertheten Münze der Plautilla, der Gemahlin des Caracalla, den Anfangspunkt ein Jahr früher, 62 v. Chr., ansetzen zu müssen.

Die Beweisführung von NORIS ist folgende[2]. Nach Marcus Diaconus' Vita Porphyrii starb Porphyrius am 2. Dystros des Jahres 480 der Aera von Gaza, nachdem er 24 Jahre, 11 Monate, 8 Tage lang Bischof gewesen war (c. 103: *ἐκοιμήθη μετὰ τῶν ἁγίων μηνὶ Δύστρῳ δευτέρᾳ ἔτους κατὰ Γαζαίους ὀγδοηκοστοῦ τετρακοσιοστοῦ, ἐπισκοπήσας ἔτη κδʹ καὶ μῆνας ιαʹ καὶ ἡμέρας ηʹ*). Da der 2. Dystros = 26. Februar ist, so ist Porphyrius im Frühjahr 455 der Aera von Gaza Bischof geworden. Seine Wahl zum Bischof von Gaza erfolgte aber auf Betrieb des Erzbischofs Johannes von Caesarea (Marcus Diaconus c. 15–16). Nun wissen wir, dass auf einer Synode zu Constantinopel im September 394 n. Chr. der Erzbischof Gelasius von Caesarea, der Vorgänger des Johannes, anwesend war. Demnach kann Johannes nicht früher als Ende 394 Erzbischof von Caesarea geworden sein, und Porphyrius nicht früher als im Frühjahr 395 Bischof von Gaza. Setzen wir nun mit dem Chronicon paschale den Anfangspunkt der gazäischen Aera 61 v. Chr., also Jahr 1 Gaz. = 61/60 v. Chr. = 693/694 a. U. c., und zwar nach dem Kalender von Gaza von Herbst zu Herbst, so ist das Jahr 455 Gaz., in welchem Porphyrius Bischof wurde, = 1147/1148 a. U. c. = 394/395 n. Chr. Die Wahl des Porphyrius zum Bischof von Gaza würde demnach in das Frühjahr 395 n. Chr. fallen. Damit stimmt die obige Chronologie des Gelasius. Diese beweist aber zugleich, dass die Epoche Gazas nicht früher angesetzt werden kann, also nicht 62 v. Chr., vorausgesetzt, dass die Zahlen bei Marcus Diaconus c. 103 richtig überliefert sind.

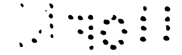
Eine weitere Bestätigung der Angabe des Chronicon paschale findet NORIS[3] in einer Münze der Fulvia Plautilla, der Gemahlin des Caracalla, vom Jahre 264 der Aera Gazas[4]. Nach obigen Voraus-

[1] Chron. pasch. ed. DINDORF I, 352.

[2] NORIS, Annus et epochae Syromacedonum, ed. Lips., p. 484 sq. Hiernach DUFOUR DE LONGUERUE, De variis epochis (Lips. 1750) p. 146 sq.

[3] Annus et epochae, p. 485–491; hiernach LONGUERUE p. 147 sq. ECKHEL, Doctr. Num., III, 452 sq.

[4] Vergl. die Abbildung der Münze bei DE SAULCY, Numismatique de la Terre Sainte, 1874, planche XI, n. 11. Die Aufschrift lautet: *Φουλουιαν Πλαυτιλλαν Σεβ.* Auf der Rückseite *Γαζα* ΔΞC.



setzungen ist dies = 956/957 a. U. c. = 203/204 n. Chr. Da die Heirath der Plautilla mit Caracalla im Jahre 203 stattgefunden habe, so habe Plautilla in der That im Jahre 203/204 den Titel *Σεβαστή* geführt, wie auf jener Münze der Fall ist.

Für Sanclemente ist nun freilich eben diese Münze der entscheidende Grund, die Aera Gazas ein Jahr früher, 62 v. Chr., anzusetzen[1]. Er zeigt im Anschluss an Eckhel auf Grund der Münzen, dass die Heirath der Plautilla noch in das zehnte tribunicische Jahr des Septimius Severus oder das fünfte des Caracalla, d. h. 955 a. U. c. = 202 n. Chr. fällt; denn es giebt aus diesem Jahre Münzen, auf welchen Plautilla bereits als Augusta erscheint. Schon ein Jahr später, im Herbst 956 a. U. c. = 203 n. Chr., sei aber Plautianus, der Vater der Plautilla, gestürzt und ermordet und seine Tochter verbannt worden[2]. Demnach könne Plautilla nicht noch im Jahre 203/204 n. Chr. (von October zu October gerechnet) auf einer Münze Gazas als *Σεβαστή* erscheinen, wie es nach dem Ansatze von Noris der Fall sein würde. Die Epoche Gazas müsse also ein Jahr früher, 62 v. Chr., gesetzt werden.

Gegen die sichere Beweisführung von Noris aus der Chronologie des Porphyrius macht Sanclemente geltend, dass die Zahlen in der Vita Porphyrii c. 103 nicht richtig überliefert sein könnten. Die Einsetzung des Porphyrius zum Bischof von Gaza falle in Wirklichkeit noch ein paar Jahre später, als es nach diesen Zahlen, selbst bei der um ein Jahr zu späten Ansetzung der Epoche auf 61 v. Chr., der Fall sein würde. Der Beweis liege in dem engen Zusammenhang folgender Thatsachen[3]. Porphyrius trat unmittelbar nach seiner Wahl zum Bischof von Gaza sein Amt daselbst an (Vita c. 15–18). In demselben Jahre trat grosse Trockenheit ein (c. 19: *τῷ δὲ ἐνιαυτῷ ἐκείνῳ συμβαίνει ἀνομβρίαν γενέσθαι*), welche die heidnischen Einwohner der Anwesenheit des ihnen verhassten Porphyrius zuschrieben. Die Trockenheit dauerte während der Monate Dios und Apellaios, also November und December (c. 19, s. den Wortlaut S. 1067 Anm. 3). Auf das Gebet der Christen regnete es aber vom 8. bis 10. Audynaios unaufhörlich (c. 21, s. den Wortlaut S. 1067 Anm. 4). In Folge dieses Wunders wurden in demselben Jahre 105 Heiden bekehrt (c. 21: *προσετέθησαν δὲ τῇ τοῦ Χριστοῦ ποίμνῃ ἐν αὐτῷ τῷ ἐνιαυτῷ πρὸς τοῖς ρκζʹ καὶ ἄλλοι ρεʹ*). Die Anfeindungen und Verfolgungen der

---

[1] Musei Sanclementiani Numismata selecta. Pars II, 1809, lib. III, 252–260, lib. IV, 153–159.

[2] Über die Zeit des Sturzes des Plautianus s. bes. Sanclemente P. II, lib. III, 256–258. — Über die Geschichte der Plautilla überhaupt: Dio Cass. 76, 1. 4. 6; 77, 1.

[3] Sanclemente P. II, lib. III, 261 sqq.

Christen durch die heidnischen Einwohner hörten aber nicht auf (c. 21: *οἱ δὲ τῆς εἰδωλομανίας οὐκ ἐπαύοντο ἐνεδρεύοντες τῷ τε μακαρίῳ καὶ τοῖς λοιποῖς Χριστιανοῖς*). Unter Anderem wurde ein gewisser Barochas schrecklich misshandelt (c. 22 ff.). Kurze Zeit nach letzterem Ereigniss wurden Barochas und Marcus, der Verfasser der Biographie, zu Diakonen geweiht (c. 25 fin.: *μετὰ δὲ χρόνον ὀλίγον ἠξιώθημεν τῆς χειροτονίας τῶν διακόνων*). Als aber Porphyrius die täglichen Frevelthaten der Götzendiener sah, beschloss er, den Marcus nach Byzanz zu schicken, um einen kaiserlichen Befehl zur Zerstörung der heidnischen Tempel auszuwirken (c. 26: *ὁρῶν δὲ ὁ ἐν ἁγίοις πατὴρ ἡμῶν Πορφύριος τὰ ἀθέμιτα καθ' ἑκάστην γινόμενα ὑπὸ τῶν εἰδωλολατρῶν βουλεύεται ἀποστεῖλαί με εἰς τὸ Βυζάντιον αἰτῆσαι τοὺς βασιλεῖς περιαιρεθῆναι τοὺς ναοὺς τῶν εἰδώλων*). Marcus macht sich alsbald mit einem Schreiben des Porphyrius an den Bischof Johannes von Constantinopel (d. h. Chrysostomus) auf den Weg, kommt nach zwanzigtägiger Reise dort an und übergiebt sein Schreiben dem Chrysostomus, der seinerseits dem cubicularius Eutropius Anzeige macht. Schon nach sieben Tagen wird der gewünschte kaiserliche Befehl erlassen und Marcus kehrt befriedigt zurück (c. 26. 27). Durch die Erwähnung des Johannes Chrysostomus und des Eutropius sind sichere chronologische Anhaltspunkte gegeben. Chrysostomus ist am 26. Februar 398 zum Bischof von Constantinopel geweiht worden, Eutropius aber Anfang 399 gestürzt worden. Die Sendung des Marcus muss also in das Jahr 398 n. Chr. fallen. Sanclemente meint nun, dass der Zusammenhang der Ereignisse zwischen der Wahl des Porphyrius zum Bischof von Gaza und der Sendung des Marcus Diaconus nach Constantinopel ein so enger sei, dass erstere in das Frühjahr 397 gesetzt werden müsse. Das Regenwunder falle dann in den Januar 398 und die Sendung des Marcus noch in dasselbe Jahr[1].

Für diese späte Ansetzung macht Sanclemente auch noch einen Wahrscheinlichkeitsgrund geltend (l. c. p. 265 sq.). In Hieronymus' Schrift De viris illustribus c. 130 heisse es von Gelasius, dem Erzbischof von Caesarea: Gelasius ... fertur quaedam scribere sed celare. Gelasius habe also bis dahin, d. h. bis zum Jahre 393, in welchem Hieronymus' Schrift verfasst sei, noch nichts veröffentlicht gehabt. Dies müsse später aber doch noch erfolgt sein, da wir Fragmente von ihm besitzen. Hierfür sei aber der Zeitraum bis Ende des Jahres 394, in welchem er nach Noris gestorben sein müsste, zu kurz. Also sei auch aus diesem Grunde der Amtsantritt des Erzbischofs Johannes von Caesarea und demzufolge auch der des Porphyrius von Gaza später

[1] Sanclemente l. c. p. 264.

anzusetzen. SANCLEMENTE hält daher für sicher, dass Porphyrius im Frühjahr 397 Bischof geworden ist. Nach den Zahlen der Vita c. 103 würde aber, selbst bei der zu späten Ansetzung der Epoche Gazas auf 61 v. Chr., sich das Jahr 395 ergeben. In diesen Zahlen stecke also ein Fehler, und es sei demnach von ihnen abzusehen.

Die bestechende Argumentation SANCLEMENTE's gegen NORIS erweist sich bei näherer Prüfung doch nicht als stichhaltig. Der Wahrscheinlichkeitsgrund aus der Schriftstellerei des Gelasius erledigt sich schon damit, dass Hieronymus' Schrift De viris illustribus nicht 393, sondern 392 geschrieben ist, im 14. Jahre des Theodosius (c. 135: usque in praesentem annum, id est Theodosii principis quartum decimum, haec scripsi). Von da bis Ende 394 ist aber hinreichender Spielraum zur Veröffentlichung einiger Werke, mit deren Abfassung Gelasius bereits 392 beschäftigt war. Nach Allem, was wir wissen, war seine Schriftstellerei nicht von grossem Belang[1].

Der Versuch SANCLEMENTE's, aus dem engen Zusammenhang der Thatsachen in der Vita Porphyrii den Beweis zu erbringen, dass Porphyrius erst im Frühjahr 397 Bischof geworden sei, kann nicht als gelungen betrachtet werden. In dem vermeintlich straffen Zusammenhang zeigen sich bei genauerer Betrachtung mehrere Lücken. So c. 21, wo es heisst, dass die Heiden nicht aufhörten, die Christen anzufeinden (*οὐκ ἐπαύοντο ἐνεδρεύοντες*). Damit kann sehr wohl ein Zeitraum von 1–2 Jahren zusammengefasst sein. Beispielsweise wird dann die Geschichte des Barochas erzählt, die also mit dem Vorhergehenden keineswegs eng zusammenhängt; und nur in Bezug auf die Barochas-Geschichte heisst es, dass *μετὰ χρόνον ὀλίγον* die Weihe des Marcus zum Diakonen erfolgt sei. Auch diese steht also mit dem Regenwunder in keinem näheren zeitlichen Zusammenhang. Endlich aber folgt nach der Diakonen-Weihe des Marcus wieder die allgemeine Bemerkung: »Als aber Porphyrius die täglichen Frevelthaten der Götzendiener sah« (*ὁρῶν δὲ . . . τὰ ἀθέμιτα καθ' ἑκάστην γινόμενα*). Damit kann wiederum ein Zeitraum von 1–2 Jahren gemeint sein. Es steht also nichts im Wege, die Bischofsweihe des Porphyrius in das Frühjahr 395 zu setzen, obwohl die Sendung des Marcus nach Constantinopel erst 398 erfolgt ist. Diese Chronologie der Erzbischöfe von Caesarea ist denn auch, abgesehen von SANCLEMENTE, allgemein angenommen[2]. Sie wird durch die überlieferten Zahlen in der Vita Porphyrii c. 103 gefordert, deren Richtigkeit zu

[1] Siehe FABRICIUS, Bibliotheca graeca ed. Harles IX, 290. SMITH and WACE, Dictionary of Christian Biography II, 621.

[2] Siehe ausser FABRICIUS und SMITH-WACE bes. auch LE QUIEN, Oriens christianus III, 561–563.

bezweifeln die von SANCLEMENTE beigebrachten Gründe in keiner Weise ausreichen.

Aber ist nicht die Münze der Plautilla doch für SANCLEMENTE's Ansatz entscheidend? Dieser hat zweifellos darin Recht, dass die Heirath der Plautilla mit Caracalla in das Jahr 202 n. Chr. fällt (also nicht 203, wie NORIS angenommen hatte). Denn es giebt Münzen mit der Aufschrift Anton. P. Aug. Pon. Tr. P. V. Cos., auf der Kehrseite: Plautillae Augustae[1]. Das fünfte tribunicische Jahr des Caracalla ist aber = 202 n. Chr.[2] SANCLEMENTE nimmt nun mit manchen Anderen auf Grund von Dio Cass. 75, 16 an, dass kaum ein Jahr nach Plautilla's Hochzeit ihr Vater Plautianus gestürzt und sie selbst verbannt worden sei. Diese Meinung beruht aber auf einer irrigen Verwerthung der Dio Cassius-Stelle. Dieser schildert hier, und zwar noch vor Erwähnung der Hochzeit Plautilla's (Dio 76, 1), die sichere Machtstellung des Plautianus. Severus selbst habe bei bestimmter Gelegenheit einmal geäussert, es sei undenkbar, dass dem Plautianus etwas Übles von ihm geschehe. Aber kaum ein Jahr nach dieser Äusserung sei Plautianus bereits gestürzt worden (*οὐδ' ἀπηνιαύτισεν αὐτὸς οὗτος ὁ Πλαυτιανός, ἀλλ' ἐσφάγη καὶ αἱ εἰκόνες αὐτοῦ σύμπασαι διεφθάρησαν*). Wenn die Reihenfolge, in welcher Dio hier erzählt, in Bezug auf alle Einzelheiten eine streng chronologische wäre, wenn also jene Äusserung des Severus noch vor der Hochzeit Plautilla's gethan worden wäre, dann müsste der Sturz ihres Vaters und ihre Verbannung freilich noch in das Jahr 203 fallen. Augenscheinlich aber verfährt Dio nicht streng chronologisch. Er schildert gegen Ende des 75. Buches die Machtstellung des Plautianus und kann dabei sehr wohl Einzelnes erwähnen, was thatsächlich später fällt, als die im Anfang des 76. Buches erzählte Hochzeit der Plautilla. Dass es sich wirklich so verhält, dass jene Äusserung des Severus und demgemäss der Sturz des Plautianus etwas später fallen, als es nach Dio 75, 16 scheint, hat in neuerer Zeit BORMANN[3] erwiesen. Er zeigt, dass auf einer Inschrift vom Jahre 204 n. Chr. (L. Septimio Severo ... Trib. Potest. XII. ... M. Aurelio Antonino .. Trib. Potest. VII.) an einer Stelle, die jetzt durch Ausmeisselung corrigirt ist, ursprünglich die Worte Fulviae Plautillae Aug. gestanden haben müssen[4]. Also war letztere damals noch nicht verbannt. Auch aus Dio Cassius

[1] ECKHEL, Doctr. Num. VII, 203. 226. COHEN, Médailles impériales, 2 ed. IV, 243.

[2] In dieses Jahr hat daher bereits ECKHEL, Doctr. Num. VII, 180, die Heirath der Plautilla gesetzt, und so alle Neueren.

[3] Bullettino dell' Instituto di corrisp. archeologica, 1867, p. 217—219. Vergl. SCHILLER, Gesch. der römischen Kaiserzeit, I, 731.

[4] Siehe jetzt den Text der Inschrift Corp. Inscr. Lat. VI n. 1035 = WILMANNS, Exempla Inscr. Lat. n. 988.

selbst lässt sich aber schliessen, dass der Sturz des Plautianus erst in das Jahr 205 fällt. Denn gleichzeitig mit seiner Hinrichtung wurde sein Anhänger Koiranos verbannt (Dio 76, 5). Dieser blieb sieben Jahre in der Verbannung (Dio l. c.). Da im Jahre 212 eine allgemeine Zurückberufung aller Verbannten erfolgte (Dio 77, 3) und kein Grund zu der Annahme vorliegt, dass dem Koiranos eine besondere Begnadigung früher zu Theil geworden sein sollte, so wird seine Zurückberufung eben damals erfolgt sein, demnach seine Verbannung und der Sturz des Plautianus in das Jahr 205 fallen. Das genauere Datum für die Hinrichtung des letzteren geben übereinstimmend Dio und das Chronicon paschale. Letzteres setzt die Hinrichtung auf den 22. Januar (freilich mit falschem Jahre)[1]. Nach Dio 76, 3 hatte am Tage der Hinrichtung eben eine Schauspiel-Aufführung aus Anlass der ludi Palatini stattgefunden. Diese wurden aber vom 21. bis 23. Januar durch scenische Spiele gefeiert[2]. Ist sonach der Tod des Plautianus auf den 22. Januar 205 zu setzen, so erledigt sich der Haupteinwand SANCLEMENTE's gegen die Ansetzung der gazäischen Aera auf 61 v. Chr.[3]

Die anderen, ziemlich zahlreichen Münzen von Gaza stimmen durchweg, soweit ihre Lesung sicher ist, zu dem von NORIS gewonnenen Resultate. Aus den vorliegenden Publicationen lässt sich folgende Liste von Daten zusammenstellen[4].

		Jahre Gazas		Regierungszeit
Augustus	ΞΓ	63 = 2/3	n. Chr.	(–14).
	ΞϚ	66 = 5/6	»	
Caligula	Ρ	100 = 39/40	»	(37–41).

[1] Chron. pasch. ed. DINDORF I, 496: *Πλαυτιανὸς ὁ ὕπατος ἐσφάγη πρὸ ια' καλανδῶν Φεβρουαρίων.*

[2] Dio 76, 3: *ἐξαίφνης δὲ ταῦτ' ἐν ταῖς θεωρίαις ταῖς ἐν τῷ παλατίῳ ἥρωσι πεποιημέναις, τῆς τε θέας ἀφειμένης καὶ δείπνου μέλλοντος ἔσεσθαι, ἐγίγνοντο.* — Über die Zeit der Spiele: MARQUARDT, Röm. Staatsverwaltung, III, 449.

[3] SANCLEMENTE, welcher das Datum des Chronicon paschale verwirft, setzt den Sturz des Plautianus in den Herbst 203 (lib. III p. 258 sq.). Andere nehmen auf Grund jenes Datums den 22. Januar 203 an, indem sie derselben irrigen Verwendung von Dio 75, 16 folgen, wie SANCLEMENTE (so CLINTON, Fasti Romani, I, 208. HÖFNER, Untersuchungen zur Gesch. des Kaisers Septimius Severus, I, 293).

[4] Vergl. ECKHEL, Doctr. Num., III, 452. Musei Sanclementiani Numismata selecta, P. II, lib. IV, 141–161. MIONNET V, 535–549. Suppl. VIII, 371–375. DE SAULCY, Numismatique de la Terre Sainte, p. 209–233, pl. XI. — Ich lege DE SAULCY zu Grunde. Die mit einem † versehenen Daten fehlen bei DE SAULCY und sind aus SANCLEMENTE entnommen. — Das Berliner Münzcabinet besitzt 21 griechische Münzen von Gaza, von Augustus bis Severus Alexander. Durch gütige Vermittelung der Direction haben mir Gipsabgüsse sämmtlicher Stücke vorgelegen. Ich habe darunter nichts gefunden, was für Bestimmung der gazäischen Aera von entscheidender Bedeutung wäre. Einige bei DE SAULCY fehlende Daten sind in obiges Verzeichniss unter Bezeichnung mit einem O aufgenommen (s. Commodus und Caracalla).

		Jahre Gazas		Regierungszeit
Claudius	PI	110 = 49/50	n. Chr.	(41–54).
Vespasian?[1]	PΛ	130 = 69/70	»	(69–79).
	PΛB	132 = 71/72	»	
	ЄPΛ	135 = 74/75	»	
Trajan	PNΘ	159 = 98/99	»	(98–117).
Hadrian	BϘP	192 = 131/132	»	(117–138).
	ΓϘP	193 = 132/133	»	
	ΔϘP	194 = 133/134	»	
	ЄϘP	195 = 134/135	»	
	ϚϘP	196 = 135/136	»	
	ZϘP	197 = 136/137	»	
	HϘP	198 = 137/138	»	
Antoninus Pius	AC	201 = 140/141	»	(138–161).
	BC	202 = 141/142	»	
	ΓC	203 = 142/143	»	
	ΔC	204 = 143/144	»	
	ЄC	205 = 144/145	»	
	ZC	207 = 146/147	»	
	HC	208 = 147/148	»	
	†ΘC	209 = 148/149	»	
	IC	210 = 149/150	»	
	AIC	211 = 150/151	»	
	†BIC	212 = 151/152	»	
	ΓIC	213 = 152/153	»	
	ΔIC	214 = 153/154	»	
	ЄIC	215 = 154/155	»	
	ϚIC	216 = 155/156	»	
	ZIC	217 = 156/157	»	
	HIC	218 = 157/158	»	
	ΘIC	219 = 158/159	»	
	KC	220 = 159/160	»	
	AKC	221 = 160/161	»	
Marc Aurel[2]	ΔKC	224 = 163/164	»	(161–180).
	ZKC	227 = 166/167	»	
	ΘKC	229 = 168/169	»	

[1] Zu den Münzen Vespasian's bemerkt de Saulcy p. 214: Il est bon de remarquer que quelques-unes des pièces, que je viens de décrire et de classer à Vespasien, pourraient à la rigueur être attribuées à Titus.

[2] Wenn die Münzen Marc Aurel's mit den Jahreszahlen KC und AKC, welche Sanclemente erwähnt, richtig gelesen sind, so gelten sie dem Marc Aurel als **Caesar.**

		Jahre Gazas	Regierungszeit
	ΛC	230 = 169/170 n. Chr.	
	ΔΛC	234 = 173/174 »	
Faustina jun., Gemahlin Marc Aurel's	HKC	228 = 167/168 »	(† 175 n. Chr.).
Marc Aurel und L. Verus	ΔKC	224 = 163/164 »	(161–169).
	HKC	228 = 167/168 »	
	ΘKC	229 = 168/169 »	
L. Verus	ΔKC	224 = 163/164 »	
	CKЄ	225 = 164/165 »	
	HKC	228 = 167/168 »	
	ΘKC	229 = 168/169 »	
Faustina jun. und Lucilla	ΔKC	224 = 163/164 »	(Lucilla 164
	HKC	228 = 167/168 »	n. Chr. mit
	ΘKC	229 = 168/169 »	Verus vermählt).
Commodus als Caesar	ϚΛC	236 = 175/176 »	(166 Caesar,
» als Imperator	ZΛC	237 = 176/177 »	176 Imperator,
	oHΛC	238 = 177/178 »	180–193
	ΘΛC	239 = 178/179 »	Alleinherrscher).
	MC	240 = 179/180 »	
	[†AMC	241 = 180/181 »]	
	ЄMC	245 = 184/185 »	
	HMC	248 = 187/188 »	
Pertinax	[? ΔNC	254 = 193/194 »]	(Januar bis
	[? ЄNC	255 = 194/195 »]	März 193).
Septimius Severus	ΔNC	254 = 193/194 »	(193–211).
	ZNC	257 = 196/197 »	
	HNC	258 = 197/198 »	
	†ΞC	260 = 199/200 »	
	AΞC	261 = 200/201 »	
	ΓΞC	263 = 202/203 »	
	ЄΞC	265 = 204/205 »	
	HΞC	268 = 207/208 »	
Julia Domna	†AΞC	261 = 200/201 »	(† 217).
	ЄΞC	265 = 204/205 »	
	ϚΞC	266 = 205/206 »	
	ZΞC	267 = 206/207 »	
	ЄOC	275 = 214/215 »	

		Jahre Gazas		Regierungszeit
Caracalla	HNC	258 = 197/198	n. Chr.	(196 Caesar,
	ΘNC	259 = 198/199	»	198 Augustus).
	AΞC	261 = 200/201	»	
	ΟΔΞC	264 = 203/204	»	
Plautilla	ΔΞC	264 = 203/204	»	(s. oben).
	[?]ΞC	26[?]= ?		
Geta	ΓΞC	263 = 202/203	»	(198 Caesar).
Elagabal	ΠC[1]	280 = 219/220	»	(218–222).
Paula	ΠC	280 = 219/220	»	(219–220 Gemahlin Elagabal's).
Maesa	AΠC	281 = 220/221	»	(218 Augusta).

Die Gleichungen nach Jahren Christi, welche ich hier gegeben habe, gehen von der Voraussetzung aus, dass die gazäische Aera im Jahre 61 v. Chr. beginnt, also Jahr 1 Gaz. = 693/694 a. U. c. = 61/60 v. Chr. ist. Dann ist z. B. Jahr 201 Gaz. = 893/894 a. U. c. = 140/141 n. Chr. u. s. w. Diese Voraussetzung bewährt sich bei allen hier angeführten Münzen mit alleiniger Ausnahme von zwei angeblichen Münzen des Pertinax, deren Lesung aber sehr unsicher ist. Die meisten Münzen lassen dabei einen Spielraum von einigen Jahren. Manche aber dienen zum directen Beweis, dass der obige Ansatz richtig ist.

Die Münze mit dem Kopfe Vespasian's, der Aufschrift *Σεβαστος* und dem Datum PΛ (130 = 69/70 n. Chr.) geben Mionnet und de Saulcy nur nach Sestini. Sie kann, auch wenn ihre Lesung sicher ist, keinen Ausschlag für den terminus a quo geben. Denn Vespasian ist schon am 1. Juli 69 von den aegyptischen Legionen zum Imperator, Caesar und Augustus ausgerufen worden[2], und die syrischen Legionen sind alsbald gefolgt. Es kann also in Gaza schon vor Herbst 69 eine Münze auf ihn mit dem Titel *Σεβαστος* geprägt worden sein, d. h. das Datum PΛ ist möglich, auch wenn die gazäische Aera noch ein Jahr früher, als wir annehmen, begonnen hat.

Hadrian ist im Juli 138 n. Chr. gestorben. Die Münze vom Jahre 198 Gaz. = 137/138 n. Chr. beweist, dass die Aera nicht

[1] Ausser ΠC kommt auf Münzen Elagabal's auch Є·ΠC vor (mit einem Punkt zwischen Є und ΠC, wie auch ein Berliner Exemplar deutlich hat). Dies kann nicht = 285 sein, ist vielmehr ἔτους ΠC zu lesen, wie schon der Punkt nach Є zeigt und das gleichfalls vorkommende ЄT ΠC bestätigt (de Saulcy p. 231 und 232 Nr. 8).

[2] Tacit. Hist. II, 80: Vespasianum pauci milites ... imperatorem salutavere; tum ceteri adcurrere: Caesarem et Augustum et omnia principatus vocabula cumulare.

später als 61 v. Chr. angesetzt werden kann. Denn würde man auch nur um ein Jahr herabgehen, so würde die Münze erst Ende 138 oder 139, also nach Hadrian's Tod, geprägt worden sein. Das Gleiche gilt von der letzten Münze des Antoninus Pius vom Jahre 221 Gaz. = 160/161 n. Chr. Würde man die Aera ein Jahr später ansetzen, so wäre diese Münze erst Ende 161 oder 162 geprägt, während Antoninus Pius am 7. März 161 gestorben ist.

Auch die Münzen des L. Verus sind für den terminus ad quem entscheidend. Es giebt von ihm und Marc Aurel zusammen, wie von ihm allein solche vom Jahre 229 Gaz. = 168/169 n. Chr. Bei späterer Ansetzung der Aera würden diese Münzen erst Ende 169 oder 170 geprägt sein. Verus ist aber Anfang 169 gestorben[1].

Lucilla, die Tochter Marc Aurel's und der Faustina, heirathete im Jahre 164 den Verus. Die Münzen, auf welchen sie mit Faustina zusammen erscheint, gelten den beiden Frauen als Kaiserinnen, wie man auch die beiden Kaiser, Marc Aurel und L. Verus, auf Münzen vereinigt hat. Die Münze vom Jahre 224 Gaz. = 163/164 n. Chr. hat die Aufschrift ΛΟΥΚΙΛΛΑ ΦΑΥϹΤΙΝΑ ϹЄ..., die vom Jahre 228 Gaz. = 167/168 n. Chr.: ΛΟΥΚΙΛΛΑ ΦΑΥϹΤЄΙΝΑ ϹЄΒΑϹ[2]. Erstere beweist, dass die gazäische Aera nicht früher als 61 v. Chr. angesetzt werden kann; denn wenn sie ein Jahr früher angesetzt würde, wäre jene Münze im Jahre 162/163 n. Chr. geprägt, als Lucilla noch nicht Augusta war.

Commodus (geb. 161 n. Chr.) ist am 12. October 166, als Knabe von fünf Jahren, zum Caesar ernannt worden, erhielt am 7. Juli 175 die toga virilis und am 27. November 176 (V. Kal. Dec. die Pollione et Apro consulibus) den Titel Imperator[3]. Die Münze vom Jahre 236 Gaz. = 175/176 n. Chr. hat nur die Aufschrift ΚΟΜΜΟΔΟϹ ΚΑΙϹΑΡ und den Kopf des jungen Caesars ohne Lorbeer, die anderen Münzen seit 237 Gaz. = 176/177 n. Chr. den Kopf des Commodus mit dem Lorbeer und beim Namen den Titel ΑΥ oder ΑΥΤ (*αὐτοκράτωρ*)[4]. Die Münzen stimmen also unter Voraussetzung unseres Ansatzes genau zu den historischen Thatsachen; insonderheit beweist die Münze vom Jahre 237, dass die Aera nicht früher angesetzt werden kann, denn dann würde sie in eine Zeit fallen, als Commodus noch nicht Imperator war.

---

[1] Eckhel, Doctr. Num. VII, 94. Clinton, Fasti Romani ad ann. 169. Borghesi, Oeuvres II, 461 ff.; III, 116 f. von Rohden in Pauly-Wissowa's Real-Enc. I, 2296 (s. v. Annius).

[2] Mionnet, Suppl. VIII, 374; de Saulcy p. 225. — Zu den Münzen vom Jahre 228 bemerkt de Saulcy: Le mot ϹЄΒΑϹ. est écrit au-dessous des deux effigies.

[3] Lamprid. Commod. c. 2. Eckhel, Doctrina Num. VII, 102 f.

[4] Sanclemente IV, 151 gibt nach Sestini eine Münze der ersteren Art mit der Jahreszahl ΑΜϹ (241). Dieses Datum kann nicht richtig gelesen sein.

Pertinax hat nur drei Monate lang regiert (Januar bis März 193). Wenn eine Münze von ihm mit sicherer Lesung erhalten wäre, so würde sie für die Ansetzung der Aera entscheidend sein. Aber das angebliche Datum ЄNC, welches in einem Kataloge von Rollin und Feuardent erscheint, ist von vorn herein unmöglich, da es eine Münze des Severus mit dem Datum ΔNC giebt. Die andere oben erwähnte Münze (mit dem Datum ΔNC) beschreibt de Saulcy nach einem Exemplare des französischen Münzcabinets und einem solchen des Britischen Museums. Auf ersterem ist nach de Saulcy kein Datum lesbar, während Mionnet das Datum ANC gegeben hatte; auf letzterem liest de Saulcy AYT·K·ЄΛ·ΠЄPTINAΞ und das Datum ΔN, was zu ΔNC zu ergänzen wäre, also 254 Gaz. = 193/194 n. Chr. Hiernach würde die Münze frühestens Ende 193 geprägt sein, als Pertinax längst todt war. Aber die Münze ist keineswegs, wie de Saulcy sagt, eine belle pièce, sondern schlecht erhalten, in very bad condition, wie Hr. Hill vom Britischen Museum mir gütigst mittheilt und ein mir vorliegender Gipsabguss bestätigt. Über das Datum schreibt Hr. Hill: The letters look more like ΔN than anything else. They are certainly not ΓN. There is no trace of C, nor is there any place where it might have stood. Auf dem Gipsabguss sehe ich nur N deutlich, die vorhergehende Ziffer scheint Δ gewesen zu sein, ist aber unsicher. Das C scheint mit dem Gewand der danebenstehenden Figur so eng zusammenzuhängen, dass es von diesem nicht zu unterscheiden ist. Hiernach ist das Datum ΔNC wohl wahrscheinlich. Aber es ist höchst fraglich, ob die Münze dem Pertinax gehört. Mionnet (V, 547 n. 170) hat sie auf Grund des Pariser Exemplares dem Septimius Severus zugeschrieben, der auch Pertinax hiess; und das Londoner Exemplar ist ebenfalls dieser Lesung günstig. Zwar hat Hr. Hill Bedenken dagegen, weil ЄPTINAK deutlich dasteht und dieser Name in dem Titel des Septimius Severus sonst nicht ausgeschrieben vorkommt. Aber die Reste der vorhergehenden Buchstaben sind in dem Londoner wie in dem Pariser Exemplar der Beziehung auf Pertinax ungünstig. Hr. Imhoof-Blumer, welchem ich den Gipsabguss des Londoner Exemplares mittheilte, schreibt mir gütigst: »Die Lesung der Umschrift der Vs. ist wohl, ähnlich wie bei Mionnet, AYT·Y (statt K?) Λ·CЄ·C[ЄYH·Π]ЄPTINAK. Für Pertinax müsste AYT·Π·ЄΛOYIOC·Π . . . stehen, was aus den Spuren der Umschrift nicht herauszukriegen ist. Ich halte daher mit Ihnen das Münzportrait für Septimius Severus.«

Von den übrigen Münzen giebt nur noch die der Paula, der Gemahlin Elagabal's, Anlass zu näheren Erörterungen. Über die Heirathen Elagabal's berichtet Dio 79, 9, er habe zuerst die Cornelia

Paula geheirathet und nach deren Verstossung die Vestalin Aquilia Severa. Auch diese habe er nicht lange behalten, sondern bald eine Andere und wieder eine Andere und abermals eine Andere genommen und sei dann zu Severa zurückgekehrt. Zu den Ungenannten muss Annia Faustina gehört haben, welche durch Münzen als Gemahlin Elagabal's bezeugt und sicherlich mit der bei Dio 79, 5 erwähnten ἀπόγονος des Marc Aurel, welche Elagabal heirathete, identisch ist. Für die Chronologie sind namentlich die alexandrinischen Münzen dieser drei Frauen wichtig[1]. Von Paula giebt es alexandrinische Münzen aus dem 2., 3. und 4. Jahre Elagabal's. Das dritte Jahr Elagabal's nach alexandrinischer Zählung geht vom 29. August 219 bis 29. August 220 n. Chr. Die Münzen vom dritten Jahre sind relativ häufig, die vom zweiten und vierten sehr selten. Schon hiernach ist zu vermuthen, dass die Heirath im Sommer 219, die Verstossung vor Ende 220 stattgefunden hat. In der That wird Ersteres durch den Zusammenhang bei Dio Cassius bestätigt (die Heirath fand statt nach Elagabal's Rückkehr aus Nikomedien), Letzteres durch die alexandrinischen Münzen der anderen Frauen Elagabal's. Es giebt Münzen der Aquilia Severa vom 4. und 5. Jahre Elagabal's, aber auch solche der Annia Faustina aus denselben Jahren; aus dem 4. Jahre freilich nur eine, aus dem 5. Jahre eine etwas grössere Zahl[2]. Dieser Thatbestand ist nach Dio Cassius so zu erklären, dass Elagabal im 4. Jahre nach Verstossung der Paula die Severa geheirathet hat und zu dieser noch im 5. Jahre wieder zurückgekehrt ist, nachdem er in der Zwischenzeit (4.–5. Jahr) mehrere andere, darunter die Faustina, gehabt hatte. Für Paula bleibt also nur der Anfang des 4. Jahres. Wenn nun nach unseren Voraussetzungen die gazäische Münze der Paula vom Jahre 280 Gaz. in das Jahr 219/220 n. Chr. fällt, so stimmt dies genau zu dem Zeugniss der alexandrinischen Münzen. Würde die gazäische Aera ein Jahr später angesetzt, so wäre die Münze nach dem 28. October 220 n. Chr. geprägt, was nach dem eben Ausgeführten zwar möglich, aber nicht wahrscheinlich ist.

Schon nach diesen vielfachen litterarischen und numismatischen Zeugnissen darf es als sicher gelten, dass der Anfangspunkt der Aera

---

[1] Vergl. Belley, Mémoire sur l'ordre chronologique des impératrices, femmes d'Élagabale (Histoire de l'Académie des Inscr. et Belles-Lettres, t. XLII, 1786, p. 60–65). Eckhel, Doctr. Num. VII, 257–264. Sanclemente, Mus. Sancl. lib. IV, p. 160 sq. von Sallet, Die Daten der alexandrinischen Kaisermünzen (1870) S. 52 f. Poole, Catalogue of the greek coins in the British Museum, The coins of Alexandria (1892) p. 195–200.

[2] Das Datum LΔ für Annia Faustina, welches von Sallet bezweifelt hat, wird durch Poole's Katalog des Britischen Museums bestätigt. Hr. Hill schreibt mir: the reading LΔ is absolutely certain.

von Gaza der 28. October 61 v. Chr. ist. Eine glänzende Bestätigung erhält dieses Resultat aber durch die neu gefundenen christlichen Grabschriften. Dieselben sind grossentheils so genau datirt, dass sie nicht nur Tag, Monat und Jahr nach gazäischem Kalender angeben, sondern auch noch das Indictionenjahr. Eben dadurch bieten sie eine Controle für die Berechnung der gazäischen Aera. Ich theile hier nur diejenigen mit, bei welchen die Datirung in der angegebenen Weise vollständig ist. Es sind folgende neun (oder eigentlich zehn, da ein Stein zwei Grabschriften enthält)[1].

1.

Revue biblique, Ière année 1892, p. 240 = Clermont-Ganneau, Archæological Researches in Palestine, vol. II, 1896, p. 401.

θηκη του μακαρι
οτατου Ζηνονος υι
ου Βαλυος και Μεγα
λης· εκατετεθη
μηνι Υβερβερετεου
βκ του εξφ ετους
ινδ γι.

22. Hyperberetaios, an. 565, ind. 13.

2.

Revue biblique II, 1893, p. 203 = Clermont-Ganneau II, 402.

Ενθαδε
κατετεθη
ο μακαριος
Γεροντιος τη
κβ μη(νος) Λωου ινδ δ
του αοφ ετους.

22. Loos, an. 571, ind. 4.

3.

Clermont-Ganneau II, 403.

θηκη της [μακαριας]
θεωδοτης θ[υγατρος]
του μακαριο(τατου) [Βαλυος]
και Μεγαλης α[νε]
παη μη(νι) Ξανθικο[υ . .]

[1] Die Texte gebe ich durchweg nach Clermont-Ganneau.

του $\overline{\theta\pi\phi}$ ετου[s]
ινδι ζ.

? Xanthikos, an. 589, ind. 7.

4.

Revue biblique II, 1893, p. 204 = CLERMONT-GANNEAU II, 404.

Δεσιω η ιν
δ. β του
$\overline{\theta\varsigma\phi}$ ετους.

8. Daisios, an. 599, ind. 2.

5.

Revue biblique II, 1893, p. 204 = CLERMONT-GANNEAU II, 407.

Κ(υρι)ε αναπαυσον
την δουλην σου
Διγουνθαν Λεον
τιου· ενθαδε κα
τετεθη μη(νι) Λωου
$\overline{\kappa\alpha}$ του $\overline{\alpha\chi}$ ινδ. δ.

21. Loos, an. 601, ind. 4.

6.

Revue biblique II, 1893, p. 204 = CLERMONT-GANNEAU II, 408.

Ενθαδε
κιτε ο του
Χ(ριστο)υ δου
λος κ(αι) εν
αγιοις
Αβρααμι
ος Πατρι
κιου διακ(ονος)
τη Επαγο
μενη $\overline{\delta}$ του
$\overline{\alpha\chi}$ ετους
ινδ. δ.

4. Epagomene, an. 601, ind. 4.

7.

Revue biblique I, 1892, p. 241 = CLERMONT-GANNEAU II, 408.

Μητρας κα[...]
πων το λοιπο[ν...]

βειου αυτου εν[θα]
δε παραγενετ[ο]
ανεπαη δε εκ
των αυτου μο
χθων εν μη(νι) Γορπ(ιαιου) δ
του $\overline{αχ}$ ετ(ους) ινδ. $\overline{ε}$.

4. Gorpiaios, an. 601, ind. 5.

8.

Revue biblique I, 1892, p. 243 = Clermont-Ganneau II, 410.

Ενθαδε κατ
ετηθη η του θ(εο)υ δο
υλη Ουσια θηγατ
ηρ Τιμοθεου εν
μη(νι) Δαισιου $\overline{αι}$ του κα
τα Γαζ(αιους) $\overline{γκχ}$ ιν
δ. αι.

11. Daisios, an. 623, ind. 11.

9 und 10.

Revue biblique III, 1894, p. 248 = Clermont-Ganneau II, 411.

Κατετηθη η
δουλη του Χ(ριστο)υ Θεο
δωρα μη(νι) Δαισιου
$\overline{ε}$ του $\overline{βξχ}$ ινδ. $\overline{ε}$.

Κατετηθη ο του
Χ(ριστο)υ δουλος Ηλιας
μη(νι) Υπερβερετ(αιου) βκ
του $\overline{θξχ}$ ινδ. γι

5. Daisios, an. 662, ind. 5.
22. Hyperberetaios, an. 669, ind. 13.

Ausser den fünf Monaten, welche auf diesen Inschriften erwähnt werden (Hyperberetaios, Loos, Xanthikos, Daisios, Gorpiaios), kommen auf anderen, wegen unvollständiger Datirung hier nicht mitgetheilten, noch vor: Peritios (Clermont-Ganneau p. 405), Artemisios (p. 409) und Dios (p. 412. 413), so dass also acht gazäische Monate und die *ἐπαγόμεναι* (Zusatztage) durch unsere Inschriften bezeugt sind. Nehmen wir dazu noch die bei Marcus Diaconus vorkommenden Monate Apellaios, Audynaios und Dystros, so fehlt nur noch für einen Monat des Hemerologiums, den Panemos, ein anderweitiger Beleg.

Dass die angewandte Aera die der Stadt Gaza ist, wird einmal (Nr. 8) ausdrücklich gesagt. Setzen wir als Anfangspunkt 693 a. U. c. = 61 v. Chr. (also z. B. 601 Gaz. = 1293/1294 a. U. c. = 540/541 n. Chr.) und legen wir den Kalender des Hemerologiums zu Grunde, so ergeben sich folgende Gleichungen:

22. Hyperberetaios	Jahr 565,	ind. 13.	(19. October	505	n. Chr.).
22. Loos	» 571,	» 4.	(15. August	511	» »).
? Xanthikos	» 589,	» 7.	(? April	529	» »).
8. Daisios	» 599,	» 2.	(2. Juni	539	» »).
21. Loos	» 601,	» 4.	(14. August	541	» »).
4. Epagomene	» 601,	» 4.	(27. August	541	» »).
4. Gorpiaios	» 601,	» 5.	(1. September	541	» »).
11. Daisios	» 623,	» 11.	(5. Juni	563	» »).
5. Daisios	» 662,	» 5.	(30. Mai	602	» »).
22. Hyperberetaios	» 669,	» 13.	(19. October	609	» »).

Die überall beigefügten Indictionen bestätigen, mit einer einzigen Ausnahme, dass unser Ansatz der gazäischen Aera richtig ist; sie enthalten überdies Beweise für die Correctheit des überlieferten Kalenders. Das Indictionenjahr beginnt mit dem 1. September. Anfangsjahre von Indictionen-Cyklen sind z. B. die Jahre n. Chr. 492, 507, 522, 537, 552, 597, und zwar so, dass der Indictionen-Cyklus immer am 1. September des betreffenden Jahres n. Chr. beginnt[1]. Hiernach fällt also der 15. August 511 n. Chr. in der That in das 4. Jahr einer Indictionen-Periode, der April 529 n. Chr. in das 7. Jahr einer solchen, der 2. Juni 539 in ein 2. Indictionenjahr u. s. w. Es stimmen alle Daten mit Ausnahme des ersten. Am 19. October 505 n. Chr. lief nicht mehr das 13., sondern das 14. Indictionenjahr, da das 13. bereits am 1. September 505 zu Ende war. Da alle anderen neun Daten genau stimmen, so liegt hier ohne Zweifel ein Fehler der Grabschrift in der Angabe des Indictionenjahres vor, wie solche auch sonst vorkommen. Lehrreich sind besonders noch folgende Fälle. Die drei Grabschriften vom Jahre 601 der gazäischen Aera haben verschiedene Indictionenjahre, die beiden ersten (vom 14. und 27. August) ind. 4, die dritte (vom 1. September) ind. 5, weil genau am 1. September ein neues Indictionenjahr beginnt. Die beiden letzten Grabschriften vom Jahre 662 und 669 liegen nach dem gazäischen Datum um 7 Jahre aus einander, während die Indictionenjahre (5 und 13) ein Intervall von 8 Jahren aufweisen, beides deshalb, weil zwischen dem 30. Mai und 19. October kein Wechsel des gazäischen Jahres, wohl aber ein solcher des Indictionenjahres stattfindet. Die Angabe

[1] Vergl. die Tabelle bei CLINTON, Fasti Romani, II, 214 sq.

des Marcus Diaconus, dass das gazäische Jahr erst mit dem Dios beginne, wird also bestätigt. Endlich sehen wir aus den Grabschriften vom Jahre 601 Gaz., dass die Ergänzungstage (Ἐπαγόμεναι) nicht, wie NORIS vermuthet hatte, an den Schluss des Jahres fallen, sondern wirklich vor den Gorpiaios. Denn das Datum »4. Epagomene 601« ist = ind. 4, aber das Datum »4. Gorpiaios 601« = ind. 5. Die Gazäer haben also bei Übernahme des ägyptischen Kalenders die Ergänzungstage da stehen lassen, wo sie in diesem stehen, obwohl sie das Jahr zwei Monate später schlossen.

Als sicheres Resultat steht somit fest, dass die Aera von Gaza am 28. October 61 v. Chr. beginnt. Das Motiv derselben kann kaum zweifelhaft sein. Die Stadt ist durch Pompeius von der jüdischen Herrschaft befreit und auf Befehl des Gabinius neu gebaut worden[1]. Aber Gabinius ist erst im Jahre 57 (nachdem er im Jahre 58 das Consulat bekleidet hatte) nach Syrien gekommen. Auf seine Thätigkeit kann also die Aera vom Jahre 61 nicht zurückgehen. Es bleibt nur Pompeius übrig. Dieser war im Jahre 64–63 v. Chr. in Syrien. Im Jahre 63, unter Cicero's Consulat, hat er Jerusalem erobert, das jüdische Königthum gestürzt und die Dinge in Judaea neu geordnet. Nicht nur sämmtliche Küstenstädte von Raphia bis Dora, sondern auch die hellenistischen Städte im Ostjordanlande, dazu noch Skythopolis und Samaria, wurden den Juden abgenommen und für frei erklärt, d. h. unter die directe Oberaufsicht des römischen Statthalters von Syrien gestellt. Damit beginnt für diese Städte eine neue Epoche, welche viele auch durch Einführung einer eigenen Zeitrechnung bemerklich machten. Diese »pompeianische Aera« ist nicht eine von Pompeius für ganz Syrien gleichmässig eingeführte officielle Provinzial-Aera. Wenn KUBITSCHEK die Meinung bestreitet, »dass Pompeius 64 v. Chr. eine für Syrien oder eine bestimmte Kategorie syrischer Städte obligate Aera begründet habe«, so hat er ohne Zweifel Recht[2]. Eine solche Meinung konnte aber, vollends mit der Zahl 64, auch nur von recht unvollständig Orientirten gehegt werden. Es ist ja bekannt, dass die »pompeianische« Aera von verschiedenen Städten verschieden angesetzt wurde[3]. Damit fällt von selbst ihr Charakter als der einer officiellen einheitlichen Provinzial-Aera. Ihre weite Verbreitung, namentlich in der Nachbarschaft Palaestinas, ist trotzdem unbestreit-

---

[1] Pompeius: Joseph. Antt. XIV, 4, 4. Bell. Iud. I, 7, 7. Gabinius: Joseph. Antt. XIV, 5, 3.

[2] KUBITSCHEK, Über die Pompeius-Aera in Syrien (Archaeologisch-epigraphische Mittheilungen aus Österreich-Ungarn, XIII, 1890, S. 200—209), S. 202.

[3] SANCLEMENTE, Musei Sanclementiani Numismata selecta, Pars II, lib. IV, 1809, p. 2: Neque enim Pompeiana Epocha ab uno eodemque anno U. C. Varr. DCXC initium habuit; sed urbes aliae Coelesyriae citius, serius aliae eandem inchoarunt.

bar. Die vielen durch Pompeius befreiten Städte haben eben die Thatsache ihrer Befreiung durch Einführung einer eigenen Aera verewigt. Es handelt sich demnach um eine grosse Zahl verwandter städtischer Aeren, nicht um eine einheitliche Provinzial-Aera. Die meisten scheinen das Jahr 63 als Epochenjahr gewählt zu haben, doch ist dies nur für einzelne sicher nachweisbar. Für Gaza haben wir das Jahr 61 urkundlich erwiesen. Kubitschek meint nun freilich, da Pompeius bereits gegen Ende des Winters 63/62 v. Chr. Asien verlassen habe, erscheine die Annahme einer pompeianischen Aera für Gaza unmöglich[1]. Aber worauf anders als auf die Anordnungen des Pompeius soll denn eine Aera vom Jahre 61 zurückgehen? Allerdings können wir nicht mehr sicher sagen, weshalb die Gazäer nicht 63, sondern 61 als Epochenjahr gewählt haben. Man kann mit Noris vermuthen, dass die Stadt, die durch den jüdischen König Alexander Jannaeus zerstört worden war, auf Grund der Anordnungen des Pompeius im Jahre 61 sich neu organisirt habe, so dass also die »Wiedererbauung« zur Zeit des Gabinius nur eine Fortsetzung des schon im Jahre 61 begonnenen Werkes gewesen wäre[2]. Man kann auch daran erinnern, dass Pompeius erst im Jahre 61 seinen asiatischen Triumph gefeiert hat. Es wäre denkbar, dass die Gazäer dieses Jahr, mit welchem die Thaten und Anordnungen des Pompeius in Asien gleichsam erst ihren Abschluss erreichten, zum Ausgangspunkt ihrer Zeitrechnung genommen haben. Aber wie dem auch sei — dass man die gazäische Aera vom Jahre 61 zu den »pompeianischen« zu rechnen hat, wird kaum einem Zweifel unterliegen.

Von den christlichen Grabschriften aus Gaza, welche Clermont-Ganneau mitgetheilt hat, sind drei von uns oben nicht berücksichtigt worden, da sie eine Sonderstellung einnehmen und über das Epochenjahr Gazas keinesfalls eine Entscheidung geben. Sie unterscheiden

[1] Pauly's Real-Encycl. Neue Bearbeitung, I (1894) col. 650 (im Artikel »Aera«).

[2] Noris, Annus et epochae (ed. Lips.), p. 492: Ita Gazenses Epocham deductam voluere non ab anno acceptae a Pompeio autonomiae, quod tunc urbs erat deserta; sed cum magna aedium parte restaurata curiam primum ordinaverant; quamvis acceptarum cladium imagines, ac non tantum vestigia Gabinio post sexennium proconsule Syriae adhuc in urbe passim apparerent. — Über Gabinius sagt Josephus Antt. XIV, 5, 3: *Ὅσαις ἐπετύγχανεν καθηρημέναις τῶν πόλεων κτίζειν παρεκελεύετο. Καὶ ἀνεκτίσθησαν . . . . Γαζα καὶ ἄλλαι οὐκ ὀλίγαι. Τῶν δὲ ἀνθρώπων πειθομένων οἷς ὁ Γαβίνιος προσέταττεν* u. s. w. Gabinius hat also nur befohlen, nicht unterstützt. Die neue Stadt ist nicht ganz an Stelle der alten, sondern in einiger Entfernung davon gebaut worden. Siehe Stark, Gaza und die philistaeische Küste S. 352 f. 509—513. Meine Gesch. des jüd. Volkes, II, 62.

sich bei aller sonstigen Verwandtschaft dadurch von den übrigen, dass das Jahresdatum nur eine zweistellige Ziffer bildet. Obwohl ihre Erörterung nicht zu unserem Thema gehört, mögen doch ein paar Worte über sie noch folgen. Die Daten lauten[1]:

1. *εν μη(νι) Δαισιω δι του γλ ετους ινδ. βι*
2. *εν μη(νι) Διου ζ του θλ ετους ινδ. γ*
3. *μη(νι) Διω θκ του ηπ ετους ινδ. ζ*

also 1. 14. Daisios, an. 33, ind. 12.
2. 7. Dios, an. 39, ind. 3.
3. 29. Dios, an. 88, ind. 7.

Die Intervalle der localen Aera stimmen mit den Intervallen der Indictionen. Denn wie vom Jahre 33 bis 39 sechs Jahre sind, so auch von ind. 12 bis ind. 3; und wie vom Jahre 39 bis 88 neunundvierzig Jahre sind, so auch von ind. 3 bis ind. 7 (nämlich 45 + 4). An der Richtigkeit der Datirungen ist also nicht zu zweifeln. Da die Inschriften in ihrem ganzen Charakter mit den anderen gazäischen Grabschriften übereinstimmen, so scheint die Annahme naheliegend, dass auch hier die gazäische Aera vorausgesetzt und die Ziffer für die Hunderte zu ergänzen ist. Nach dem Schriftcharakter müsste dies entweder 500 oder 600 sein. Aber keines von beiden ist möglich. Denn der 14. Daisios 533 Gaz. wäre = 8. Juni 473 n. Chr. Da im Jahre 462 eine Indictionenperiode beginnt, so fällt der Juni 473 in das 11. Jahr einer Indictionenperiode. Das Datum ind. 12 stimmt also nicht. Dasselbe ergiebt sich bei den Jahreszahlen 39 und 88. Versuchen wir es mit Ergänzung von 600, so ist das Resultat noch unbefriedigender. Der 14. Daisios 633 Gaz. wäre = 8. Juni 573 n. Chr. Eine Indictionenperiode beginnt 567 n. Chr. Das Datum ind. 12 ist also hier vollends unmöglich. Clermont-Ganneau hat nun in seinem Commentar[2] zu zeigen versucht, dass diese drei Grabschriften aus Askalon stammen und die Aera von Askalon voraussetzen. Das äussere Zeugniss für die Herkunft aus Askalon ist ziemlich schwach. Denn nur von einer, der letzten dieser Grabschriften, hörte Clermont-Ganneau, dass sie aus Askalon nach Gaza gekommen sein solle (p. 413: said to have come from Ascalon). Immerhin würde das schwache Zeugniss genügen, wenn es nur durch innere Gründe unterstützt würde. Aber Clermont-Ganneau muss, um seine These durchzuführen, den Anfangspunkt der Aera von Askalon in das Jahr 105 v. Chr. setzen. Unter Voraussetzung dieses Epochenjahres würden die Daten mit Ergänzung von 500 stimmen. Denn wenn Jahr 1 Askal. = 105/104

[1] Clermont-Ganneau II, 411—413.
[2] Archæological Researches in Palestine, II, 425—429.

v. Chr. = 649/650 a. U. c., so wäre Jahr 533 Askal. = 1181/1182 a. U. c. = 428/429 n. Chr. Da im Jahre 417 n. Chr. ein Indictionencyklus beginnt, so ist 428/429 n. Chr. in der That = ind. 12. Ebenso würden die anderen Daten stimmen. Aber die Voraussetzung dieser Rechnung ist falsch; denn die Aera von Askalon beginnt sicher nicht 105, sondern 104 v. Chr. Zu dem älteren Beweismaterial hierfür[1] ist in neuerer Zeit noch eine Papyrus-Urkunde über einen Sclavenkauf in Askalon vom Jahre 359 n. Chr. hinzugekommen[2]. Das Datum dieser Urkunde lautet: *Ὑπατείᾳ Φλ. Εὐσεβίου καὶ Φλ. Ὑπατείου τῶν λαμπροτάτων [τῇ πρὸ τεσσά]ρων εἰδῶν Ὀκτωβρίων, ἀγαθῇ τύχῃ, ἐν κολωνίᾳ Ἀσκ[άλωνι] τῇ πιστῇ καὶ ἐλευθέρᾳ, ἔτους δευτέρου ἑξηκοστοῦ τετρακοσιοστο[ῦ τοῦ] μηνὸς Γορπιαίου ιδ̄.* Die Consuln Eusebius und Hypatius sind die des Jahres 359 n. Chr. Setzen wir Jahr 1 Askal. = 104/103 v. Chr. = 650/651 a. U. c., so ist 462 Askal. = 1111/1112 a. U. c. = 358/359 n. Chr. Der Gorpiaios ist der letzte Monat des askalonitischen Jahres, ungefähr dem October entsprechend. Im gewöhnlichen Jahr ist der 14. Gorpiaios = 11. October. Wenn er in unserer Urkunde dem 12. October (IV. Id. Oct.) gleichgesetzt wird, so kommt dies daher, dass der Schalttag im askalonitischen Kalender an anderer Stelle eingefügt wird als im römischen. Es ist also Alles in Ordnung. Der 14. Gorpiaios des Jahres 462 Askal. ist = 12. October 359 n. Chr., unter der Voraussetzung, dass die Aera im Jahre 104 v. Chr. beginnt. Die Richtigkeit dieser Voraussetzung wird durch die Nennung der Consuln in unserer Urkunde über jeden Zweifel erhoben. Der Versuch, die Daten der fraglichen drei Inschriften auf die Aera von Askalon zurückzuführen, ist also nicht gelungen. Wie diese räthselhaften Daten zu erklären sind, vermag ich freilich nicht zu sagen. Verschiedene mit ihnen angestellte Versuche haben nicht zum Ziele geführt. Bei der Untersuchung über die Aera von Gaza mussten sie jedenfalls ausser Betracht bleiben.

[1] Siehe NORIS, Annus et epochae, V, 4, 1 (ed. Lips. p. 503–515). ECKHEL, Doctr. Num., III, 444–447. SANCLEMENTE, Mus. Sancl., Pars II, lib. IV, 99–114. IDELER, Handb. der Chronologie I, 473 f. STARK, Gaza S. 475 f. Die Münzen bei MIONNET, Descr., V, 523–533. Suppl. VIII, 365–370. DE SAULCY, Numismatique de la Terre Sainte, p. 178–208, 406, pl. IX–X.

[2] Herausgegeben von WILCKEN, Hermes, XIX, 1884, S. 417–431; und in: Aegyptische Urkunden aus den Königl. Museen zu Berlin, Griechische Urkunden, Bd. I, 1895, Nr. 316.



Zur Geschichte des athenischen Münzwesens.

Von Ulrich Köhler.

Hierzu Taf. XI.

Mr. Head ist in seinen verdienstlichen Untersuchungen über das athenische Münzwesen, in denen er die Untersuchungen Beulé's aufgenommen hat, unter Anderem zu dem Resultate gelangt, den Athenern sei am Schlusse des lamischen Krieges (322 v. Chr.) das Recht der Münzprägung entzogen worden und der Staat habe erst 100 Jahre später, nach der Befreiung von den makedonischen Besatzungen im Jahre 229, wieder angefangen, Geld zu emittiren: in diese Zeit werden die Monogrammenserien von ihm gesetzt[1]. Es wäre, mag man sich auf den rechtlich-politischen oder auf den nationaloekonomischen Standpunkt stellen, geschichtlich von nicht geringem Interesse zu wissen, das Münzrecht Athens habe in den Zeiten der makedonischen Suprematie vom Siege Antipater's bis zum Tode Demetrios' II. geruht.

Der englische Numismatiker hat unbestreitbar recht daran gethan, dass er die Ansicht Beulé's und der Älteren, die Monogrammenmünzen, an welche sich in den Typen der Vorder- und Rückseite sowohl wie in den Beizeichen die Tetradrachmen und Drachmen mit den ausgeschriebenen Beamtennamen nach unten hin anschliessen, seien in der Zeit nach dem lamischen Krieg geprägt, aufgegeben und die Münzen später angesetzt hat. Dass die Prägung der Monogrammenmünzen jünger sein muss, als Beulé geglaubt hat, wird durch Fundthatsachen hinreichend bewiesen. Ein in der ersten Hälfte der achtziger Jahre auf einer der Inseln gemachter Münzfund, den zu sehen ich seiner Zeit Gelegenheit hatte, enthielt neben einer grösseren Zahl von Alexanderdrachmen und mehr als zwanzig Tetradrachmen des Königs Lysimachos, diese in stempelfrischem Zustand[2], zwei Tetradrachmen und

[1] Head, *Hist. num.* S. 316; *Catalogue of Greek Coins. Attica* S. XXXI und XXXIII. Vergl. die Besprechung des *Catalogue* von Rudolf Weil, Berliner philol. Wochenschr. 1889 Sp. 630 ff.

[2] Eins von den Tetradrachmen (Alexanderkopf mit den Ammonshörnern, *Rs.* sitzende Pallas Nikephoros mit ΒΑΣΙΛΕΩΣ ΛΥΣΙΜΑΧΟΥ und Monogramm als Beizeichen) liegt mir vor.

des Marcus Diaconus, dass das gazäische Jahr erst mit dem Dios beginne, wird also bestätigt. Endlich sehen wir aus den Grabschriften vom Jahre 601 Gaz., dass die Ergänzungstage (Ἐπαγόμεναι) nicht, wie Noris vermuthet hatte, an den Schluss des Jahres fallen, sondern wirklich vor den Gorpiaios. Denn das Datum »4. Epagomene 601« ist = ind. 4, aber das Datum »4. Gorpiaios 601« = ind. 5. Die Gazäer haben also bei Übernahme des ägyptischen Kalenders die Ergänzungstage da stehen lassen, wo sie in diesem stehen, obwohl sie das Jahr zwei Monate später schlossen.

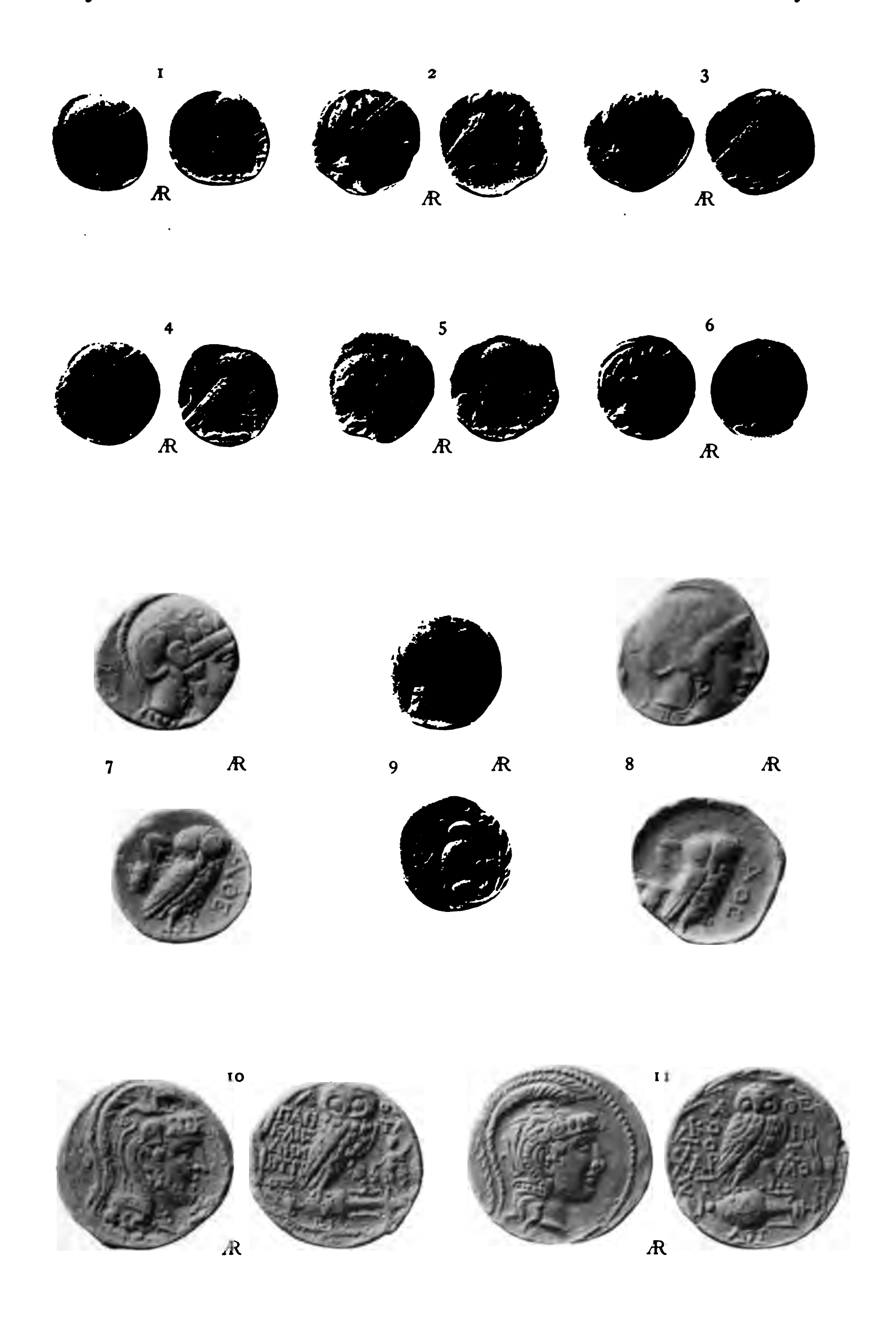
Als sicheres Resultat steht somit fest, dass die Aera von Gaza am 28. October 61 v. Chr. beginnt. Das Motiv derselben kann kaum zweifelhaft sein. Die Stadt ist durch Pompeius von der jüdischen Herrschaft befreit und auf Befehl des Gabinius neu gebaut worden[1]. Aber Gabinius ist erst im Jahre 57 (nachdem er im Jahre 58 das Consulat bekleidet hatte) nach Syrien gekommen. Auf seine Thätigkeit kann also die Aera vom Jahre 61 nicht zurückgehen. Es bleibt nur Pompeius übrig. Dieser war im Jahre 64–63 v. Chr. in Syrien. Im Jahre 63, unter Cicero's Consulat, hat er Jerusalem erobert, das jüdische Königthum gestürzt und die Dinge in Judaea neu geordnet. Nicht nur sämmtliche Küstenstädte von Raphia bis Dora, sondern auch die hellenistischen Städte im Ostjordanlande, dazu noch Skythopolis und Samaria, wurden den Juden abgenommen und für frei erklärt, d. h. unter die directe Oberaufsicht des römischen Statthalters von Syrien gestellt. Damit beginnt für diese Städte eine neue Epoche, welche viele auch durch Einführung einer eigenen Zeitrechnung bemerklich machten. Diese »pompeianische Aera« ist nicht eine von Pompeius für ganz Syrien gleichmässig eingeführte officielle Provinzial-Aera. Wenn Kubitschek die Meinung bestreitet, »dass Pompeius 64 v. Chr. eine für Syrien oder eine bestimmte Kategorie syrischer Städte obligate Aera begründet habe«, so hat er ohne Zweifel Recht[2]. Eine solche Meinung konnte aber, vollends mit der Zahl 64, auch nur von recht unvollständig Orientirten gehegt werden. Es ist ja bekannt, dass die »pompeianische« Aera von verschiedenen Städten verschieden angesetzt wurde[3]. Damit fällt von selbst ihr Charakter als der einer officiellen einheitlichen Provinzial-Aera. Ihre weite Verbreitung, namentlich in der Nachbarschaft Palaestinas, ist trotzdem unbestreit-

---

[1] Pompeius: Joseph. Antt. XIV, 4, 4. Bell. Iud. I, 7, 7. Gabinius: Joseph. Antt. XIV, 5, 3.

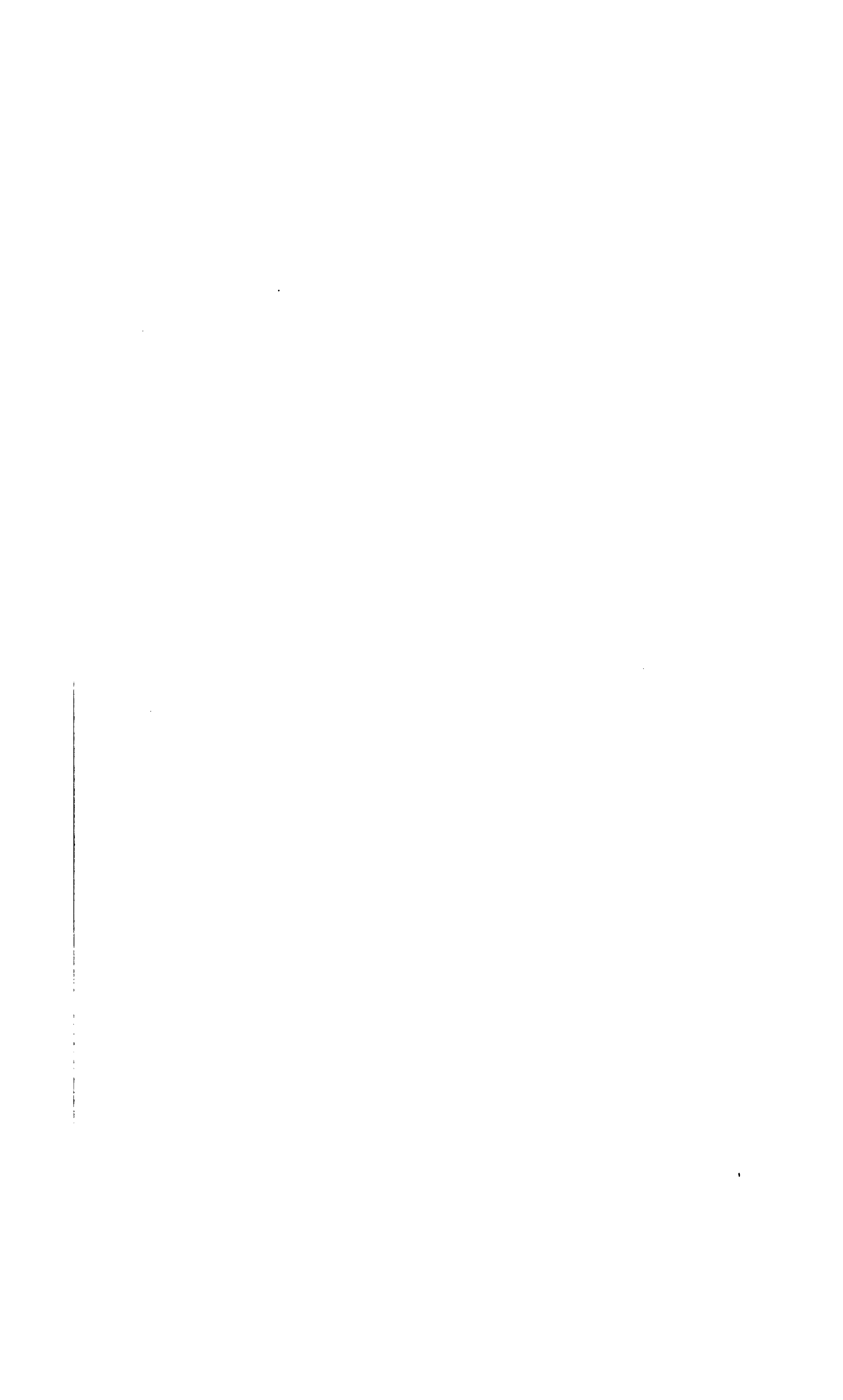
[2] Kubitschek, Über die Pompeius-Aera in Syrien (Archaeologisch-epigraphische Mittheilungen aus Österreich-Ungarn, XIII, 1890, S. 200–209), S. 202.

[3] Sanclemente, Musei Sanclementiani Numismata selecta, Pars II, lib. IV, 1809, p. 2: Neque enim Pompeiana Epocha ab uno eodemque anno U. C. Varr. DCXC initium habuit; sed urbes aliae Coelesyriae citius, serius aliae eandem inchoarunt.



Köhler: Zur Geschichte des athenischen Münzwesens.

Lichtdruck der Reichsdruckerei.



6. Wie oben. *Rs.* unterhalb ΑΘΕ in kleineren Schriftzügen ΝΕ, links im Felde Kranz mit undeutlichem Monogramm in der Mitte. *Gew.* 4.22 Grm. Taf. XI, 6. Sammlung Löbbecke (früher in der Sammlung Photiadis, n. 583 in dem Katalog von Fröhner).
7. Wie oben. *Rs.* rechts im Felde korinthischer Helm als Beizeichen. *Gew.* 4.20 Grm. Sammlung von Heldreich. Beschr. *Rev. num.* 1890 S. 56, 5. — Ein zweites Exemplar hat sich in der Sammlung Photiadis befunden, Kat. 584.
8. Wie oben. *Rs.* oberhalb des Ölbaumzweiges der Buchstabe Υ. *Gew.* 4.22 Grm. — London; abgeb. *Catal. Attica* Taf. V, 8.
9. Wie oben. *Rs.* links im Felde Dreizack als Beizeichen. *Gew.* 4.146 Grm. London; abgeb. *Catal. Attica* Taf. V, 9.
10. Wie oben. *Rs.* Hintertheil eines Schiffes als Beizeichen. *Gew.* 4.082 Grm. London; abgeb. *Catal. Attica* Taf. V, 10.
11. Wie oben. *Rs.* links im Felde ΝΕ. *Gew.* 3.90 Grm. Sammlung H. B. Earle Fox. Abgeb. *Rev. num.* 1890 Taf. III, 3 zu S. 56. — Ein zweites Exemplar hat sich in der Sammlung Photiadis befunden (Kat. 585), wenn die beiden Stücke nicht etwa identisch sind.
12. Wie oben. *Rs.* rechts im Felde der Buchstabe Η. *Gew.* 4.20 Grm. Paris; abgeb. *Rev. num.* 1890 Taf. III, 4 zu S. 56.
13. Wie oben. *Rs.* links im Felde undeutliches, nur zum Theil ausgeprägtes Beizeichen. *Gew.* 4.21 Grm. Berlin.

Tetradrachmen.

14. Wie oben. *Rs.* links im Felde Gorgoneion als Beizeichen. *Gew.* 16.90 Grm. Sammlung Löbbecke (aus der Sammlung Photiadis, Katalog von Fröhner 561). Taf. XI, 7. — Berlin (aus der Sammlung Prokesch), verscheuert. *Gew.* 17.125 Grm. — Es ist das zu der oben 5 beschriebenen Drachme gehörige Tetradrachmon.
15. Wie oben. *Rs.* links im Felde Stierkopf von vorn als Beizeichen. *Gew.* 16.72 Grm. Taf. XI, 8. Berlin (aus der Sammlung Prokesch). — London; abgeb. *Catal. Attica* Taf. VII, 12; *Gew.* 16.783 Grm.

Dass die vorstehend beschriebenen Münzen[1] derselben Zeit angehören, zeigt der Stil ohne Weiteres. Eigenthümlich ist denselben die Verbindung der alten Typen mit bildlichen Beizeichen, Monogrammen

[1] Die Stücke 6 und 14 sind abgebildet nach Abdrücken, welche Hr. Löbbecke mir mit dankenswerther Liberalität zur Publication mitgetheilt hat. Zu nicht minderem Danke bin ich Hrn. Dressel verbunden, der mich bei der Zusammenstellung der Tafel mit Rath und That unterstützt hat.

oder Buchstaben zur Unterscheidung der einzelnen Jahre; diese Prägungen müssen den Monogrammenserien des »neuen Stils« unmittelbar vorausgegangen sein, gehören demnach in die Zeiten des Königs Demetrios und seines Vorgängers Antigonos Gonatas, in denen Attika militärisch besetzt und also thatsächlich von Makedonien abhängig war[1]. Die Eroberung Athens durch Antigonos im chremonideischen Kriege (um 263) hatte zur unmittelbaren Folge, dass die Stadt sowohl wie die Landschaft von den Makedoniern besetzt wurde. Einige Jahre später, als der Krieg mit Aegypten beigelegt war und sich die Dinge in Griechenland beruhigt hatten, erlöste Antigonos die Hauptstadt von der Garnison, während der Piraeus und die übrigen festen Plätze des Landes die Besatzungen behielten. Nach einer Notiz aus Eusebios hat Antigonos im Jahre 255 den Athenern die Freiheit zurückgegeben (*τὴν ἐλευθερίαν ἀπέδωκεν* Euseb. II S. 120 Sch.). Man pflegt diese Notiz mit der anderweitig bezeugten Zurückziehung der Besatzung von dem Museion zu erklären, jedoch ist wohl möglich, dass Antigonos am Schlusse des chremonideischen Krieges sich mit der Besetzung von Attika nicht begnügt und dass Athen mehrere Jahre lang in der Verwaltung unter einem Beamteten des makedonischen Königs gestanden hat. Die in nur wenigen Exemplaren bekannten Tetradrachmen des Antigonos Gonatas mit dem Panskopf auf dem Schilde und der blitzschleudernden Athene in archaistischem Stil, welche als Beizeichen den Kalathos führen, sind nach einer, wie es scheint, richtigen Vermuthung in den Jahren 263—255 in Athen geprägt worden[2]. Die

---

[1] Aus den Zeiten des strengen Stils sind mir drei Münzen mit Beizeichen, die nicht stehend gewesen sind, bekannt: 1. das pariser Tetradrachmon mit Kopf und Nackenansatz eines Stieres als Beizeichen (Beulé S. 37); 2. Drachme in Berlin; auf der *Rs.* ΑΘ und Palmenbaum als Beizeichen (*Gew.* 4.014 Grm.); 3. Drachme in Berlin; auf der Rückseite ΑΘ und als Beizeichen Zierat nach Art einer stilisirten Blume oder einer Palmette (nach einer handschriftlichen Notiz von Jul. Friedländer, Blitz; *Gew.* 4.09 Grm.). Die beiden Drachmen nähern sich dem freien Stil, sind aber jedenfalls älter als die Mitte des vierten Jahrhunderts. Das Tetradrachmon ist wegen der Beizeichen in Beziehung zu der Verbindung Athens mit Samos in den ersten Zeiten des Seebundes gebracht, von Anderen ist vermuthet worden, dasselbe sei um das Jahr 411 von den Athenern in Samos geprägt worden; nachdem inschriftlich bekannt geworden ist, dass die Samier nach der Schlacht von Aigospotamoi in das athenische Bürgerrecht aufgenommen worden sind, liegt die Vermuthung nahe, die Münze sei damals geschlagen. Aber man wird das Tetradrachmon, was die Erklärung anlangt, für's erste von den beiden Drachmen nicht trennen dürfen (dass das Tetradrachmon mit den samischen Typen, auf welchem Borrel ΣΑ ΑΘΕΝ gelesen und daraus auf eine Münzconvention zwischen den beiden Staaten geschlossen hat, überprägt ist, hat Percy Gardner, *Samos and Samian Coins* S. 45 f., bemerkt). Für die oben im Text behandelten Fragen kommen die vorstehend beschriebenen Münzen jedenfalls nicht in Betracht.

[2] J. P. Six, *Annuaire de Num.* 1882 S. 27 ff. Als beweiskräftig kann allerdings nur der Kalathos angesehen werden, der auf anderen als athenischen Münzen meines Wissens nicht vorkommt. Die *ἀντιγόνεια τέτραχμα C. I. A.* II 836, welche von Six für

oben beschriebenen Prägungen werden begonnen haben, nachdem das Verhältniss zu Antigonos geregelt war; mit diesen Münzen über die Mitte des dritten Jahrhunderts zurückzugehen, verbietet der Schriftcharakter der Legenden. Athen hat, während es von Antigonos und Demetrios abhängig war, als nominell verbündeter, d. h. autonomer Staat das volle Münzrecht besessen, aber nach dem gegenwärtigen Bestande des Materials zu urtheilen ist das Grossstück, das Tetradrachmon, nur ausnahmsweise geprägt worden; die Silberprägung war wesentlich auf die Drachme beschränkt, während in den Monogrammenserien umgekehrt neben dem Tetradrachmon die Drachme fast ganz fehlt[1], und auch die Drachmenprägung scheint sich in bescheidenen Grenzen gehalten zu haben. Athen hatte seit dem Ausgang des vierten Jahrhunderts schwere Krisen durchgemacht; das Land war verarmt und das Selbstbewusstsein und der nationale Stolz der Bürger gebrochen. Als Scheidemünze scheinen damals die Bronzestücke geprägt worden zu sein, welche auf der Hauptseite einen bärtigen Zeuskopf, auf der Rückseite das Bild der blitzschleudernden Athene in archaistischem Stil mit verschiedenen Beizeichen tragen[2]. Dass Antipater den Athenern das Münzrecht entzogen habe, halte ich weder für erweislich noch für wahrscheinlich, wenn sich auch in dem bekannten Material die in die Zeit zwischen dem lamischen und dem chremonideischen Krieg gehörigen Prägungen nicht ausscheiden lassen.

Nach dem Tode des Königs Demetrios war es den Athenern möglich, sich der makedonischen Besatzungen zu entledigen; damit begann wieder eine Zeit relativer Blüthe für Athen, in der es im Anschluss an Aegypten und Rom und bald auch an Pergamon sich wenigstens einer scheinbaren Unabhängigkeit und Selbständigkeit erfreute. Der Wohlstand der Stadt hatte sich während der längeren Friedenszeit wieder gehoben; eine der ersten Maassregeln, welche nach der Befreiung die politischen Führer des Volkes, das Brüderpaar Mikion und Eurykleides in's Werk setzten, war die Herstellung der Festungswerke der Haupt- und der Hafenstadt. Der Aufschwung, welchen Athen genommen hatte, gab sich auch auf dem Gebiete des Münz-

---

Münzen des ersten Antigonos erklärt worden sind, könnten in Athen geprägte Tetradrachmen des Antigonos Gonatas sein; die Inschrift ist jünger als früher geglaubt wurde (s. z. *C. I. A.* IV 2, 618*b* über die Zeit des Archontates des Diomedon).

[1] Eine Ausnahme bildet die Serie mit der Ähre als Beizeichen (Beulé S. 165), deren in mehreren Varietäten vorkommende Drachme gar nicht selten ist, wenn anders diese Stücke wirklich alle derselben Serie angehören, wie geglaubt wird.

[2] Vergl. Beulé S. 386; *Cat. of Gr. C. Attica* 582—584, Taf. XV, 2. Eine Bronzemünze mit denselben Typen und der Legende ΒΑΣΙ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ ist abgebildet bei Postolakas, *Κατάλογος* I Taf. V, 1619, der sie Demetrios Poliorketes zutheilt. Sollte die Münze nicht Demetrios II. gehören?

Pertinax hat nur drei Monate lang regiert (Januar bis März 193). Wenn eine Münze von ihm mit sicherer Lesung erhalten wäre, so würde sie für die Ansetzung der Aera entscheidend sein. Aber das angebliche Datum ЄNC, welches in einem Kataloge von ROLLIN und FEUARDENT erscheint, ist von vorn herein unmöglich, da es eine Münze des Severus mit dem Datum ΔNC giebt. Die andere oben erwähnte Münze (mit dem Datum ΔNC) beschreibt DE SAULCY nach einem Exemplare des französischen Münzcabinets und einem solchen des Britischen Museums. Auf ersterem ist nach DE SAULCY kein Datum lesbar, während MIONNET das Datum ANC gegeben hatte; auf letzterem liest DE SAULCY AYT·K·ЄΛ·ΠЄPTINAΞ und das Datum ΔN, was zu ΔNC zu ergänzen wäre, also 254 Gaz. = 193/194 n. Chr. Hiernach würde die Münze frühestens Ende 193 geprägt sein, als Pertinax längst todt war. Aber die Münze ist keineswegs, wie DE SAULCY sagt, eine belle pièce, sondern schlecht erhalten, in very bad condition, wie Hr. HILL vom Britischen Museum mir gütigst mittheilt und ein mir vorliegender Gipsabguss bestätigt. Über das Datum schreibt Hr. HILL: The letters look more like ΔN than anything else. They are certainly not ΓN. There is no trace of C, nor is there any place where it might have stood. Auf dem Gipsabguss sehe ich nur N deutlich, die vorhergehende Ziffer scheint Δ gewesen zu sein, ist aber unsicher. Das C scheint mit dem Gewand der danebenstehenden Figur so eng zusammenzuhängen, dass es von diesem nicht zu unterscheiden ist. Hiernach ist das Datum ΔNC wohl wahrscheinlich. Aber es ist höchst fraglich, ob die Münze dem Pertinax gehört. MIONNET (V, 547 n. 170) hat sie auf Grund des Pariser Exemplares dem Septimius Severus zugeschrieben, der auch Pertinax hiess; und das Londoner Exemplar ist ebenfalls dieser Lesung günstig. Zwar hat Hr. HILL Bedenken dagegen, weil ЄPTINAK deutlich dasteht und dieser Name in dem Titel des Septimius Severus sonst nicht ausgeschrieben vorkommt. Aber die Reste der vorhergehenden Buchstaben sind in dem Londoner wie in dem Pariser Exemplar der Beziehung auf Pertinax ungünstig. Hr. IMHOOF-BLUMER, welchem ich den Gipsabguss des Londoner Exemplares mittheilte, schreibt mir gütigst: »Die Lesung der Umschrift der Vs. ist wohl, ähnlich wie bei MIONNET, AYT·Y (statt K?) Λ·CЄ·C[ЄYH·Π]ЄPTINAK. Für Pertinax müsste AYT·Π·ЄΛOYIOC·Π . . . stehen, was aus den Spuren der Umschrift nicht herauszukriegen ist. Ich halte daher mit Ihnen das Münzportrait für Septimius Severus.«

Von den übrigen Münzen giebt nur noch die der Paula, der Gemahlin Elagabal's, Anlass zu näheren Erörterungen. Über die Heirathen Elagabal's berichtet Dio 79, 9, er habe zuerst die Cornelia

wie in zwei Stränge auslaufenden Gegenstand. Auf der Amphora B (oder K?); unterhalb des Gefässes ΔΙ (das zweite Zeichen unsicher). Im Ölkranze. *Gew.* 17.05 Grm. Versintert; auf Kreta zum Vorschein gekommen. Taf. XI, 10.

Der Stil des Athenekopfes weist die Münze in die erste Zeit nach dem Aufhören der Monogrammenserien, d. h. in den Anfang des zweiten Jahrhunderts ungefähr; dazu stimmt es, dass zwei Beamtete, nicht drei, wie in jüngerer Zeit, auf der Rückseite genannt sind. Der Name des an erster Stelle Genannten *Παντακλῆς* ist inschriftlich als im Demos Plotheia heimisch bezeugt; ebenso steht inschriftlich fest, dass im Cult der Demoten von Plotheia Herakles die vornehmste Stelle eingenommen hat[1]. Hiernach ist man berechtigt, den auf der Münze abgebildeten Heros Herakles zu nennen und von Theseus abzusehen. Auch so vermag ich den Gegenstand, welchen der Heros in der Rechten hält, nicht zu erklären; aber was weiss man auch von der Cultsage der Plotheer.

Von den beiden Serien, welche an der ersten Stelle den römischen Namen *Κοῖντος* tragen, war die mit den zwei Ähren als Beizeichen bisher nur durch ein, wie sich mir gezeigt hat, beschädigtes und von Beulé S. 322 ungenau wiedergegebenes Exemplar bekannt, welches mit der Sammlung Prokesch in das Berliner Cabinet gekommen ist. Ein in meinen Besitz gekommenes Exemplar von tadelloser Erhaltung (Taf. XI, 11, *Gew.* 16.28 Grm.) giebt als »Beamtennamen« ΚΟΙΝΤΟΣ ΧΑΡΜΟ(ς) ΣΤ(-), dazu auf der Amphora Δ und unterhalb des Gefässes ΑΓ. An der Stelle des zweiten Namens bietet die Abbildung bei Beulé ΧΑΡΙ ΑΣ, aber auf dem Original ist ΧΑΡ ΜΟ deutlich erkennbar; dagegen steht an der dritten Stelle auf dem Berliner Exemplar ΣΤΑ (das Α wegen des beschränkten Raumes etwas unterhalb der Linie), was Beulé zu ΣΤΑ(*διεύς*) ergänzt hat. Die Schriftzeichen auf und unter der Amphora sind auf diesem Exemplare verwischt. Die zweite *Κοῖντος*-Serie, in deren Beizeichen, einer von einer Nike bekränzten thronenden Figur in langem Gewande mit Schwert und Speer, ich das Bild der Roma erkenne, scheint mir dem Stil nach etwas jünger zu sein als die Serie mit den Ähren[2].

---

[1] Grabschrift des *Παντακλῆς Πανταινέτου Πλωθειεύς*, gefunden an der Stelle des alten Plotheia, *C. I. A.* IV 2, 2482*c*. — *C. I. A.* II, 570.

[2] Die sitzende Roma allein (ohne die Nike) erscheint als Beizeichen auf einer der drei Serien Xenokles — Harmoxenos (die Abbildung bei Beulé S. 355 ist ungenau, die Figur stützt sich mit der erhobenen Rechten nicht auf ein oben bekröntes Scepter, sondern auf einen Speer). Die Einführung des Romacultes in Athen (Wachsmuth, Die Stadt Athen I S. 640 f.; Curtius, Stadtgeschichte von Athen S. 248) ist zeitlich unbestimmt, reicht aber gewiss in das zweite Jahrhundert zurück.

Mr. Head hat die Serien mit den ausgeschriebenen Namen nach stilistischen Kriterien zeitlich in der Weise classificirt, dass an die Monogrammenserien sich Serien mit zwei Namen anschliessen, auf diese die Serien mit drei Namen folgen und Serien mit drei oder zwei Namen den Schluss bilden; und man wird ihm im Wesentlichen beistimmen müssen. Die Hoffnung, dass eine Inschrift Aufklärung über die Verwaltung des Münzwesens in dem ersten Handelsstaat Griechenlands, für welche die litterarische Überlieferung versagt, gewähren würde, ist bisher unerfüllt geblieben; auch die athenische Politie des Aristoteles hat die Erwartung, die man in dieser Hinsicht hegen durfte, getäuscht. Der dritte Name der Münzen wechselt bekanntlich in der Regel mit dem Buchstaben auf der Amphora; da diese Buchstaben die Reihe Α bis Μ umfassten, so war der Glaube, der dritte Name bezeichne einen von Prytanie zu Prytanie wechselnden Beamteten, gerechtfertigt; vereinzelte Angaben über das Vorkommen des Ν auf der Amphora wurden durch Lese- oder Prägefehler erklärt. Sorgfältige Untersuchungen haben indess gezeigt, dass in der That auf manchen Münzen das Ν steht, und die Zahl der nachgewiesenen Fälle ist, wenn auch relativ beschränkt, doch an sich zu gross, als dass füglich überall Prägefehler angenommen werden könnten. Die Lösung der Aporie schien gegeben zu sein, als constatirt wurde, dass am Schlusse des dritten Jahrhunderts zeitweilig 13 Phylen existirt haben und dementsprechend auch die Zahl der Prytanien dreizehn gewesen ist. Allein unter den am vollständigsten von Rudolph Weil[1] zusammengestellten Münzen mit Ν auf der Amphora gehört nur eine einer Monogrammenserie, die übrigen den Serien mit den ausgeschriebenen Namen an; diese Serien können unmöglich alle in das dritte Jahrhundert zurückgeschoben werden. Damit ist gesagt, dass die Buchstaben der Amphora sich auf die M o n a t e beziehen und dass die verhältnissmässig wenig zahlreichen Serien, in denen die Reihe bis Ν reicht, aus Schaltjahren stammen. Aber eine monatliche Amtsbefristung ist dem athenischen Staatsrecht fremd; also findet eine directe Beziehung zwischen dem Buchstaben der Amphora und dem dritten Namen nicht statt; dass mit diesem Namen ein prytanienweise wechselnder Beamteter oder Commissar bezeichnet ist, bleibt bestehen.

In der des Öftern aufgeworfenen Frage, wann die Silberprägung der Athener endgültig aufgehört habe, erklärt sich Mr. Head, wenn

---

[1] A. a. O. Sp. 632 f. (vergl. Head, *Num. chron.* 1889 S. 231 f.). Zu den von Weil aufgezählten Serien kann ich die Serie *Θεόφραστος — Σώτας* hinzufügen; das Tetradrachmon mit dem Ν auf der Amphora, ΣΩ unter dem Gefäss und ΦΑΛΑ(?) als Abbreviatur des dritten Namens (vergl. Beulé S. 310) wurde Anfang der achtziger Jahre von mir im Handel gesehen.

auch mit Reserve, dafür, dieselbe habe den mithridatischen Krieg nicht überdauert, hat sich aber dabei in einen Widerspruch verwickelt. Er setzt die beiden Münzserien ohne ΑΘΕ, die mit den zwei Tropaeen und die mit den Monogrammen, in die Jahre 85 und 84, und die Tetradrachmen mit ΑΘΕ und ΟΔΕΜΟΣ in das Jahr 83; hierauf sei den Athenern von den Römern das Recht der Silberprägung entzogen worden. Wenn bei den Römern die Absicht bestanden hätte, den Athenern das Prägerecht zu entziehen, so würden diese schwerlich in der Lage gewesen sein, am Schlusse des Krieges noch auf den Namen der Stadt geprägtes Silbergeld zu emittiren. Die Gründe, welche mich früher bewogen haben, die vier Dioklesserien nach dem Vorgange Anderer in die Zeit um die Mitte des ersten Jahrhunderts zu setzen, halte ich im Wesentlichen nach wie vor für beweiskräftig; damit kommt man in die Nähe des römischen Principates[1]. Ob nach dem für Athen ruinösen Kriege regelmässig oder, wie nach dem vorliegenden Material anzunehmen ist, in längeren oder kürzeren Zwischenräumen Silbergeld emittirt worden ist, thut nichts zur Sache.

[1] Zeitschr. für Num. XII S. 110 ff. (hinsichtlich des Diokles von Melite vergl. *C. I. A.* IV 2, 630*b*). — Head, *Catal.* S. LV ff.

Ausgegeben am 29. October.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1896.
XLII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

29. October. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Möbius las: Über die aesthetischen Eigenschaften der Foraminiferen, Radiolarien und Spongien.

2. Der Vorsitzende legte vor: Anonymus Londinensis. Deutsche Ausgabe von Heinr. Beckh und Franz Spät. Berlin, G. Reimer, 1896.

3. Die Akademie hat am 21. d. M. ihr correspondirendes Mitglied Hrn. J. Fr. Hittorf in Münster durch die umstehend folgende Adresse beglückwünscht.

4. Die physikalisch-mathematische Classe hat zur Ausführung wissenschaftlicher Unternehmungen bewilligt: Hrn. Prof. Dr. Maximilian Curtze zu Thorn zu Vorarbeiten für eine Geschichte der Geometrie des Mittelalters 1000 Mark; Hrn. Dr. Karl Kamillo Schneider zu Heidelberg, z. Zt. in Wermsdorf (Königreich Sachsen), zu Untersuchungen über Hydroidpolypen auf der zoologischen Station in Rovigno 900 Mark.

5. Die philosophisch-historische Classe hat zu wissenschaftlichen Unternehmungen bewilligt: ihrem Mitgliede Hrn. Schmoller zur Herausgabe der »Fridericianischen Correspondenz« weitere 1000 Mark; ihrem Mitgliede Hrn. Conze zum Zwecke einer von dem Ingenieur bei den Berliner Wasserwerken Hrn. Giebeler auszuführenden erneuten Untersuchung der in Pergamon entdeckten Druckwasserleitung 1000 Mark; dem ordentlichen Professor an der Universität Kiel Hrn. Dr. Arthur Milch-

HOEFER zu einer topographischen Untersuchung von Attica 1500 Mark; Hrn. Oberlehrer Dr. PAUL WENDLAND in Charlottenburg zur Vollendung der von der Akademie angeregten Philoausgabe 600 Mark.

6. Das revidirte und vom Ministerium genehmigte Statut der LOUBAT-Stiftung wurde vorgelegt und Abdruck desselben in diesem Sitzungsberichte beschlossen.

Die Akademie verlor durch den Tod die correspondirenden Mitglieder der physikalisch-mathematischen Classe, Hrn. PHILIPP LUDWIG VON SEIDEL, gestorben am 13. August in München, und Hrn. ARMAND-HIPPOLYTE-LOUIS FIZEAU, gestorben am 21. September in Paris.

Adresse an Hrn. Johann Friedrich Hittorf zum fünfzigjährigen Doctorjubilaeum am 21. October 1896.

Hochgeehrter Herr College!

Indem die Königliche Akademie der Wissenschaften Ihnen zu der Jubelfeier Ihrer Promotion herzliche Glückwünsche sendet, erinnert sie sich dankbar des hervorragenden Antheils Ihrer Arbeit an dem Fortschreiten Ihrer Wissenschaften, der Physik und der physikalischen Chemie, in den verflossenen fünfzig Jahren.

In Ihrer scharfsinnigen Untersuchung des Selens und des Phosphors wiesen Sie den Zusammenhang der Allotropie mit der von dem Körper aufgenommenen Wärmemenge nach. Sie stellten die physikalischen Eigenschaften der Substanz in den verschiedenen Zuständen, insbesondere bezüglich der Dampfspannung fest und fanden merkwürdige Beziehungen der Allotropie zu dem elektrischen Leitvermögen.

Die Hauptarbeit Ihrer früheren Forschung aber war auf die Elektrolyse der Lösungen gerichtet. Es ist schwer zu sagen, ob die Bewunderung, zu welcher diese Arbeiten zwingen, mehr der Exactheit und Ausdauer bei der Bestimmung der Ionenwanderung entspringt, einer der mühsamsten jemals angestellten experimentellen Forschungen, deren Resultate durch spätere Arbeiten nur bestätigt und kaum erweitert worden sind, oder aber der Folgerichtigkeit und Stetigkeit Ihrer Anschauungen über die elektrolytischen Vorgänge. Durch Sie allein sind wir an die richtigen Vorstellungen gewöhnt worden, welchen Sie gegen den Widerspruch selbst hervorragender Physiker Geltung verschaffen mussten, und von denen Sie später die Freude erlebt haben, dass sie das Fundament für einen grossen Theil der neueren physikalischen Chemie geworden sind.

Von ähnlicher grundlegender Bedeutung war die andere grosse Arbeit Ihres Lebens, die Erforschung der Vorgänge bei der elektrischen Entladung in Gasen. Schon in der ersten Entwickelungszeit der Spectralanalyse hatten Sie Sich mit Plücker an der verdienstvollen

Classification der Spectra betheiligt. Ihre späteren grossen Arbeiten umfassten die Gasentladung in der Hauptsache nach allen Seiten ihrer Gesetze.

Sie waren der Erste, welcher einen der merkwürdigsten Vorgänge in der Natur, dessen Fruchtbarkeit für die Wissenschaft und in der letzten Zeit auch für das Leben noch nicht bis zum Ende abgesehen werden kann, die Kathoden-Entladung im luftverdünnten Raume, in seiner vollen Entwickelung zur Anschauung brachte. Sie zuerst stellten das Vacuum in der hierzu nothwendigen und später nicht übertroffenen Vollkommenheit her und beobachteten und beschrieben die Ausbreitung und die vielseitigen Wirkungen der Kathodenstrahlen in musterhafter Weise. Zugleich gelang es Ihnen, diese Vorgänge der elektrischen Messung zugänglich zu machen und nach der Seite der Stromvertheilung wie des Leitungswiderstandes zu verfolgen. Dabei ergab sich, dass die Elektricitätsleitung der Gase ganz anderen Gesetzen folgt, als diejenige in Metallen oder Elektrolyten. Grosse Dienste leisteten bei dieser Forschung Ihre, für die damalige Zeit im grössten Stile ausgeführten Stromerzeuger, mittels deren Sie die intermittirende Entladung durch eine solche ersetzten, deren continuirliche Baschaffenheit, entgegen der verbreiteten Meinung, durch sinnreiche Hülfsmittel von Ihnen nachgewiesen wurde. Auch an den neueren Aufschlüssen über die Natur des Leuchtens im allgemeinen haben Sie bei diesen Gelegenheiten einen verdienstvollen Antheil genommen.

Ihre Arbeit, hochgeehrter Herr College, bildet ein classisches Beispiel für die Erfolge, welche durch die Concentration der Forschung erreichbar sind. Die Wissenschaft wird Ihnen für alle Zeiten zu tiefem Dank verpflichtet sein.

Die Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften.

Statut der Graf Loubat-Stiftung.

Nachdem der Graf (jetzt Herzog) Joseph Florimond Loubat aus New York der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften 22871 Mark 55 Pf. zum Zweck einer Preisstiftung, welche die americanistischen Studien fördern soll, und 2400 Mark zum Zwecke einer ersten besonderen Preisvertheilung überwiesen, die Akademie ihre Bereitwilligkeit zur Annahme dieser Stiftung am 22. Januar 1889 ausgesprochen und Se. Majestät der Kaiser und König die landesherrliche Genehmigung am 27. Februar 1889 ertheilt hat, war ein vom vorgeordneten Ministerium am 2. Juli 1889 genehmigtes Statut für die Stiftung festgestellt worden, das in den Sitzungsberichten der Akademie vom 25. Juli 1889 veröffentlicht worden ist. Im Jahre 1896 sind dann von der Akademie im Einverständniss mit dem Herzog Loubat einige Abänderungen dieses Statutes getroffen worden, welche durch Ministerialerlass vom 21. Juli desselben Jahres genehmigt worden sind. Das also abgeänderte Statut hat folgenden Wortlaut.

§ I.

Zweck der Stiftung.

Alle fünf Jahre soll durch die Akademie der Wissenschaften ein Preis von 3000 Mark an diejenige gedruckte Schrift aus den weiterhin näher specialisirten Gebieten der americanistischen Studien, welche unter den der Akademie eingesandten oder ihr anderweitig bekannt gewordenen als die beste sich erweist, ertheilt werden. Die Akademie setzt einen Termin fest, bis zu welchem die Schriften eingesandt und in Berlin eingetroffen sein müssen.

Die americanistischen Studien werden zum Zwecke der Preisbewerbung in zwei Gruppen getheilt: die erste umfasst die praecolumbische Alterthumskunde von ganz America (Nord-, Central- und Südamerica); die zweite begreift die Geschichte von Nordamerica, insbesondere dessen Colonisation und neuere Geschichte bis zur Gegenwart. Die Bewerbung um den Preis und die Zuerkennung desselben beschränkt sich jedesmal und zwar abwechselnd auf die eine dieser

beiden Gruppen und auf Schriften, welche innerhalb der letzten zehn Jahre erschienen sind. Als Schriftsprache ist die deutsche, englische, holländische, französische und spanische zuzulassen.

§ II.

Verwaltung der Stiftung.

Die Königliche Akademie der Wissenschaften übernimmt die Verwaltung der Stiftung nach Maassgabe dieses Statuts und vertritt die Stiftung nach aussen.

Das Vermögen der Stiftung, das pupillarisch sicher angelegt wird, und dessen Ertrag zu keinen anderen als den Stiftungszwecken verwandt werden kann, wird mit dem Vermögen der Akademie verwaltet und zwar nach den Bestimmungen, welche für dieses in den Statuten der Akademie festgesetzt sind. In den Rechnungen wird das Vermögen der Stiftung als ein in sich geschlossenes Ganzes mit Einnahme und Ausgabe für sich aufgeführt.

Dieselbe Commission, welche die Akademie zum Zweck der Ertheilung des Preises einsetzt, sieht alljährlich die Rechnung des vergangenen Jahres ein und legt der Akademie ihre etwaigen Bemerkungen zur Erledigung vor.

In den Jahren, in welchen kein Preis ertheilt wird, werden die Zinsen zu einem besonderen Fonds (Praemienfonds) gesammelt, soweit nicht durch die Bekanntmachung des Preisausschreibens oder durch die Vorberathung der Preisertheilung Kosten entstehen. Diese Zinsen werden bis zur Auszahlung rentirend angelegt. Aus diesem Fonds erfolgt die Auszahlung des Preises und die Aufbringung der oben erwähnten Kosten. Nach jeder Preisertheilung werden etwa verbleibende Überschüsse zum Capital geschlagen.

Die Kosten einer Preisertheilung dürfen, einschliesslich des Preises, die fünfjährigen Zinsen des Capitals nicht überschreiten.

§ III.

Die Preisertheilung.

Die Akademie der Wissenschaften wählt nach vorhergehender Berathung in geheimer Abstimmung auf fünf Jahre eine Commission zum Zwecke der Preisertheilung. Sie hat dafür zu sorgen, dass zwei Jahre vor der Preisertheilung in der Leibniz-Sitzung bekannt gemacht werde, welche Gruppen von Schriften zur nächsten Concurrenz zugelassen werden. Sie bestimmt den Termin, bis zu welchem die

betreffenden Schriften eingesandt sein müssen, und sorgt dafür, dass die in der LEIBNIZ-Sitzung verlesene Bekanntmachung in einigen angesehenen deutschen und nordamericanischen wissenschaftlichen Organen weitere Verbreitung findet.

Zum Zwecke der Begutachtung der einkommenden Schriften kann sich die Commission durch wissenschaftliche Kräfte aus ganz Deutschland ergänzen. Diese ausserhalb der Akademie der Wissenschaften stehenden Gelehrten werden für ihre Begutachtung entsprechend ihrer Thätigkeit und den Mitteln der Stiftung honorirt. Die Preiszuertheilung findet im Plenum der Akademie statt auf Grund eines Vorschlages der Commission. Zur Commissions-Sitzung werden die begutachtenden, nicht der Akademie angehörigen Gelehrten eingeladen, haben aber nur berathende Stimme. Reisekosten sollen in der Regel hierfür nicht bewilligt werden. Die Auszahlung des Preises wie der Kosten erfolgt auf Antrag der Commission durch Anweisung eines der vorsitzenden Secretare an die Casse.

Vor der Auszahlung des Preises hat der preisgekrönte Schriftsteller nachzuweisen, dass er je ein Exemplar der Schrift an das Columbia College zu New York, die New York Historical Society und die Katholische Universität in Washington abgeliefert habe.

Beitrag zur Kenntniss der Gattung Pleurosaurus H. von Meyer.

Von W. Dames.

(Vorgetragen am 12. December 1895 [s. Sitz.-Ber. 1895, S. 1135].)

Hierzu Taf. XII.

In der geologisch-palaeontologischen Sammlung des hiesigen Königlichen Museum für Naturkunde wird seit einigen Jahren ein im allgemeinen schön erhaltenes Exemplar einer *Pleurosaurus*-Art aufbewahrt. Es lag nahe, das Stück einer genauen Untersuchung zu unterziehen, als 1892 Lortet's wichtige Monographie der fossilen Reptilien des Rhônebeckens erschien, in welcher das vollständigste, bisher aufgefundene Exemplar der Gattung ausführlich beschrieben und vortrefflich abgebildet wurde, und es ergab sich bald, dass durch die verschiedene Lage der beiden Stücke — das hiesige, in den lithographischen Schiefern der oberen Juraformation von Daiting bei Eichstätt in Bayern gefundene liegt auf dem Rücken, das aus gleichalterigen Gesteinen von Cerin (Dépt. de l'Ain) stammende auf der Bauchseite — manche Skelettheile hier verdeckt, dort beobachtbar sind und umgekehrt, so dass das eine als willkommene Ergänzung des anderen dient, und beide zusammen eine fast lückenlose Kenntniss der Osteologie der Gattung ermöglichen.

Ich konnte meine Untersuchungen dank der Freundlichkeit der HH. von Zittel, T. C. Winkler und von Koenen auch auf die Originale ausdehnen, welche in den ihnen unterstellten Sammlungen aufbewahrt werden, und spreche ihnen dafür meinen verbindlichsten Dank aus. Es wurde mir so ermöglicht, die systematische Stellung, die Gattungs- und Artabgrenzung der Pleurosaurier zu behandeln, was seit dem Erscheinen der Wagner'schen Arbeiten nicht mehr vorgenommen worden ist. Überhaupt ist die Litteratur über diese seltene Sippe fossiler Rhynchocephalen seit den älteren Arbeiten von Hermann von

MEYER[1] und WAGNER[2] aus den Jahren 1860 und 1861 nur wenig bereichert worden. Nach dem Erscheinen von LORTET's erwähntem Werk finden sich Angaben über *Pleurosaurus* und die nahe verwandte Gattung *Acrosaurus* nur in den citirten Werken VON ZITTEL's[3], LYDEKKER's[4] und ANDREAE's[5], deren Inhalt weiter unten wiedergegeben ist.

Wie erwähnt, liegt das Exemplar der hiesigen Sammlung auf dem Rücken, und zwar in ungestörtem Zusammenhang seiner einzelnen Theile. Auf der linken Seite fehlt ein Theil der Platte mit der linken Vorderextremität und den vorderen Rippen. Kopf und Hals sind sanft nach links gebogen. Der Rumpf und der vordere Theil des höchstens zur Hälfte erhaltenen Schwanzes liegen in gerader Linie bis zu einer Stelle, wo die Schwanzwirbelsäule deutlich verletzt ist und dann in flacher Curve nach rechts bis zum Rande der Platte verläuft, mit dem vordern Theil einen sehr stumpfen Winkel bildend.

Da die folgende Beschreibung nur diejenigen Theile betreffen wird, welche dem Bekannten als Ergänzung dienen, sei hier nur kurz erwähnt, dass die Wirbel des Rumpfes mit ihren Rippen und dem Abdominalsternum der von VON MEYER und WAGNER gegebenen Beschreibung durchaus entsprechen, und ebenso die Schwanzwirbel die dreieckigen Haemapophysen, wie die übrigen Exemplare, besitzen.

Wie an dem Originalexemplare des *Anguisaurus bipes* im TEYLER-Museum und an dem durch ANDREAE beschriebenen *Acrosaurus Frischmanni* ist auch an dem hiesigen der Umriss des Thierkörpers als Abdruck deutlich zu verfolgen (Taf. XII. Fig. 5). Unmittelbar hinter dem Schädel beginnt auf beiden Seiten je ein durchschnittlich 10^{mm} breiter, glatter Streifen, der durch eine überall deutliche Kante von der Gesteinsplatte abgegrenzt ist. Auf der einen Platte liegt der Thierkörper über dem Niveau der Hauptplatte, auf der anderen unter demselben, hat also auf letzterer einen Eindruck hervorgerufen und ist von den späteren Absätzen oben umlagert worden. Die Breite

[1] Zur Fauna der Vorwelt. — Reptilien aus dem lithographischen Schiefer des Jura in Deutschland und Frankreich. Frankfurt a. M. 1860. S. 118. Taf. 14.

[2] Neue Beiträge zur Kenntniss der urweltlichen Fauna des lithographischen Schiefers. Zweite Abtheilung: Schildkröten und Saurier. (Abhandlungen der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften. II. Cl. IX. Bd. 1. Abth. 1861, S. 102 ff., Taf. 4.)

[3] Handbuch der Palaeontologie. III. 1887—1890. S. 590.

[4] Catalogue of the fossil Reptilia and Amphibia in the British Museum (Natural History). Part I. 1888. p. 293.

[5] *Acrosaurus Frischmanni* H. VON MEYER. Ein dem Wasserleben angepasster Rhynchocephale von Solenhofen. (Berichte der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt a. M. 1893. S. 21 ff., Taf. 2.)

zwischen beiden Kanten beträgt hinter den vorderen Extremitäten 30^{mm}, in der Mitte des Rumpfes 47^{mm}, in der vorderen Schwanzregion 37^{mm}, am Rande der Platte, also ungefähr in der Mitte des Schwanzes 28^{mm}. Daraus ergibt sich, dass der Körperumfang vom Kopf bis zur Thoraxmitte ein wenig zunahm, bis zum Becken gleich blieb und von da an allmählich abnahm. Die beiden Streifen sind nun unter sich nicht gleich, derjenige der rechten Seite ist völlig glatt, derjenige der linken Seite zeigt in regelmässigen Abständen feine Querstreifen als Eindrücke, welche von den Rippenenden bis etwa zur Mitte des Streifens reichen. Im vordern Rumpfabschnitt nicht erhalten, beginnen sie etwas hinter dem Bruch, der die Platte schräg durchzieht, und lassen sich bis zum Becken verfolgen, also auf eine Länge von 140^{mm}. In diesem Raum liegen 21 solcher Eindrücke in regelmässigen Abständen von etwa 7^{mm}. Da die Wirbelsäule in dem gleichen Körperabschnitt aus 24 Wirbeln besteht, so entspricht ein Quereindruck etwas mehr als einem Wirbel, was jedoch durch Ausdehnung der Weichtheile beim Einbetten in das Gestein leicht erklärbar wird. Solche Eindrücke der Weichtheile sind meines Wissens an fossilen Wirbelthieren noch nicht beobachtet worden, und ich bin Hrn. DU BOIS-REYMOND zu lebhaftem Danke verpflichtet, dass er mich bei Besichtigung derselben sofort auf Myocommata hinwies. In der That hat dann weitere Untersuchung und der Vergleich mit Praeparaten lebender Thiere die unzweifelhafte Richtigkeit dieser Deutung ergeben: in den beschriebenen Querstreifen sind die Abdrücke der zwischen den Muskelabschnitten liegenden Bindegewebsmassen, die in der vergleichenden Anatomie als Myocommata bekannt sind, erhalten, und zwar scheinen die Muskeln der Rückengegend anzugehören, einmal, da die processus spinosi der daneben liegenden Rückenwirbel ihnen zugewendet sind, und weiter, weil auch *Sphenodon* gerade in dieser Gegend wohlentwickelte Myocommata besitzt[1].

Schliesslich sei noch bemerkt, dass auch das in eine wie Steinmark oder Opal aussehende Masse versteinerte, schon von H. VON MEYER[2] und O. REIS beobachtete[3] Muskelfleisch an mehreren Stellen ziemlich

[1] Kürzlich hat L. VON AMMON (Berichte des naturwissenschaftlichen Vereines zu Regensburg. V. Heft für die Jahre 1894/95. Regensburg 1896. S. 10) mitgetheilt, dass an einem bei Eichstätt neu aufgefundenen Exemplar der Holocephalengattung *Ischyodus* ebenfalls die »Ligamentinscriptionen der Muskelmassen (Myocommata) in prächtiger Erhaltung zu sehen sind«. Eine genauere Beschreibung und Abbildung wird für später in Aussicht gestellt.

[2] *Pleurosaurus Goldfussi*, aus dem Kalkschiefer von Daiting (Beiträge zur Petrefactenkunde. 1839. S. 56).

[3] Untersuchungen über die Petrificirung der Musculatur (Archiv für mikroskopische Anatomie. 41. S. 523).

ausgedehnt und recht deutlich erhalten ist, so namentlich über und zwischen den Bauchrippen, an den ersten Schwanzwirbeln, hier als dicker Klumpen, und auch weiter hinten über dem 13., 14. und 15. Schwanzwirbel.

Das Bild eines lebenden *Pleurosaurus*, wie es nach dem Skelet restaurirt werden kann, wird durch den Abdruck der Weichtheile durchaus bestätigt: es waren langgestreckte Reptilien mit schmalem, langem, zugespitztem Kopf, winzigen Extremitäten, welchen kaum eine wesentliche Function zukam, einem sehr langen, kräftigen, musculösen, seitlich-comprimirten Schwanz, der sich sehr allmählich zum Hinterende zuspitzte und der hauptsächliche Träger der Schwimmbewegung war, welche demnach in Schlängeln des Körpers im Wasser bestand, an welchem auch der Rumpf theilgenommen haben wird. Die Pleurosaurier bewegten sich also als gewandte Schwimmer in derselben Weise wie Aale oder Seeschlangen, mit denen sie äusserlich wohl auch eine gewisse habituelle Ähnlichkeit besassen. Gerade in dieser Bewegungsart liegt eine besondere Eigenthümlichkeit, da unter den zahlreichen, dem Meeresleben angepassten Sippen der mesozoischen Reptilien, sie allein den Pleurosauriern zukommt. Die übrigen benutzten entweder, wie die Schildkröten, die zu Flossen umgewandelten Extremitäten allein zum Schwimmen, oder nahmen in mehr oder minder ausgedehntem Umfange noch die Schwanzflosse hinzu (Plesiosaurier, Ichthyosaurier, Mosasaurier), oder gebrauchten nur letztere, indem sie beim Schwimmen die Beine fest an den Leib legten (Krokodile). Aber aalartige Bewegungen, an welchen sich der ganze Körper vom Hals an betheiligte, übten in mesozoischer Zeit eben nur die Pleurosaurier aus, wie heute unter völliger Reduction der Extremitäten die Seeschlangen.

Schädel. Beim Spalten der Gesteinsplatte ist der Schädel auf derjenigen Hälfte liegen geblieben, welche auch den Hauptheil des Skelets trägt. Einzelne kleine Knochentheile sind dabei abgesplittert und verloren, so dass ein Ausguss des Negativs von der Gegenplatte ein wesentlich vollständigeres und deutlicheres Bild gibt als der Schädel selbst. Nach einem solchen Ausguss von Modellirwachs ist Fig. 1 der beigegebenen Tafel ausgeführt.

Der Schädel ruht mit seinem Dache im Gestein, so dass dem Beschauer die Gaumenseite zugewendet ist. Von dieser sind die beiden Pterygoidea in fast ihrer ganzen Ausdehnung als vorn schmale, hinten quer verbreiterte Knochen erhalten, welche zwischen sich einen langen Schlitz lassen. Hinter ihnen liegen undeutliche Fragmente des Basisphenoid. Die Pterygoidea haben in der allgemeinen Form Ähn-

lichkeit mit denen der Sphenodontiden, insbesondere *Sphenodon* selbst, sind aber, entsprechend der Verlängerung des Schädels, bedeutend schmaler und länger als dort. Die übrigen Theile des Gaumendaches werden durch die beiden Unterkieferäste verdeckt, welche nach innen umgewendet sind und nun die Aussenseite zeigen. Vorn beginnen sie mit divergirenden, zahnlosen Spitzen von 10^{mm} Länge; dann berühren sie sich auf ungefähr dieselbe Entfernung in einer Symphyse und divergiren von da an gleichmässig bis zum Hinterende, dabei stets an Höhe zunehmend bis zur Gelenkung mit dem Oberschädel. Die dahinter liegenden 18^{mm} langen Postarticular-Fortsätze haben einen schräg zur Hinterecke abfallenden Oberrand. Von dem Ende der Symphyse bis zur Gelenkung sind die Äste 37^{mm} lang, an dieser 8^{mm} hoch. Die Gesammtlänge beträgt also 73^{mm}. Die vorderen, gerundeten Spitzen setzen sich gewissermaassen auf die eigentlichen Kieferäste fort, insofern deren Unterrand bis unter die Gelenkungsstelle gleichmässig hoch gewölbt und scharf von dem übrigen Theil abgesetzt ist. Von der Bezahnung der Unterkiefer zeigt unser Exemplar nichts, da diese von den durch den Druck des Gesteins von oben und seitwärts darüber geschobenen Ober- und Zwischenkiefern, deren Grenzen übrigens nicht sichtbar sind, bedeckt werden. Wie die Vorderenden der Unterkiefer, so sind auch die der Zwischenkiefer in eine zahnlose, konische Spitze ausgezogen, von denen die der rechten Seite zwischen den divergirenden Unterkieferästen deutlich hervortritt. Auf derselben Seite zählt man 10 Zähne, die, von vorn nach hinten an Grösse zunehmend, anscheinend durch weite, die Länge der Zahnbasen um das Doppelte übertreffende Diastemata getrennt werden. Das in der Münchener palaeontologischen Sammlung aufbewahrte, mit dem hiesigen Stück vollkommen idente Original des *Anguisaurus minor* Wagner zeigt aber, dass man es in Wahrheit nicht mit Diastemata zu thun hat, sondern dass die Zahnkronen sich als ganz niederige und schmale Verlängerungen der Spitze nach vorn so weit ausdehnen, dass sie fast den vorherstehenden Zahn berühren. Dasselbe Exemplar ergänzt das der hiesigen Sammlung auch insofern, als es das Hinterende des linken Oberkiefers zeigt und in diesem 4 Zähne, welche von den vorderen darin abweichen, dass sie durch wirkliche Diastemata und zwar von sehr eigenthümlicher Ausbildung getrennt werden. Dieselben bestehen nämlich darin, dass sich der Kieferrand zwischen den Zähnen bis zur Höhe der Kronen mit horizontaler Begrenzung erhebt, so dass er mit den Zähnen zugleich in Usur treten musste. Auf der linken Seite des Exemplars der Berliner Sammlung zeigt der Kieferrand vorn noch mehrere (etwa 5) bedeutend kleinere und dichter gestellte Zähnchen vor den 10 grösseren, welche auch auf der rechten Seite freigelegt

sind. Im ganzen wird ihre Zahl in einer Kieferreihe ungefähr 20 betragen haben.

Auffallend ist an dem Schädel die bisher nicht beobachtete, zahnfreie Spitze, die ebenso an dem erwähnten Stück der Münchener Sammlung, wenn auch weniger deutlich, erhalten ist. Es erinnert diese Eigenschaft an die ebenfalls zahnlosen Kieferenden der Rhynchosauriden, wie *Rhynchosaurus* und namentlich *Hyperodapedon*, wo die abwärts gewendeten Zwischenkiefer zwischen die divergirenden Unterkiefer genommen werden. Jedoch ist diese Ähnlichkeit kaum eine von den älteren Rhynchosauriden auf *Pleurosaurus* übergegangene Eigenschaft, denn dass die Spitzen der Unterkiefer an dem hier beschriebenen Exemplar divergiren, ist durch ihre Lage auf der Seite hervorgerufen. In natürlicher Stellung würden sie sich bis vornhin berühren und dabei ganz sanft aufwärts gewendet sein.

Schultergürtel. Nur an dem Stück von Cerin liessen sich bisher deutliche Reste des Schultergürtels erkennen. Lortet beschreibt beide Scapulae, das unvollkommene linke Coracoid, sowie einen T-förmigen Knochen, welchen er als Sternum und Clavicula ansieht. Über letzteren Theil des Schultergürtels gibt aber erst das Haarlemer Originalexemplar von *Anguisaurus bipes* definitiven Aufschluss. An ihm ist in situ ebenfalls ein T-förmiger Knochen, und zwar bis zur hinteren Spitze, gut erhalten. Der rechte Seitenast ist ebenfalls vollständig vorhanden, wenn auch in mehrere Stücke zerbrochen. Der linke Seitenast fehlt fast ganz. Wichtig ist nun, dass dem vorderen Rande des flachen, dünnen Seitenastes ein kurzes, an beiden Enden zugespitztes, schwach vorwärts gekrümmtes, im Durchschnitt rundes Knöchelchen aufliegt. Daraus ergibt sich, dass das entsprechende T-förmige Stück an dem Exemplar von Cerin nicht Sternum + Clavicula, sondern nur ersteres nach Lortet'scher, oder das Episternum nach der jetzt allgemein angenommenen Auffassung darstellt. Die Clavicula ist der kleine dem Seitenast aufliegende Knochen. — Es ist nach Analogie mit ähnlichen Reptil-Schultergürteln wahrscheinlich, dass die jetzige Lage der Clavicula auf dem Episternum nicht die natürliche ist, sondern dass die erstere mit ihrer Aussenspitze über die des Episternum herausragte, um mit der Scapula in Verbindung zu treten. Unter dieser Annahme ergeben sich gleiche Verhältnisse wie bei *Sphenodon* und den Ichthyopterygiern, jedoch in verschiedener Weise. Bei ersterem bildet das Episternum im hinteren Theile ebenfalls einen geraden Stab, aber die Seitenäste steigen nicht unter einem stumpfen Winkel auf, sondern bilden einen Halbkreis, so dass ihre Enden rückwärts, nicht seitwärts, wie bei *Pleurosaurus*, gerichtet sind. Die durch Sutur fest mit ihnen verbundenen Claviculae bilden die directe Fortsetzung der Episternal-

äste bis zur Scapula. Sind die Elemente also auch hier und dort dieselben, so weichen sie doch in Gestalt, Verbindung und gegenseitiger Lage von einander nicht unwesentlich ab. — Anders gestaltet sich der Vergleich mit dem Schultergürtel von *Ichthyosaurus*. Das Episternum bildet auch hier einen T-förmigen Knochen mit auswärts gerichteten Seitenästen, deren Vorderrändern die Claviculae frei aufliegen, also in derselben relativen Lage und Verbindung wie bei *Pleurosaurus*, während die Grössen sich gerade umgekehrt verhalten: bei *Ichthyosaurus* sind die Seitenäste des Episternum sehr kurz, die Claviculae dagegen sehr lang und ragen mit mindestens zwei Dritttheilen über das Episternum hinaus. — Die nächstliegende Erklärung dieser morphologischen Beziehungen gibt wohl die Annahme, dass *Pleurosaurus* die Vorderextremitäten trotz ihrer Kleinheit mit zum Steuern benutzte, und sich daher eine entsprechende Musculatur ausbildete, welche wiederum eine morphologische Convergenz in der Umformung der Schultergürtel-Elemente zur Folge hatte. Da aber die Ichthyosaurier mit ihren Vorderextremitäten sehr kräftige und wirksame Bewegungen ausführten, die Pleurosaurier dem Schwanz als Hauptorgan der Locomotion mit jenen ihrer Kleinheit wegen nur eine sehr geringe Unterstützung gewähren konnten, ist das Grössenverhältniss der beiden in Rede stehenden Theile dem der landbewohnenden Sphenodonten ungefähr gleich geblieben, da sich wohl die Function der Musculatur, nicht aber ihre Quantität durch erhöhte Anforderungen an sie geändert hat.

Über Coracoid und Scapula, die Lortet zuerst beschrieben hat, bringt das Berliner Exemplar einige Ergänzungen in Bezug auf Form und gegenseitige Lage.

Die Scapula[1] ist ein querverlängerter, auf der allein sichtbaren Unterfläche ebener Knochen mit geradem, zugeschärftem Vorder- und Hinterrand und verdicktem, convexem Innen- und Aussenrand. Die hintere Hälfte des Innenrandes ist Glenoidalfacette.

Das Coracoid hat einen convexen Aussenrand, mit dessen Mitte es an die Scapula anstösst. Der unterhalb dieser Berührungsstelle befindliche Theil vollendet die Gelenkfläche für den Humerus. Der nicht ganz intact erhaltene Vorderrand scheint gerade gewesen zu sein. Der der Mediane zugekehrte Theil des Umrisses ist concav. Der Hinterrand ist wieder convex und verläuft in regelmässiger Curve in den Glenoidaltheil. Insgesammt gibt der Verlauf der Ränder dem Coracoid eine Keilform. Nahe dem Aussenrande, und zwar der Berührungsstelle mit der Scapula, befindet sich eine runde Vertiefung, von der nicht festgestellt werden konnte, ob sie eine Grube oder ein

[1] Auch an dem Haarlemer Original sind Spuren der Scapula erhalten, aber nur sehr undeutlich.

Loch bildet. Nach Analogie mit dem Coracoid von *Sphenodon* ist Letzteres das Wahrscheinlichere.

Ein Vergleich mit Scapula und Coracoid der genannten Gattung hat dasselbe Ergebniss wie der des Episternum und der Claviculae: im Typus sind sie gleich, im einzelnen sind Abweichungen da. Vor Allem ist bei *Pleurosaurus* die Scapula bedeutend kleiner im Verhältniss zum Coracoid und entbehrt der tuberositas acromialis, die *Sphenodon* wohl entwickelt zeigt. Ferner berühren sich Scapula und Coracoid bei *Pleurosaurus*, wie erwähnt, nur sehr wenig, während sie bei *Sphenodon* mit geraden Rändern in langer Symphyse verbunden sind. Alle diese Abweichungen verursachen auch hier eine morphologische Annäherung an die entsprechenden Elemente des Schultergürtels der Ichthyosaurier, welche ähnliche relative Grössenverhältnisse und ähnliche schwache, oder sogar mangelnde Verbindung wie bei *Pleurosaurus* aufweisen, nur beides noch stärker hervortretend als dort. Auch der Umriss nähert sich bei beiden Gattungen; als einziger wesentlicher Unterschied könnte angeführt werden, dass bei *Pleurosaurus* der Rand hinter der Glenoidalfacette convex in den Hinterrand verläuft, während bei Ichthyosauriern hier eine tiefe Einbuchtung liegt.

Für die Erklärung dieser Annäherung kann meines Erachtens nach auch nur die gleiche Function herangezogen werden, wie sie oben für Episternum und Claviculae in Anspruch genommen wurde, so dass sich die Abweichungen von *Sphenodon* und die Annäherungen an Ichthyosaurier auf alle Elemente des Schultergürtels gleichmässig vertheilen.

An der **Vorderextremität** des hiesigen Stückes sind zwei Merkmale ungewöhnlich deutlich beobachtbar, Humerus und Carpus betreffend. Das distale Ende des 12^{mm} langen Humerus zeigt etwa 2^{mm} über dem verbreiterten, distalen Ende sowohl ein Ent-, wie ein Ectepicondylarloch[1].

---

[1] Auch die Originale zu WAGNER's Abhandlung a. a. O. S. 42, Taf. 4, Fig. 1 und S. 40 zeigen die beiden Foramina sehr deutlich. Es verdient diess hervorgehoben zu werden, da WAGNER in der Beschreibung des a. a. O. Taf. 4 Fig. 1 abgebildeten Stückes nichts davon erwähnt, während er von der Vorderextremität des zweiten sagt: »Von den vorderen Gliedmaassen wird man auf den ersten Anblick nichts gewahr, doch könnte ein Knochenfragment, das nicht weit vom Hinterhaupt und in der Richtung der Wirbelsäule liegt, von ihr herrühren. Es ist ein langes, flaches, oben abgebrochenes Knochenstück, von annähernd sieben Linien Länge, das sich am unteren Ende erweitert und hier auf seiner Innenseite ein Loch zeigt, wie es sich öfters am inneren Condylos des Oberarmknochens einstellt. Möglich, dass das vorliegende Fragment einem solchen Knochen angehört«. Es ist auffallend, dass ein so geübter Osteolog an der Beschaffenheit des fraglichen Knochens als Humerus Zweifel hegen konnte, und noch mehr, dass ihm das Vorhandensein des Ectepicondylarloches entgangen ist, das das innere, von ihm beobachtete, an Deutlichkeit wesentlich über-

Der **Humerus** selbst ist ein proximal fast gerade abgeschnittener, in den ersten zwei Dritttheilen cylindrischer, im letzten Dritttheil flacherer, verbreiterter Knoten von 13^{mm} Länge; die distale Verbreiterung beträgt 4^{mm}. — Etwa 4^{mm} über dem distalen Ende beginnen die beiden schlitzförmigen Foramina, von denen das innere etwas grösser als das äussere ist, und erreichen eine Länge von $1^{mm}.5$, sodass sie sich etwa 2^{mm} über dem distalen Ende wieder schliessen.

Über **Radius** und **Ulna** bringt unser Exemplar nichts Neues. Beide sind proximal und distal wenig verbreiterte, fast gleich, und zwar 8^{mm} lange Knochen mit cylindrischem Schaft, wie sie von WAGNER und LORTET übereinstimmend beschrieben worden sind.

Dagegen ist der **Carpus** höchst bemerkenswerth entwickelt. Während alle übrigen Exemplare in ihrem Carpus zwei Reihen von Carpalknochen zeigen[1], besitzt das der hiesigen Sammlung nur einen einzigen, mitten zwischen dem Unterarm und den Metacarpalien, gerade in der Mitte, also unter der Stelle, wo Radius und Ulna sich berühren, und zwar näher an diese als an die Mittelhand gerückt. Diese geringe und mit dem an anderen Exemplaren Beobachteten in starkem Gegensatz befindliche Verkalkung des Carpus beruht nicht, wie man a priori anzunehmen geneigt ist, auf schlechter Erhaltung bezw. Entfernung ursprünglich vorhanden gewesener Carpalelemente. Das wird bewiesen durch die Abwesenheit jeder Spur eines Eindrucks neben dem erhaltenen Knochen auf Platte wie auf Gegenplatte. Wären etwa beim Aufspalten derselben verkalkte Theile des Carpus verloren gegangen, so hätten sie doch immerhin an solchen Eindrücken ihr Vorhandensein verrathen müssen.

Da zudem alle übrigen Theile der Vorderextremität vollständig und in natürlicher Lage zu einander erhalten sind, ist aller Grund vorhanden, anzunehmen, dass der Carpus auf dieser geringen Ossifications-

---

trifft. — LORTET erwähnt in der Beschreibung des wiederholt erwähnten Stückes von Cerin diese Foramina nicht, auch sind sie auf der Abbildung nicht angegeben. Nichtsdestoweniger glaube ich sie an einem Gypsabguss des Originals, der sich im hiesigen Königl. Museum für Naturkunde befindet, wenigstens am linken Humerus, wahrzunehmen.

[1] An dem WAGNER'schen Original zu a. a. O. S. 42 Taf. 4 beobachte ich drei Carpalknochen, davon einen in der proximalen, zwei in der distalen Reihe. Es ist jedoch sehr wahrscheinlich, dass der etwas abwärts geschobene Radius mit seinem distalen Ende noch einige weitere Carpalelemente verdeckt, und zwar weil das derselben Art angehörige Individuum von Cerin an der linken Vorderextremität deutlich acht Carpalia, davon drei proximal, zwei central, drei distal zwischen dem Radius und den Metacarpalien gelegen, aber den Raum unter der Ulna freilassend, besitzt. Der rechte Carpus zeigt nur drei grosse, in einer Reihe gelegene Knochen, eine Unregelmässigkeit, die wohl nur auf mangelhafte Erhaltung oder Praeparation zurückzuführen ist.

stufe verharrte. Von besonderem Interesse ist diese Carpalbildung bei einem Vergleich mit der nahe verwandten Gattung *Acrosaurus*, von welcher Andreae (a. a. O. S. 30) angibt, dass eine Verknöcherung weder im Carpus noch im Tarsus vorhanden war. Es scheint demnach, dass der Grad der Verknöcherung mit der relativen Grösse der Thiere in Beziehung stand.

Der Vorderfuss selbst ist an unserem Exemplar nicht vollständig erhalten. Man sieht zwar deutlich die fünf Metacarpalia und die darauf folgenden zwei Reihen der Phalangen, aber die Fingerspitzen liegen unter den Rippen, lassen also die Phalangenzahl nicht feststellen. An dem äusseren Finger glaube ich die Endphalanx in Gestalt einer Kralle zu erblicken.

Die auffallende Kleinheit einer derartig gebildeten Vorderextremität ist sehr bemerkenswerth. Es ist keine Annäherung an die Ausbildung zur Flosse der Ichthyopterygier oder Sauropterygier vorhanden, ja, nicht einmal das Stadium der Schildkröten, Pythonomorphen und Cetaceen — Hyperphalangie und Verlust der Krallenform der Endphalangen — ist erreicht, sondern der Schreitfuss des Landthieres ist beibehalten und dieser Form der Atrophie unterworfen, ein, wie ich glaube, deutlicher Beweis dafür, dass die Extremitäten — und zwar gilt diess von beiden Paaren — weder beim Schwimmen noch beim Kriechen eine wesentliche Function übernahmen, sondern in beiden Fällen schwache Hülfen gaben.

Becken. Über die Form der drei Beckenknochen, Pubes, Ilium, Ischium, gibt keines der bisher bekannt gewordenen Individuen genügenden Aufschluss. Am deutlichsten zeigt sie noch das Originalexemplar von *Anguisaurus* in Haarlem. An dem Stück unserer Sammlung ist jedoch ihre Form und Grösse sehr klar zu erkennen, und zwar die der Pubes und Ischia auf der Hauptplatte, die des rechten Ilium auf der Gegenplatte.

Die Pubes bilden in die Quere gezogene Platten, mit flach convexem, verdicktem Aussen- und Innenrand, flach concavem Vorder- und Hinterrand. Die tiefste Stelle der Curve liegt dem Aussenrande näher, wodurch ein beil-ähnlicher Umriss der Platte erzeugt wird.

Die Ischia sind etwas kleiner als die Pubes. Ihr Vorderrand ist ebenfalls concav. Der Aussenrand ist in der vorderen Ecke convex und stark verdickt. Diese verdickte Vorderecke zerfällt in zwei stumpfwinkelig an einander stossende Flächen, von denen die vordere mit den Pubes in Berührung tritt, die hintere an der Bildung des Acetabulum theilnimmt. Unterhalb derselben ist der Aussenrand dünner und springt concav nach innen ein. Die Hinterecke ist in einen schmalen, hinten gerade abgeschnittenen, flachen Fortsatz ausgezogen, der in all-

mählicher Curve zu dem concaven Hinterrand aufsteigt. Der Innenrand ist gerade und der Längsaxe des Thieres parallel.

Das Ilium der rechten Seite ist bei der Einbettung des Cadaver in das Gestein von der Wirbelsäule losgelöst, und der zu ihr aufsteigende Ast jetzt so umgelegt, dass er sich neben dem proximalen Theil des Femur hinstreckt. So zeigt er eine ausgesprochene Beilform. Die Schneide des Beils berührte in der vorderen Hälfte Pubis und Ischium und nahm in der hinteren an der Bildung des Acetabulum Theil. Wo dieser Theil des Ilium, wenn man den Vergleich mit dem Beil beibehalten will, in den Stiel übergeht befindet sich aussen und vorn ein kleiner, knopfartiger Höcker.

Von den wohl in der Zweizahl vorhandenen Sacralrippen ist nur eine verkürzte, verdickte und an beiden Enden etwas verbreiterte Rippe sichtbar, welche jetzt in dem Zwischenraum zwischen dem rechten Pubis und Ischium liegt.

Verglichen mit dem Becken des von LORTET beschriebenen Skeletes ergibt sich im Allgemeinen gute Übereinstimmung in der Form und namentlich in dem relativen Grössenverhältnisse der einzelnen Elemente unter einander; aber es sind doch in den Details auch deutliche Unterschiede vorhanden. So sind an dem französischen Stück die Pubes in der Mitte bedeutend schmaler, die Ilia verhältnissmässig kürzer und proximal stumpfer und dicker, und die Ilia wie die Pubes in der Mitte schmaler, auch deren hintere Fortsätze wesentlich kürzer. Sind diese Abweichungen auch unbedeutend, so verhindern sie immerhin eine Einbeziehung beider Exemplare in eine Art.

Besonders hervorzuheben ist die auffallende Übereinstimmung des Beckens von *Pleurosaurus* mit dem von *Sphenodon*. In der allgemeinen Form ist kaum ein Unterschied vorhanden, ebenso wenig in der gegenseitigen Lage und Grösse. Nur darin scheint *Sphenodon* verschieden, dass die 3 Elemente des Beckens im Acetabulum viel fester durch Naht verbunden sind als bei *Pleurosaurus*, wo Knorpelverbindung vorhanden gewesen zu sein scheint. Ferner fehlt der Processus uncinatus (nach GÜNTHER'scher Bezeichnung) am Vorderrande der Pubes von *Sphenodon* bei *Pleurosaurus*, wohl aber ist die Durchbohrung für Nerv und Blutgefässe des Adductormuskels des Femur fast an gleicher Stelle bei beiden da[1]. Endlich ist der aufsteigende Ast des Ilium

[1] An dem von H. VON MEYER a. a. O. Taf. 14 Fig. 2 dargestellten, in der Universitätssammlung zu Göttingen aufbewahrten Exemplar, das die rechte Pubis von der oberen Fläche zeigt, glaube ich gesehen zu haben, dass von dem oben erwähnten Foramen eine Rinne bis zum Rande verläuft, wie das auch die citirte Figur andeutet. An derselben Stelle befindet sich auch eine Rinne an dem Exemplar von Cerin. Vielleicht ist hierdurch ein Artunterschied bedingt, was erst festzustellen sein wird, wenn auch Pubes der kleineren Art von oben her beobachtet sein werden.

bei der fossilen Gattung relativ schwächer, und die tuberositas ischii der äusseren Hinterecken des Beckens etwas länger und dünner.

Während im Schultergürtel einzelne Beziehungen zu den Ichthyopterygiern nachgewiesen werden konnten, ist das im Beckengürtel nicht der Fall, ein Beweis dafür, dass die Füsse beim Schwimmen ganz ausser Function traten, wie auch ihre Form lehrt.

Von ihnen ist der rechte bis auf die Phalangen, die über einander geschoben sind, gut erhalten und liegt in natürlicher Lage zum Beckengürtel. Jedoch gibt er keine Ergänzung zu dem an anderen Exemplaren Erkannten. Das Femur ist 25^{mm}, die Tibia 16^{mm} lang, so dass die correspondirenden Theile der Vorderextremitäten um nahezu die Hälfte an Länge übertroffen werden. Von der Function der Hinterextremitäten gilt dasselbe wie von der der Vorderextremitäten: da sie nur wenig beim Kriechen mitzuwirken hatten, atrophirten sie, indem sie unter Beibehaltung der Form des Kriechfusses an Dimensionen verloren. Dass keine Umwandlung zu Schwimmfüssen angebahnt wurde, geht zunächst aus der Form, dann aber auch daraus hervor, dass die vorderen Extremitäten bedeutend kleiner blieben als die hinteren, im Gegensatz zu den Flossenfüssen der Seeschildkröten, Pythonomorphen, Ichthyopterygier und Plesiosaurier, wo die beiden Beinpaare entweder nahezu gleich, oder — ungleich häufiger — derart ungleich wurden, dass die vorderen die hinteren an Länge bedeutend übertreffen[1].

Über die systematische Stellung der Gattung *Pleurosaurus* herrscht kein Zweifel. Sie theilt alle wesentlichen Merkmale mit den Rhynchocephalen und steht innerhalb dieser Ordnung zweifellos der Familie der Sphenodontiden am Nächsten, und zwar so nahe, dass von Zittel sie direct zu diesen rechnet. Ich bin nach Abwägung aller dafür oder dagegen sprechenden Gründe dazu geführt, hierin nicht von Zittel,

[1] Wenn Andreae die Extremitäten von *Acrosaurus* als Schwimmfüsse auffasst, kann ich ihm darin nicht folgen. Vor Allem ist der Unterarm im Verhältniss zum Oberarm durchaus nicht verkürzt, sondern steht in demselben Verhältniss wie bei Eidechsen und *Sphenodon*, nämlich wie 10:7. Auch kann ich an den Phalangen keine Verbreiterung und Verkürzung erkennen. Entscheidend aber für die Natur als Schreitfüsse ist das Vorhandensein von Krallen an den Endphalangen, welches den Besitz einer von Andreae angenommenen Schwimmhaut ausschliesst. Dieses Merkmal gilt mehr als die grössere Gleiche der Länge der Zehen und die nicht verknöcherten Carpen und Tarsen, die gerade bei Reptilien, die ihre Extremitäten zum Schwimmen eingerichtet haben, nie beobachtet worden sind. Die Amphibien aber, deren Hand- und Fusswurzel knorpelig bleibt, benutzen diese Extremitäten zum Kriechen und Hüpfen, nicht zum Schwimmen. Im Wasser balanciren und steuern sie wohl damit, aber die Fortbewegung bewirkt der Schwanz.

sondern Lydekker zu folgen, welcher für diese Sippe der Rhynchocephalen eine Familie der *Pleurosauridae*[1] aufgestellt hat (a. a. O. S. 293), und zwar wegen der abweichenden Bildung des Schädels von *Pleurosaurus* einerseits und *Homoeosaurus*, einem typischen Vertreter der Sphenodontiden, andererseits. Das Zutreffende dieser Abtrennung wird durch die an dem hiesigen Individuum zuerst beobachteten Merkmale der vorderen Schnauzenspitze, die in unbezahnte Spitzen ausläuft, noch weiter bestätigt. Dazu kommen aber noch manche andere Unterschiede in der Bildung des Schultergürtels, der Vorderextremität mit dem mangelhaft verknöcherten Carpus und, nicht zuletzt, die so bedeutend verschiedene Wirbelzahl der einzelnen Regionen, namentlich des Schwanzes. Geht letztere Eigenschaft auch unmittelbar aus der Anpassung an das Wasserleben vor, so besteht sie doch auch als ein im System nicht zu verschweigender Unterschied, dem Rechnung getragen werden muss.

Zu dieser Familie der schlangenähnlichen Rhynchocephalen gehörten bei ihrer Aufstellung zwei Gattungen, deren Zahl sich auch bis heute nicht vermehrt hat. Dass *Pleurosaurus* mit *Anguisaurus* zusammenfallen müssen, hat Wagner, der zuerst für ihre Trennung eintrat, später selbst zugegeben, und auch meine Vergleiche der einzelnen Individuen unter einander haben keine haltbaren Unterschiede erkennen lassen. Hiernach liegt auch kein Grund mehr vor, den Artnamen »*bipes*« oder den für diesen von Wagner später durch »*Münsteri*« ersetzten aufrecht zu erhalten. Die weiter unten mitgetheilten Maasse ergeben, dass zwischen ihnen ein Artunterschied nicht vorhanden ist, wie das Andreae (a. a. O. S. 32) schon vermuthete.

Anders stellt sich die Frage, ob nun alle in der Litteratur als Individuen von *Pleurosaurus Goldfussi* erwähnten und beschriebenen Stücke thatsächlich einer und derselben Art angehören. Zunächst ist hierbei zu beachten, dass Wagner von dem Typus der Art eine kleinere, *Anguisaurus minor*, abtrennte, weil sie sich in ihren Dimensionen zu ersterem wie 5 : 7 verhält. Wagner lässt es unentschieden, ob das von ihm so benannte Stück ein Jugendindividuum der grösseren Art ist, oder, was er für wahrscheinlicher hält, eine neue Art darstellt. H. von Meyer hat sich dann gegen eine solche Vertheilung der bekannten Exemplare auf 2 Arten ausgesprochen, weil er namentlich durch Untersuchung der im Heidelberger Museum aufbewahrten Stücke zu der Annahme aller Übergänge von den grossen zu den kleineren

---

[1] Die Bezeichnung »*Pleurosauridae*« muss der älteren »*Acrosauridae*« weichen, welche H. von Meyer schon 1861 (a. a. O. S. 68) und auch später (Palaeontographica X. S. 45), allerdings in der Schreibweise »Acrosaurier« für eine Familie, in welcher *Acrosaurus* und *Pleurosaurus* ihren Platz bekamen, vorgeschlagen hatte.

tungen an beiden Enden und die Einschnürung der Diaphyse hier und da genau übereinstimmen, trage ich kein Bedenken, die Exemplare I, III, IV, V und VI einer und derselben Art zuzurechnen, welcher die Bezeichnung *Pleurosaurus Goldfussi* H. VON MEYER zukommt.

Diese Exemplare vertheilen sich der Grösse nach derart, dass I und VI kleinere, III und V, die, trotzdem von ihnen nicht die gleichen Skelettheile erhalten sind, den Grössenverhältnissen der überlieferten nach gut zu einander passen[1], eine grössere Form repraesentiren. Ausser diesen letzteren sind noch der grösseren Form zuzurechnen die beiden von H. VON MEYER[2] erwähnten der Göttingener Sammlung und — dem einzigen, angegebenen Maasse (Länge des Kopfes = 110^{mm}) nach zu urtheilen — auch das von LYDEKKER (a. a. O. S. 293) kurz beschriebene des British Museum (Natural History)[3], von welchem mir eine von Hrn. A. SMITH WOODWARD gütigst übersandte Photographie vorliegt. Die geringe Differenz von 6^{mm} in den Längen dieses Stückes und III kommt nicht in Betracht, weil beide nicht ganz vollständig erhalten sind.

Als Typus der Gruppe der kleineren Form ist das von LORTET beschriebene Stück (VI) und das viel unvollständiger erhaltene Originalexemplar des *Anguisaurus bipes* (I) zu betrachten. Nach der Angabe H. VON MEYER's[4], dass an einem der beiden in der Universitätssammlung zu Heidelberg aufbewahrten Exemplare die gut erhaltenen, 18 mittleren Rückenwirbel eine Länge von 127^{mm} besitzen, gehört auch dieses hierher, da auch bei dem von Cerin die gleiche Zahl Rückenwirbel die gleiche Länge hat.

H. VON MEYER hat noch ein zweites Exemplar aus derselben Sammlung beschrieben, welches bedeutend kleiner ist; und da nun das grössere in der Mitte zwischen dem Original des *Pleurosaurus Goldfussi* und dem kleineren steht, hielt er es für ausgemacht, dass alle bekannten Individuen nur einer Art angehörten. Nachdem aber das französische Stück bekannt geworden ist, lehrt die vorstehende Tabelle, dass zwischen diesem einerseits und den Stücken VII und VIII andererseits eine Kluft

---

[1] Wohin Exemplar IV zu stellen ist, muss unentschieden bleiben, da die Grösse der Schwanzwirbel in engen Grenzen variirt. Wahrscheinlich gehört es zur grösseren Gruppe oder zu *Pleurosaurus Münsteri* WAGNER.

[2] Zur Fauna der Vorwelt. Reptilien aus dem lithographischen Schiefer des Jura in Deutschland und Frankreich. 1860. Taf. 14 Fig. 2; Palaeontographica. X. 1861–1863, Taf. 7 Fig. 1.

[3] Wenn LYDEKKER behauptet, dass der Schädel des oben erwähnten Individuum dem von *Acrosaurus* sehr ähnlich sei, so kann ich dagegen nur hervorheben, dass die Abbildung des letzteren bei H. VON MEYER (a. a. O. Taf. 12 Fig. 6) ein viel breiteres Schädeldach und keine oberen Schläfengruben zeigt, die an dem Londoner Stück sehr deutlich wahrnehmbar sind.

[4] Palaeontographica. X. 1861–1863. S. 41.

erste der vier von ihm beschriebenen Exemplare angeführt, aber wohl der schlechten Erhaltung wegen nicht abgebildet. In einem wesentlichen Merkmal weicht dieses Stück derart von allen anderen ab, dass es keiner der beiden bisher besprochenen Arten gehören kann. Während das Verhältniss der Länge des Humerus zu der des Femur bei den letzteren durchgehends ungefähr 1:1.7 ist, beträgt es dort 1:2.6 und bringt dadurch eine durchaus verschiedene Entwickelung der Extremitäten zum Ausdruck. Dazu kommt noch eine darin abweichende Form des Femur, dass dasselbe mehr cylindrisch, weniger abgeplattet und an beiden Enden kaum verbreitert ist. Auch für diese Art ist schon eine Bezeichnung vorhanden: *Pleurosaurus Münsteri* WAGNER. Nachdem sich ergeben hat, dass *Anguisaurus bipes*, für welchen WAGNER den Namen *Münsteri* eingetauscht hatte, nachdem die Vierfüssigkeit des fraglichen Stückes festgestellt war, specifisch ident mit *Pleurosaurus Goldfussi* ist, kann *Pleurosaurus Münsteri* dem Stück als Artbezeichnung erhalten bleiben, welche WAGNER als Erster ihm gab.

Dass die Gattung *Acrosaurus* generisch von *Pleurosaurus* zu trennen ist, hat kürzlich ANDREAE überzeugend nachgewiesen. Zu dem von ihm angegebenen, namentlich auf der Bezahnung, der Beschuppung und der Ausbildung der unteren Bögen der Schwanzwirbel beruhenden Unterschiede sei noch darauf hingewiesen, dass auch die bedeutend breitere Form des Schädeldaches, der anscheinende Mangel oberer Schläfengruben und nicht zuletzt die völlig abweichende Gestalt der oberen Bögen der Schwanzwirbel die generische Selbstständigkeit von *Acrosaurus* beweisen. Während die oberen Bögen bei *Pleurosaurus* sich als dünne Stäbe am Hinterrand erheben, stehen sie bei *Acrosaurus* mit breiter, fast die ganze Wirbellänge einnehmender Basis auf den Centren und laufen in zwei stumpfe Zapfen aus, von denen der vordere kaum halb so lang ist, als der hintere (vergl. ANDREAE a. a. O. Taf. 2 Fig. 10).

Die Vertheilung der 14 bekannten Exemplare von *Pleurosaurus* auf die unterschiedenen 3 Arten ist nach Obigem folgende:

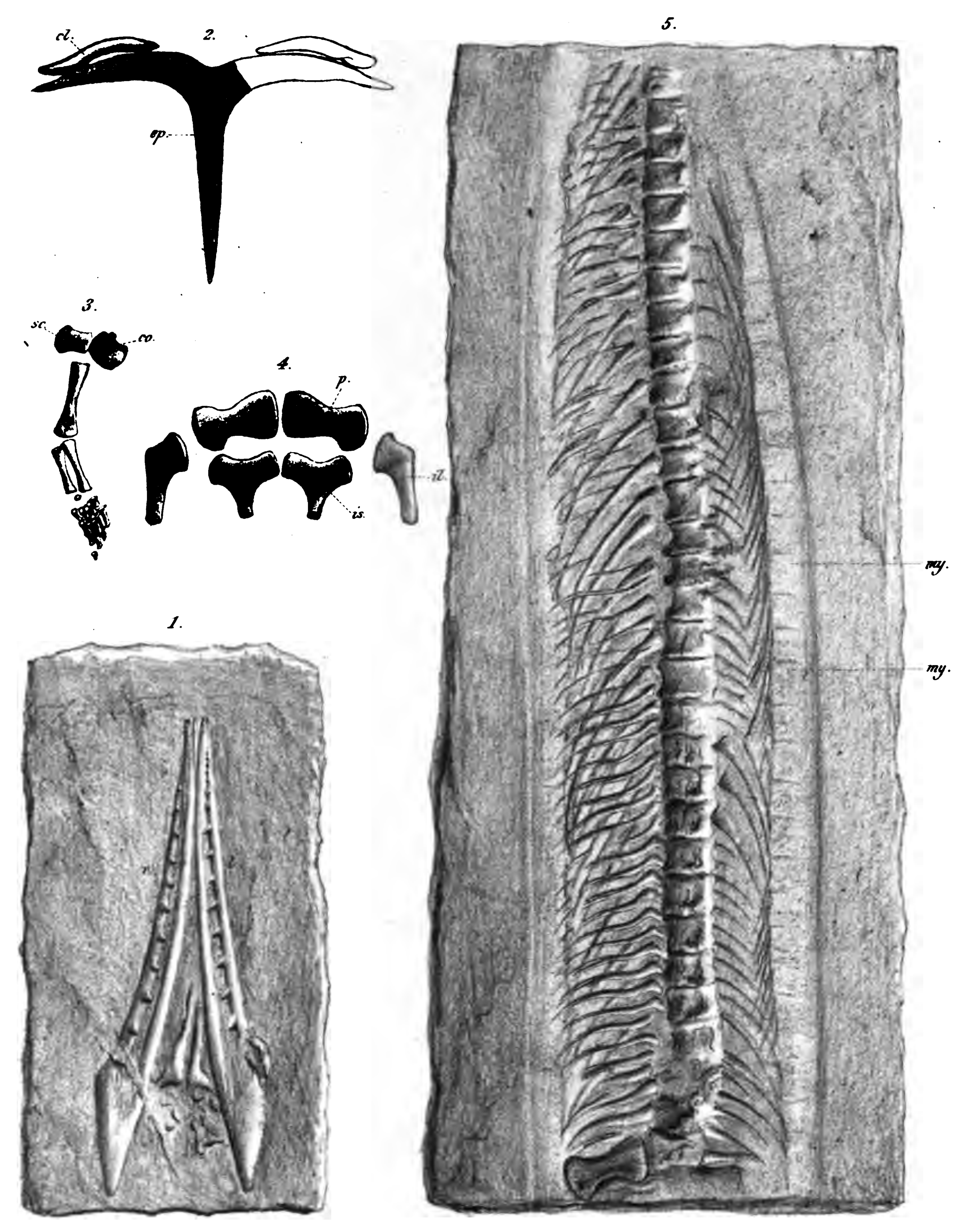
Familie *Acrosauridae* H. VON MEYER.

Gattung *Pleurosaurus*.

1. *Pleurosaurus Goldfussi* H. VON MEYER.

 var. *major*.

 Exemplare III, ?IV, V in der Münchener, weitere zwei in der Göttinger Sammlung; eines im British Museum (Natural History).



W. Pütz del. Druck v. P. Bredel Berlin S.

Dames: Pleurosaurus.

var. *minor*.

Exemplare I, Original des *Anguisaurus bipes* in dem Haarlemer Teyler-Museum, VI von Cerin, grösseres Stück der Heidelberger Sammlung.

2. *Pleurosaurus minor* WAGNER sp.

var. *major*.

Exemplare VII, Original des *Anguisaurus minor* in der Münchener, VIII, und oben beschriebenes der Berliner Sammlung.

var. *minor*.

Kleineres Exemplar der Heidelberger Sammlung.

3. *Pleurosaurus Münsteri* WAGNER sp.

Einziges Exemplar (II) in der Münchener Sammlung.

Gattung *Acrosaurus*.

Acrosaurus Frischmanni H. VON MEYER.

Alle Exemplare stammen nach Mittheilung des Hrn. Dr. MAX SCHLOSSER von Daiting bei Eichstätt in Bayern.

Erklärung der Tafel XII.

1. *Pleurosaurus minor* WAGNER sp. Schädel und Unterkiefer in natürlicher Grösse von der Unterseite.

2. *Pleurosaurus Goldfussi* H. VON MEYER. Episternum (*ep.*) und Clavicula (*cl.*) in doppelter Grösse. (Der unschattirte Theil ist am Original nicht erhalten.)

3. *Pleurosaurus minor* WAGNER sp. Rechte Vorderextremität mit dazu gehöriger Scapula (*sc.*) und Coracoid (*co.*). Am Humerus Ent- und Ectepicondylarloch. Im Carpus nur ein Knöchelchen. Natürliche Grösse.

4. *Pleurosaurus minor* WAGNER sp. Beckengürtel, Pubes (*p.*), Ischia (*is.*) in natürlicher Lage zu einander. Die Ilia sind so gezeichnet, wie sie auf der Platte liegen, d. h. ihre in Wahrheit aufwärts gewendeten, mit den Sacralrippen verbundenen Theile sind nach hinten umgelegt. Natürliche Grösse.

5. *Pleurosaurus minor* WAGNER sp. Mittlerer und hinterer Theil des Rumpfes bis zum Becken von der Bauchseite gesehen. In der vorderen Hälfte sind die wahren Rippen, in der hinteren das Abdominalsternum deutlicher erhalten. Neben den Rippen rechts und links Eindrücke des Körpers in Gestalt der Wirbelsäule parallel begrenzter Streifen. Auf dem Eindruck der linken Thierseite (also der rechten auf der Figur) Myocommata (*my.*) als feine, senkrecht zur Wirbelsäule gestellte Striche in dem Streifen des Körperabdrucks. Natürliche Grösse.

Die Figuren 1, 3, 4, 5 sind von demselben Stück genommen, welches sich in dem Königlichen Museum für Naturkunde in Berlin befindet. Fig. 2 gehört zu dem Original des *Anguisaurus bipes* (*Pleurosaurus Goldfussi*) im Museum TEYLER zu Haarlem.

Ausgegeben am 5. November.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.



1896.
XLIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

5. November. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

Hr. Wattenbach las: Über die Legende von den heiligen Vier Gekrönten.

Die Mittheilung wird später in den Sitzungsberichten erscheinen.

Ausgegeben am 12. November.

1896.
XLIV.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

5. November. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Dames las: Beiträge zur Geotektonik Helgolands. — Die Mittheilung erscheint später in diesen Berichten.

2. Hr. Munk machte eine weitere Mittheilung über die Fühlsphaeren der Grosshirnrinde, welche zusammen mit dem am 4. Juni d. J. in der Classe vorgetragenen Abschnitt umstehend folgt.

3. Hr. Prof. Dr. C. Wernicke, Director der psychiatrischen Klinik der Universität Breslau, übersendet ein Exemplar der mit Unterstützung der Akademie bearbeiteten ersten Lieferung seines »Atlas des Grosshirns«: photographische Originale von 32 Frontalschnitten durch eine Grosshirnsphaere, hergestellt und erläutert von Dr. Ernst Hahn und Dr. Heinr. Sachs in Breslau.

Über die Fühlsphaeren der Grosshirnrinde.

Von HERMANN MUNK.

Fünfte Mittheilung.[1]

9.

Auf grund aller der vereinzelten Einblicke, welche die vorgeführten speciellen Untersuchungen in die Leistungen der Scheitellappen-Rinde gewährt haben, wollen wir jetzt an eine zusammenfassende Betrachtung dieser Leistungen gehen, um den bisherigen Erwerb richtig zu ermessen und nach Bedürfniss zu vervollkommnen. Von unserem anfänglichen Plane, nach den Extremitätenregionen ebenso genau auch die anderen Regionen der Scheitellappen-Rinde zu verfolgen, sehen wir ab; denn es hat sich mittlerweile herausgestellt, dass damit die Untersuchungen nicht nur ins ungebührliche wachsen, sondern auch weit über die Vertiefung hinausgehen würden, welcher zur Zeit bei der sonstigen Kenntniss der Grosshirnrinde das Interesse entgegenkommt. Wie unter Beachtung der Bewegungsstörungen, so lässt sich auch, indem man den Empfindungsstörungen nachgeht, das Ergebniss unserer ersten orientirenden Versuche gewinnen, die Zugehörigkeit der verschiedenen Körpertheile zu den verschiedenen Regionen der Scheitellappen-Rinde. Daraufhin werden wir es fortan als durch die groben Prüfungen ausreichend festgestellt ansehen, dass die verschiedenen Regionen der Scheitellappen-Rinde im Princip functionell gleichwerthig sind, und den strengen Nachweis, dass unsere Erfahrungen an den Extremitätenregionen, abgesehen von den betroffenen Körpertheilen, für alle Regionen gültig sind, späteren Untersuchern überlassen.

Die Behauptung, dass Zerstörungen der Rinde im Bereiche des Scheitellappens rein motorische Störungen ohne Beeinträchtigung der Empfindung zur Folge haben, hat sich als unrichtig erwiesen, und es hat sich auch übersehen lassen, wodurch der Irrthum bei Hrn. FERRIER

[1] Die früheren Mittheilungen s. diese Berichte 1892. S. 679 ff.; 1893. S. 759 ff.; 1894. S. 823 ff.; 1895. S. 595 ff.

und denen, die ihm folgten, entstand[1]. Schiff war im Rechte, indem er Sensibilitätsstörungen, tactile Anaesthesien, folgen liess. Durch jene Zerstörungen wird der Gefühlssinn der Haut beeinträchtigt: die Berührungs- oder Druckempfindung fehlt an Bezirken der gegenseitigen Körperhälfte, und ebenso geschädigt ist nach den neueren Erfahrungen von Hrn. Dessoir[2] die Temperaturempfindung. Die Scheitellappen-Rinde stellt sich damit als die Fühlsphaere der Grosshirnrinde dar gegenüber der Sehsphaere in der Hinterhauptslappen-Rinde und der Hörsphaere in der Schläfenlappen-Rinde.

Die Zugehörigkeit der verschiedenen Körpertheile zu verschiedenen Regionen der Scheitellappen-Rinde zeigt dann sogleich engere örtliche Beziehungen zwischen der peripherischen Sinnesfläche und der centralen Sinnessphaere, wie wir sie für den Gesichtssinn kennen gelernt haben, auch für den zweiten räumlichen Sinn, den Gefühlssinn, an. Durch die Totalexstirpation der Extremitätenregionen sehen wir die Berührungs- oder Druckempfindung an den gegenseitigen Extremitäten verloren gehen, während sie überall sonst unverändert fortbesteht, als ganz normal insbesondere an der gegenseitigen Kopfhälfte nachweisbar ist, die mindestens ebenso scharfe Prüfungen, wie die Extremitäten, zulässt. Umgekehrt finden wir, wenn wir beim Hunde oder Affen die eine, sagen wir die linke Kopfregion exstirpiren, die rechten Extremitäten in keiner Weise geschädigt, die rechte Kopfhälfte dagegen der Empfindlichkeit für Berührung oder Druck beraubt. Mithin müssen die sensiblen Nervenbahnen, deren Erregung die Berührungsempfindung zur Folge hat, soweit sie in der Haut desselben Körpertheiles bei einander ihren Ursprung haben, in derselben Region der Scheitellappen-Rinde bei einander ihr Ende finden. Auch bezüglich derjenigen Regionen, welche die Extremitätenregionen zusammensetzen, hat das Geltung. Denn wir können uns beim Affen, wenn wir bloss die Armregion oder bloss die Beinregion total exstirpiren, sicher davon überzeugen, dass im ersteren Falle ausschliesslich am Arme, im letzteren Falle ausschliesslich am Beine, wie die Störung der Bewegungen, auch die Störung der Empfindlichkeit für Berührung oder Druck besteht. Beim Hunde ist allerdings dasselbe nicht zu constatiren. Hier giebt wegen der Zerstörung, welche beim Angriff der Hinterbeinregion die schwer stillbare mächtige Blutung anrichtet, nur die Total-

---

[1] Ich halte es nicht für nöthig, hierbei länger zu verweilen, da endlich der hartnäckige Widerstand in England mehr und mehr abnimmt. Vergl. insbesondere: F.W. Mott, The sensory motor functions of the central convolutions of the cerebral cortex. Journ. of Physiol. XV. p. 464 f. G. Marinesco, La théorie des localisations en Angleterre. Semaine médicale 1896. No. 25 p. 199.

[2] du Bois-Reymond's Arch. 1893. S. 525 ff.

exstirpation der Vorderbeinregion einen brauchbaren Versuch; und dann zeigt sich in der Regel, wie es Hr. Goltz einmal gegen mich geltend gemacht hat[1], das Hinterbein mit geschädigt, indem mindestens die Berührungsempfindlichkeit der Zehen leicht abgestumpft ist. Aber offenbar liegt da nur eine scheinbare Ausnahme vor; denn wie ich im Eingange der Mittheilungen ausführte[2], wird beim Hunde durch die Totalexstirpation der Vorderbeinregion die Hinterbeinregion infolge der gestörten Blutcirculation immer wesentlich in Mitleidenschaft gezogen, ganz zu schweigen davon, dass nicht einmal die Grenze zwischen Vorder- und Hinterbeinregion an ihrem hinteren Ende mit der nöthigen Genauigkeit uns bekannt geworden ist.

Weitere partielle Exstirpationen der Extremitätenregionen decken noch engere Beziehungen zwischen Haut und Fühlsphaere auf. Exstirpirt man beim Affen die mediale, der Falx zugewandte Partie der Extremitätenregionen und einen schmalen anstossenden Streifen von der an der Convexität gelegenen Partie, so findet man die Berührungsempfindlichkeit an den oberen Gliedern von Arm und Bein der Gegenseite aufgehoben, an den unteren Gliedern unversehrt[3]. Nimmt man den Streifen an der Convexität breiter, so zeigt sich die Berührungsempfindlichkeit nur am Arme und lediglich an Hand und Fingern erhalten. Umgekehrt sieht man, wenn man bloss diejenigen Partien der Extremitätenregionen entfernt, welche in jenen beiden Fällen stehen geblieben waren, die Berührungsempfindlichkeit dort erhalten, wo sie vorhin verloren, und dort verloren, wo sie vorhin erhalten war. Trägt man beim Hunde das eine Mal die vordere, das andere Mal die hintere Hälfte der Vorderbeinregion ab, so ist im ersteren Falle die Berührungsempfindlichkeit von Zehen und Fuss am gegenseitigen Vorderbeine unversehrt, während dieselbe im letzteren Falle fehlt. Auch wenn man die ganze Vorderbeinregion bis auf einen $4-5^{mm}$ langen Rest an der hinteren Grenze entfernt, kann, entsprechend der früher[4] erwähnten Erfahrung von Hrn. Bechterew, die Berührungsempfindlichkeit des gegenseitigen Vorderfusses ungestört erscheinen; dagegen ist dieselbe auffällig herabgesetzt und kann sogar nicht nachweisbar sein, wenn man bloss jenes hintere Endstück der Vorderbeinregion exstirpirt. Hat man bei der Totalexstirpation der Extremitätenregionen die

[1] Pflüger's Arch. Bd. 20. 1879. S. 31.

[2] Diese Berichte 1892. S. 685.

[3] Zuweilen wird hier sogar in Fällen schlechter Verheilung der Wunde die Empfindlichkeit während einer ersten Zeit erhöht gefunden. Solche Rindenhyperaesthesie ist, wie ich schon bei Gelegenheit meiner ältesten Versuche bemerkte, auf entzündliche Vorgänge in der Umgebung der Exstirpationsstelle zurückzuführen (vergl. Herm. Munk, Functionen der Grosshirnrinde. Zweite Auflage. 1890. S. 49).

[4] Diese Berichte 1892. S. 689.

Rinde des Sulcus coronalis hinten nicht überall gut unterschnitten, so beobachtet man — bei sonstigem Fehlen jeder Spur von Berührungsempfindlichkeit an den gegenseitigen Extremitäten —, dass, wenn man an einer gewissen Stelle der Vorderzehen leise über die Haare hin fährt, Beugung oder Streckung dieser Zehen, hin und wieder eine schwache Bewegung des Fusses eintritt. Die ausgezeichnete Stelle kann sehr verschieden gelegen sein, das eine Mal auf der Dorsal-, das andere Mal auf der Volarseite, mehr am medialen oder mehr am lateralen Rande, ist aber immer sehr beschränkt; und daher, dass man die Stelle nicht immer gleich gut trifft, mag es rühren, dass zuweilen der Erfolg ausbleibt, auch wenn man nicht in kurzen Zwischenräumen die Reizung wiederholt, was diese regelmässig wirkungslos macht. Durch kräftigeres Streichen der Haare und überhaupt durch stärkere Reizung lässt sich der Berührungsreflex nicht steigern, so dass auch die oberen Glieder der Extremität in die Bewegung einträten; sondern man erhält nur bei ansehnlichem Drucke, wie von allen anderen Stellen des Fusses aus, den Gemeinreflex. Einigemal habe ich dieselben Beobachtungen, statt am Vorderfusse, am Hinterfusse gemacht; wie es schien, war hier die Totalexstirpation der Extremitätenregionen dadurch unvollkommen, dass am lateralen hinteren Endstück der Hinterbeinregion unter dem Convolute grosser Venen ein kleiner Rest stehen geblieben war.

Aus diesen Erfahrungen ist zu entnehmen, dass nicht bloss zwischen den Regionen einerseits und den zugehörigen Körpertheilen andererseits, sondern auch innerhalb jeder Region und jedes zugehörigen Körpertheiles zwischen den kleineren Abschnitten von Fühlsphaere und Haut feste Verbindungen durch die sensiblen Nervenbahnen, deren Erregung die Berührungsempfindung zur Folge hat, bestehen, und dass diese Nervenbahnen, wie sie in der Haut eines Körpertheiles neben und nach einander ihren Ursprung nehmen, ebenso regelmässig neben und nach einander in centralen Elementen der zugehörigen Region ihr Ende finden. Man kann schlechthin sagen, dass, wie die Retinae auf die Sehsphaeren, so die Haut auf die Fühlsphaeren projicirt ist. Und damit ist das anatomische Substrat für die Localzeichen, wie dort der Lichtempfindungen, so hier der Berührungsempfindungen gegeben, indem dieselben dadurch erklärlich werden, dass gesetzmässig mit den gereizten Hautstellen die centralen Elemente wechseln, durch deren Erregung es zur Berührungsempfindung kommt. Unentschieden bleibt dabei, was wir auch für den Gesichtssinn dahingestellt sein lassen mussten, ob von jedem einzelnen Abschnitte der peripherischen Sinnesfläche, für dessen Reizung es ein eigenes Localzeichen giebt, eine Nervenfaser isolirt zum correspondirenden centralen Elemente der Sin-

nessphaere verläuft, oder ob, sei es an oder hinter jenen peripherischen Abschnitten, sei es an oder vor diesen centralen Elementen netzförmige Anastomosen bestehen zwischen den Nervenfasern, welche in der entsprechenden regelmässigen Anordnung die Verbindungen zwischen der Haut und den centralen Elementen herstellen.

Ich habe beim Gesichtssinn für die letztere Möglichkeit einmal geltend gemacht[1], was sich beim Hunde ergeben hatte, dass die verschiedenen Abschnitte der Retina ungleichartig auf die Sehsphaere projicirt erscheinen und jedenfalls die Retinastelle des directen Sehens einen verhältnissmässig sehr grossen Theil der Sehsphaere für sich in Anspruch nimmt[2]. Auf entsprechende Erfahrungen bin ich beim Gefühlssinn geführt worden. Will man nach partieller Exstirpation der Armregion Finger und Hand unempfindlich gegen Berührung finden, so muss man beim Affen von der Armregion fast die ganze laterale Partie abtragen, in welcher die Region in der Richtung von vorn nach hinten verbreitert ist, d. i. etwa die Hälfte der Armregion, und beim Hunde auch fast die hintere Hälfte der Vorderbeinregion exstirpiren. Wiederum also zeigt sich die Haut von Hand und Fingern in der Projection bevorzugt, indem ihr ein ungefähr ebenso grosser Theil der Armregion zugeordnet ist, wie der Haut aller übrigen Glieder der Vorderextremität. Aber ich kann mich des Gedankenganges nicht erinnern, durch welchen ich darauf kam, Erfahrungen dieser Art für die netzförmigen Anastomosen sprechen zu lassen, und halte ihn für unrichtig. Will man nicht willkürliche Annahmen machen, so lässt sich nur schliessen, dass an den bevorzugten Stellen der Retina oder der Haut zahlreichere Nervenbahnen, als sonst, von der peripherischen Sinnesfläche zu der centralen Sinnessphaere ziehen oder, was dasselbe sagen will, kleinere Retina- oder Hautabschnitte mit je einem centralen Elemente der Seh-, bez. Fühlsphaere in Verbindung gesetzt sind. Der grössere Reichthum an Localzeichen oder der feinere Ortssinn, welcher daraus für die Retinastelle des directen Sehens gegenüber der übrigen Retina, wie für die Haut von Hand und Fingern gegenüber der übrigen Armhaut folgt, entspricht dann auch der Wirklichkeit.

Doch fällt jetzt beim Gefühlssinn auf andere Weise die Entscheidung zu gunsten derselben Möglichkeit. Nach der Totalexstirpation der Extremitätenregionen ist, wie wir beim Hunde und beim Affen sahen, die Berührungsempfindlichkeit der gegenseitigen Extremitäten für die Dauer verloren: Berührung oder leichter Druck bleibt immer

[1] HERM. MUNK, Über die Functionen der Grosshirnrinde. Gesammelte Mittheilungen. Zweite Auflage. Berlin 1890. Anmerkung 62, S. 79.

[2] Ebenda S. 89.

ohne Erfolg, es kommt weder zu Berührungsreflexen noch zu Augen- und Kopfbewegungen. Ebenso fehlt, wenn man beim Affen bloss die Arm- oder bloss die Beinregion total exstirpirt oder beim Hunde die Vorderbeinregion allein abträgt, die Berührungsempfindlichkeit des gegenseitigen Armes oder Beines für die Dauer. Anders jedoch ist es nach den partiellen Exstirpationen der genannten Regionen, welche ich oben S. 1133–1134 besprach. Nur bei den dort zuletzt aufgeführten unvollkommenen Totalexstirpationen bleibt es für die Folge dabei, dass ausschliesslich von einer bestimmten beschränkten Hautstelle aus ein schwacher Berührungsreflex zu erhalten ist. Sonst treten Veränderungen mit der Zeit ein, überall in demselben Sinne. Sie sind am besten zu verfolgen, wo beim Affen die verbreiterte laterale Partie der Armregion, beim Hunde die hintere Hälfte der Vorderbeinregion exstirpirt ist, und wir wollen uns an diese Fälle halten. Wochenlang nach der Verheilung der Wunde kann man Hand und Finger der Gegenseite berühren oder leicht drücken, wo und wie man will, und man sieht nichts von Augen- und Kopfbewegungen, noch von Berührungsreflexen. Aber früher oder später, jedenfalls im Verlaufe des zweiten Monates nach der Operation fällt es auf, dass das Thier den Kopf nach der Seite der geschädigten Hand wendet, wenn man an die letztere den Stab oder den Finger mit leichtem Drucke anlegt. Zunächst stellen sich die Kopfdrehungen nur selten bei den Prüfungen ein, aber in den folgenden Wochen öfter, und sie kommen dann auch zuweilen vor, wenn Stab oder Finger nicht die Hand, sondern die Finger treffen. Noch später stellen sich die Kopfdrehungen häufig ein, wenn man Hand oder Finger mit dem Stabe berührt oder etwas unsanft mit dem Pinsel über sie hinfährt. Darüber hinaus habe ich es in vielen Monaten nicht gehen sehen, so dass stets ein deutlicher Unterschied zwischen der geschädigten und der ungeschädigten Seite verblieb, da auf der letzteren Seite regelmässig schon einem leisen Pinselstriche die Kopfdrehung folgt. Von den Berührungsreflexen kommt an Hand und Fingern der geschädigten Extremität in der ganzen Zeit keine Spur zum Vorschein. Aber doch ist es durch die Wiederkehr des Hinsehens nach der Reizstelle ausser Zweifel, dass hier, wo lediglich ein Theil einer Region zerstört ist, die diesem Theile zugehörige Hautpartie, wenn auch sehr allmählich und unvollkommen, die Berührungsempfindlichkeit wiedergewinnt. Und das lässt sich nicht wohl anders verstehen, als dass für den Bereich der Region und der zugehörigen Hautpartie, sei es noch innerhalb der Haut an oder hinter den Nervenendigungen, sei es irgendwo im Verlaufe der Nervenfasern, welche von der Haut zu der Region ziehen, Anasto-

mosen bestehen, so dass die an der Peripherie entstandene Erregung unter Umständen auch auf Umwegen andere centrale Elemente der Region, als die correspondirenden, erreichen kann.

Unter dem unmittelbaren Eindrucke der Beobachtungen habe ich noch manche genauere Ermittelungen für möglich gehalten, schliesslich aber doch immer bei der öfteren Wiederholung der Versuche die Prüfungsergebnisse zu unbeständig gefunden. Ebenso sind alle meine neuerlichen Bemühungen, durch partielle Sehsphaeren-Exstirpationen für den Gesichtssinn wenigstens dasselbe, wie für den Gefühlssinn, darzuthun, vergeblich gewesen. Über das Verhalten der Sinne ist eben durch die Versuche an Thieren nur gewissermaassen im groben Auskunft zu gewinnen, und es müssen weiter die Beobachtungen an Menschen zu Hülfe kommen. Beurtheile ich die vorliegenden pathologischen Erfahrungen richtig, so wird der verfeinerten Untersuchung der Hemianopsie, welche durch Erkrankung des Hinterhauptslappens herbeigeführt ist, der Nachweis gelingen, dass es von derjenigen Partie der blindgewordenen Retinahälfte aus, welche der sehend gebliebenen Retinahälfte zunächst gelegen ist, mit der Zeit wieder zur Lichtempfindung kommt[1]. Nach unseren jetzigen anatomischen Kenntnissen giebt es ja auch an den Nervenbahnen, welche von den Nervenendigungen in der Haut zur Fühlsphaere oder von der Stäbchen-Zapfenschicht zur Sehsphaere ziehen, der Stationen genug, an welchen Anastomosen in dem Sinn, wie sie unsere Versuche verlangen, vorhanden sein können, so dass die Erregung auf benachbarte Bahnen überzugehen vermag.

Weshalb die Empfindungsstörungen, die nach grösseren Exstirpationen im Bereiche der Scheitellappen-Rinde deutlich hervortreten, nach kleinen Exstirpationen schwer oder gar nicht bemerklich sind, ist nunmehr aufgeklärt, wie ich es in Aussicht stellte. Je kleiner die Exstirpation, desto kleiner ist auch der geschädigte Hautbezirk: desto grösserer Sorgfalt bedarf es dann, den Hautbezirk herauszufinden, auch wenn man den Körpertheil kennt, an welchem man zu suchen hat, und desto leichter versagen die Prüfungsmethoden, die uns zur Zeit am Thiere zu Gebote stehen, den Verlust der Berührungsempfindlichkeit zu erkennen. Dass der letztere Verlust nur vorübergehend ein vollkommener ist und eine gewisse Berührungsempfindlichkeit sich wieder einstellt — wahrscheinlich desto rascher, je kleiner der geschädigte Hautbezirk ist —, kommt als ein die Constatirung besonders erschwerender Umstand noch hinzu.

[1] So ist es nach meiner Meinung zu erklären, wenn bei einer vollkommenen Hemianopsie nach einiger Zeit die Gesichtsfeldgrenze nicht vertical durch den Fixationspunkt gehend gefunden wird, sondern nach der Seite des Defects hin übergreifend, und zwar desto weniger übergreifend, je näher der Peripherie.

10.

Zerstörungen der Rinde im Bereiche des Scheitellappens haben aber auch Störungen in den Bewegungen an der gegenseitigen Körperhälfte zur Folge, Störungen, welche gerade so, wie diejenigen der Berührungs- oder Druckempfindung, je nach den verletzten Regionen der Scheitellappen-Rinde die verschiedenen Körpertheile betreffen. Ist eine Region zerstört, so fehlen an dem zugehörigen Körpertheile alle isolirten Bewegungen, d. h. alle Bewegungen, welche den Körpertheil allein betreffen, mit Ausnahme der gemeinen Reflexbewegungen des Körpertheiles; und die Gemeinschaftsbewegungen des Körpertheiles, d. h. die Bewegungen, welche derselbe in Verbindung oder in der Reihe mit anderen Körpertheilen vollführt, entbehren der normalen Regulirung, so dass sie ungeschickter und unvollkommener sind.

Solchen Ausdruck verlangt nach unseren Untersuchungen, was zur Beobachtung kommt; und es war daher unzutreffend die Angabe von Hrn. Ferrier, welche nach ihm oft Wiederholung fand, dass Lähmungen der willkürlichen Bewegung die Folgen der Zerstörungen seien. Allerdings ist es das Ausbleiben sogenannter willkürlicher Bewegungen, was zunächst in die Augen springt; aber einerseits fehlen auch unwillkürliche Bewegungen, die Berührungsreflexe und die Regulirungen der Gemeinschaftsbewegungen, andererseits bestehen willkürliche Bewegungen fort in den Gemeinschaftsbewegungen, beim Gehen, Laufen, Klettern u. s. w. und bei den secundären Bewegungen. Hrn. Ferrier's Versuche waren sichtlich zu gering an Zahl und durch die öfters auftretenden Contracturen zu wenig brauchbar, um den richtigen Sachverhalt erkennen zu lassen. Immerhin hat Hr. Ferrier mit Recht im Widerspruche gegen Schiff verharrt, dessen Behauptung, dass nicht für einen einzigen Muskel oder eine einzige Muskelgruppe die cerebrale[1] Bewegung gelähmt, Paralyse oder Parese nirgends vorhanden sei[2], durchaus unrichtig war. Wie Schiff bei seinen das

[1] Diese Berichte 1892. S.680 Z.11 v. u. ist, statt »centrale«, »cerebrale« zu lesen. — Es muss ferner diese Berichte 1895. S.607 Z.11 v. u., statt »linken«, »rechten« und S.612 Z.6 v. o., statt »Vorderbeines«, »Hinterbeines« heissen.

[2] Pflüger's Arch. Bd.30. 1883. S.214, 215, 237, 263 (Moritz Schiff's gesammelte Beiträge zur Physiologie. Bd. III. Lausanne 1896. S.515, 516, 537, —). — Der Text oben war druckfertig, als im Juni d. J. Bd. III von Schiff's »gesammelten Beiträgen« mit der neuen Ausgabe der Abhandlung vom Jahre 1883 erschien, und ich habe keinen Anlass gefunden, den Text zu verändern. Ich habe nur in dieser und der nächsten Anmerkung die Anzeige der Stellen hinzugefügt, an welchen man klipp und klar mit dem obigen Wortlaute die Behauptungen und Anschauungen findet, welche Schiff durch seine ganze Abhandlung vom Jahre 1883 hindurch nachdrücklich vertreten hat, und welche diese meine Mittheilungen widerlegt haben. Dass Schiff die S.260—272 seiner Abhandlung, auf welchen seine Anschauungen noch besonders deutlich in Wort

Gegentheil darthuenden Beobachtungen zu dieser Behauptung kommen konnte, ist nicht recht zu verstehen. Anscheinend hat SCHIFF an Paralysen z. B. bei den Extremitäten nicht glauben mögen, da er die Bewegungen dieser Extremitäten beim Gehen, Laufen u. s. w. erhalten fand, und übersehen, dass ohne Paralysen von Muskeln oder Muskelgruppen der Extremitäten doch Paralysen von Bewegungen oder Bewegungsarten an den Extremitäten möglich sind. Und dazu mag gekommen sein, dass SCHIFF alle Bewegungsstörung als abhängig galt von der Sensibilitätsstörung, in welcher er die einzige directe Folge der Verletzung sah[1]: aber war dem auch so, worüber später wird zu sprechen sein, so konnte es doch nichts an dem Thatsächlichen ändern, dass Paralysen vorhanden waren und, da Rindenverletzungen dieselben herbeigeführt hatten, cerebrale Bewegungen gelähmt waren.

Man hat es hier, wie diese kritische Betrachtung zeigt, mit einer ausserordentlichen Verwickelung der Dinge zu thun, welche unsere an die Spitze gestellten Erfahrungen unmittelbar und für sich allein nicht lösen lassen. Wollen wir die Bedeutung, welche die Scheitellappen-Rinde für die Bewegungen des Thieres besitzt, klar übersehen, so müssen wir weiter ausholen und davon ausgehen, welche Leistungsfähigkeit und welche Leistungen bezüglich der Bewegungen dem Centralnervensystem ohne die Grosshirnrinde zukommen.

Die motorischen Nervenfasern, welche einen Muskel versorgen, entspringen alle ohne Ausnahme, nahe ihrer Abgangsstelle von dem Hirnstamme oder dem Rückenmarke, aus Ganglienzellen, welche das Centrum des Muskels[2] heissen können, und die Muskelcentren aller Muskeln stehen unter einander in leitender Verbindung. Die Erregung, die von der Peripherie her auf sensiblen Bahnen zu einem Muskel-

---

und Bild vorgeführt waren, jetzt hat fortfallen lassen, dazu einige Anmerkungen und insbesondere der »Zusatz II« vom Jahre 1895 (S. 578—586) lassen jedoch erkennen, dass eine Wandelung in SCHIFF's Anschauungen sich vollzogen hat. Der »Zusatz« bringt einige Beobachtungen nach partiellen Exstirpationen der Extremitätenregionen des Affen, Beobachtungen, welche nichts wesentliches bieten und hauptsächlich, wie man sofort erkennt, die von mir sogenannten secundären Bewegungen illustriren, und schliesst mit den Worten: »Es muss (beim Menschen, wie) beim Affen ein die Bewegung übertragendes Centrum, ein bewegendes Centrum verletzt sein. Und wenn ich es durch meine Operation verletzt habe, so muss es an der operirten Stelle existiren. Man sieht, Bruchstücke von Thatsachen gestatten in einzelnen Fällen weitergehende Schlüsse, als die vollständigen Thatsachen selbst.« Natürlich ist der letzte Satz auch angesichts der neuen SCHIFF'schen Beobachtungen paradox; es ist aber bemerkenswerth, dass SCHIFF hier das »bewegende Centrum«, das vorher immer in grösserer Tiefe unterhalb der Rinde gelegen sein sollte (vergl. z. B. S. 525, 554; PFLÜGER's Arch. Bd. 30. S. 224, 253), doch in »oberflächlichen Grosshirnportionen« existiren lässt.

[1] PFLÜGER's Arch. Bd. 30. S. 217, 217 Anm., 224—225 (Gesammelte Beiträge S. 518, 518 Anm., 524—525).

[2] Vergl. unten S. 1154, Anm. 4.

centrum gelangt, kann demgemäss ebensowohl die Thätigkeit eines einzelnen Muskels zur Folge haben, wie, indem sie sich von dem Muskelcentrum auf benachbarte Muskelcentren und so immer weiter fortpflanzt, mehr Muskeln in Thätigkeit setzen. Doch kommen auf die letztere Weise nur selten, bei sehr starker und andauernder peripherischer Reizung oder abnorm hoher centraler Erregbarkeit, Reflexe zustande in Form von Reflexkrämpfen, welche über die gesammten Muskeln eines oder mehrerer Körpertheile oder sogar über alle Körpermuskeln ausgedehnt sind. Gewöhnlich verbreitet sich die Erregung anders in den Muskelcentren. Unter den demselben Körpertheile zugeordneten Muskelcentren stehen einige — man kann annehmen, durch die Vorzüglichkeit der sie verbindenden Leitungsbahnen — in besonders enger Beziehung zu einander, so dass die Erregung, die von der Peripherie her auf sensiblen Bahnen zum ersten Muskelcentrum gelangt, von diesem aus in bestimmter Reihenfolge die Muskelcentren der Gruppe durchläuft, ohne auf nicht zur Gruppe gehörige, wenn auch noch so nahe Muskelcentren überzugehen. Solcher Gruppen von Muskelcentren — man bezeichnet sie gewöhnlich als Reflexcentren, wir nennen sie besser Markcentren — giebt es eine Anzahl für jeden Körpertheil; und sie sind die im Nervensystem vorgebildeten Einrichtungen, durch welche es zu den geordneten und zweckmässigen reflectorischen Bewegungen des Körpertheiles kommt, die man gemeinhin kurz Reflexbewegungen nennt, z. B. zur Greif-, Stoss-, Kratzbewegung u. s. w. der Extremität. Wiederum sind von den Markcentren, welche den verschiedenen Körpertheilen zugeordnet sind, einige durch besonders gute Leitungsbahnen, welche die ersten Muskelcentren des einen und des anderen Markcentrums verbinden, in eine engere Beziehung gebracht, so dass die Erregung, indem sie von einem ersten Muskelcentrum aus sich verbreitet, auch zu Bewegungen mehrerer Körpertheile führen kann; die Bewegungen, welche zusammentreffen, sind dann immer derart, dass sie in Richtung auf ein und dasselbe Ziel zweckmässig erscheinen, wie z. B. Anziehen (Beugung) des gereizten Beines und Stossen (Streckung) des anderen Beines. Aber für das zweckmässige Zusammenwirken mehrerer Körpertheile bestehen ausserdem noch eigene Einrichtungen in den Principalcentren, Ganglienzellen-Complexen, welche im Gehirn unterhalb der Grosshirnrinde gelegen und durch eigene Leitungsbahnen mit Markcentren verschiedener Körpertheile verbunden sind. Jedem Principalcentrum sind so als oberem Centrum gewisse Markcentren untergeordnet, so dass die Erregung, die von der Peripherie her auf sensiblen Bahnen zu einem Principalcentrum gelangt, die gleichzeitige oder gesetzmässig in der Zeit einander folgende Erregung der mit

dem Principalcentum verbundenen Markcentren verschiedener Körpertheile nach sich zieht. Gehen, Laufen, Springen, Aufrichten geben Beispiele von Principalbewegungen ab, die durch die Principalcentren zustande kommen.

Vom Centralnervensystem ohne die Grosshirnrinde können also alle Muskeln in Thätigkeit gesetzt und geordnete oder zweckmässige Bewegungen eines oder mehrerer Körpertheile herbeigeführt werden, wenn infolge peripherischer Reizung die Erregung auf sensiblen Bahnen zu den Muskel- oder Mark- oder Principalcentren gelangt. Ist die Grosshirnrinde nicht ausgeschlossen, so ist nicht nur die Möglichkeit solcher gemeinen Reflexe vorhanden, sondern es können auch, ohne dass es einer peripherischen Reizung bedarf, — willkürlich, wie man sagt — die Muskeln in Thätigkeit gesetzt und die Körpertheile zweckmässig bewegt werden, indem die Erregung von centralen Elementen der Grosshirnrinde ausgeht und auf Leitungsbahnen, welche die Elemente mit den Muskel-, Mark- und Principalcentren verbinden, den letzteren zugeführt wird. Aber die willkürlichen Bewegungen sind nicht, wie man bis in die jüngste Zeit hinein geglaubt hat, die einzigen Leistungen der Grosshirnrinde in Richtung auf die Bewegungen des Thieres; vielmehr können durch die Grosshirnrinde, wenn infolge peripherischer Reizung die Erregung auf sensiblen Bahnen zu centralen Elementen der Rinde gelangt, auch unwillkürliche Bewegungen zustande kommen, indem dann die Erregung in der Grosshirnrinde auf die Leitungsbahnen übergeht, welche dieselbe mit den Centren unterhalb der Grosshirnrinde verbinden. Diese Rindenreflexe treten auf viel schwächere peripherische Reizung ein und sind Bewegungen anderer Art, als die gemeinen Reflexe, wie es z. B. bei mechanischem Angriffe der Finger oder Zehen die Berührungsreflexe gegenüber den gemeinen Reflexen zeigen.

Demnach bestehen am normalen Thiere dreierlei Modalitäten der Bewegung: willkürliche Bewegung, Rindenreflexbewegung und gemeine Reflexbewegung, und ist lediglich die letztere von der Grosshirnrinde unabhängig. Ebendiese Modalität kommt jedoch auch nur verhältnissmässig selten vor. Man darf sich nicht durch die vielerlei Bewegungen, welche am Thiere ohne Grosshirn bei langer Lebensdauer desselben zu beobachten sind[1], zu dem Glauben verleiten lassen, dass es zu allen den Bewegungen auch am unversehrten Thiere ohne Zuthun der Grosshirnrinde kommt. Denn ein Theil der Bewegungen des grosshirnlosen Thieres wird überhaupt erst durch die Isolirungs-

[1] S. besonders GOLTZ, Der Hund ohne Grosshirn. PFLÜGER's Arch. Bd. 51. 1892. S. 570 ff. — Vergl. dazu HERM. MUNK, DU BOIS-REYMOND's Arch. 1894. S. 366—367.

veränderungen[1] ermöglicht, welche nach der Abtrennung des Grosshirns statthaben, die Erhöhung der Erregbarkeit, welche die Centren, und die Verbesserung der Leitungsfähigkeit, welche die Nervenbahnen im Reste des Centralnervensystems weit über die Norm hinaus mit der Zeit erfahren; und ein anderer Theil jener Bewegungen ist am unversehrten Thiere dadurch ausgeschlossen, dass das Grosshirn gewissermaassen dem übrigen Centralnervensystem zuvorkommt, schon auf schwächere äussere Einwirkung hin Bewegungen veranlasst. Am normalen Thiere stellen sich gemeine Reflexbewegungen bloss dann ein, wenn plötzlich ein starker Reiz an der Peripherie angreift, und werden alle anderen Bewegungen durch die Grosshirnrinde herbeigeführt, sind diese Bewegungen, wie wir kurz sagen wollen, Rindenbewegungen.

Verführt dadurch, dass man ausschliesslich die Scheitellappen-Rinde elektrisch reizbar fand, hat man in den Anfängen des eingehenderen Studiums der Grosshirnrinde alle Rindenbewegungen von der Rinde des Scheitellappens abhängen lassen und in ihr den motorischen oder psychomotorischen vorderen Theil gegenüber dem nicht motorischen hinteren Theile der Grosshirnrinde gesehen. Dem widersprach jedoch bald, dass die Scheitellappen-Rinde als eine gleichwerthige Sinnessphaere, die Fühlsphaere, neben der Sehsphaere in der Hinterhauptslappen-Rinde und der Hörsphaere in der Schläfenlappen-Rinde sich ergab[2]. Später, als auch die Hinterhauptslappen-Rinde elektrisch reizbar gefunden war[3], liess sich ferner nachweisen[4], dass die Seiten- und Auf- und Abwärtsbewegungen der Augen, welche solcher Reizung folgen, auf die Weise entstehen, dass die Erregung von der Sehsphaere auf Leitungsbahnen, welche direct von ihr in die niedereren Hirntheile führen, zu den Centren für die Augenbewegungen gelangt; und man musste annehmen, dass auf diesem nächsten und kürzesten Wege die Rindenreflexe in nächster Folge des Sehens zustande kommen, die unwillkürlichen Augenbewegungen, welche dem neu im Gesichtsfelde Auftauchenden den Blick zuwenden. Was danach zu erwarten stand, dass die Rindenreflexe in nächster Folge des Hörens in gleicher Weise unmittelbar von der Hörsphaere abhängig sind, bestätigte dann auch der Versuch[5], insofern die Schläfenlappen-Rinde gleichfalls elektrisch

[1] Diese Berichte 1892. S. 697 ff.

[2] Herm. Munk, du Bois-Reymond's Arch. 1878. S. 171 ff. (Functionen u. s. w. Zweite Auflage. S. 32 ff.).

[3] E. A. Schäfer, Brain Vol. 11. 1888. p. 1 f. — (Herm. Munk und) Obregia, du Bois-Reymond's Arch. 1890. S. 260 ff.

[4] Herm. Munk, diese Berichte 1890. S. 53 ff. (Functionen u. s. w. Zweite Auflage. S. 293 ff.).

[5] B. Baginsky, du Bois-Reymond's Arch. 1891. S. 227 ff.

reizbar sich erwies und hier die Reizung Ohrbewegungen zur Folge hat. Dazu kommt endlich, dass nachweislich die entsprechenden Rindenreflexe im Bereiche des Gefühlssinnes der Haut, die Berührungsreflexe, ebenso abhängig sind von der Fühlsphaere und sogar von derjenigen ihrer Regionen, welcher der berührte Körpertheil zugehört und deren elektrische Reizung Bewegungen an demselben Körpertheile zur Folge hat[1]. Daher ist es für die Rindenreflexbewegungen ausser Zweifel, dass sie nicht insgesammt von der Scheitellappen-Rinde herbeigeführt werden, sondern jedesmal von centralen Elementen derjenigen Sinnessphaere, in welche infolge der peripherischen Reizung die Erregung gelangt, mittels directer Leitungsbahnen, welche ebendiese Sinnessphaere mit den Centren unterhalb der Grosshirnrinde verbinden.

Ebenso zweifellos werden andererseits alle willkürlichen Bewegungen, welche einen einzelnen Körpertheil betreffen, ausschliesslich von der Scheitellappen-Rinde angeregt, und zwar jedesmal ausschliesslich von derjenigen Region, welcher der Körpertheil zugehört, mittels Leitungsbahnen, welche von centralen Elementen der Region zu den Muskel- oder Markcentren des Körpertheiles führen. Und nochmals anders verhält es sich mit den Bewegungen, welche ein Körpertheil in Verbindung oder in der Reihe mit anderen Körpertheilen beim willkürlichen Gehen, Laufen, Aufrichten, Klettern u. s. w. vollführt. Diese Bewegungen können im groben ganz ohne Zuthun der Region erfolgen, welcher der Körpertheil zugehört, indem die Principalcentren auf eigenen Leitungsbahnen seitens der Grosshirnrinde erregt werden; und lediglich ihre Regulirung, ihre feinere Anpassung an die äusseren Umstände, wie Unebenheit, Härte, Glätte des Bodens u. s. w.[2], wird auf dem Wege

[1] Diese Berichte 1892. S. 691 ff.

[2] In seinen »Gesammelten Beiträgen zur Physiologie«, Bd. III. 1896. S. 517, fügt Schiff zu der Angabe, dass »wenn sich die operirten Hunde langsam bewegen oder wenn sie stehen, man einzelne Modificationen in der Haltung der Glieder sieht, die ganz und gar übereinstimmen mit den Modificationen nach Durchschneidung der Hinterstränge des Marks, und die sich alle ohne Ausnahme vollständig erklären lassen aus dem Mangel des Berührungsgefühles und der daraus resultirenden mangelhaften Kenntniss der Lage der Glieder, der Spannung der Gelenke, der Grösse der ausgeführten Bewegung, und der Unebenheiten und der Consistenz des Bodens, auf den sie sich stützen« die Anmerkung hinzu: »Siehe dieselben Thatsachen angegeben von Munk, Berliner Akademie 1893, pag. 759 et seq.« Ich bin dadurch zu der Bemerkung genöthigt, die ich früher unterdrückt habe, dass Schiff, als er zuerst in seiner Abhandlung vom Jahre 1883 (Pflüger's Arch. Bd. 30. S. 216) die angeführte Stelle veröffentlichte, anzumerken unterlassen hat: »Siehe dasselbe schon angegeben von Munk, du Bois-Reymond's Arch. 1878 S. 174«. Denn hier heisst es — ich ziehe nur einen Satz heran —: »diese grobe Mechanik reicht für das wirkliche Gehen des Lebens nicht aus. Dafür müssen die Gehbewegungen noch besonders den jedesmaligen äusseren Bedingungen des Gehens angepasst sein, vornehmlich der Beschaffenheit des Bodens,

des Rindenreflexes von der zugeordneten Region geleistet. Die Erregung der Principalcentren kann aber von verschiedenen Stellen der Grosshirnrinde aus herbeigeführt werden; denn abgesehen von der Regulirung, wird das willkürliche Gehen, Laufen, Klettern u. s. w. durch keinerlei partielle Exstirpationen der Grosshirnrinde geschädigt, ebensowenig, wie durch die beiderseitige Exstirpation der Sehsphaere oder der Hörsphaere, durch die beiderseitige Exstirpation gleich grosser oder noch grösserer Abschnitte der übrigen Rinde, insbesondere auch nicht durch die beiderseitige Exstirpation der Extremitätenregionen oder dieser und angrenzender Stücke der Nachbarregionen. Man findet keinen Anlass zu glauben, dass die Fühlsphaere bezüglich der Verbindungen mit den Principalcentren vor der Seh- oder der Hörsphaere bevorzugt sei.

Die Fühlsphaere ist also bezüglich der willkürlichen Principalbewegungen und der Rindenreflexbewegungen im Princip gleichwerthig der Sehsphaere und der Hörsphaere, hat aber vor diesen Sinnessphaeren das voraus, dass sie für sich allein die willkürlichen Bewegungen, welche einen einzelnen Körpertheil betreffen, beherrscht. Dadurch nimmt die Fühlsphaere in Hinsicht auf die Anregung der Bewegungen eine besondere Stellung gegenüber der übrigen Rinde ein. Sonst erscheint ihre Bedeutung für die Bewegungen des Thieres nur deshalb besonders gross, weil, während die Seh- und die Hörsphaere bloss Augen- und Ohrbewegungen als Seh- und Hörreflexe — Reflexbewegungen in nächster Folge des Sehens und Hörens — liefern, ihre Fühlreflexe — Reflexbewegungen in nächster Folge des Fühlens — sich auf alle Körpertheile erstrecken und auch die Regulirung, die Vervollkommnung und Anpassung, der willkürlichen Principalbewegungen umfassen.

Innerhalb der Fühlsphaere ist es dann jedesmal die bezüglich des Gefühlssinnes dem Körpertheile zugeordnete Region, welche die auf den Körpertheil beschränkten willkürlichen Bewegungen und die Fühlreflexe des Körpertheiles herbeiführt. Beiderlei Bewegungen gehen mit dem Untergange der Region für immer verloren, und erhalten bleibt dem Körpertheile von den bisherigen Rindenbewegungen lediglich die willkürliche Bewegung bei den Principalbewegungen. Dazu kann aber nunmehr, unter den abnormen Verhältnissen, der Körpertheil unter Umständen noch auf die Weise willkürlich thätig werden, dass seine Markcentren durch die Vermittelung der Markcentren eines anderen Körpertheiles von der dem letzteren zugeordneten Region in Erregung gesetzt werden.

seiner Härte, seiner Unebenheit, seiner Glätte u. s. f.; dafür muss noch eine Regulation der groben Mechanik erfolgen, eine Regulation, welche die durch die Bewegungen der Beine entstandenen Tastvorstellungen vermitteln, indem sie die erforderliche Abänderung der Muskelthätigkeit herbeiführen«. (Functionen u. s. w. Zweite Auflage. S. 36.)

Diese secundären Bewegungen des Körpertheiles bleiben in der Regel daran kenntlich, dass sie mit den primären Bewegungen des anderen Körpertheiles verbunden und, wo es sich nicht ausschliesslich um grobe Bewegungen handelt, ungeschickt sind; doch kann es bei häufiger Wiederkehr der nämlichen Bewegungen geschehen, dass die primären Bewegungen allmählich unterdrückt werden, indem die Region, welche diese Bewegungen herbeiführt, zugleich auch die antagonistischen Markcentren erregt, und dass so schliesslich grobe secundäre Bewegungen nicht mehr von den entsprechenden normalen willkürlichen Bewegungen sich unterscheiden lassen. Am unversehrten Thiere findet sich nichts, das an das normale Vorkommen solcher secundären Bewegungen denken liesse.

11.

Wie dergestalt das Verständniss der Bedeutung gewonnen ist, welche der Scheitellappen-Rinde oder der Fühlsphaere und ihren Regionen für die normalen Bewegungen des Thieres zukommt, versteht es sich, dass die Mark- und Muskelcentren jedes Körpertheiles durch Nervenbahnen mit centralen Elementen derjenigen Region verbunden sind, welche dem Körpertheile zugeordnet ist. Dabei brauchen wir jedoch nicht stehen zu bleiben. Es ist schon früher[1] ausgeführt worden, dass, weil die Fühlsphaere nicht bloss Fühlreflexe, sondern auch willkürliche Bewegungen herbeiführt, die Leitungsbahnen, welche von der Fühlsphaere zu den Mark- und Muskelcentren führen, nicht unmittelbar von denjenigen centralen Elementen ausgehen können, in welchen die sensiblen Nervenbahnen, deren Erregung die Berührungsempfindung zur Folge hat, ihr Ende finden, sondern ihre Ausgangspunkte in anderen centralen Elementen haben müssen, welche mit jenen »berührungempfindenden« in leitender Verbindung stehen, und welche »motorische Elemente« heissen mögen. Wir haben ferner gesehen[2], dass, während auf dem Wege des gemeinen Reflexes verhältnissmässig nur wenige Muskelcentren unmittelbar und für sich allein, die anderen Muskelcentren bloss mittelbar und in Verbindung mit den ersteren in Thätigkeit kommen, die Fühlsphaere diese wie jene Muskelcentren unmittelbar und für sich allein in Erregung zu setzen vermag. Dazu lehrt die Beobachtung des Hundes, Affen, Menschen, dass es lediglich eine kleine und, je höher das Thier in der Thierreihe steht, desto kleinere Anzahl von Muskeln giebt, die nicht für sich allein, ausser Verbindung mit anderen Muskeln des-

[1] Diese Berichte 1893. S. 769—770.
[2] Ebenda S. 766—769.

selben Körpertheiles, willkürlich oder auf dem Wege des Fühlreflexes thätig werden können. Ohne wesentlichen Fehler können wir daher hier nahezu jedem Muskelcentrum eine eigene Vertretung in der Fühlsphaere zuschreiben, derart dass es durch eine besondere Leitungsbahn mit einem besonderen motorischen Elemente der Fühlsphaere in Verbindung steht. Indem nun in jeder Region der Fühlsphaere ebenso, wie alle berührungempfindenden Elemente für die Haut des zugehörigen Körpertheiles, alle motorischen Elemente für die Muskelcentren desselben Körpertheiles vereint sich finden, lässt sich vermuthen, dass, wie sich noch engere örtliche Beziehungen der berührungempfindenden Elemente der Region zur Haut ergeben haben, so auch noch engere örtliche Beziehungen der mit den Muskelcentren verbundenen motorischen Elemente der Region zu den Muskelcentren oder den von diesen abhängigen Muskeln des Körpertheiles bestehen: und dafür bringen in der That die partiellen Exstirpationen der Extremitätenregionen die Bestätigung.

Beim Hunde zwar kommt man durch die Versuche, die hier bloss an der Vorderbeinregion ausführbar sind[1], nicht zu unzweideutigen Ergebnissen, wenn man auch für eine gewisse Zeit nach der Exstirpation regelmässige Verschiedenheiten, den nachfolgenden Ermittelungen entsprechend, im Pfotegeben und Scharren des Vorderbeines, wie in der Haltung und Bewegung seiner Glieder constatirt, je nachdem die vordere oder die hintere Hälfte der Vorderbeinregion exstirpirt ist. Anders aber ist es beim Affen. Hierhergehörige Versuche sind schon von Hrn. Ferrier[2], zum Theil in Verbindung mit Hrn. Yeo[3], und von den HH. Horsley und Schäfer[4] angestellt worden und haben das Ergebniss geliefert, dass die Rindenzerstörung jedesmal die Paralyse oder Parese derjenigen Bewegungen zur Folge hat, welche sich durch die elektrische Reizung derselben Rindenpartie hervorrufen lassen. Deutlich geht auch aus den Versuchen hervor, dass mit dem Wechsel der angegriffenen Rindenpartie die betroffenen Glieder von Arm und Bein ebenso wechseln hinsichts der Bewegungstörung infolge der Exstirpation, wie hinsichts der Bewegung infolge der Reizung, und die einen Male vornehmlich obere, die anderen Male vornehmlich untere Glieder durch die Exstirpation in den Bewegungen beeinträchtigt sind. Doch über den Umfang, in welchem die Schädigung oder der Ver-

---

[1] Vergl. oben S. 1132.

[2] Philos. Transact. of the R. Soc. of London, 1875, Part II. p. 443—444.

[3] Ebenda 1884, Part II. p. 510—520.

[4] Ebenda Vol. 179 (1888), B, p. 12—15, 25—33. — Dass bei den Versuchen von Ferrier und von Ferrier und Yeo, wie bei einigen Versuchen von Schäfer und Horsley die Rinde nicht abgeschnitten [illegible] kauterisirt wurde, ist hier belanglos.

lust der Bewegungen eintritt, gewähren die Versuche nur eine unbefriedigende Auskunft, theils weil die Contracturen den wahren Sachverhalt verdunkelten, theils und ganz besonders weil die Experimentatoren die verschiedenen Bewegungsarten nicht auseinanderhielten. Deshalb bedürfen diese partiellen Exstirpationen von unserem vorgerückten Standpunkte aus der erneuten Untersuchung, um sie in den Rahmen unserer Betrachtungen einfügen zu können.

Nach der Exstirpation der verbreiterten lateralen Partie der linken Armregion ist das Verhalten des rechten Armes beim Gehen, Laufen, Springen, Klettern, Aufrichten des Affen im wesentlichen dasselbe, wie nach der Totalexstirpation der linken Extremitätenregionen; nur hängt der Arm von vornherein weniger schlaff herab und treten die Besserungen im Gehen und Klettern rascher ein. Dagegen benutzt der Affe schon am 2.—3. Tage nicht mehr ausschliesslich den linken Arm, um die Nahrung zu greifen und zum Munde zu führen, sondern thut dasselbe auch gelegentlich einmal mit dem rechten Arme, wenn gerade zur Seite dieses Armes die Nahrung lag; und bald wird immer öfter der rechte Arm in solcher Weise thätig, bis schliesslich eine Bevorzugung des linken Armes nicht mehr zu bemerken ist. Der Affe kratzt sich ferner mit dem rechten Arme an verschiedenen Stellen der rechten Körperhälfte; er drückt mit dem rechten Arme die rechte Backentasche aus; er entfernt, wenn er an den Gitterstäben des Käfigs hängt, den rechten Arm vom Stabe und legt ihn wieder an; er verwendet zur Reinigung des Pelzes des Genossen eine Zeit lang den rechten Arm, wie eine andere Zeit lang den linken. Von dem Untergange der isolirten willkürlichen Bewegungen des rechten Armes kann demnach hier nicht die Rede sein. Dennoch liegt ein bleibender Verlust an solchen Bewegungen vor. Die Nahrung, die dicht an der linken Hand sich befindet, nimmt der linke Arm unter zarter Bewegung der unteren Glieder allein und fasst sie mit den Fingern: der rechte Arm setzt im entsprechenden Falle zugleich die oberen Glieder in Bewegung, er stösst gewissermaassen auf die Nahrung los und fasst sie, indem er die Hand zur Faust schliesst. So mit der vollen Hand nimmt der rechte Arm auch sonst immer, z. B. vom Boden die Nahrung auf; daher ihm das Fassen nur bei der Kirsche, der Beere und überhaupt grösseren Nahrungsstücken gut gelingt, aber bei dem Haferkorn, ja öfters schon bei der Erbse Schwierigkeiten macht, die erst durch wiederholte Greifbewegungen überwunden werden, und beim Reiskorn oder noch kleineren Apfel- und Mohrrübenstückchen in der Regel misslingt. Hat der Affe die Nahrung zum Munde geführt, so schiebt der linke Arm sie mit den Fingern in den Mund hinein: der rechte Arm thut nichts der Art, sondern ver-

hält sich passiv, während Lippen und Zähne die Nahrung aus der Hohlhand holen. Hat man, wenn der Affe an den Gitterstäben des Käfigs hängt, die linke Hand vorsichtig vom Stabe abgelöst, so dass sie in der Nähe des Stabes verblieb, oder hat der Affe selbst die Hand derart abgezogen, so macht diese Hand nur für sich allein eine kleine Bewegung, um sich von neuem anzuheften: die rechte Hand wird in gleichem Falle unter Bewegung des ganzen Armes mehr stossweise wieder angelegt. Kratzt sich der Affe mit dem linken Arme oder säubert er mit ihm den fremden Pelz, so bleibt nicht immer der ganze Arm in Bewegung, sondern werden zeitweilig bei Ruhe der oberen Glieder bloss Hand und Finger bewegt, und die gegenseitige Stellung der letzteren wird mehrfach verändert, um die Kratzstelle zu wechseln, einzelne Haare abzustreifen u. s. w.: bei den gleichen Vornahmen mit dem rechten Arme geht der ganze Arm ununterbrochen hin und her, und bloss Beugungen und Streckungen wechseln dabei an den Fingern mit einander ab. Die Bewegungen verschiedener Fingergruppen, wie man sie in grösster Mannigfaltigkeit sieht, wenn der linke Arm Hafer- oder Reiskörner aus der Hohlhand des Experimentators oder aus der Klemme zwischen seinen Fingern nimmt, treten überhaupt unter keinen Umständen am rechten Arme ein. Es sind also am rechten Arme die willkürlichen Bewegungen, welche die unteren Glieder für sich allein vollführen, für immer verloren; und es betheiligen sich diese Glieder nur noch in Gemeinschaft mit den oberen Gliedern an den isolirten willkürlichen Bewegungen des Armes, aber auch da nur durch einfache, nicht verwickeltere Bewegungen.

Schon wenn man ein grösseres Stück — etwa die zwei lateralen Drittel — der verbreiterten lateralen Partie der Armregion exstirpirt, kann man die beschriebenen Beobachtungen machen. Bei kleineren Exstirpationen ist die richtige Auffassung der Störungen erschwert, weil die isolirten willkürlichen Bewegungen von Hand und Fingern nicht gänzlich fehlen. Aber die andauernde Unbeholfenheit der Finger ist auch noch bei Exstirpationen von etwa 5^{mm} Länge und Breite, die den lateralsten Theil der Armregion betreffen, nicht zu verkennen[1].

[1] Beiläufig kann folgende Erfahrung von Interesse sein. Als ich einen Affen vor seiner Verwendung zum Versuche prüfte, fiel mir auf, dass er kleine Nahrungsstücke, nach welchen er mit dem linken Arme griff, öfters nicht fasste. Die genauere Untersuchung stellte heraus, dass der Affe sonst ganz normal war, aber an der linken Hand den Zeigefinger nicht für sich allein bewegen und auch die combinirte Bewegung von Daumen und Zeigefinger, die zum Fassen mit den Spitzen dieser Finger erforderlich ist, nicht ausführen konnte. Wenn er ein Hafer- oder Reiskorn oder ein noch kleineres Mohrrübenstück aus meiner Hand oder vom Querbalken zwischen den Gitterstäben mit seiner linken Hand zu nehmen hatte, sah man ein verwickeltes und ungeordnetes Spielen aller Finger, das ziemlich lange dauern konnte, bis es ihm endlich gelang, zwischen Daumen und einem der drei l[illegible]r das Stück zu fixiren. In drei

Exstirpirt man die medialste, der Falx zugewandte Partie der linken Extremitätenregionen und von der an der Convexität gelegenen Partie derselben einen anstossenden Streifen von solcher Breite, dass die laterale Grenze der Beinregion erreicht ist, so bieten die rechten Extremitäten im wesentlichen dasselbe Verhalten, wie nach der Totalexstirpation der linken Extremitätenregionen, dar bis auf die folgenden Abweichungen am rechten Arme. Schon nach wenigen Tagen folgen regelmässig der Berührung von Hand und Fingern die Berührungsreflexe oder auch isolirte willkürliche Bewegungen des Armes, beiderlei Bewegungen jedoch nur auf die unteren Glieder bis zum Vorderarme sich erstreckend. Um alles, das man in die Hohlhand legt, schliesst sich die Hand; und was man an die Finger bringt, wird geschickt von diesen gefasst. Aber wenn Nahrung so in die rechte Hand gelangte und der Affe noch so gierig nach derselben ist, bewegt sich während einer ersten Zeit diese Hand doch nicht weiter, sondern wird die Nahrung vom linken Arme aus der rechten Hand geholt und zum Munde geführt. In dieser Zeit nimmt auch sonst der Affe die Nahrung fast immer mit dem linken Arme auf; nur wenn er die Nahrung, die nahe der rechten Hand sich befindet, nicht mit dem linken Arme hat erreichen können, selbst nicht durch das Hinübergreifen über den rechten Arm, und wenn er nicht infolgedessen, wie es häufig geschieht, auf das Einbringen der Nahrung ganz verzichtet, holen die unteren Glieder des rechten Armes mit schwerfälliger, wie zögernder Bewegung die Nahrung heran, die nunmehr wiederum der linke Arm zum Munde führt oder der Mund selbst, der durch eine starke Rechtskrümmung der Wirbelsäule herangebracht wird, aus der rechten Hand entnimmt. Später erfolgen dieselben Bewegungen der unteren Glieder des rechten Armes immer häufiger und rascher, und dann wird auch die gefasste Nahrung von diesen Gliedern selbst zum Munde geführt. Schliesslich treten noch kleine, wenig umfangreiche Bewegungen des Oberarmes zu den Bewegungen der unteren Glieder hinzu, und damit ist in der 4.–5. Woche das Verhalten bei der Nahrungsaufnahme erreicht, bei welchem es für die Folge verbleibt. Meist ist kein Unterschied zwischen rechtem und linkem Arme bemerklich; aber wenn die Nahrungsstücke in grösserer Entfernung oder Höhe vor dem sitzenden oder am Gitter hängenden

---

Monaten trat keine Veränderung ein. Die Section ergab an der rechten Hemisphaere da, wo etwa die Mitte der lateralsten Partie der Vorderbeinregion anzunehmen war, eine kreisrunde Stelle von wenigen Millimetern Durchmesser, an welcher unter der adhaerenten Pia die Rinde stark gelb verfärbt war. Am Schädel fand sich dem rechten Sulcus Rolando ungefähr im Verlaufe entsprechend und über jene Stelle hinweggehend eine geheilte Fissur.

Affen gehalten werden, erreicht sie der Affe unter ganz denselben Umständen, unter welchen er sie bequem mittels Bewegung des linken Armes allein fasst, durch isolirte willkürliche Bewegungen des rechten Armes nicht und muss dafür den Rumpf mit in Bewegung setzen. Auch müssen in der Regel die Rumpfbewegungen zu Hülfe kommen, damit der hinter dem Gitter sitzende Affe das vor dem Gitter am Boden liegende Nahrungsstück fasst, wenn die rechte Hand das Nahrungsstück nicht sogleich traf, sondern daneben gerieth, oder wenn der vorgestreckte rechte Arm auf einen Gitterstab stiess und sich mit den Fingern in ihm verfing: am linken Arme kommen solche Missgriffe gar nicht vor oder werden sie zum mindesten durch Bewegungen des Armes allein sofort unauffällig verbessert. Zum Kratzen mit dem rechten Arme kommt es nicht anders, als dass, wenn gerade die Hand am Gesäss oder am Schenkel sich befindet, Hand und Finger Kratzbewegungen ausführen; ein Hin- und Hergehen des Armes verbindet sich damit nicht, die oberen Glieder bleiben in Ruhe. Ebenso ist es beim Reinigen des Pelzes. Hier sind also am rechten Arme die isolirten willkürlichen Bewegungen der unteren Glieder erhalten, die der oberen Glieder bis auf kleine, sehr beschränkte Bewegungen des Oberarmes, die erst spät und nur in Verbindung mit Bewegungen der unteren Glieder eintreten, für immer verloren; und ebenso verloren sind alle willkürlichen Bewegungen des rechten Beines.

Exstirpirt man die medialste, der Falx zugewandte Partie der linken Extremitätenregionen und von der an der Convexität gelegenen Partie derselben nur einen so schmalen anstossenden Streifen, wie der Dicke der abgetragenen medialen Rinde entspricht, so ist beim Gehen, Springen, Klettern, Aufrichten des Affen das Verhalten des rechten Beines nicht anders, als nach der Totalexstirpation der linken Extremitätenregionen; der rechte Arm aber zeigt das entsprechende Verhalten bloss am 1., 2. Tage, und dann schreitet die Besserung so rasch vor, dass nach 8—14 Tagen kaum noch einzelne Ungeschicktheiten sich finden, Ungeschicktheiten der Art, dass der Arm beim Gehen einmal schlecht aufgesetzt wird und abgleitet, beim Klettern einmal den Stab verfehlt. An diesem rechten Arme fehlen auch nur in den ersten 1—2 Tagen die Berührungsreflexe und die isolirten willkürlichen Bewegungen, danach zeigen sie sich hier ebenso, wie am linken Arme, höchstens dass die letzteren Bewegungen die ersten Male mit einer gewissen Unsicherheit und Trägheit erfolgen. Am rechten Beine bewegen sich schon wenige Tage nach der Operation Zehen und Fuss regelmässig auf Berührung, schliesst sich der Fuss fest um die Kirsche, den Stab, den Finger, die man in die Planta bringt, und fassen die Zehen dieselben Objecte geschickt, wenn sie

an ihre Hohlseite kommen. Später treten noch, wenn der Affe lange ruhig sitzt, zu Zeiten wiederholte Beugungen und Streckungen der Zehen ganz für sich allein am rechten Beine gerade so auf, wie am linken Beine. Aber weitere Berührungsreflexe und isolirte willkürliche Bewegungen kommen am rechten Beine nicht vor, auch wenn der Affe durch Monate am Leben bleibt. In diesem Falle sind also am rechten Beine die isolirten willkürlichen Bewegungen der oberen Glieder für immer verloren, dagegen die der unteren Glieder erhalten und macht sich an den isolirten willkürlichen Bewegungen des rechten Armes ein Verlust für die Dauer nicht bemerklich.

Mithin lehrt die Gesammtheit dieser partiellen Exstirpationen der Extremitätenregionen, dass auch innerhalb jeder Region die motorischen Elemente, welche mit den Muskelcentren des zugehörigen Körpertheiles in Verbindung stehen, nicht bunt durch einander liegen, sondern regelmässig angeordnet sind in Bezug auf die Lage der Muskeln, welche sie mittels der Muskelcentren beherrschen. Da die Exstirpation einer zusammenhängenden Partie der Arm- oder Beinregion immer einen zusammenhängenden Theil vom Arme bez. Beine der isolirten willkürlichen Bewegungen beraubt, während dem übrigen Arme bez. Beine diese Bewegungen verbleiben, kann es nicht anders sein, als dass immer alle motorischen Elemente, deren Muskelcentren dieselben Glieder der Extremität in Bewegung setzen, in einer Gruppe beisammen sich befinden. Und da, je nachdem die Exstirpation in der Armregion die mediale oder die laterale Partie oder nur das lateralste Stück der letzteren Partie betrifft, an den oberen oder an den unteren oder bloss an den untersten Gliedern des Armes die isolirten willkürlichen Bewegungen fehlen, müssen die Gruppen der motorischen Elemente so auf einander folgen, wie die Glieder der Extremität. Demnach lassen sich ähnlich, wie die Muskeln im Körpertheile bei und hinter einander gereiht sind, die motorischen Elemente, welche mittels der Muskelcentren die Muskeln beherrschen, in der Region neben und nach einander gelegen annehmen.

Geht man von der Projection der Haut auf die Fühlsphaeren aus, so führt auch auf dieselbe Anordnung der motorischen Elemente in der Region, was der Vergleich unserer letzten partiellen Exstirpationen mit unseren früheren (S. 1133) herausstellt: dass die nämliche Partie der Arm- oder Beinregion, welche der Haut gewisser Glieder des Armes bez. Beines zugeordnet ist, zugleich die isolirten willkürlichen Bewegungen ebendieser Glieder herbeiführt. Man könnte nur bei der einen wie der anderen Ableitung noch eine Schwäche darin sehen, dass bloss die Folgen verhältnissmässig grosser Exstirpationen zugrundeliegen. Obwohl die undeutlichen Ergebnisse kleinerer solcher Exstir-

pationen schon durch die Schwierigkeiten der Beobachtung und Prüfung zur genüge sich erklären lassen, so könnte man doch in Zweifel ziehen, ob die Ermittelungen an grösseren Partien der Extremitätenregionen auch für kleinere Partien derselben Geltung haben. Aber den Zweifel heben unsere Erfahrungen bezüglich der Berührungsreflexe[1]. Auf die leiseste, eben erfolgreiche Berührung eines Gliedes antwortet immer allein das berührte Glied mit Bewegung, die Finger, die Zehen, beim Affen sogar der einzelne Finger, die Hand, der Fuss, der Vorderarm u. s. w.[2]: und kommen bei stärkerer Reizung mehr Glieder in Bewegung, so ist es doch immer das berührte Glied, welches zuerst sich bewegt. Durchweg sind danach die berührungempfindenden Elemente für die Haut eines Gliedes am besten leitend verbunden mit denjenigen motorischen Elementen der Region, welche die dasselbe Glied bewegenden Muskeln beherrschen; und das lässt sich ohne weiteres durch die Kürze der Leitungsbahnen zwischen den beiderlei Elementen, nur mittels einer gar nicht zu begründenden Annahme durch die hervorragende Leitungsfähigkeit dieser Bahnen erklären. Es wird aber auch, dass das Nächstliegende in der Wirklichkeit zutrifft, dass beiderlei Elemente dicht bei einander sich befinden, unmittelbar bewiesen durch die Versuche am Hunde, in welchen nur ein kleinster Rest der linken Extremitätenregionen erhalten war und, bei sonstigem Fehlen jeder Spur von Berührungsempfindlichkeit an den rechten Extremitäten, der Berührung einer gewissen Stelle der Zehen die Bewegung der Zehen folgte[3].

Noch anderes in unseren Versuchen tritt für die erkannte Anordnung der motorischen Elemente ein, das Verhalten der isolirten willkürlichen Bewegungen, welche mittels der Markcentren zustande kommen. Indem wir soweit bloss die engeren örtlichen Beziehungen zwischen den mit den Muskelcentren verbundenen motorischen Elementen und den Muskelcentren oder den von diesen abhängigen Muskeln ins Auge fassten, haben wir doch nur anscheinend die motorischen Elemente vernachlässigt, welche mit den Markcentren in Verbindung stehen. Wenn ein Markcentrum auf dem Wege des gemeinen Reflexes thätig wird, so geht die Erregung von den sensiblen Bahnen auf das erste Muskelcentrum desselben über und durchläuft dann von diesem aus in bestimmter Reihenfolge die anderen Muskelcentren der Gruppe; und wenn dazu noch die Thätigkeit eines zweiten

[1] Diese Berichte 1892. S. 691; 1893. S. 767, 769.

[2] Dass oft sogar auf Berührung der Beugeseite die Beuger, auf Berührung der Streckseite die Strecker des Gliedes thätig werden, vernachlässige ich hier, weil diese Berührungsreflexe erst noch einer genaueren Untersuchung bedürfen.

[3] S. oben S. 1134.

Markcentrums sich gesellt, so wiederholt sich an diesem dasselbe, indem zu seinem ersten Muskelcentrum die Erregung von dem anderen ersten Muskelcentrum her gelangt[1]. Ebenso ist es, wenn ein Markcentrum bei den Principalbewegungen[2] oder bei den secundären Bewegungen[3] thätig wird, nur dass die Erregung dem ersten Muskelcentrum dort von dem Principalcentrum, hier von dem ersten Muskelcentrum eines anderen Markcentrums zugeführt wird. Demgemäss wird die Arm- oder Beinregion, um die Markcentren in Thätigkeit zu setzen und eine Greif-, Stoss-, Kratzbewegung oder dergleichen herbeizuführen, lediglich die ersten Muskelcentren der Markcentren zu erregen haben, also Muskelcentren, welche die obersten Glieder der Extremität bewegen, und werden die motorischen Elemente für diese Muskelcentren zugleich die motorischen Elemente für die Markcentren sein. Es lässt sich deshalb erwarten, dass die isolirten willkürlichen Arm- und Beinbewegungen, welche mittels der Markcentren zustande kommen, von den medialen Partien der Arm- und Beinregion abhängig sind: und so ergeben es in der That unsere partiellen Exstirpationen. Nach der Exstirpation der lateralen Partie der linken Armregion sieht man nicht bloss die isolirten willkürlichen Bewegungen der oberen Glieder des rechten Armes erhalten, sondern auch die isolirten willkürlichen Greif-, Stoss-, Kratzbewegungen des Armes, bei welchen die Vermittelung durch die Markcentren gar nicht zu verkennen ist, da auch die unteren Glieder des Armes, die der isolirten willkürlichen Bewegungen beraubt sind, activ sich betheiligen; es fehlen nur gänzlich die vervollkommnenden oder verfeinernden Modificationen des Greifens, Stossens, Kratzens, welche in der Norm öfters auftreten, dadurch bewirkt, dass zu den Leistungen der Markcentren isolirte willkürliche Bewegungen der unteren Glieder hinzutreten. Dagegen bleiben nach der Exstirpation der medialen Partie der Arm- oder Beinregion alle isolirten willkürlichen Bewegungen des Armes bez. Beines, welche mittels der Markcentren zustande kommen, für immer aus; wie sich zeigt, vermag dann der Affe selbst die für ihn bedeutsamsten dieser verlorenen Bewegungen, wie das Ergreifen und Einbringen der Nahrung, nur allmählich und unvollkommen durch die ihm verbliebenen willkürlichen Bewegungen der unteren Glieder zu ersetzen.

Nebenbei liefern unsere Versuche eine werthvolle ergänzende Aufklärung. Wenn man am unversehrten Thiere und am Thiere, das die Extremitätenregionen einer Seite verloren hat, die Gemeinreflexe und die Berührungsreflexe vergleichend studirt und auf den

[1] S. oben S. 1140; diese Berichte 1892. S.692, 697; 1893. S. 764, 766, 768, 779.

[2] Diese Berichte 1893. S.775–776, 780.

[3] Ebenda S.779, 781; 1895. S.603, 607 ff.

Angriff der Zehen die Glieder der Extremität mit wachsendem Reize bei jenen Reflexen von oben nach unten, bei diesen Reflexen von unten nach oben fortschreitend in die Bewegung einbezogen werden sieht, drängt sich der Glaube auf, dass die beiden Male die Erregung, den entgegengesetzten Enden des Markcentrums zugeleitet, in entgegengesetzter Richtung die Muskelcentren der Gruppe durchläuft[1]. Diesen Glauben mussten schon die Versuche erschüttern, bei welchen die Extremitätenregionen bis auf einen kleinsten Rest exstirpirt waren, da es bei der ausschliesslichen Bewegung der Zehen, welche die leiseste Berührung herbeiführte, immer auch bei stärkerer Berührung verblieb[2]. Nunmehr erweist den Glauben als unrichtig, dass nach der Exstirpation der medialen Partie der Arm- oder Beinregion die Bewegung bei den Berührungsreflexen auf die unteren Glieder beschränkt bleibt und wohl von den Fingern auf die Hand und den Vorderarm, von den Zehen auf den Fuss, nie aber weiter auf die oberen Glieder, die der isolirten willkürlichen Bewegungen beraubt sind, sich verbreitet. Danach kann die zunehmende Betheiligung der Glieder bei den Berührungsreflexen nichts mit dem Markcentrum zu schaffen haben, in welchem überhaupt nur in der Richtung von dem ersten oder obersten zum letzten oder untersten Muskelcentrum die Erregung sich fortpflanzen zu können scheint, sondern muss darauf beruhen, dass entsprechend mehr und mehr von den motorischen Elementen der Region in Erregung gerathen infolge von Anastomosen, sei es der sensiblen Nervenbahnen, deren Erregung die Berührungsempfindung zur Folge hat, auf ihrem Wege von den Nervenendigungen in der Haut zu den berührungempfindenden Elementen der Region, sei es der motorischen Elemente in der Region selbst. Man kann aber nicht anstehen, sich zu gunsten der letzteren Anastomosen (oder Associationsfasern) zu entscheiden, wenn man erwägt, wie leicht und rasch einerseits bei den Berührungsreflexen neue Glieder in die Bewegung eintreten, und wie schwer und langsam andererseits es mittels der Anastomosen der sensiblen Bahnen zur Berührungsempfindlichkeit kommt, wo die normale Verbindung der Haut mit der Fühlsphaere gestört ist,[3] und wenn man ferner in Betracht zieht, dass bei den Berührungsreflexen immer doch bloss einzelne Muskeln an den Gliedern thätig werden, was zu den Anastomosen der sensiblen Bahnen schwer in Beziehung zu bringen ist.[4]

[1] Diese Berichte 1892. S. 691—692; 1893. S. 766—767.

[2] S. oben S. 1134.

[3] S. oben S. 1136.

[4] Zum Abschlusse dieser Ermittelungen wird es am Orte sein folgendes anzumerken. Zur Vereinfachung der Darlegung und um das, worauf es bei den vorlie-

Die Einsicht, zu welcher wir so gelangt sind, sehen wir denn schliesslich auch im Einklang mit den Ergebnissen stehen, welche die elektrischen Reizungen der Region liefern. Man darf sich nur nicht damit begnügen, wie es meistens geschehen ist, dass man die Region abtastet, indem man schwache reizende Ströme mittels dicht bei einander befindlicher Elektroden der Oberfläche zuleitet, sondern man muss den allerdings viel mühsameren und viel Versuchsmaterial erfordernden Weg einschlagen, dass man das eine Mal hier, das andere Mal dort in der Region mit schwächsten, d. h. eben erfolgreichen Strömen reizt und, natürlich unter Einhaltung grösserer Pausen, die Dauer der Einwirkung dieser Ströme variirt oder die Intensität der Ströme ein wenig erhöht und wieder erniedrigt.

Durch die Mitanwendung eines Verfahrens der letzteren Art ist die Untersuchung der Armregion des Affen an der Convexität der Hemisphaere seitens der HH. BEEVOR und HORSLEY[1] unter den vorliegenden Untersuchungen[2] zu den besten Ergebnissen gelangt. Es wurde gefunden: dass die Bewegungen der grösseren Glieder von der oberen, die kleineren und differenzirteren Bewegungen von der unteren Partie der Region herbeizuführen sind; dass die Glieder in der Reihenfolge Oberarm, Vorderarm, Hand und Finger bei Reizung der obersten und in der umgekehrten Reihenfolge bei Reizung der untersten Partie der Region in Bewegung kommen, während bei Reizung der mittleren Partie die Reihe der Bewegungen an Vorderarm oder Hand beginnt; und dass die mehrerlei Bewegungen jedes Gliedes in bestimmter Reihen-

genden Untersuchungen ankommt, möglichst klar und scharf hervortreten zu lassen, war es bei dem zeitigen Stande unserer Kenntnisse vom Rückenmark geboten, das Muskelcentrum als ein zusammenhängendes und einheitlich wirkendes Ganzes anzunehmen und als solches in die Bildung der Markcentren eingehen, wie mit der Grosshirnrinde in Verbindung treten zu lassen. Besteht das Muskelcentrum aus mehreren Stücken, von welchen eines oder einige mit der Rinde verbunden sind, andere in die Bildung der Markcentren eingehen, ohne mit der Rinde verbunden zu sein, so beziehen sich natürlich unsere Ermittelungen auf die motorischen Elemente der Region, welche jenen ersteren Stücken des Muskelcentrums vorgeordnet sind. Und wenn das Markcentrum nicht unmittelbar von Stücken der zur Gruppe gehörigen Muskelcentren gebildet ist, sondern sich zu diesen Stücken verhält wie das Principalcentrum zu den Markcentren, wenn also das Markcentrum ein eigenes Ganglienzellen-Gebilde ist, mit welchem jene Stücke der zur Gruppe gehörigen Muskelcentren erst noch durch besondere Leitungsfasern in Verbindung gesetzt sind, so folgt aus unseren Versuchen, dass das einem solchen Markcentrum vorgeordnete motorische Element dort in der Region gelegen ist, wo sich das motorische Element befindet, welches den ersten bei der Thätigkeit des Markcentrums in Action tretenden Muskel mittels des Muskelcentrums beherrscht. Darüber hinaus erscheinen unsere Ermittelungen unabhängig von der Entwickelung, welche die Lehre vom Rückenmark weiter nimmt.

[1] Philos. Transact. of the R. Soc. of London, Vol. 178 (1887), B, p. 153 f.

[2] S. besonders: E. A. SCHÄFER, Beiträge zur Physiologie, Festschrift für C. LUDWIG. Leipzig 1887. — HORSLEY and SCHÄFER, Philos. Transact., Vol. 179 (1888), B, p. 1 f.

folge auftreten, wenn der Reizungsort von oben nach unten wechselt, der Oberarm erst vorgeführt, dann abducirt, dann nach aussen rotirt, endlich adducirt wird u. s. w. Die HH. Beevor und Horsley setzen in ihrer Zusammenfassung der Ergebnisse noch hinzu, dass die Muskeln des Armes fortschreitend von oben nach unten in der convexen Oberfläche der Hemisphaere repraesentirt sind in der Ordnung ihrer Grösse und der Glieder, welche sie bewegen: in der Ordnung Oberarm, Vorderarm, Hand, Finger, Daumen[1]. Aber wenn sie sich damit auch im Ausdruck dem nähern, was oben ermittelt wurde, so sind sie doch von jeder derartigen Vorstellung weit entfernt. Sie erklären ausdrücklich, dass sie in der primären Bewegung, d. h. derjenigen Bewegung, welche als erste der Reizung folgt, die Bewegung sehen, welche vor allen anderen an der gereizten Stelle der Rinde repraesentirt ist, in Übereinstimmung mit Hrn. Hughlings Jackson's Anschauung, dass die Localisation im Hirn überhaupt eine stufenweise Repraesentation mehrerer Bewegungen und nicht die enge Abgrenzung einer einzelnen ist[2]. Dementsprechend stellen sie es auch als ein Ergebniss ihrer Untersuchung hin: dass es keine absolute Grenzlinie zwischen dem Localisationsfelde der einen und dem der anderen Bewegung in der Rinde giebt; indem jede Bewegung einen Mittelpunkt grösster Repraesentation hat und diese sich stufenweise in die umgebende Rinde hinein abschattirt[3].

Nach meinen Erfahrungen sind bei Reizung mit schwächsten Strömen an der Armregion des Affen nächst der medialen Grenze (Schulter- und) Oberarmbewegungen und bei fortschreitender Annäherung an die laterale Grenze Vorderarm-, dann Hand-, dann Fingerbewegungen, ebenso an der Beinregion in der Richtung von medial vorn nach lateral hinten Oberschenkel-, Unterschenkel-, Fuss-, Zehenbewegungen die alleinigen Folgen oder wenigstens die Anfangsbewegungen, d. h. die Bewegungen, mit welchen der zur Beobachtung kommende Erfolg anhebt, und an welche sich die Bewegungen anderer Glieder als Folgebewegungen anreihen. Bei den Prüfungen im Bereiche der lateralen Partie der Arm- wie der Beinregion folgt allermeist der schwächsten Reizung von kurzer Dauer ausschliesslich die Bewegung des einzelnen

[1] A. a. O. S. 166.

[2] A. a. O. S. 162: We employ throughout our paper this expression — Primary Movement — in a very definite sense, namely, to express that movement which is represented above all others at one particular spot in the cortex. This use of the expression is in harmony with Dr. Hughlings Jackson's view, viz., that cerebral localisation is in the main a matter of degree of representation of several movements, and not the close limitation of any one.

[3] Ebenda S. 166: there is no absolute line of demarcation between the area of localisation in the cortex of one movement and that of another; each movement having a centre of maximum representation, this gradually shading off into the surrounding cortex.

Gliedes, selbst des einzelnen Fingers, bei der einen Reizstelle eine Beugung, bei der anderen eine Streckung; und je mehr man die Reizung andauern lässt oder verstärkt, desto mehr von den anderen Gliedern der Extremität gerathen mit in Bewegung in der Reihenfolge, wie die Glieder an das erstbewegte sich anschliessen. Bei den Prüfungen im Bereiche der medialen Partie verbinden sich öfters schon bei der schwächsten und kurzdauernden Reizung und regelmässig bei länger dauernder und stärkerer Reizung mit der Bewegung von Schulter oder Oberarm bez. Oberschenkel Bewegungen der nächsten oder sogar aller unteren Glieder der Extremität; aber hin und wieder erfolgt bei der schwächsten und kurzdauernden Reizung Vor- oder Rückwärtsführung, Ab- oder Adduction des Armes bez. Beines ohne jede active Betheiligung der unteren Glieder vom Vorderarme bez. Unterschenkel an, die bloss passiv mitgeführt werden. Und in alledem giebt sich uns sogleich die gefundene Anordnung der motorischen Elemente zu erkennen, die ja nebst den nächsten Strecken der mit ihnen zusammenhängenden Nervenfasern der Reizung unterliegen[1]. Da die motorischen Elemente nicht bloss mit Muskelcentren, sondern auch mit Markcentren in Verbindung stehen und ferner durch Anastomosen (Associationsfasern) innerhalb der Region mit einander verbunden sind, versteht es sich nur zu gut, wie es zu den Folgebewegungen kommt, und lassen sich lediglich aus den Anfangsbewegungen als den unmittelbaren Folgen der Erregung der von der Reizung betroffenen motorischen Elemente, ebenso wie aus den Bewegungen einzelner Glieder, die Muskeln entnehmen, welche von den gereizten motorischen Elementen mittels der Muskelcentren beherrscht werden. In dem Unterschiede der Erfolge an der lateralen und der medialen Partie findet aber sichtlich Ausdruck, dass die letztere durch die Verbindung mit den Markcentren ausgezeichnet ist, so dass im Falle der Reizung medialer Stellen schon mehrere oder alle Glieder der Extremität in Bewegung kommen können, ohne dass die Erregung unter den motorischen Elementen der Region sich ausbreitet. Dafür dass die motorischen Elemente der Region durch Anastomosen zusammenhängen, lassen sich noch die klonischen Krämpfe heranziehen, welche nach häufigen und längeren Reizungen der lateralsten Partie der Bein- und besonders der Armregion als Nachwirkung einer neuen Reizung zuerst an den Zehen- bez. Fingermuskeln sich einstellen und in regelmässigem Fortschritt von Glied zu Glied Muskeln höherer Glieder befallen.

Beim Hunde kommen die letzteren Krämpfe öfter zur Beobachtung, sobald man an der hintersten Partie der Vorderbeinregion viele Rei-

---

[1] Vergl. Functionen u. s. w. Zweite Auflage. S. 311.

zungen vornimmt, und hier habe ich sie auch, wenn sie eben bis zum Oberarme sich entwickelt hatten, durch die rasche Exstirpation der vorderen Partie der Region wieder auf die Zehen oder die Zehen und den Fuss einschränken können[1]. Übertreibt man die Reizungen nicht, so haben schwächste und kurzdauernde Reizungen jener hintersten Partie regelmässig Bewegungen der Zehen allein zur Folge, an mehr medial nahe vor dem Sulcus coronalis gelegenen Stellen Streckung, an mehr lateral gelegenen Beugung aller Zehen; bei stärkerer oder längerer Reizung treten der Reihe nach Fuss-, Vorderarm-, Oberarmbewegungen hinzu. Weiter vorn in grösserem Abstande vom Sulcus coronalis ausgeführte schwächste und kurze Reizungen liefern meist Fuss- und Zehenbewegungen, hin und wieder Fussbewegungen allein. Reizungen im Bereiche der vorderen Partie der Vorderbeinregion haben dieselben Erfolge, wie die Reizungen im Bereiche der medialen Partie der Armregion des Affen; höchstens kommen die Bewegungen des Armes, bei welchen die unteren Glieder rein passiv mitgeführt werden, seltener vor. Bewegungen des Vorderarmes habe ich nicht für sich allein und auch nicht mit Sicherheit als Anfangsbewegungen den Reizungen folgen sehen. Es ist also beim Hunde alles wie beim Affen, nur dass beim Hunde die alleinige Bewegung eines Gliedes nicht für jedes Glied und im ganzen seltener durch die Reizung herbeizuführen ist.

Eine gleichsinnige Verschiedenheit haben die HH. Beevor und Horsley zwischen den Makaken oder dergleichen niedereren Affen, an welchen ihre und unsere Versuche angestellt sind, und einem Orang-Utan, den sie zum Vergleiche untersuchten, gefunden[2]. Beim Orang folgte der sehr schwachen Reizung in der Regel die Bewegung eines einzigen Gliedes — dabei zuweilen bei dem Wechsel der Reizstelle hier eine Beugung, dort eine Streckung u. s. w. — und schlossen sich seltener der Anfangsbewegung eines Gliedes Folgebewegungen der anderen Glieder an. Die HH. Beevor und Horsley haben darin gemäss ihrer Anschauung, nach welcher jede Bewegung ein grösseres Repraesentationsfeld in der Rinde haben sollte mit einem Maximum in der Mitte und einem Minimum an der Peripherie und die Repraesentationsfelder verschiedener Bewegungen übereinandergreifen sollten, eine Einschränkung oder engere Begrenzung (limitation) der Repraesentation jedes einzelnen Gliedes gesehen und damit eine Vervollkommnung der Repraesentation, die den grossen Fortschritt in der functionellen Entwickelung der Rinde des Orangs über die des *Macacus* hinaus zeigen

[1] Vergl. meine Versuche in: C. Wernicke, Lehrbuch der Gehirnkrankheiten. Bd. I. Kassel 1881. S. 240—241.

[2] Phil. Transact. of the R. Soc. of London, Vol. 181 (1890), B, p. 129 f.

sollte[1]. Die beobachtete Verschiedenheit findet aber ihre einfache Erklärung durch die verschiedene Erregbarkeit der geprüften Rinde. Denn diese ist, wie die Reizversuche ergeben, am grössten beim Hunde, kleiner beim *Macacus*, noch kleiner[2] beim Orang; und daher muss die Erregung von der gereizten Stelle aus am schwersten beim Orang, leichter beim *Macacus* und noch leichter beim Hunde sich über die Rinde verbreiten oder, wie wir genauer sagen können, von den von der Reizung betroffenen motorischen Elementen aus durch die Anastomosen andere motorische Elemente der Region in Erregung setzen. Thut ja auch die allbekannte Thatsache, dass durch elektrische Reizung viel eher und rascher beim Hunde epileptische Anfälle entstehen, als beim *Macacus*, die grössere Erregbarkeit der Rinde des Hundes und die leichtere Ausbreitung der Erregung in derselben dar[3]. Als ein begünstigendes Moment mag noch hinzukommen, dass die der Extremität zugeordnete Region absolut und erst recht im Verhältniss zur Körper- oder Grosshirn-Grösse beim *Macacus* wesentlich ausgedehnter ist als beim Hunde. Allerdings muss beim *Macacus* der grösseren Zahl der Extremitätenmuskeln, welche für sich allein willkürlich thätig werden können — man braucht nur an die Bewegungen der einzelnen Finger gegenüber der Gesammtbewegung der Zehen beim Hunde zu denken —, eine grössere Zahl der motorischen Elemente der Region entsprechen, welche mit Muskelcentren in Verbindung stehen; aber trotz der grösseren Zahl könnten die motorischen Elemente beim *Macacus* doch in grösserem Abstande von einander liegen, als beim Hunde: und dann würde, dass beim Hunde seltener der Reizung die Bewegung eines einzigen Gliedes folgt, auch darin begründet sein, dass hier seltener gerade diejenigen motorischen Elemente allein von der elektrischen Reizung betroffen würden, welche mit den Muskelcentren der ein einzelnes Glied bewegenden Muskeln in Verbindung stehen, und dass alle Anastomosen zwischen den motorischen Elementen der Region von geringerer Länge wären.

[1] A. a. O. S. 145: the extreme paucity of such combinations shows more clearly than words to what a remarkable extent the representation of each individual segment is integrated in the cortex of the Orang. Too much stress cannot be laid upon this point since it demonstrates incontestably the great advance in evolution of function of the Orang's cortex above that of the Macacque.

[2] Nach den Erfahrungen von Beevor und Horsley a. a. O. S. 133.

[3] Nach Beevor und Horsley (a. a. O. S. 155—156) scheint es auch beim Orang schwerer zu epileptischen Anfällen infolge der elektrischen Reizung zu kommen, als beim *Macacus*.



Geologisch-petrographische Studien in den chilenischen Anden.

Von Dr. W. Moericke
in Freiburg im Breisgau.

(Vorgelegt von Hrn. Klein am 22. October [s. oben S. 1031].)

Wie in dem der Königlichen Akademie der Wissenschaften seiner Zeit eingereichten und von ihr genehmigten Gesuch behufs einer Unterstützung aus der Humboldt-Stiftung zum Zwecke einer geologischen Reise nach Chile hervorgehoben wurde, stellte ich es mir zur Hauptaufgabe, die Altersverhältnisse sowie die geologische Erscheinungsform und die räumliche Verbreitung der verschiedenartigen Eruptivgesteine in der chilenischen Cordillere möglichst genau festzustellen.

Über die wissenschaftlichen Ergebnisse meiner Reise berichte ich nunmehr Folgendes.

Als A. W. Stelzner im Jahre 1885 seine für die Geologie der argentinisch-chilenischen Anden grundlegende Arbeit herausgab, sprach er sich in Bezug auf diese Fragen folgendermaassen aus: »Ob die räumliche Verbreitung und die zeitliche Folge dieser verschiedenartigen Producte (jüngere Eruptiva) von bestimmten Gesetzen beherrscht werde, lässt sich bei dem heutigen Zustand der südamericanischen Geologie noch nicht angeben.« Ähnlich äussert sich hierüber Freiherr von Richthofen in seinem im Jahre 1886 erschienenen Führer für Forschungsreisende, wenn er sagt: »Besonders erwünscht sind genaue Untersuchungen über die jüngeren Ausbruchsgesteine in den südamericanischen Anden. Es hat den Anschein, als ob hier der Anfang der Ausbruchsthätigkeit in eine frühere Zeit zurückreiche als in anderen Erdräumen, die in der Reihenfolge der Gesteine begründete Entwickelung aber die normale gewesen sei; doch gestattet der geringe Grad der Kenntniss über jene Gegenden nicht, diesen Schluss mit Sicherheit zu ziehen.«

Während meines erstmaligen Aufenthaltes in Chile im Jahre 1889/90 hatte ich mich unter anderm auch mit dem Studium der Eruptivgesteine der Anden beschäftigt, und nach meiner Rückkehr

nach Europa habe ich einige Arbeiten über diesen Gegenstand veröffentlicht. Jedoch war ich mir wohl bewusst, dass, wie es in der Natur der Sache lag, das geologische Auftreten und ganz besonders die Altersfolge der Cordilleren-Eruptivgesteine noch in manchen Punkten der Aufklärung bedurften, und es war daher mein lebhafter Wunsch, noch weitere, eingehendere Studien hierüber an Ort und Stelle anstellen zu können. Sobald ich von Seiten der Akademie einen namhaften Betrag aus den Fonds der Humboldt-Stiftung zugesichert erhalten hatte, reiste ich nach Chile ab, um noch die ganze gute Jahreszeit für meine Studien ausnützen zu können. Nach einer siebenwöchentlichen Seefahrt gelangte ich Ende September des Jahres 1895 in den Hafen von Valparaiso, von wo aus ich mich alsbald nach der Hauptstadt Santiago de Chile begab, um mir daselbst einige Empfehlungen für die nördlichen Provinzen sowie das Kartenmaterial, soweit solches eben vorhanden war, zu verschaffen. Zu meinem Hauptarbeitsfeld hatte ich mir das nördliche Chile ausgewählt, und zwar begab ich mich zunächst nach der Provinz Atacama.

Bietet doch das nördliche Chile und in erster Linie Atacama besonders klare Aufschlüsse und Profile dar, wie sie anderwärts in gleicher Grossartigkeit wohl nur schwer zu finden sein dürften. Freilich ist andererseits auch wieder das Reisen in diesen unwirthlichen Gegenden mit manchen Schwierigkeiten verknüpft. Um in die Anden einzudringen, ist es stets nöthig, kleinere Expeditionen, bestehend aus einer Anzahl von Maulthieren und einigen Leuten als Begleitern, auszurüsten; wobei alles für des Lebens Nothdurft Nöthige mitzunehmen ist, da, zumal in den höheren Theilen der Anden, keine menschlichen Niederlassungen mehr weit und breit anzutreffen sind. Besonders hinderlich für den Forschungsreisenden ist der ausserordentliche Mangel an Futter für die Lastthiere; da nämlich die spärlichen Futter- und Wasserplätze meist in recht beträchtlicher Entfernung von einander liegen, so muss das Reisetempo in der Regel sehr beschleunigt werden, was natürlich eine eingehendere Beobachtung sehr erschwert. Hierzu kommt noch als weitere Unannehmlichkeit, unter welcher der Reisende nicht wenig zu leiden hat, der ganz ungemein schroffe Temperaturwechsel, der in diesen Gegenden herrscht. Während des Tages über in diesen vollständig baum- und schattenlosen Gegenden in der Regel eine solche Hitze ist, dass man mitunter, um Gesteinshandstücke zu schlagen, Handschuhe anziehen muss, um sich nicht die Finger an den von den glühenden Sonnenstrahlen erhitzten Felsen zu verbrennen, sinkt des Nachts hingegen das Thermometer mehrere Grad unter den Gefrierpunkt, so dass das Wasser in den Rinnsalen, an welchen die Nachtlager errichtet wurden, stets bis auf den Grund zufror.

Während meines 2½monatlichen Aufenthaltes in der Provinz Atacama hatte ich zum Hauptausgangspunkt für meine Expeditionen die Provinzialhauptstadt Copiapo gewählt. Ich machte zunächst von dort aus verschiedene Excursionen nach einer ganzen Anzahl von Minendistricten, an welchen die Provinz sehr reich ist und die zum Theil schon in sehr beträchtlichen Höhen gelegen sind, um von dort aus kreuz und quer die westlichen Theile der Cordillere zu durchstreifen und den geologischen Aufbau derselben kennen zu lernen. Hierauf unternahm ich einige grössere Expeditionen, welche mich tiefer in die Anden hineinführten, bis in die Nähe der argentinischen Grenze, so unter anderem nach dem Cerro del Azufre, auch Vulcan von Copiapo genannt, der mit 5800^{m} Meereshöhe eine der höchsten Erhebungen in der Provinz Atacama repraesentirt. Von Atacama aus begab ich mich in die südlich daran grenzende Provinz Coquimbo, um während eines zweimonatlichen Aufenthaltes daselbst meine Studien fortzusetzen. Wie in der Provinz Atacama wurden auch in dieser Provinz zahlreiche geologische Touren unternommen, die zum Theil verschiedene Minenplätze zum Ausgangspunkt hatten. Unter anderm wurde der 4700^{m} hohe Pass von Doña Ana überschritten, die Baños del Toro, die höchstgelegenen Bäder Chiles, besucht und das in der Nähe des nach Argentinien führenden Passes von Tortolas gelegene Trachytgebiet von Rio Seco aufgesucht. In Coquimbo verliess ich das nördliche Chile, um mich nach Valparaiso zu begeben, wo ich mich sofort nach dem südlichen Chile, und zwar zunächst nach Puerto Montt einschiffte, um auch die geologischen Verhältnisse des südlichen Theiles des Landes und ganz besonders die recenten noch rauchenden Vulcane daselbst kennen zu lernen. Nach kurzem Aufenthalte in Puerto Montt gieng es nach dem See von Llanquihue, dem grössten Landsee Chiles, um von dort aus den durch seine vor wenigen Jahren erfolgten heftigen Ausbrüche auch in weiteren Kreisen bekannten Vulcan Calbuco aufzusuchen.

Von letztgenanntem Vulcan zog ich an dem romantisch gelegenen Gebirgssee von Todos los Santos vorüber, nach dem Vulcan von Osorno. Von hier aus gieng es den Llanquihue-See entlang nach dem am Nordufer desselben gelegenen Hafenörtchen Octai, von wo aus das Land, die Ortschaften Osorno und Union berührend, bis zur Stadt Valdivia durchquert wurde. Von Valdivia aus zog ich durch das Indianer-Territorium nach dem am gleichnamigen See gelegenen Vulcan von Villa Rica. Nach meiner Rückkehr von dort nach der Stadt Valdivia schiffte ich mich nach kurzem Aufenthalte daselbst, in Corral, nach dem nördlich davon gelegenen Hafenort Lebu ein, von wo aus ich die ihrer vielen Banditen wegen übel berüchtigte Provinz Arauco durchschritt,

wobei ich die durch ihren Goldreichthum bekannte Sierra de Nahuelbuta passirte und über die Orte Los Sauces und Angol nach dem Städtchen Los Angeles gelangte. Von letztgenanntem Orte aus besuchte ich den Vulcan von Antuco. Nach einem zweimonatlichen Aufenthalte im südlichen Chile begab ich mich wieder über die Stadt Concepcion nach dem centralen Chile, wo ich noch etwa vier Wochen verweilte und einige kleinere geologische Excursionen unternahm.

Ich hatte somit während meines diessmaligen Aufenthaltes in Chile sowohl im nördlichen Theile dieses langgestreckten Landes als auch im südlichen Theile geologische Untersuchungen angestellt. Nur kurz hatte ich mich im centralen Chile aufgehalten, da ich dasselbe während meines erstmaligen Aufenthaltes in Südamerica schon einigermaassen kennen gelernt hatte. Nach elfmonatlicher Abwesenheit von Europa kehrte ich wieder Anfangs Juli dieses Jahres nach Hamburg zurück. —

Was nun die auf meinen Reisen erzielten wissenschaftlichen Resultate anbetrifft, so glaube ich dieselben, soweit sie sich bis jetzt übersehen lassen, als befriedigende bezeichnen zu dürfen. Auf Grund meiner Beobachtungen, Notizen, Profile und ganz besonders auch auf Grund der von mir mit möglichster Sorgfalt ausgewählten Gesteinssammlungen hoffe ich, die mir gestellten Fragen im wesentlichen beantworten zu können.

Wiewohl eine genauere mikroskopische und chemische Untersuchung des von mir gesammelten Gesteinsmaterials bis jetzt noch nicht durchgeführt ist, so lassen sich doch schon folgende Resultate angeben. Die Eruptivgesteine, welche am Aufbau des chilenischen Theiles der Anden, soweit mir derselbe auf meinen Reisen bekannt geworden ist, theilnehmen, gehören der Hauptsache nach zwei verschiedenen grossen Eruptionsperioden an. Das Erscheinen der Glieder der älteren Eruptionsperiode fällt in die Jura- und Kreidezeit, während die jüngere Eruptionsperiode sowohl die ältere als auch die jüngere Tertiärzeit umfasst. An die Glieder der letzteren schliessen sich endlich noch die jungen Laven der Vulcane der Gegenwart.

Eine ganz hervorragende Rolle am Aufbau des chilenischen Hochgebirges spielen die ältesten Producte der älteren Eruptionszeit. Es sind diess basische Felsarten, welche im wesentlichen den Familien der Diabase und Augitporphyrite angehören. Dieselben werden von mächtigen Tufflagen, Conglomeraten und Breccien begleitet und treten meist in Gestalt gewaltiger Decken auf, grosse Gebirgszüge zusammensetzend. Mitunter finden sie sich auch als Gänge in den alten krystallinen Gesteinen der Küste oder in den mesozoischen Sedimenten, und zwar in den letzteren mit Vorliebe als intrusive Lagergänge. Sehr

häufig auch wechsellagern diese Gesteinsdecken und Tuffmassen mit den durch ihre Versteinerungen oft gut gekennzeichneten Sedimenten des Juras und der unteren Kreide. An einigen Punkten sind die mesozoischen Sedimente — so z. B. bei Chañarcillo in Atacama neocomer Kalkstein — am Contact mit diesen eruptiven Felsarten in Granatfels umgewandelt. An anderen Orten enthalten die Diabasporphyrittuffe selbst Versteinerungen, wie z. B. bei Huantajaya in der Provinz Tarapaca, woselbst sie ihren Versteinerungen nach, wie ich seiner Zeit in meiner Arbeit über den chilenischen Lias und Unteroolith nachwies, den »Humphriesianus-Schichten« entsprechen.

Auf Grund dieser Thatsachen lässt sich mit annähernder Sicherheit der Schluss ziehen, dass die Eruptionen dieser basischen Gesteine unter Meeresbedeckung während des Absatzes der jurassischen und untercretacischen Sedimente erfolgten, dass sie sich zum grossen Theil als Decken und Tufflagen zwischen den mesozoischen Sedimenten ausbreiteten, zum Theil aber auch als Gänge zwischen die Schichten eindrangen.

Es ist das Verdienst von G. Steinmann, das Verhältniss dieser eruptiven Felsarten zu den mesozoischen Sedimenten zuerst genauer festgestellt zu haben. Ich konnte auf meinen ausgedehnten Reisen in Chile die Beobachtungen Steinmann's der Hauptsache nach nur bestätigen und in einzelnen Punkten noch etwas erweitern. Der Schwerpunkt meiner Studien aber lag in der möglichst genauen Feststellung des Auftretens und der Altersfolge der darauf folgenden jüngeren eruptiven Producte.

An vielen Orten in der Cordillere werden die ausgedehnten Diabas- und Augitporphyritdecken von zum Theil kleineren, zum Theil aber auch ausserordentlich mächtigen Stöcken echter Tiefengesteine durchsetzt, welche Stelzner seiner Zeit mit dem Namen »Andengesteine« (Andengranit, Andendiorit) bezeichnet hat. Wo ich diese Massengesteine in Verbindung mit den mesozoischen Diabasgesteinsdecken angetroffen habe — und diess war häufig der Fall —, haben sie sich stets jünger erwiesen als letztere. Man kann bei diesen Tiefengesteinen hauptsächlich zwei Varietäten unterscheiden; einmal eine etwas basischere Felsart von grauer Farbe, die ausser Plagioklas, Biotit und Hornblende, in der Regel auch noch Augit enthält, und dann wieder hellere, etwas saurere Gesteine, bei welchen der Augit zu fehlen pflegt, und die ihrer ganzen Zusammensetzung nach zwischen Amphibolgranitit und Quarzdiorit schwanken, jedoch scheint letzterer Gesteinstypus vorzuherrschen. Das dunklere, etwas basischere Gestein, welches als Quarzaugitdiorit bezeichnet werden kann, ist stets etwas älter als die helleren Gesteinsarten, wie diess auch schon an mit-

gebrachten Gesteinshandstücken zu sehen ist. Es scheint, dass der dunklere Diorit hinsichtlich der chemischen Zusammensetzung den Übergang von den älteren noch etwas basischeren Diabasgesteinen zu den jüngeren hellen und relativ sauren Quarzdioriten und Hornblendegranititen vermittelt. Nicht selten sieht man von den Andengesteinsmassiven Apophysen in die benachbarten mesozoischen Diabasgesteinsdecken auslaufen, worauf auch schon von Darwin hingewiesen wurde. Besonders interessante Orte für das Studium der »Andengesteine« bezüglich ihres Verhaltens zu den mesozoischen Diabasgesteinen finden sich etwas oberhalb der Ortschaft Elqui im Thale des gleichnamigen Flusses und in der Umgebung der Baños del Toro in der Provinz Coquimbo. An beiden Orten sieht man deutlich, wie die Andendiorite in Gestalt von Stöcken und Gängen in die benachbarten basischen Eruptivgesteinsdecken eingedrungen sind, und sie enthalten auch hier in ihrer Masse, wie diess auch mitgebrachte Handstücke zeigen, zahlreiche Schlieren und Einschlüsse ganz von der Beschaffenheit der mesozoischen Diabasporphyrite, in deren mächtigen Decken sie aufsetzen.

Aus den angeführten Thatsachen geht jedenfalls mit Bestimmtheit hervor, dass die »Andengesteine« in der argentinisch-chilenischen Cordillere allenthalben jünger sind als die jurassischen und altcretacischen Diabasgesteinsdecken und zugehörigen Tuffmassen. Sie müssen also demnach mindestens jünger sein als mittlere Kreide. Derselben Epoche, der die »Andengesteine« angehören, gehören allem Anschein nach auch Felsarten vom Habitus der Quarzporphyre an, welche in der Cordillere ziemlich verbreitet sind. Solche Quarzporphyre sieht man nicht selten an der Seite von Andengranitmassiven auftreten, wie z. B. beim Portezuelo de Castaño in der Provinz Atacama und auf dem Wege von Guanta nach dem Portezuelo del Tilo in der Provinz Coquimbo. In diesen Fällen ist der Quarzporphyr vielleicht als eine Grenzfacies der Andengranite aufzufassen. Schmälere Gänge von Quarzporphyr dringen auch häufig, von den Andengesteinsstöcken ausgehend, in die benachbarten mesozoischen Diabasgesteine ein, woselbst sie, wie helle, schlangenförmig gewundene Bänder durch die dunklen Porphyrite hindurchziehend, oft auf weite Entfernungen hin zu verfolgen sind. Besonders gut ist diess im Departement Copiapo in der Quebrada de los Cerillos und im Thale des Rio de Copiapo zu sehen. An anderen Punkten der Cordillere treten Quarzporphyre als ziemlich mächtige, oft kuppenförmige Gänge in einiger Entfernung von den Andengesteinsmassiven inmitten der jurassischen Sedimente, z. B. bei Las Amolanas, und inmitten der mesozoischen Augitporphyrite, wie im Erzdistrict von Lomas Bayas, auf. Diese Quarzporphyre

wurden bisher fast allgemein als Trachyte bezeichnet; so unter andern auch von Brackebusch auf seiner geologischen Karte von Argentinien, auf welcher ja auch noch Theile von Chile aufgezeichnet sind.

Ich möchte dieselben für ungefähr ebenso alt wie die »Andengesteine« oder doch nur für wenig jünger als diese halten. Abgesehen von den Andendioriten werden die mesozoischen Diabasgesteine auch noch häufig von Hornblendeplagioklasgesteinen durchsetzt, welche porphyrische Structur besitzen und bisher meist als Hornblendeandesite und Hornblendepropylite bezeichnet wurden. In einer früheren Arbeit habe ich derartige Gesteine, welche zum Theil in schmalen, zum Theil aber auch in recht mächtigen Gängen auftreten, schon beschrieben, und ich habe dieselben damals für porphyrische Ausbildung von Andendioriten gehalten; zumal da sich an einem gewissen Punkte in der Provinz Santiago Gesteinspartien von echt körniger, dioritischer Ausbildung inmitten dieser Hornblendeandesite oder Hornblendeporphyrite vorfanden. Ich will hier nicht näher auf diese Frage eingehen, jedoch steht jedenfalls so viel fest, dass diese Hornblendeporphyrite ebenso wie die Andendiorite jünger sind als die mesozoischen Diabasgesteinsmassen, da sie dieselben, wo sie mit ihnen in Berührung kommen, durchsetzen, und dass sie andererseits wieder, wie die Andendiorite, älter sind als die wahrscheinlich alttertiären Pyroxenandesite, von welchen sie ihrerseits wieder, z. B. am Cerro Mancegua in der Provinz Santiago, durchbrochen werden. Ebenso enthalten die Andengranite bez. Andendiorite sowie auch die zuvor erwähnten Quarzporphyrmassen an manchen Punkten zahlreiche Gänge von Plagioklasaugitgesteinen, welche zum Theil kaum fingerbreit sind, zum Theil aber auch eine Mächtigkeit von 10^{m} und darüber besitzen. Diese wohl zu den Augitandesiten gehörigen ziemlich basischen Felsarten sind zum Theil makroskopisch vollständig dicht, tief schwarz, von fast basaltischem Aussehen, zum Theil aber auch weniger dicht, von bräunlicher und grünlicher Farbe. Gesteine der letzteren Art, welche man als propylitische Augitandesite bezeichnen kann, durchbrechen in der Nähe der Baños del Toro den röthlichen Andendiorit daselbst und enthalten zahlreiche kleinere und grössere Fragmente des Diorits in ihrer Masse eingeschlossen. Im centralen Chile treten kuppenförmige Massen von Augithypersthenandesiten, welche den Basalten ähnliche säulenförmige Absonderungen besitzen, häufig inselartig inmitten der grossen Längsebene auf. Es scheint, dass diese postandendioritischen Plagioklaspyroxengesteine, welche in ihrem Aussehen noch vielfach an die älteren Diabasgesteine erinnern, der älteren bis mittleren Tertiärzeit angehören. Mit dieser Annahme stimmt auch

sehr gut die von R. POEHLMANN[1] gemachte Beobachtung überein, wonach die tertiären Sedimente von Matanzas in Central-Chile, die ihren zahlreichen Versteinerungen nach oligocän oder höchstens altmiocän sind, in beträchtlicher Menge Asche und Bimssteinfragmente enthalten, welche ihrer Zusammensetzung nach echten Pyroxenandesiten entsprechen.

Diess weist entschieden darauf hin, dass schon zur älteren Tertiärzeit Ausbrüche von Andesitvulcanen stattgefunden haben. Auf diese mehr oder weniger basischen Plagioklaspyroxengesteine folgen im Alter wieder mehr oder weniger saure Gesteine, welche den Biotit- und Amphibolandesiten und den Lipariten angehören und ein ausgesprochen jungvulcanisches Gepräge besitzen. Von diesen Gesteinen traf ich in den Provinzen Atacama und Coquimbo mächtige Ströme und Anhäufungen von Bimstein an; jedoch in grösseren Massen nur in den höher gelegenen Theilen der Anden, woselbst sie alle übrigen Gesteine, sowohl die mesozoischen Sedimente als auch die mesozoischen und älteren tertiären Eruptivgesteine auf weite Entfernungen hin bedecken. An verschiedenen Stellen kommen diese älteren Gesteinsmassen unterhalb dieser Lavaströme zum Vorschein und zum Theil ragen sie auch noch gipfelförmig aus denselben hervor. Die Krater, aus welchen diese Ströme herabgeflossen sind, lassen sich an manchen Orten noch ganz deutlich erkennen, so besonders in der Umgebung des Boraxsees von Maricunga in der Provinz Atacama. Hier erheben sich zwei mächtige Vulcane mit noch wohlerhaltenen Kratern, von welchen der eine als Vulcan Toro bezeichnet wird, während der andere, noch etwas höhere unter dem Namen Cerro del Azufre (Schwefelberg) oder Vulcan von Copiapo bekannt ist. Die Hauptproducte dieser beiden Vulcane gehören zu den Hornblendeglimmerandesiten und die ausgeschleuderten Bimsteinmassen vielleicht zu den Lipariten. Die Ströme der gelblich weissen Hornblendeandesite, sowie Lagen der lichten liparitischen Bimsteine werden sowohl am Vulcan Toro als auch am Vulcan von Copiapo von einer hellgrauen Felsart bedeckt, welche ausser Plagioklas und Hornblende noch reichlich Augit enthält. Diese schon wieder etwas basischeren hornblendeführenden Augitandesite repraesentiren, soweit meine Beobachtungen reichen, die jüngsten Laven in den Provinzen Atacama und Coquimbo. Die Thätigkeit der zum Theil noch mit gut erkennbaren Kratern versehenen, aber jetzt vollständig erloschenen Vulcane hat wohl während der jüngeren Tertiärzeit, ja vielleicht sogar noch während der Quartärzeit stattgefunden. Ihre ältesten Producte waren

---

[1] Verhandlungen des Deutschen wissenschaftlichen Vereins zu Santiago. 1895.

Hornblendeglimmerandesite und liparitische Auswurfsmassen, den Schluss der Eruptionen bildeten Ausbrüche von etwas basischeren hornblendeführenden Augitandesiten. Active oder noch in Solfatarenthätigkeit befindliche Vulcane habe ich in den beiden genannten Provinzen nicht angetroffen, auch glaube ich nicht, dass solche daselbst existiren.

Um auch noch die recenten Laven der noch nicht erloschenen Vulcane Chiles etwas genauer kennen zu lernen, begab ich mich, wie früher schon erwähnt wurde, nach dem südlichen Chile, wo ich die Vulcane Calbuco, Osorno, Villa Rica und Antuco besuchte. Auf meinen früheren Reisen in Chile hatte ich bereits zwei noch rauchende Vulcane im centralen Theile des Landes kennen gelernt: nämlich den Vulcan von Chillan in der Provinz Nuble und den Vulcan Tupungato in der Provinz Santiago. Die Producte dieser sechs mir bekannt gewordenen, noch nicht erloschenen Vulcane Chiles, welche zum Theil durch grosse Entfernungen von einander getrennt sind, stimmen insofern mit einander überein, als sie durchgängig basisch sind und alle mehr oder weniger Olivin enthalten. Sie dürften ihrer Zusammensetzung nach zwischen olivinführendem Pyroxenandesit und Basalt schwanken. Am olivinreichsten sind die Laven der Vulcane Antuco, Villa Rica und Calbuco, etwas spärlicher findet sich der Olivin in den Laven des Tupungato und des Osorno. Die zum Theil olivinreiche Lava des Vulcans von Chillan wurde bereits von POEHLMANN[1] als Feldspathbasalt vom Meissner-Typus beschrieben. Die sämmtlichen sechs von mir besuchten Vulcane befinden sich noch in Solfatarenthätigkeit, und die meisten von ihnen haben nachweisbar noch in diesem Jahrhundert Ausbrüche gehabt. Den letzten Ausbruch hatte der Vulcan Calbuco im Jahre 1893, bei welchem jedoch keine Lava, sondern nur grosse Massen von andesitischer Asche zum Vorschein kamen. —

Fassen wir die bis jetzt erzielten Resultate noch einmal ganz kurz zusammen, so ergibt sich, dass in Chile zu Beginn der Liaszeit oder vielleicht sogar schon am Ende der Triaszeit Eruptionen begannen, welche die ganze Jurazeit hindurch bis gegen die Mitte der Kreidezeit hin fortdauerten und in grosser Menge basische Magmen hervorbrachten. Hierauf fand ein allmählicher Wechsel in der Zusammensetzung der Eruptiva statt, indem auf die basischen Diabasgesteine immer saurere und saurere Felsarten folgten, wie Quarzaugitdiorite, Quarzdiorite, Hornblendeporphyrite, Amphibolgranitite und Quarzporphyre. Das Erscheinen dieser Gesteine dürfte zwischen die

[1] Verhandlungen des Deutschen wissenschaftlichen Vereins zu Santiago. 1893.

mittlere Kreide und das Eogen fallen. Zur älteren Tertiärzeit kamen dann wieder mehr oder weniger basische Plagioklasaugitgesteine zum Vorschein, welche zur jüngeren Tertiärzeit von den saureren Hornblendebiotitandesiten und Lipariten abgelöst wurden. Die jüngsten Laven endlich sind wieder basischer, zum Theil von basaltischem Habitus. —

Wenn man die Reihenfolge von Eruptionen in anderen Ländern zum Vergleich heranziehen will, so ist zunächst auf die von verschiedenen Geologen in der Sierra Nevada in Nordamerica gemachten Beobachtungen zu verweisen. Hiernach finden sich hier, ganz wie in Chile, Diabase, Augitporphyrite und zugehörige Tuffmassen von jurassischem bis untercretacischem Alter, und ebenso folgen im Alter auf diese basischen Felsarten auch hier wieder Tiefengesteine von quarzdioritischer Zusammensetzung, welche von den californischen Geologen mit dem Namen »Granodiorite« bezeichnet zu werden pflegen. Die jüngsten Laven sind wieder, wie in Chile, basisch und zwar grossentheils basaltischer Natur. In den Zeitraum, welcher die cretacischen Granodiorite von den jüngsten Laven trennt, fällt auch hier wieder das Erscheinen von Andesiten und Lipariten. Ganz ähnlich scheint auch die Reihenfolge der Eruptivgesteine in Siebenbürgen zu sein. Eruptionen, welche Diabase, Augitporphyrite, Melaphyre und Tuffe lieferten, fanden hier während der Ablagerung der obertriadischen Sedimente statt und, verschiedenen Berichten ungarischer Geologen zu Folge, scheinen dieselben bis in die Jurazeit, ja vielleicht bis in die ältere Kreidezeit fortgesetzt zu haben. Auf diese basischen Felsarten folgen dann im Alter, wie in Chile, Quarzporphyre und Quarzdiorite, sogenannte Banatite, die sicher jünger sind als untere Kreide. Und wie F. von Richthofen wohl zuerst nachgewiesen hat, fanden zur Tertiärzeit in diesen Gegenden, wie in der Sierra Nevada, gewaltige Ausbrüche von Andesiten und Lipariten statt, auf welche zum Schlusse basaltische Laven folgten. Weiterhin kann man auch noch auf die Reihenfolge der Eruptionen im Christiania-Gebiet in Norwegen hinweisen, wie sie durch die sorgfältigen Untersuchungen Broegger's festgestellt worden ist. Diese Eruptionen gehören zwar der palaeozoischen Periode an, aber auch hier begannen dieselben mit basischen Gesteinen der Diabasfamilie im weitern Sinne, und es folgten auf dieselben immer saurere und saurere Felsarten, bis endlich wieder basische Gesteine erschienen, mit welchen die Eruptionen im Christiania-Gebiet ihren Abschluss fanden. —

Zum Schlusse meines Berichtes möchte ich noch mit einigen Worten die Beziehungen berühren, welche zwischen den hier behandelten Eruptivgesteinen der chilenischen Cordillere und den dortigen

Erzvorkommen bestehen. Mit den mesozoischen Diabasgesteinen und zugehörigen Tuffen stehen die meisten edlen Silbererzgänge, sowie viele Gänge mit silberhaltigen Kupfererzen in räumlichem und wohl auch in genetischem Zusammenhang, seltener erscheinen sie mit den älteren Plagioklasaugitgesteinen verknüpft zu sein. Die relativ sauren Andendiorite und Hornblendeporphyrite, sowie auch die sehr sauren Quarzporphyre enthalten hingegen Gold und goldhaltige Kupfererze. Auch in den jungtertiären Biotitamphibolandesiten und Lipariten treten zuweilen noch Gänge mit Enargit und goldhaltigen Erzen auf, wie z. B. in den Minen von Rio Seco und Las Hediondas in der Provinz Coquimbo. Die modernen Laven der noch rauchenden Vulcane enthalten in Chile natürlich ebenso wenig Erzvorkommen als anderwärts.



Über die Principien der Mechanik.

Von Leo Koenigsberger.

(Vorgelegt am 22. October [s. oben S. 1031].)

(Fortsetzung[1].)

Um zu untersuchen, in welchen Fällen sich für die erweiterten Lagrange'schen Bewegungsgleichungen erster Form

$$
(1)\quad \begin{cases}
\dfrac{\partial H}{\partial x_k}-\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial x'_k}\right)+\ldots+(-1)^{\nu}\dfrac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\dfrac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}}\right)+Q_k+\lambda_1 f_{1k}+\ldots+\lambda_m f_{mk}=0\\[2ex]
\dfrac{\partial H}{\partial y_k}-\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial y'_k}\right)+\ldots+(-1)^{\nu}\dfrac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\dfrac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}}\right)+R_k+\lambda_1 \phi_{1k}+\ldots+\lambda_m \phi_{mk}=0\\[2ex]
\dfrac{\partial H}{\partial z_k}-\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial H}{\partial z'_k}\right)+\ldots+(-1)^{\nu}\dfrac{d^{\nu}}{dt^{\nu}}\left(\dfrac{\partial H}{\partial z_k^{(\nu)}}\right)+S_k+\lambda_1 \psi_{1k}+\ldots+\lambda_m \psi_{mk}=0
\end{cases}
$$

$$(\text{für } k=1,2,\ldots n)$$

ein Integral ergiebt, welches analog ist dem Princip der Erhaltung der Flächen für kinetische Potentiale, welche die Gestalt haben

$$H=-T-U,$$

worin T die lebendige Kraft und U das Potential im gewöhnlichen Sinne ist, werde zunächst bemerkt, dass, wenn H_1 eine Function der Coordinaten und deren Ableitungen bis zur ν^{ten} Ordnung hin bedeutet,

$$
\begin{aligned}
(2)\quad y_k\frac{d^r}{dt^r}\left(\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}\right)-x_k\frac{d^r}{dt^r}\left(\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right)=&\;\frac{d}{dt}\left[y_k\frac{d^{r-1}}{dt^{r-1}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}\right)-x_k\frac{d^{r-1}}{dt^{r-1}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right)\right]\\
&-\frac{d}{dt}\left[y'_k\frac{d^{r-2}}{dt^{r-2}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}\right)-x'_k\frac{d^{r-2}}{dt^{r-2}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right)\right]\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&+(-1)^{r-1}\frac{d}{dt}\left[y_k^{(r-1)}\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}-x_k^{(r-1)}\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right]\\
&+(-1)^r\left[y_k^{(r)}\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}-x_k^{(r)}\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right]
\end{aligned}
$$

[1] Vergl. Sitzungsberichte vom 30. Juli 1896. S. 899.

ist, dass somit, wenn

$$(3) \qquad y_k^{(r)}\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}} - x_k^{(r)}\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}} = 0$$

ist,

$$(4) \quad y_k\frac{d^r}{dt^r}\left(\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}\right) - x_k\frac{d^r}{dt^r}\left(\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right) = \frac{d}{dt}\sum_0^{r-1}{}_\lambda(-1)^\lambda\left\{y_k^{(\lambda)}\frac{d^{r-\lambda-1}}{dt^{r-\lambda-1}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}\right) - x_k^{(\lambda)}\frac{d^{r-\lambda-1}}{dt^{r-\lambda-1}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right)\right\},$$

also einen vollständigen nach t genommenen Differentialquotienten darstellt. Soll aber die Gleichung (3) identisch erfüllt sein, so muss H_1 die Form haben

$$H_1 = \phi\left(x_k^{(r)^2} + y_k^{(r)^2}\right),$$

und somit, wenn dies für jedes $r = 0, 1, \dots \nu$ und jedes $k = 1, 2, \dots n$ der Fall sein soll,

$$(5) \qquad H_1 = \omega\begin{Bmatrix} x_1^2 + y_1^2, \; x_1'^2 + y_1'^2, \dots x_1^{(\nu)^2} + y_1^{(\nu)^2} \\ x_2^2 + y_2^2, \; x_2'^2 + y_2'^2, \dots x_2^{(\nu)^2} + y_2^{(\nu)^2} \\ \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \;\; \cdot \\ x_n^2 + y_n^2, \; x_n'^2 + y_n'^2, \dots x_n^{(\nu)^2} + y_n^{(\nu)^2} \end{Bmatrix},$$

worin ω eine willkürliche Function der eingeschlossenen Grössen bedeutet, in welche die Grössen $z_1, z_2, \dots z_n$ beliebig eintreten können.

Ist nun das kinetische Potential

$$H = H_1 + H_2,$$

worin H_2 eine Function von $t, R_1, R_2, R_3, \dots$ und deren nach t genommenen Ableitungen bis zur ν^{ten} Ordnung hin sein möge, und diese Grössen selbst wieder Functionen der Coordinaten sind, so folgt aus den Gleichungen (1), wenn die erste mit y_k, die zweite mit x_k multiplicirt, die beiden von einander abgezogen, und sodann nach k von 1 bis n summirt wird

$$(6) \quad \sum_1^n{}_k\left[y_k\frac{\partial H}{\partial x_k} - x_k\frac{\partial H}{\partial y_k}\right] - \sum_1^n{}_k\left[y_k\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k'}\right) - x_k\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k'}\right)\right]$$
$$+ \dots + (-1)^r\sum_1^n{}_k\left[y_k\frac{d^r}{dt^r}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k^{(r)}}\right) - x_k\frac{d^r}{dt^r}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k^{(r)}}\right)\right]$$
$$+ \dots + (-1)^\nu\sum_1^n{}_k\left[y_k\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}}\right) - x_k\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}}\right)\right] + \sum_1^n{}_k[y_kQ_k - x_kR_k]$$
$$+ \lambda_1\sum_1^n{}_k[y_kf_{1k} - x_k\phi_{1k}] + \dots + \lambda_m\sum_1^n{}_k[y_kf_{mk} - x_k\phi_{mk}] = 0.$$

Da nun nach Gleichung (8) des ersten Theiles dieser Untersuchungen, wenn p_s durch x_k bez. y_k ersetzt wird, wie unmittelbar zu sehen, sich

$$y_k\left[\frac{\partial H_2}{dx_k}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_2}{\partial x_k'}\right)+\ldots+(-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H_2}{\partial x_k^{(\nu)}}\right)\right]-x_k\left[\frac{\partial H_2}{\partial y_k}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_2}{\partial y_k'}\right)+\ldots+(-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H_2}{\partial y_k^{(\nu)}}\right)\right]$$
$$=\left[\frac{\partial H_2}{\partial R_1}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_2}{\partial R_1'}\right)+\ldots+(-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H_2}{\partial R_1^{(\nu)}}\right)\right]\left(y_k\frac{\partial R_1}{\partial x_k}-x_k\frac{\partial R_1}{\partial y_k}\right)$$
$$+\left[\frac{\partial H_2}{\partial R_2}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_2}{\partial R_2'}\right)+\ldots+(-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H_2}{\partial R_2^{(\nu)}}\right)\right]\left(y_k\frac{\partial R_2}{\partial x_k}-x_k\frac{\partial R_2}{\partial y_k}\right)$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ergiebt, so geht die Gleichung (6), wenn H durch H_1+H_2 ersetzt wird, und H_1 die Form (5) hat, in

$$(7)\quad \frac{d}{dt}\sum_1^n{}_k\sum_1^\nu{}_r(-1)^r\sum_0^{r-1}{}_\lambda(-1)^\lambda\left[y_k^{(\lambda)}\frac{d^{r-\lambda-1}}{dt^{r-\lambda-1}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial x_k^{(r)}}\right)-x_k^{(\lambda)}\frac{d^{r-\lambda-1}}{dt^{r-\lambda-1}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial y_k^{(r)}}\right)\right]$$
$$+\sum_{\mu=1,2,\ldots}{}_\mu\left[\frac{\partial H_2}{\partial R_\mu}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H_2}{\partial R_\mu'}\right)+\ldots+(-1)^\nu\frac{d^\nu}{dt^\nu}\left(\frac{\partial H_2}{\partial R_\mu^{(\nu)}}\right)\right]\sum_1^n{}_k\left(y_k\frac{\partial R_\mu}{\partial x_k}-x_k\frac{\partial R_\mu}{\partial y_k}\right)$$
$$+\sum_1^n{}_k(y_kQ_k-x_kR_k)+\lambda_1\sum_1^n{}_k(y_kf_{1k}-x_k\phi_{1k})+\ldots+\lambda_m\sum_1^n{}_k(y_kf_{mk}-x_k\phi_{mk})=0$$

über, und wir finden somit als erweitertes Princip der Erhaltung der Flächen das nachfolgende Theorem:

Wenn das kinetische Potential von der Form ist

$$H=\omega\left(x_k'^2+y_k'^2,x_k''^2+y_k''^2,\ldots x_k^{(\nu)^2}+y_k^{(\nu)^2}\right)+\Omega(t,R_1,R_1',\ldots R_1^{(\nu)},R_2,R_2',\ldots R_2^{(\nu)},\ldots),$$

worin ω und Ω beliebige Functionen der eingeschlossenen Grössen, und $R_1, R_2, \ldots$ Functionen von

$$t,x_1,\ldots x_n,y_1,\ldots y_n,z_1,\ldots z_n$$

bedeuten, für welche

$$\sum_1^n{}_k\left(y_k\frac{\partial R_\mu}{\partial x_k}-x_k\frac{\partial R_\mu}{\partial y_k}\right)=0$$

ist, wenn ferner die äusseren Kräfte, sowie die Functionen $f_{\mu k}$, $\phi_{\mu k}$, $\psi_{\mu k}$, welche die Beschränkungen des Systems definiren, den Bedingungen genügen

$$\sum_1^n{}_k(y_kQ_k-x_kR_k)=0 \text{ und } \sum_1^n{}_k(y_kf_{\mu k}-x_k\phi_{\mu k})=0,$$

so erhält man als Integral der Bewegungsgleichungen (1) die Differentialgleichung $2\nu-1^{\text{ter}}$ Ordnung

$$\sum_1^n{}_k\sum_1^\nu{}_r(-1)^r\sum_0^{r-1}{}_\lambda(-1)^\lambda\left\{y_k^{(\lambda)}\frac{d^{r-\lambda-1}}{dt^{r-\lambda-1}}\left(\frac{\partial\omega}{\partial x_k^{(r)}}\right)-x_k^{(\lambda)}\frac{d^{r-\lambda-1}}{dt^{r-\lambda-1}}\left(\frac{\partial\omega}{\partial y_k^{(r)}}\right)\right\}=c,$$

worin c die Integrationsconstante bedeutet, oder, wenn

$$x_k^{(r)^2}+y_k^{(r)^2}=u_{kr}$$

gesetzt wird,

$$\sum_{1}^{n}{}_{k}\sum_{1}^{\nu}{}_{r}(-1)^r\sum_{0}^{r-1}{}_{\lambda}(-1)^{\lambda}\Big\{\frac{d^{r-\lambda-1}}{dt^{r-\lambda-1}}\left(\frac{\partial\omega}{\partial u_{kr}}\right)[y_k^{(\lambda)}x_k^{(r)}-x_k^{(\lambda)}y_k^{(r)}]$$
$$+(r-\lambda-1)\frac{d^{r-\lambda-2}}{dt^{r-\lambda-2}}\left(\frac{\partial\omega}{\partial u_{kr}}\right)[y_k^{(\lambda)}x_k^{(r+1)}-x_k^{(\lambda)}y_k^{(r+1)}]$$
$$+\ldots+\frac{\partial\omega}{\partial u_{kr}}[y_k^{(\lambda)}x_k^{(2r-\lambda-1)}-x_k^{(\lambda)}y_k^{(2r-\lambda-1)}]=C.$$

Ist

$$H_1=\omega(x_k^2+y_k^2+z_k^2,\ x_k'^2+y_k'^2+z_k'^2,\ \ldots x_k^{(\nu)^2}+y_k^{(\nu)^2}+z_k^{(\nu)^2})$$

und sind die weiter oben angegebenen Bedingungen für die Vertauschung der Coordinaten erfüllt, so ergeben sich noch die beiden anderen, dem eben aufgestellten analogen Integrale.

Es braucht kaum hervorgehoben zu werden, dass den geforderten Bedingungen Genüge geschieht, wenn es sich um die Bewegung eines freien Systems handelt, auf welches äussere Kräfte gar nicht einwirken, und für welches die Functionen $R_1, R_2, \ldots$ die Entfernungen der einzelnen Punkte von einander bedeuten, da, wenn

$$R_\mu=(x_\varrho-x_\sigma)^2+(y_\varrho-y_\sigma)^2+(z_\varrho-z_\sigma)^2$$

ist, offenbar

$$\sum_{1}^{n}{}_{k}\left(y_k\frac{\partial R_\mu}{\partial x_k}-x_k\frac{\partial R_\mu}{\partial y_k}\right)=0$$

wird.

Die drei bekannten Flächensätze ergeben sich wieder hieraus für die Annahme der gewöhnlichen Form des kinetischen Potentials.

Aber auch das Princip von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes ist in einem weit allgemeineren Satze enthalten.

Unter der Voraussetzung, dass, wenn die Bedingungsgleichungen des Problems in endlicher Form gegeben sind, diese nur von den Differenzen gleichartiger Coordinaten abhängen sollen, also die virtuellen Verrückungen

$$\delta x_1=\delta x_2=\ldots=\delta x_n=p$$
$$\delta y_1=\delta y_2=\ldots=\delta y_n=q$$
$$\delta z_1=\delta z_2=\ldots=\delta z_n=r$$

gesetzt werden dürfen, worin p, q, r willkürliche Grössen bedeuten, oder, was dasselbe aussagt, dass in den integrabel vorausgesetzten Differentialgleichungen (11) der früheren Arbeit die Functionen f, φ, ψ den Bedingungen unterliegen

$$\sum_{1}^{n}{}_{\varrho}f_{k\varrho}=0,\quad \sum_{1}^{n}{}_{\varrho}\varphi_{k\varrho}=0,\quad \sum_{1}^{n}{}_{\varrho}\psi_{k\varrho}=0,$$

gehen aus den erweiterten LAGRANGE'schen Gleichungen der ersten Form die Beziehungen hervor

$$(8)\quad \begin{cases} \sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial x_k} - \frac{d}{dt}\sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial x'_k} + \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial x_k^{(\nu)}} + \sum_1^n{}_k Q_k = 0 \\ \sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial y_k} - \frac{d}{dt}\sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial y'_k} + \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial y_k^{(\nu)}} + \sum_1^n{}_k R_k = 0 \\ \sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial z_k} - \frac{d}{dt}\sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial z'_k} + \ldots + (-1)^\nu \frac{d^\nu}{dt^\nu}\sum_1^n{}_k \frac{\partial H}{\partial z_k^{(\nu)}} + \sum_1^n{}_k S_k = 0. \end{cases}$$

Wird weiter angenommen, dass das kinetische Potential wiederum die Form habe

$$H = \omega(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2, x_k'^2 + y_k'^2 + z_k'^2, \ldots x_k^{(\nu)^2} + y_k^{(\nu)^2} + z_k^{(\nu)^2}) + \Omega(t, R_1, R'_1, \ldots R_1^{(\nu)}, R_2, R'_2, \ldots R_2^{(\nu)}, \ldots),$$

dass ferner die Grössen $R_1, R_2, \ldots$ nur von den Differenzen gleichartiger Coordinaten, also ihre Ableitungen nur von den Differenzen der Coordinaten und deren Ableitungen abhängen, dass somit

$$(9)\quad H = \omega(x_k^2 + y_k^2 + z_k^2, x_k'^2 + y_k'^2 + z_k'^2, \ldots x_k^{(\nu)^2} + y_k^{(\nu)^2} + z_k^{(\nu)^2}) + \omega_1(t, x_\varrho - x_\sigma, x'_\varrho - x'_\sigma, \ldots x_\varrho^{(\nu)} - x_\sigma^{(\nu)}, y_\varrho - y_\sigma, \ldots y_\varrho^{(\nu)} - y_\sigma^{(\nu)}, z_\varrho - z_\sigma, \ldots z_\varrho^{(\nu)} - z_\sigma^{(\nu)}),$$

so ist leicht zu sehen, dass, wenn

$$x_k^{(r)^2} + y_k^{(r)^2} + z_k^{(r)^2} = u_{kr}$$

gesetzt wird,

$$\frac{\partial \omega}{\partial x_k^{(r)}} = 2\frac{\partial \omega}{\partial u_{kr}} x_k^{(r)}, \quad \frac{\partial \omega}{\partial y_k^{(r)}} = 2\frac{\partial \omega}{\partial u_{kr}} y_k^{(r)}, \quad \frac{\partial \omega}{\partial z_k^{(r)}} = 2\frac{\partial \omega}{\partial u_{kr}} z_k^{(r)}$$

und

$$\sum_1^n{}_k \frac{\partial \omega_1}{\partial x_k^{(r)}} = 0, \quad \sum_1^n{}_k \frac{\partial \omega_1}{\partial y_k^{(r)}} = 0, \quad \sum_1^n{}_k \frac{\partial \omega_1}{\partial z_k^{(r)}} = 0$$

ist, weil ω_1 als Function der r^{ten} Ableitungen der Coordinaten in der Form geschrieben

$$\bar{\omega}(x_1^{(r)} - x_n^{(r)}, x_2^{(r)} - x_n^{(r)}, \ldots x_{n-1}^{(r)} - x_n^{(r)}, y_1^{(r)} - y_n^{(r)}, \ldots z_1^{(r)} - z_n^{(r)})$$

die Beziehungen liefert

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x_1^{(r)}} = \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial (x_1^{(r)} - x_n^{(r)})}, \quad \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x_2^{(r)}} = \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial (x_2^{(r)} - x_n^{(r)})}, \ldots \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x_{n-1}^{(r)}} = \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial (x_{n-1}^{(r)} - x_n^{(r)})}$$

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x_n^{(r)}} = -\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial (x_1^{(r)} - x_n^{(r)})} - \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial (x_2^{(r)} - x_n^{(r)})} - \ldots - \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial (x_{n-1}^{(r)} - x_n^{(r)})}.$$

Unter den gemachten Annahmen gehen somit die Gleichungen (8) in

$$2\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{k0}} x_k - 2\frac{d}{dt}\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{k1}} x_k' + \ldots + (-1)^r 2\frac{d^r}{dt^r}\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{kr}} x_k^{(r)} + \sum_1^n{}_k Q_k = 0$$

$$2\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{k0}} y_k - 2\frac{d}{dt}\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{k1}} y_k' + \ldots + (-1)^r 2\frac{d^r}{dt^r}\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{kr}} y_k^{(r)} + \sum_1^n{}_k R_k = 0$$

$$2\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{k0}} z_k - 2\frac{d}{dt}\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{k1}} z_k' + \ldots + (-1)^r 2\frac{d^r}{dt^r}\sum_1^n{}_k \frac{\partial w}{\partial u_{kr}} z_k^{(r)} + \sum_1^n{}_k S_k = 0$$

über und nehmen daher, wenn w nur linear von den Argumenten u_{kr} abhängt, also die Form hat

$$(10) \qquad w = \sum_1^n{}_k \sum_0^\nu{}_r a_{kr}\left(x_k^{(r)^2} + y_k^{(r)^2} + z_k^{(r)^2}\right),$$

worin die a_{kr} Constanten bedeuten, die Gestalt an

$$(11) \quad \begin{cases} 2\sum_1^n{}_k a_{k0} x_k - 2\sum_1^n{}_k a_{k1} x_k'' + 2\sum_1^n{}_k a_{k2} x_k'''' - \ldots + (-1)^\nu 2\sum_1^n{}_k a_{k\nu} x_k^{(2\nu)} + \sum_1^n{}_k Q_k = 0 \\ 2\sum_1^n{}_k a_{k0} y_k - 2\sum_1^n{}_k a_{k1} y_k'' + 2\sum_1^n{}_k a_{k2} y_k'''' - \ldots + (-1)^\nu 2\sum_1^n{}_k a_{k\nu} y_k^{(2\nu)} + \sum_1^n{}_k R_k = 0 \\ 2\sum_1^n{}_k a_{k0} z_k - 2\sum_1^n{}_k a_{k1} z_k'' + 2\sum_1^n{}_k a_{k2} z_k'''' - \ldots + (-1)^\nu 2\sum_1^n{}_k a_{k\nu} z_k^{(2\nu)} + \sum_1^n{}_k S_k = 0. \end{cases}$$

Setzt man nun

$$(12) \quad 2(a_{1r}x_1 + a_{2r}x_2 + \ldots + a_{nr}x_n) = A_r, \quad 2(a_{1r}y_1 + \ldots + a_{nr}y_n) = B_r,$$
$$2(a_{1r}z_1 + \ldots + a_{nr}z_n) = C_r,$$

so gehen die Gleichungen (11) in

$$(13) \quad \begin{cases} A_0 - A_1'' + A_2'''' - \ldots + (-1)^\nu A_\nu^{(2\nu)} + \sum_1^n{}_k Q_k = 0 \\ B_0 - B_1'' + B_2'''' - \ldots + (-1)^\nu B_\nu^{(2\nu)} + \sum_1^n{}_k R_k = 0 \\ C_0 - C_1'' + C_2'''' - \ldots + (-1)^\nu C_\nu^{(2\nu)} + \sum_1^n{}_k S_k = 0 \end{cases}$$

über, und diese drei Gleichungen kann man als das erweiterte Princip von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes ansehen; setzt man nämlich

$$a_{1r} = -\frac{m_1}{2}, \quad a_{2r} = -\frac{m_2}{2}, \quad \ldots a_{nr} = -\frac{m_n}{2},$$

worin $m_1, m_2, \ldots m_n$ die einzelnen Massen bedeuten, ferner

$$A_r = -MA, \quad B_r = -MB, \quad C_r = -MC,$$

wenn M die Gesammtmasse des Systems ist, so gehen die Gleichungen (12) in

$$m_1x_1 + m_2x_2 + \ldots + m_nx_n = MA, \quad m_1y_1 + \ldots + m_ny_n = MB, \quad m_1z_1 + \ldots + m_nz_n = MC$$

über, es bedeuten somit A, B, C die Coordinaten des Schwerpunktes, und wir erhalten somit aus (9), (10) (13) das nachfolgende Theorem:

Sind die Bedingungsgleichungen nur von den Differenzen gleichartiger Coordinaten abhängig und hat das kinetische Potential die Form

$$H = -\sum_1^n{}_k \frac{m_k}{2}\left\{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2 + x_k'^2 + y_k'^2 + z_k'^2 + \ldots + x_k^{(\nu)^2} + y_k^{(\nu)^2} + z_k^{(\nu)^2}\right\}$$
$$+ \omega_1(t, x_\varrho - x_\sigma, x'_\varrho - x'_\sigma, \ldots x_\varrho^{(\nu)} - x_\sigma^{(\nu)}, y_\varrho - y_\sigma, \ldots y_\varrho^{(\nu)} - y_\sigma^{(\nu)}, z_\varrho - z_\sigma, \ldots z_\varrho^{(\nu)} - z_\sigma^{(\nu)}),$$

so lauten die Differentialgleichungen der Bewegung des Schwerpunktes, dessen Coordinaten A, B, C sind,

$$M\{-A + A'' - A'''' + \ldots - (-1)^\nu A^{(2\nu)}\} + \sum_1^n{}_k Q_k = 0$$
$$M\{-B + B'' - B'''' + \ldots - (-1)^\nu B^{(2\nu)}\} + \sum_1^n{}_k R_k = 0$$
$$M\{-C + C'' - C'''' + \ldots - (-1)^\nu C^{(2\nu)}\} + \sum_1^n{}_k S_k = 0,$$

und es ist daher

$$\overline{H} = -\frac{M}{2}\left\{A^2 + B^2 + C^2 + A'^2 + B'^2 + C'^2 + \ldots + A^{(\nu)^2} + B^{(\nu)^2} + C^{(\nu)^2}\right\}$$

das kinetische Potential der Schwerpunktsbewegung, wenn die Gesammtmasse in demselben vereinigt ist, und die äusseren Kraftcomponenten

$$\sum_1^n{}_k Q_k, \quad \sum_1^n{}_k R_k, \quad \sum_1^n{}_k S_k$$

an demselben wirken.

Hat das kinetische Potential die Gestalt

$$H = -\sum_1^n{}_k \frac{m_k}{2}(x_k^{(\delta)^2} + y_k^{(\delta)^2} + z_k^{(\delta)^2})$$
$$+ \omega_1(t, x_\varrho - x_\sigma, \ldots x_\varrho^{(\nu)} - x_\sigma^{(\nu)}, y_\varrho - y_\sigma, \ldots y_\varrho^{(\nu)} - y_\sigma^{(\nu)}, z_\varrho - z_\sigma, \ldots z_\varrho^{(\nu)} - z_\sigma^{(\nu)}),$$

ist also

$$a_{k0} = a_{k1} = \ldots = a_{k\delta-1} = a_{k\delta+1} = \ldots = a_{kn} = 0, \quad a_{k\delta} = -\frac{m_k}{2},$$

so werden nach (12)

$$A_0 = A_1 = \ldots = A_{\delta-1} = A_{\delta+1} = \ldots = A_n = 0, \quad B_0 = \ldots = B_{\delta-1} = B_{\delta+1}$$
$$= \ldots = B_n = 0, \quad C_0 = \ldots = C_{\delta-1} = C_{\delta+1} = \ldots = C_n = 0,$$

und für $A_\delta = -MA$, $B_\delta = -MB$, $C_\delta = -MC$ die Grössen A, B, C wiederum die Coordinaten des Schwerpunktes, welche dann nach (13) den Differentialgleichungen genügen

$$-(-1)^\delta MA^{(2\delta)} + \sum_1^n {}_k Q_k = 0, \quad -(-1)^\delta MB^{(2\delta)} + \sum_1^n {}_k R_k = 0, \quad -(-1)^\delta MC^{(2\delta)} + \sum_1^n {}_k S_k = 0$$

so dass das kinetische Potential der Schwerpunktsbewegung durch

$$\overline{H} = -\frac{M}{2}(A^{(\delta)^2} + B^{(\delta)^2} + C^{(\delta)^2})$$

ausgedrückt ist; ist $\delta = 1$, so geht dieser specielle Fall in den bekannten Satz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes für die kinetischen Potentiale in der gewöhnlichen Form über.

Es möge endlich noch gestattet sein, einige Bemerkungen über die Natur der Integrale der erweiterten Hamilton'schen Bewegungsgleichungen hinzuzufügen, die in der früheren Arbeit entwickeltworden sind.

Sei das kinetische Potential H eine algebraische Function von $t, p_s, p'_s, \ldots p_s^{(\nu)}$, welche der Gleichung genügen möge

$$(14) \quad H^\delta + r_1(t, p_s, p'_s, \ldots p_s^{(\nu)})\, H^{\delta-1} + \ldots + r_\delta(t, p_s, p'_s, \ldots p_s^{(\nu)}) = 0,$$

worin $r_1, r_2, \ldots r_\delta$ rationale Functionen der eingeschlossenen Grössen bedeuten, so sind die Ableitungen beliebiger Ordnung von H nach den Coordinaten und deren nach der Zeit genommenen Ableitungen bekanntlich rationale Functionen eben dieser Grössen und von H selbst, und es können somit die Gleichungen (145) der früheren Arbeit in die Form gesetzt werden

$$(15) \quad \begin{cases} R_{1\rho}\;(t, H, p_1, \ldots p_\mu, p'_1, \ldots p'_\mu, \ldots p_1^{(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-1)}) = p_{\rho 2\nu-1} \\ R_{2\rho}\;(t, H, p_1, \ldots p_\mu, p'_1, \ldots p'_\mu, \ldots p_1^{(2\nu-2)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-2)}) = p_{\rho 2\nu-2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ R_{\nu-1\rho}(t, H, p_1, \ldots p_\mu, p'_1, \ldots p'_\mu, \ldots p_1^{(\nu+1)}, \ldots p_\mu^{(\nu+1)}) = p_{\rho\nu+1} \\ R_{\nu\rho}\;(t, H, p_1, \ldots p_\mu, p'_1, \ldots p'_\mu, \ldots p_1^{(\nu)}, \ldots p_\mu^{(\nu)}) = p_{\rho\nu} \end{cases}$$
$$(\text{für } \rho = 1, 2, \ldots \mu),$$

worin $R_{1\rho}, R_{2\rho}, \ldots R_{\nu\rho}$ rationale Functionen der eingeschlossenen Grössen bedeuten, von denen die erste in den Grössen $p_1^{(2\nu-1)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-1)}$, die zweite in $p_1^{(2\nu-2)}, \ldots p_\mu^{(2\nu-2)}, \ldots$ die vorletzte in $p_1^{(\nu+1)}, \ldots p_\mu^{(\nu+1)}$ linear ist. Die Elimination der $\mu+1$ Grössen $p_\rho^{(\nu)}$ und H zwischen den $\mu+2$ Gleichungen: (14), den μ Gleichungen

$$R_{\nu\rho}(t, H, p_1, \ldots p_\mu, p'_1, \ldots p'_\mu, \ldots p_1^{(\nu)}, \ldots p_\mu^{(\nu)}) = p_{\rho\nu}$$

und der Gleichung

$$(16) \quad E = H - \sum_1^\mu {}_\rho p'_\rho p_{\rho 2\nu-1} - \sum_1^\mu {}_\rho p''_\rho p_{\rho 2\nu-2} - \ldots - \sum_1^\mu {}_\rho p_\rho^{(\nu-1)} p_{\rho\nu+1} - \sum_1^\mu {}_\rho p_\rho^{(\nu)} p_{\rho\nu}$$

liefert für (E) die algebraische Gleichung

$$(17)\quad (E)^\eta + \mathfrak{r}_1(t, p_\sigma, p'_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu})(E)^{\eta-1} + \ldots + \mathfrak{r}_\eta(t, p_\sigma, p'_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu}) = 0,$$

worin $\mathfrak{r}_1, \mathfrak{r}_2, \ldots \mathfrak{r}_\eta$ rationale Functionen der eingeschlossenen Grössen bedeuten, und der einer bestimmten Lösung H_1 der algebraischen Gleichung (14) entsprechende Werth von (E_1) ist dadurch bestimmt, dass der Energievorrath eindeutig vom kinetischen Potential abhängt. Sei nun die Gleichung (17) irreductibel mit Adjungirung der Grössen $t, p_\sigma, p'_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu}$, und werde angenommen, dass das erweiterte HAMILTON'sche System von $2\mu\nu$ Differentialgleichungen

$$(18)\quad \begin{cases} \dfrac{dp_{s2\nu-1}}{dt} = \dfrac{\partial(E_1)}{\partial p_s}, \; \dfrac{dp_{s2\nu-2}}{dt} = \dfrac{\partial(E_1)}{\partial p'_s}, \ldots \dfrac{dp_{s\nu}}{dt} = \dfrac{\partial(E_1)}{\partial p_s^{(\nu-1)}} \\[2ex] \dfrac{dp_s^{(\nu-1)}}{dt} = -\dfrac{\partial(E_1)}{\partial p_{s\nu}}, \; \dfrac{dp_s^{(\nu-2)}}{dt} = -\dfrac{\partial(E_1)}{\partial p_{s\nu+1}}, \ldots \dfrac{dp_s}{dt} = -\dfrac{\partial(E_1)}{\partial p_{s2\nu-1}} \end{cases}$$

ein algebraisches Integral

$$(19)\quad \omega_1(t, p_\sigma, p'_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu}) = \alpha$$

besitzt, worin α eine willkürliche Constante bedeutet, und ω_1 die Lösung einer mit Adjungirung von $(E_1), t, p_\sigma, p'_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu}$ irreductiblen Gleichung

$$(20)\quad \omega^m + f_1((E_1), t, p_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu})\,\omega^{m-1} + \ldots + f_m((E_1), t, p_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, \ldots p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu}) = 0$$

sein mag, in welcher $f_1, \ldots f_m$ rationale Functionen der eingeschlossenen Grössen darstellen.

Da nach der Definition einer Integralfunction vermöge (18) die Gleichung

$$(21)\quad \frac{\partial\omega_1}{\partial t} - \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\omega_1}{\partial p_s}\frac{\partial(E_1)}{\partial p_{s2\nu-1}} - \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\omega_1}{\partial p'_s}\frac{\partial(E_1)}{\partial p_{s2\nu-2}} - \ldots - \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\omega_1}{\partial p_s^{(\nu-1)}}\frac{\partial(E_1)}{\partial p_{s\nu}} + \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\omega_1}{\partial p_{s2\nu-1}}\frac{\partial(E_1)}{\partial p_s} + \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\omega_1}{\partial p_{s2\nu-2}}\frac{\partial(E_1)}{\partial p'_s} + \ldots + \sum_1^\mu{}_s \frac{\partial\omega_1}{\partial p_{s\nu}}\frac{\partial(E_1)}{\partial p_s^{(\nu-1)}} = 0$$

identisch befriedigt sein muss, die partiellen Differentialquotienten von (E_1) aber wieder nach Gleichung (17) sich rational durch (E_1) und die anderen in den Coefficienten dieser Gleichung vorkommenden Grössen ausdrücken lassen, und somit auch die partiellen Differentialquotienten von ω_1 nach (20) rationale Functionen von

$$\omega_1, (E_1), t, p_\sigma, \ldots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \ldots p_{\sigma\nu}$$

sein werden, so wird (21) in eine der Gleichung (20) gleichartige Gleichung in ω übergehen, welche ebenfalls durch ω_1 befriedigt wird, und somit aus der Irreductibilität von (20) folgen, dass alle Lösungen dieser letzteren auch der Gleichung (21) genügen, somit auch Integral-



functionen des Differentialgleichungssystems (18) sein werden. Daraus folgt aber, dass, weil dann

$$\frac{d\omega_1}{dt}, \frac{d\omega_2}{dt}, \dots \frac{d\omega_m}{dt}$$

mit Benutzung der Differentialgleichungen (18) identisch verschwinden müssen, entweder $f_1, f_2, \dots f_m$ selbst Integralfunctionen des Systems sein werden oder $m = 1$ ist, und wir finden somit, dass eine algebraische Integralfunction des Differentialgleichungssystems (18) entweder selbst rational aus $(E_1), t, p_\sigma, \dots p_\sigma^{(\nu-1)}, p_{\sigma 2\nu-1}, \dots p_{\sigma\nu}$ zusammengesetzt ist, oder eine algebraische Zusammensetzung solcher rationaler Integralfunctionen bildet.

Ersetzt man nunmehr in diesen rationalen Integralfunctionen die Grössen $p_{\varrho 2\nu-1}, p_{\varrho 2\nu-2}, \dots p_{\varrho\nu+1}, p_{\varrho\nu}$ durch die in den Gleichungen (15) gegebenen rationalen Functionen, in denen H_1 für H zu substituiren ist, so geht (E_1) in E_1 über, welches wiederum rational durch H_1, t und $p_r, p'_r, \dots p_r^{(2\nu-1)}$ ausdrückbar ist, und es ergiebt sich somit das nachfolgende Theorem:

Ist das kinetische Potential eine algebraische Function der Zeit, der Coordinaten und deren nach der Zeit genommenen Ableitungen bis zur ν^{ten} Ordnung hin, und besitzt das erweiterte Hamilton'sche Differentialgleichungssystem eine algebraische Integralfunction, so ist dieselbe entweder selbst eine **rationale** Function des kinetischen Potentials, der Zeit, der Coordinaten und deren nach der Zeit genommenen Ableitungen bis zur $2\nu-1^{\text{ten}}$ Ordnung hin oder eine algebraische Zusammensetzung solcher rationalen Integralfunctionen.

Einige weitere Fragen wie z. B. die nach der Herleitung aller kinetischen Potentiale, welche demselben mechanischen Probleme entsprechen, werde ich bei anderer Gelegenheit erörtern, und mich dann auch mit einer genaueren Untersuchung der verborgenen Bewegungen beschäftigen, die uns unter anderem zeigen wird, dass die Bewegung zweier nach dem Weber'schen Gesetze sich anziehender Punkte dieselbe ist als die Bewegung dieser beiden Punkte, wenn dieselben sich nach dem Newton'schen Gesetze anziehen und mit einem dritten Massenpunkte, auf den weder innere noch äussere Kräfte wirken, in einfachster Weise verbunden sind.

Das Verhalten des Quarzes gegen langwellige Strahlung, untersucht nach der radiometrischen Methode.

Von Ernest Fox Nichols
aus Hamilton, New York.

(Vorgelegt von Hrn. Warburg am 22. October [s. oben S. 1031].)

In den früheren Bestimmungen der Energievertheilung im ultrarothen Spectrum wurde in der Regel entweder die thermoelektrische oder die bolometrische Methode benutzt.

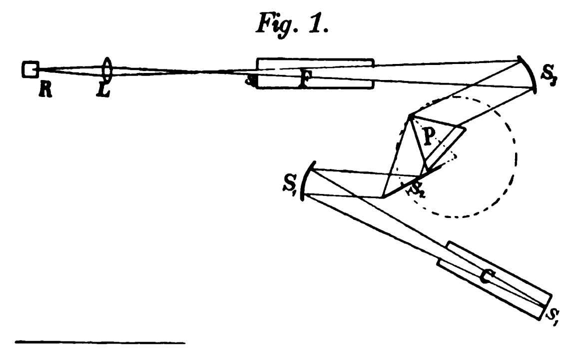
In der vorliegenden Arbeit ist nach dem Vorgang des Hrn. E. Pringsheim[1] eine modificirte Form des Crookes'schen Radiometers angewandt worden. Der erste Theil dieser Arbeit enthält die Beschreibung des Apparats und Erörterungen über die radiometrische Methode, der zweite Theil die am Quarz angestellten Messungen.

I. Apparat und Methode.

1. Spectrometer.

Eine Darstellung des benutzten Spectrometers ist in Fig. 1 gegeben. Die einzige Abweichung von der gewöhnlichen Anordnung besteht in der Einführung des ebenen Spiegels S_2, der an dem Prisma befestigt ist, — eine Modification, die von Hrn. Wadsworth[2] herstammt, bei welcher im Gegensatz zu dem gewöhnlichen Verfahren das Fernrohr fest stehen bleibt und das

Fig. 1.



[1] E. Pringsheim, Wied. Ann. 18 S. 32, 1883.
[2] Phil. Mag. 38 p. 337, 1894.

Spectrum beim Drehen des Prismas über das Gesichtsfeld wandert. Diese Anordnung ist für die vorliegende Methode nöthig, weil im Gegensatz zum Bolometer das Radiometer nicht gut bewegt werden kann.

Ein zweiter bilateraler Spalt s_2 im Rohr F wurde in die Brennebene des Hohlspiegels S_3 gebracht. Die von diesem Spalt herkommenden Strahlen wurden durch die Steinsalzlinie L concentrirt und auf dem Flügel des Radiometers bei R im Brennpunkt vereinigt. Das Flussspathprisma P wurde nach den Paschen'schen[1] Messungen der Brechungsexponenten calibrirt.

2. Construction des Radiometers.

Die Einzelheiten in der Construction des Radiometers werden am besten aus der Fig. 2 erkannt, die einen Aufriss des Instruments senkrecht zum Strahlengang darstellt. Die Figur ist in halber natürlicher Grösse gezeichnet.

Fig. 2.

Das Gehäuse A aus Rothguss, mit einer axialen Bohrung von oben nach unten bis zu 5^{mm} Entfernung von der Basis, wird durch drei Nivellirschrauben getragen und oben durch eine Glasglocke B geschlossen, die auf der äusseren Fläche des Gehäuses ruht.

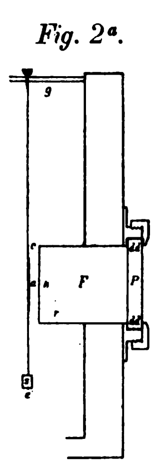
H ist ein Hahn, der die Verbindung mit der Raps'schen Quecksilberluftpumpe, die zur Herstellung des Vacuums dient, abschliesst. Das Gehäuse A enthält zwei seitliche Öffnungen — C, durch eine Spiegelglasplatte geschlossen, durch welche man die Ablenkungen aus der Gleichgewichtslage ablesen kann, und F, durch eine Flussspathplatte geschlossen, durch welche die zu messenden Strahlen in das Radiometer eintreten. Die Anordnung der einzelnen Theile des Fensters F ist aus Fig. 2ª ersichtlich, die einen Schnitt in einer Ebene senkrecht zur ersten zeigt.

Die kreisrunde Flussspathplatte P von 5^{mm} Dicke wird durch eine Schraube festgehalten, mit einer Gummidichtung bei d; das

[1] Wied. Ann. 53 S. 301, 1894.

Ganze ist auf einer Messingplatte befestigt, die an das Gehäuse angekittet ist. In der Öffnung F befindet sich ein kurzes Messingrohr r, das bis 2^{mm} von der Axe von A hineinragt und an seinem innern Ende eine dünne Glimmerplatte k trägt. Dicht hinter der Glimmerplatte hängen die beiden gleichen Glimmerflügel aa, die beide auf der Vorderseite geschwärzt sind und den wichtigsten Bestandtheil des Torsionssystems bilden. Die Flügel werden durch dünne Fäden von ausgezogenem Glas zusammengehalten, und auf der Linie mitten zwischen ihnen ist der Glasfaden ce angebracht, der die Drehungsaxe bildet und in der Nähe seines untern Endes die kleine Spiegelplatte s trägt. Ein sehr dünner Quarzfaden, der bei c befestigt ist und von der Brücke g herabhängt, gibt dem System die Directionskraft.

Fig. 2ª.



Das gesammte Gewicht des Systems betrug 7^{mg}.

3. Das Radiometer als Messinstrument.

Hr. CROOKES[1] hat gezeigt, dass die Empfindlichkeit des Radiometers in nahem Zusammenhang steht mit dem Druck des Gases, das sich in dem Gefäss befindet. Die HH. STONEY und MOSS[2] zeigten durch Untersuchungen bei verhältnissmässig hohem Druck, dass die Empfindlichkeit bei gleichem Druck sich mit der Entfernung des geschwärzten Flügels von der gegenüberliegenden Wand ändert und zwar so, dass sie bei abnehmender Entfernung zunimmt. Hr. CROOKES beobachtete auch, dass das logarithmische Decrement eines Torsionspendels schnell mit dem Druck abnimmt in den Gebieten des Druckes, für welche die Empfindlichkeit des Radiometers gross war.

Das sind die Hauptgründe, welche die gegenwärtige Form des Instrumentes herbeigeführt haben. Dasselbe hatte das Maximum der Empfindlichkeit bei einer Schwingungsdauer von 12 Secunden, wenn die Flügel $2\frac{1}{2}^{mm}$ von der Glimmerplatte entfernt waren und der Druck[3] in dem Gefäss $0^{mm}.05$ betrug. Durch weiteres Auspumpen konnte die Schwingungsdauer auf 8 Secunden erniedrigt werden; allein die Verringerung der Schwingungsdauer hatte eine Abnahme der Empfindlichkeit zur Folge. Bei grösseren Drucken nahm die Schwingungsdauer zu, bis die Bewegung aperiodisch wurde. In der Nähe des Maximums ändert sich die Empfindlichkeit sehr langsam, so dass die

[1] Proc. Roy. Soc. 1876 Nov. 16.
[2] Proc. Roy. Soc. 1877 Febr. 22.
[3] Nach McLEOD gemessen.



Schwingungsdauer hier die beste Prüfung für den zu wählenden Druck ist. Werden die Flügel in 1^{mm} Entfernung von der Glimmerplatte gebracht, so nimmt die Empfindlichkeit bei Drucken grösser als $0^{mm}.1$ erheblich zu, aber der Nachtheil, so zu verfahren, besteht darin, dass dadurch die Schwingungsdauer erhöht wird und die Ausschläge für kleine Energiemengen im Verhältniss grösser sind als für grosse. Für Drucke in der Nähe der maximalen Empfindlichkeit haben kleine Änderungen in der Entfernung keinen bemerkenswerthen Einfluss, weder auf die Empfindlichkeit noch auf die Schwingungsdauer.

Unter den vorstehenden Bedingungen, die bei allen Messungen erfüllt waren, wurde auf verschiedene Weise bewiesen, dass die Ausschläge des Radiometers proportional der Energie waren. Der eine Weg war der, dass man die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens von der Wellenlänge bei einer Flussspathfläche unter einem Einfallswinkel von 25° maass[1].

Die erhaltenen Resultate werden in Tabelle I mit den Werthen der Reflexion verglichen, die man mit Hülfe der Fresnel'schen Formel unter Benutzung der von Hrn. Paschen[2] beobachteten Brechungsexponenten erhält. Die erste Spalte der Tabelle enthält die Wellenlängen, die zweite die beobachtete Reflexion, die dritte die berechnete und die vierte die Differenz beider Werthe.

Tabelle I. Reflexion des Flussspaths.

$$i = 25°;\ R = \frac{R_\perp + R_\parallel}{2}$$

λ	R beob.	R ber.	Δ
0.589	0.031	0.032	−1
1.5	0.031	0.031	0
2.36	0.030	0.031	−1
3.0	0.031	0.031	0
4.0	0.030	0.030	0
5.0	0.029	0.028	+1
6.0	0.028	0.027	+1
7.0	0.027	0.025	+2

Die Empfindlichkeit des Radiometers während der folgenden Messungen war derart, dass Strahlen von einer 6^m entfernten Kerze

[1] Diese Beobachtungen wurden durch Vergleichung der Reflexion des Flussspaths mit der des Silbers angestellt, wie es nachher beim Quarz beschrieben werden wird. Da die Reflexion des Flussspaths nur ungefähr 3 Procent von der entsprechenden Reflexion des Silbers beträgt, so wurden Ausschläge, von denen die grösseren 30 bis 40 Mal so gross als die kleineren waren, direct verglichen, und der Beweis für die Proportionalität war daher ein sehr strenger.

[2] Wied. Ann. 53 S.301 (1894).

bei ihrem Auffallen auf einen der Flügel eine Ablenkung von 60 Theilstrichen auf einer Millimeterscala in 1^m Entfernung von dem Instrument erzeugten. Es entspricht diess einem Ausschlag von mehr als 2100 Scalentheilen für eine Kerze in 1^m Entfernung.

Die compensirende Wirkung der beiden Flügel war so vollkommen, dass Strahlen von einer dem Radiometer gerade gegenüber befindlichen Lichtquelle, die bei ihrem Auffallen auf jeden der beiden Flügel allein einen Ausschlag von 60 Scalentheilen erzeugten, weniger als 1^{mm} Ausschlag gaben, wenn beide Flügel zugleich getroffen wurden. So hatte man ein ausserordentlich empfindliches Instrument, das zugleich einen sehr constanten Nullpunkt hatte, und Ausschläge gab, die auf $0^{mm}.1$ garantirt werden können.

Im Vergleich zu dem Linearbolometer oder der Thermosäule hat die gegenwärtige Form des Radiometers folgende Vorzüge:

1. es ist unbeeinflusst von allen magnetischen und thermoelektrischen Störungen, die das Arbeiten mit einem sehr empfindlichen Galvanometer langwierig und unbefriedigend machen;

2. es kann besser die Wirkung von Strahlen compensirt werden, die nicht von der zu messenden Quelle ausgehen;

3. das Radiometer ist frei von jeglichen Störungen in Folge der Luftströmungen, die sich über dem erwärmten Bolometerdraht bilden.

Jedoch hat es folgende Nachtheile:

1. es ist nicht so leicht transportabel als das Bolometer oder die Thermosäule;

2. alle zu messenden Strahlen müssen das Radiometerfenster passiren und sind seiner Reflexion und selectiven Absorption unterworfen;

3. in der gegenwärtigen Form kann das Radiometer von der Quecksilberluftpumpe nicht länger als eine Woche getrennt werden, ohne an Empfindlichkeit einzubüssen.

II. Beobachtungen am Quarz.

Unsere Kenntniss der optischen Eigenschaften des Quarzes im sichtbaren Spectrum sind in einer Richtung durch Beobachtungen von Hrn. SARASIN[1] im Ultravioletten erweitert worden, in anderer Hinsicht durch Beobachtungen von Hrn. MOUTON[2] und später von Hrn. RUBENS[3]

---

[1] Archiv des Sc. Phys. 3, 10 p. 303 (1883).
[2] Comp. rend. 88 p. 1190 (1879).
[3] WIED. Ann. 53 S. 277 (1894); 54 S. 480 (1895).



im Ultrarothen. RUBENS' Beobachtungen reichen bis zu dem Gebiet $\lambda = 4.2\,\mu$. Über diesen Punkt hinaus sind directe Messungen der Brechungsexponenten nicht möglich wegen der starken Absorption, die im Quarz in diesem Gebiet beginnt. Die vorliegenden Beobachtungen setzen bei diesem Punkt ein und bestehen in Beobachtungen über die Reflexion und Durchlässigkeit des Quarzes für Wellenlängen von $\lambda = 4\,\mu$ bis $\lambda = 9\,\mu$, wo aus einem andern Grunde — wegen der Absorption des zur Dispersion benutzten Flussspathprismas — die Beobachtungen abgebrochen werden mussten.

1. Beobachtung über Reflexion.

Die Reflexion des Quarzes wurde nicht direct mit der Intensität des einfallenden Strahles verglichen, sondern der Bequemlichkeit halber mit der Reflexion des Silbers, die vorher bestimmt wurde, und zwar durch Vergleich des unter einem Winkel von 15° reflectirten Strahles mit dem directen vermittelst des von Hrn. RUBENS[1] benutzten Apparates.

Als Spiegel diente ein Silberniederschlag auf Glas. Die Resultate sind in Tab. 2 enthalten, welche auch die Werthe für die Reflexion des Silbers nach den Beobachtungen von Hrn. RUBENS[1] und Hrn. LANGLEY[2] enthält.

Tabelle II.

λ	NICHOLS	RUBENS	LANGLEY	λ	NICHOLS	RUBENS
0.35			61	0.80		95.2
0.38			73	0.90	96.0	95.8
0.40			79	1.00		96.5
0.43	82.7			1.15		97.0
0.44	86.4			1.40		97.4
0.45		87.0	85	1.65		97.7
0.49	90.1			2.00	97.2	97.3
0.50		88.3	89	2.50	96.5	97.0
0.54	91.5			3.00	97.3	98.3
0.55		90.3	91	3.50	98.3	
0.59	91.6			4.00	100.0	
0.60		92.7	92	6.00	99.8	
0.64	93.6			7.00	99.6	
0.65		93.3	93	8.00	99.0	
0.70		94.5	93	8.40	99.5	
0.75	95.0		94	8.65	99.2	
				9.00	100.0	

Die Übereinstimmung ist, wie man erkennt, eine recht gute, jedoch ergeben sich meine Werthe im sichtbaren Spectrum sämmtlich

[1] WIED. Ann. 37 S. 249 (1889).
[2] Phil. Mag. 27 p. 10 (1889).

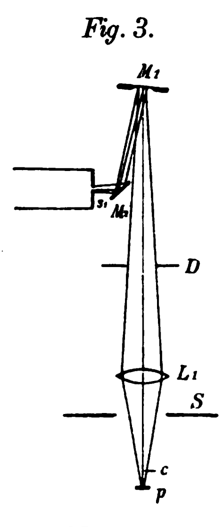
etwas grösser als die von Hrn. Rubens sowohl wie von Hrn. Langley. Es kann diess zweifelsohne durch Verschiedenheiten in der Politur erklärt werden, wovon die Reflexion in diesem Gebiet in grossem Maasse abhängt. Im Ultrarothen hingegen wird die Reflexion nur wenig von den gewöhnlichen Verschiedenheiten in der Politur beeinflusst, und ein Silberspiegel, der mit der Zeit deutlich gelb geworden war, gab dieselbe Reflexion bei Wellenlängen von $\lambda = 6\,\mu$ bis $\lambda = 9\,\mu$ als ein vollständig neuer.

Für Wellenlängen grösser als $4\,\mu$ ergibt sich, dass die Reflexion fast vollständig ist, so dass zum Vergleich mit Quarz die Intensität des Strahles, der vom Silberspiegel kam, ohne Correction als Einheit genommen wurde.

Bei den Beobachtungen über die Reflexion am Quarz wurde als reflectirende Fläche die senkrecht zur optischen Axe geschliffene Fläche eines Quarzprismas benutzt.

Um die sehr kleinen Einfallswinkel von 5° zu erhalten, wurde die Anordnung des Apparats — Fig. 3 — getroffen, wo p die Zirkonplatte des Linnemann'schen Brenners bedeutet, der die Energie erzeugt, L_1 ist eine Steinsalzlinse, M_1 der Halter für die zu vergleichenden Spiegel, M_2 ein Silberspiegel, um die Strahlen in den Spectrometerspalt s_1 zu lenken. Bei S war eine Klappe angebracht und bei D ein Diaphragma. Die beiden Platten zur Seite des Spectrometerspaltes trugen Millimeterpapier, und die Lage des von der Linse L_1 entworfenen reellen Bildes einer Platinspitze bei c diente als Zeichen, um die Anordnung bei dem Wechsel von Silber und Quarz und umgekehrt zu prüfen. Die zu vergleichenden Flächen wurden sorgfältig in zwei genau gleichen Trägern befestigt, die einzeln in den Halter M_1 hineinpassten, und dort durch zwei Federn festgehalten.

Fig. 3.



Um das Verfahren bei den einzelnen Beobachtungen und zugleich das Verhalten des Radiometers zu zeigen, sind die Beobachtungen für die Wellenlängen $\lambda = 8.72\,\mu$ und $\lambda = 8.52\,\mu$ vollständig angegeben. Von den 15 Beobachtungsreihen bei ebensovielen verschiedenen Wellenlängen zwischen $8\,\mu$ und $9\,\mu$ liefert die eine die beste Übereinstimmung der einzelnen Werthe unter einander, die andere die schlechteste.



Tabelle III.

Zwei Beobachtungsreihen über die Reflexion des Quarzes Q im Vergleich zu der als total zu betrachtenden Reflexion des Silbers S. Die Werthe u^2 wurden abwechselnd nach der Formel $\frac{2Q_n}{S_n + S_{n+1}}$ und $\frac{Q_n + Q_{n+1}}{2S_{n+1}}$ berechnet.

$\lambda = 8.72\mu$ Spalt 1.5 mm breit			$\lambda = 8.52\mu$ Spalt 1.0 mm breit		
Ablesungen	Ausschläge	u^2	Ablesungen	Ausschläge	u^2
S_1 {532.2, 497.1}	35.1		S_1 {532.9, 506.1}	26.8	
Q_1 {531.8, 509.9}	21.9	62.7	Q_1 {533.0, 514.7}	18.8	71.9
S_2 {531.9, 497.0}	34.9	62.9	S_2 {532.7, 507.0}	25.7	72.0
Q_2 {531.9, 510.0}	21.9	62.9	Q_2 {532.9, 514.6}	18.3	70.9
S_3 {531.8, 496.9}	34.9	62.5	S_3 {533.1, 507.0}	26.1	70.9
Q_3 {531.7, 510.0}	21.7	62.5	Q_3 {532.6, 513.9}	18.7	72.9
S_4 {531.8, 497.0}	34.8	62.2	S_4 {532.3, 506.9}	25.4	74.0
Q_4 {531.4, 509.9}	21.5	62.3	Q_4 {532.7, 513.7}	19.0	74.0
S_5 {531.3, 497.1}	34.2		S_5 {532.1, 506.3}	25.8	
	Mittel:	62.6 Procent.		Mittel:	72.4 Procent.

Alle beobachteten Werthe der Reflexion des Quarzes sind in der zweiten Spalte von Tabelle IV zusammengestellt und die entsprechenden Wellenlängen in Spalte 1. Spalte 3 gibt unter der Überschrift $\lambda' - \lambda''$ das Wellenlängen-Intervall in μ, das der Breite der benutzten Spalte entspricht, die beide stets gleich weit geöffnet wurden.

Diese Resultate sind in Fig. 4 graphisch dargestellt. Die Curve fällt sehr langsam von $\lambda = 4.5\mu$ zu einem Minimum bei $\lambda = 7.4\mu$, wo die beobachtete Reflexion nur 0.29 Procent betrug. Von $\lambda = 7.5\mu$ bis $\lambda = 8.4\mu$ steigt sie überraschend schnell zu einem Maximalwerth von 75 Procent in der Nähe der letzteren Wellenlänge, sinkt wieder zu einem zweiten Minimum von 51 Procent nahe $\lambda = 8.6\mu$ und steigt zu einem zweiten Maximum von 66 Procent bei $\lambda = 8.8\mu$ und fällt dann regelmässig bis $\lambda = 9\mu$, worüber hinaus nicht mehr beobachtet werden konnte. Der Fehler der hier angegebenen Werthe für die Reflexion rührt von der Gegenwart von Strahlen kleinerer Wellenlängen her, die bei Messungen in diesem Gebiete niemals ganz fehlen und die hier bewirken, dass die beiden Maxima zu niedrig liegen, und zwar das zweite tiefer im Verhältniss zum ersten. Das erste Minimum bei $\lambda = 7.4\mu$ ist wahrscheinlich zu hoch.

Tabelle IV.

λ	u^2 Procent $i=5°$	$\lambda'-\lambda''$	D Procent beob.	$\lambda'-\lambda''$	D_1	$\frac{\varkappa_0^2}{10^{-6}}$
4.5	3.4	0.07	92.8	0.10	99.0	0
5.0	3.0	0.07	70.5	0.10	75.0	41
5.3	2.73	0.07	54.1	0.05	57.0	174
5.8	2.5	0.09	81.1	0.05	85.4	16
6.25	1.8	0.11	59.3	0.11	61.9	174
6.45	1.46	0.10	81.0	0.11	83.5	42
6.7	1.19	0.10	67.6	0.10	69.0	121
7.0	0.65	0.12	81.3	0.09	82.2	23
7.1	0.46	0.12	79.3†	0.09	80.1	62
7.2	0.44	0.12	75.3	0.09	76.2	76
7.3	0.315	0.12	70.4	0.09	71.2	121
7.4	0.29	0.12	66.7	0.09	67.4	166
7.5	0.425	0.12	59.5	0.09	60.1	286
7.6	0.858	0.09	51.5 §	0.09	52.5	466
7.7	1.34	0.09	35.8	0.09	36.9	1149
7.8	3.25	0.09	18.0	0.09	19.3	3215
7.9	6.0*	0.09	12.2	0.09	13.9	4747
7.92	6.69	0.09				
8.0	14.0	0.08	5.61	0.09	7.80	8136
8.02	17.2	0.08				
8.05	23.0*	0.08	3.15	0.09	5.83	10240
8.12	43.3	0.08				
8.22	63.3	0.08				
8.32	70.4	0.08				
8.42	75.0	0.08				
8.52	72.4	0.08				
8.62	51.1	0.08				
8.65	56.5	0.08				
8.67	58.4	0.08				
8.72	62.6	0.12				
8.8	67.1	0.12				
8.82	64.0	0.12				
8.9	60.5	0.08				
8.925	58.0	0.11				
9.0	51.5	0.08				
9.02	49.2	0.11				

* Graphisch interpolirt von der Reflexionscurve. — † Graphisch interpolirt von der Durchlässigkeitscurve. — § Durchlässigkeit beobachtet in dem doppelt zerlegten Spectrum.

2. Beobachtungen über die Durchlässigkeit.

Um die Durchlässigkeit zu untersuchen, wurde die Linse L_1 (Fig. 3) und die Lampe in die Richtung des Collimatorrohres des Spectrometers gebracht und die Intensität des directen Strahles mit der Intensität des durch eine dünne, direct vor den Spalt gebrachte Quarzplatte hindurchgegangenen Strahles verglichen.

Die benutzte Platte war eine dünne, senkrecht zur optischen Axe geschliffene Krystallplatte, die in eine Glasfassung mit einer freien Öffnung von 10 × 5 mm eingesetzt war. Das Spectrum des von der Platte unter einem Winkel von 15° reflectirten Lichtes gab etwas mehr

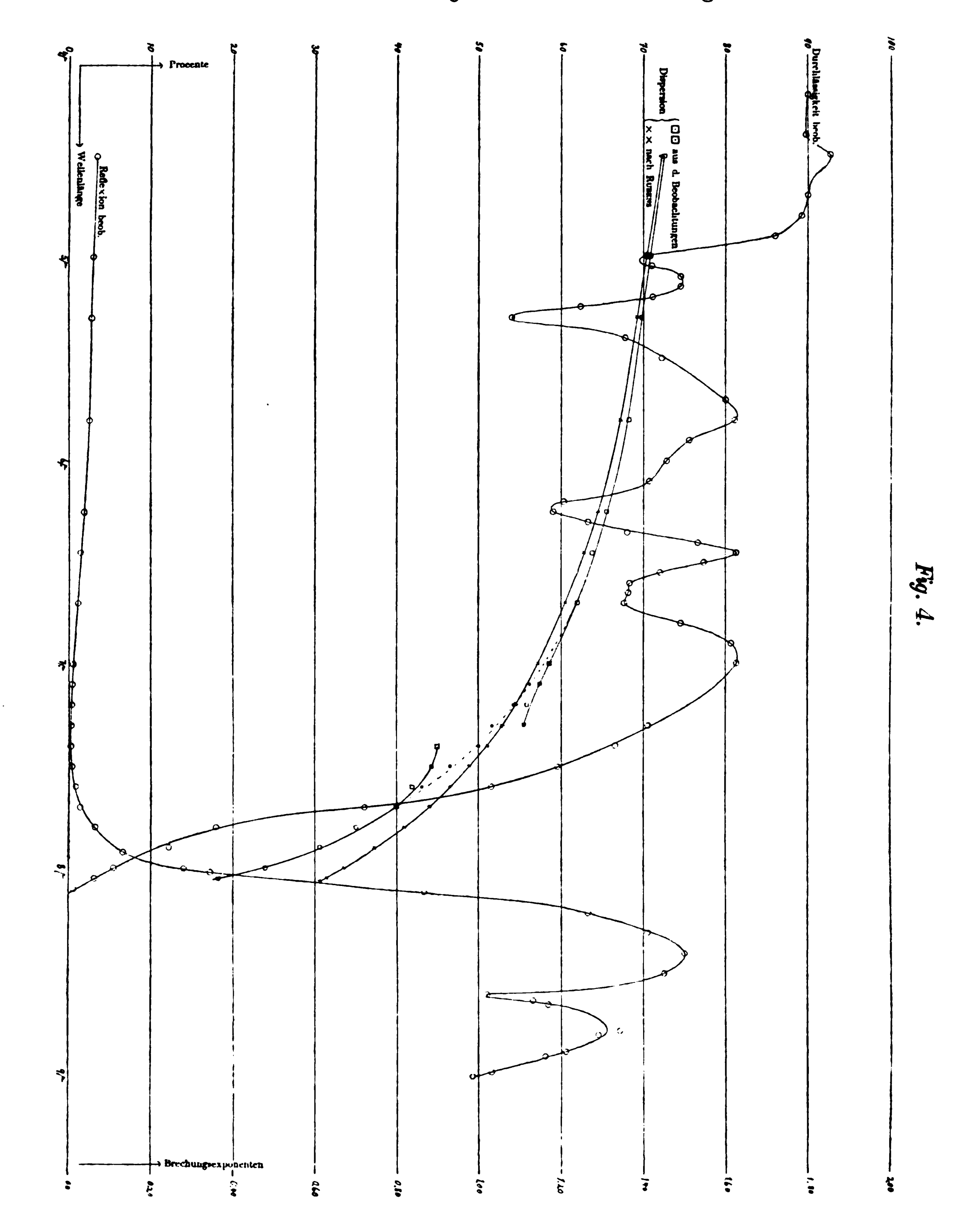


Fig. 4.

als 10 Interferenzstreifen zwischen den FRAUNHOFER'schen Linien C und D, woraus man die Dicke 18μ berechnet.

Spalte 4 in Tabelle IV gibt die beobachteten Werthe für die Durchlässigkeit in Procenten bei den in Spalte 1 angegebenen Wellenlängen. Spalte 5 enthält das Wellenlängen-Intervall, das der Spaltbreite entspricht, und Spalte 6 die in Spalte 4 angegebenen Werthe mit der Correction wegen der Reflexion an beiden Flächen, wobei bei der Berechnung angenommen worden ist, dass

$$D_1 = \frac{D}{1-2u^2}.$$

Die beobachteten Durchlässigkeiten erstrecken sich auf Gebiete von $\lambda = 4.2\mu$ bis $\lambda = 8.05\mu$. Die Beobachtungen sind in der Fig. 4 mit den Wellenlängen als Abscissen und den Durchlässigkeiten in Procenten als Ordinaten graphisch dargestellt. Viele in der Tabelle ausgelassene Werthe sind in der Figur vorhanden.

In Gebieten jenseits $\lambda = 7\mu$ wurde, um sich über die Reinheit des Spectrums zu vergewissern, ein zweites Flussspathprisma und Spalt in den Gang der Strahlen vor ihrem Eintritt in das Spectrometer eingeschaltet.

In dem Bereich der Curve von $\lambda = 4.2\mu$ bis $\lambda = 7\mu$ sind fünf Maxima und vier Minima enthalten, von denen jedenfalls drei sehr scharf ausgeprägt sind. Von $\lambda = 7\mu$ an fällt die Curve so schnell ab, dass es unmöglich war, den Verlauf über $\lambda = 8.1\mu$ zu untersuchen, wo durch eine Platte von der Dicke von nur $2\frac{1}{4}$ der Wellenlänge des einfallenden Strahles kaum 0.5 Procent hindurchgingen. Obwohl das ganze Gebiet von $\lambda = 8.1\mu$ bis $\lambda = 9\mu$ sorgfältig abgesucht wurde, konnten doch keine messbaren Mengen von durchgelassener Energie gefunden werden.

3. Dispersion.

Im allgemeinen ist es möglich, den Brechungsexponenten ν für jede Wellenlänge λ zu ermitteln, für welche u^2 und D_1 bekannt sind, indem man in die CAUCHY'sche Formel die beobachteten Werthe von u^2 und den Extinctionscoefficienten $\varkappa_1$, die man berechnet nach der Formel

$$D_1 = e^{-\frac{4\pi d \varkappa_1}{\lambda}}, \quad (1)$$

einsetzt. In dieser Formel ist d die Dicke der absorbirenden Schicht und λ die betreffende Wellenlänge.

Bei der Reflexion unter senkrechter Incidenz sind die Intensitäten des in der Einfallsebene polarisirten Strahles $u_{\parallel}^2$ und des senkrecht

[1] WÜLLNER, Lehrbuch d. Physik (1883) Bd. II S. 123–126.

zur Einfallsebene polarisirten Strahles $u^2_{\perp}$ gleich, und bei einem Einfallswinkel von 5° kann die Gleichheit innerhalb der Fehlergrenzen noch angenommen werden.

Der Einfachheit des Ausdrucks halber wurde daher der Werth für $u^2_{\parallel}$ bei der Berechnung benutzt und die beobachteten Werthe für die Reflexion u^2 in die Formel eingesetzt:

$$(2) \qquad u^2_{\parallel} = \frac{(\cos i - \sqrt{\nu^2 - \sin^2 i})^2 + \varkappa^2_1}{(\cos i + \sqrt{\nu^2 - \sin^2 i})^2 + \varkappa^2_1}\,,^{1}$$

woraus sich ergibt

$$(3) \qquad \nu^2 = \sqrt{\sin^2 i + \left\{\cos i\left(\frac{1+u^2}{1-u^2}\right) \pm \sqrt{\cos^2 i\left(\frac{1+u^2}{1-u^2}\right)^2 - (\varkappa^2_1 + \cos^2 i)}\right\}^2}\,.$$

Die Werthe des Extinctionscoefficienten $\varkappa^2_0$ für senkrechte Incidenz, nicht merklich verschieden von dem Extinctionscoefficienten $\varkappa^2_1$ für einen Incidenzwinkel von 5°, sind in der letzten Spalte der Tabelle IV enthalten.

Da, wie man sieht, der höchste beobachtete Werth $\varkappa^2_0$ bei der Wellenlänge $\lambda = 8.05\,\mu$ nur 102×10^{-4} erreicht, so kann in Gleichung (3) $\varkappa^2_1 = 0$ gesetzt und ν nach der Fresnel'schen Formel berechnet werden. Die Interpretation der Grösse unter dem Wurzelzeichen in

Tabelle V.

λ	ν	ν nach Rubens	Δ
4.5	1.450	1.442	+ 8
5.0	1.417	1.411	+ 6
5.3	1.393	1.386	+ 7
5.8	1.368	1.343	+ 25
6.25	1.309	1.287	+ 22
6.45	1.274	1.257	+ 17
6.7	1.242	1.212	+ 30
7.0	1.167*	1.145	+ 22
7.1	1.125*	1.117	+ 8
7.2	1.080*	1.089	− 9
7.3	1.032*	1.056	− 24
7.4	1.000*	1.020	− 20
7.5	0.930*	0.979	− 49
7.6	0.861*	0.933	− 72
7.7	0.798	0.881	− 83
7.8	0.702	0.819	−117
7.9	0.611	0.746	−135
8.0	0.478	0.657	−179
8.05	0.366	0.603	−237

* Corrigirt wegen der Unreinheit in diesem Gebiet des Reflexionsspectrums.

[1] Wüllner, Lehrbuch d. Physik (1883) Bd. II S. 536.

Gleichung (3) wird an anderer Stelle vollständiger gegeben werden. Hier mag es genügen, zu bemerken, dass bis $\lambda = 7.4\mu$ das positive Vorzeichen, für Werthe darüber hinaus das negative Vorzeichen der Wurzel zu benutzen ist. Die aus den beobachteten Reflexionen berechneten Werthe von ν sind in Spalte 2 der Tabelle V enthalten und in der Fig. 4 graphisch dargestellt.

Ein Punkt offenbarer Discontinuität in der berechneten Dispersionscurve bei $\lambda = 7.4\mu$ kann unter der Annahme erklärt werden, dass zwischen $\lambda = 7\mu$ und $\lambda = 7.6\mu$, wo die beobachtete Reflexion kleiner ist als 0.75 Procent, $\frac{1}{3}$ hiervon von directem Licht von dem Gebiet $\lambda = 8.4\mu$ herrühre, wo die reflectirte Energie wenigstens 250 Mal so gross ist als die bei $\lambda = 7.4\mu$. Setzt man diese corrigirten Werthe für die Reflexion in (3) ein, so erhält man die in der Figur punktirt gezeichneten Werthe von ν, die auch in der Tabelle enthalten sind.

Aus den mitgetheilten Resultaten geht hervor, dass das optische Verhalten des Quarzes in dem Gebiet $\lambda = 7.4\mu$ bis $\lambda = 8.4\mu$ von dem Verhalten eines nicht-metallischen zu dem eines metallischen Körpers übergeht, dass also der Quarz sich in jenem Gebiet ähnlich verhält wie das Fuchsin in seinem, im sichtbaren Spectralgebiet liegenden Absorptionsstreifen.

Es geht diess hervor:

1. aus der Reflexion, die bei $\lambda = 7.4\mu$ kleiner ist als $\frac{1}{3}$ Procent und bei $\lambda = 8.4\mu$ derjenigen des polirten Silbers für violettes Licht gleichkommt;
2. aus der Absorption, die an dem Punkt ($\lambda = 8.05\mu$), von welchem ab es unmöglich wird, sie weiter zu untersuchen, sich der metallischen Absorption nähert;
3. aus dem Verlauf der Dispersionscurve, die für Wellenlängen grösser als $\lambda = 7.4\mu$ Brechungsexponenten kleiner als Eins ergibt.

4. Die KETTELER-HELMHOLTZ'sche Dispersionsformel.

RUBENS ergänzte seine eigenen sorgfältigen Beobachtungen durch das andere vorliegende Material und berechnete für Quarz die fünf Constanten in einer Form der KETTELER-HELMHOLTZ'schen Dispersionsformel, die strenge nur dort anwendbar ist, wo zwei lineare Absorptionsbanden vorhanden sind. Die Werthe hierfür, berechnet aus

diesen Constanten, sind in Spalte 3 der Tabelle V und auch in der Figur enthalten.

Das Aussehen der so gefundenen und der aus den beobachteten Werthen berechneten Curve ist dem Charakter nach das gleiche. Die Übereinstimmung ist jedoch besser, als man hätte erwarten können, wenn man bedenkt, dass der äusserste Punkt in den Beobachtungen von Rubens bei $\lambda = 4.2\,\mu$ gelegen ist. Unter Zugrundelegung der Constanten, die für Gebiete vor dieser Wellenlänge berechnet und in eine besondere Form der Gleichung eingeführt wurden, sind die Werthe der Curve um eine volle Octave weiter bis $\lambda = 8.05\,\mu$ extrapolirt worden.

Ausgegeben am 12. November.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1896.
XLV.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

12. November. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Diels las: Über die poetischen Vorbilder des Parmenides.

2. Hr. Sachau legt der Akademie im Namen Sr. Excellenz des Herzogs de Loubat die unter seinen Auspicien veröffentlichte photographische Ausgabe des Altmexikanischen Hieroglyphen-Codex Nr. 3773 der Vatikanischen Bibliothek vor.

Zu correspondirenden Mitgliedern der Akademie in der physikalisch-mathematischen Classe sind gewählt worden: die HH. Dr. E. Abbe, ordentlicher Honorarprofessor an der Universität Jena, Lord Rayleigh, Professor an der Royal Institution in London, Dr. R. Fittig, ordentlicher Professor an der Universität Strassburg, Dr. William Ramsay, Professor am University College in London, Dr. J. Wislicenus, ordentlicher Professor an der Universität Leipzig.





Bericht über den baulichen Zustand der Tempelbauten auf Philae.

Von Ludwig Borchardt
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Erman am 30. April [s. oben S. 513].)

Die Königliche Akademie der Wissenschaften zu Berlin hatte den Schreiber dieses beauftragt, »den baulichen Zustand der Tempelbauten »von Philae in Hinblick auf die beabsichtigte theilweise Überfluthung »zu untersuchen, dabei besonders auf die Fundamentirung und die »Beschaffenheit des unteren Theiles der Wände zu achten und über »die Resultate dieser Untersuchungen eingehend zu berichten«.

Dass die beabsichtigten Ermittelungen ohne die Unterstützung der Leiter der Ausgrabungen auf der Insel Philae nicht hätten vorgenommen werden können, bedarf keiner Erwähnung, wohl aber muss an dieser Stelle ganz besonders hervorgehoben werden, dass sowohl von Seiten des Staatssecretärs im aegyptischen Ministerium der öffentlichen Arbeiten Mr. Garstin, als auch ganz besonders von dem die Arbeiten auf Philae persönlich leitenden Capt. H. G. Lyons, R. E., dem Berichterstatter in der zuvorkommendsten Weise jede nur mögliche Hülfe gewährt worden ist.

Auf dem umstehenden Plane der Insel[1] finden sich sämmtliche Gebäude verzeichnet, die unten des Näheren besprochen sind. Die Skizzen auf S. 1202. 1203 veranschaulichen ihre Höhenlage und die Art ihrer Fundamentirung.

Um Wiederholungen zu vermeiden, bemerke ich von vornherein, dass die Gebäude Philaes in ihrer überwiegenden Mehrzahl aus einem röthlich-braunen, manchmal heller, manchmal dunkler ausfallenden, in seinen guten Lagen wetterbeständigen, feinkörnigen nubischen Sandstein bestehen. Derselbe wurde, nach inschriftlichen Belegen und nach den an den Bauten und im Bruch auftretenden gleichartigen Stein-

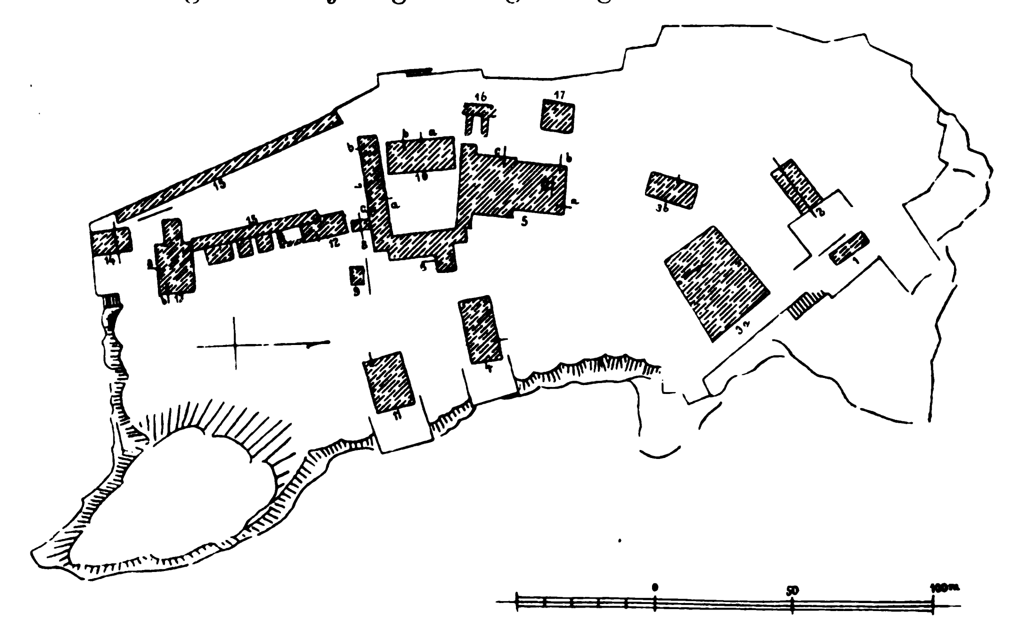
[1] Er beruht auf Lyon's Neuaufnahme der Insel, von der mir eine Copie zum Zwecke dieses Berichtes freundlichst überlassen wurde.

metzzeichen zu urtheilen, 37km südlich von Philae am westlichen Nilufer in den Brüchen von Kerdaseh gewonnen.

Die vereinzelt vorkommenden Bautheile aus rothbuntem Hornblendegranit und aus grünlich-grauem Diorit haben ihre Heimat in den unweit Philae belegenen Brüchen auf dem Ostufer des Niles, welche sich nördlich bis Assuan erstrecken.

Ich gehe nun die einzelnen Tempelbauten, oder besser gesagt alle Hausteinbauten von monumentaler Bedeutung, von Norden nach Süden zu durch und bespreche bei jedem die Beschaffenheit des Baumaterials und die Art der Fundirung.

Über die zwischen diesen Baulichkeiten liegenden Ruinen von Privathäusern, wird, soweit sie bisher aufgedeckt sind, in der Veröffentlichung der diesjährigen Ausgrabungen berichtet werden.



Stadtthor (Plan, Nr. 1).

Das nördlichste Denkmal der Insel ist das Stadtthor, ein spätrömisches Bauwerk. Seine Pfeiler, zwischen denen eine mittlere Durchfahrt für Wagen und zwei Seitenthore für Fussgänger liegen, sind massiv aus grossen Sandsteinblöcken in gutem Verbande aufgeführt. Bis auf die westliche Aussenseite des Südpfeilers, die einmal — vielleicht durch Feuer — stark gelitten hat, und mit Ausnahme einer der unteren Schichten, die durch die Abgänge aus den umliegenden Häusern späterer Zeit durchnässt und zersetzt worden ist, befindet sich das Baumaterial des Thores noch in gutem Zustande. Von den

Gewölben über den Durchgängen — die Mitte war mit einer Tonne, die Seitendurchgänge mit halbkugeligen Hängekuppeln überdeckt — stehen nur noch ein Theil der Kuppel über dem nördlichen Durchgang und die Gurtbögen über dem südlichen. Jedoch sind auch diese Gewölbestücke noch fest und nicht in Gefahr einzustürzen[1]. Es ist also für die Stabilität der noch bestehenden Gebäudetheile nichts zu befürchten.

Der Versuch, die Fundamente aufzugraben, musste aufgegeben werden, da das Herausbrechen der das Thor allseitig umgebenden grossen Pflasterplatten zu viel Schwierigkeiten gemacht hätte.

Die etwas über das Pflaster hervorragende Schwelle an der Westseite des südlichen Mittelpfeilers liegt auf $100^{m}951$ über dem Nullpunkte des Pegels von Alexandria[2]. Das Gebäude würde also, wenn das Reservoirproject mit 106^{m} R. L. Wasserhöhe zur Ausführung käme, bis über die Sohlbank der Nischen über den Seitenpforten unter Wasser gesetzt werden.

Augustustempel (Plan, Nr. 2).

Westlich hinter dem Stadtthore liegt der dem Kaiser Augustus von den Bewohnern Philaes und des Dodekaschoinos, d. h. Nordnubiens, geweihte Tempel. Die Ruine ist als Denkmal römischer Baukunst an einem so entfernten Punkte des Reiches von Bedeutung; sie befindet sich indessen in einem so traurigen Zustande, dass ihre Tage auch ohne Überfluthung gezählt sein dürften, falls nicht etwa besondere Maassregeln zu ihrer Erhaltung getroffen werden sollten.

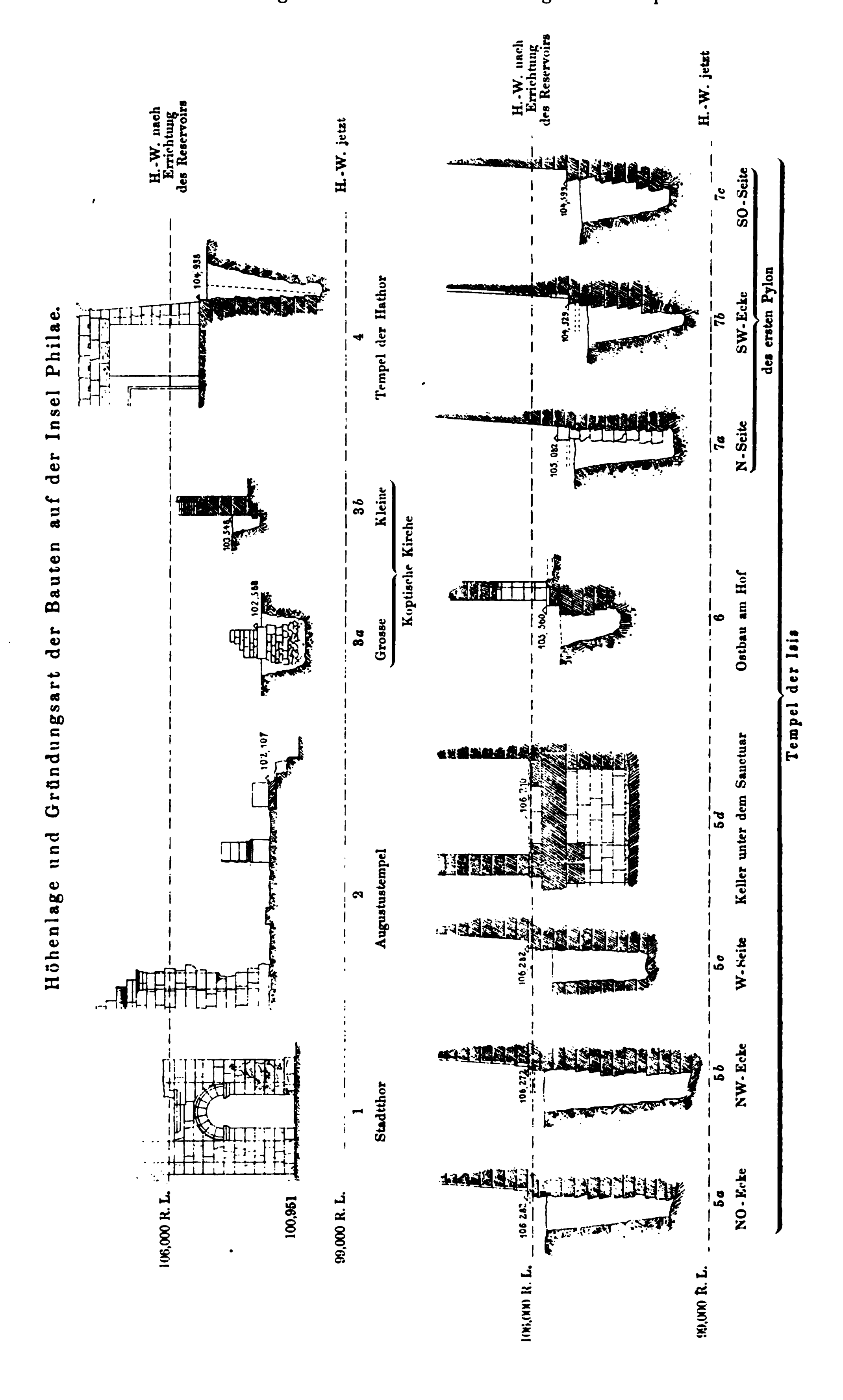
Die Mauern sind nur noch wenige Schichten hoch erhalten und auch das nur stellenweise. Der einzige noch in fast voller Höhe aufrecht stehende Theil ist die nördliche Aussenwand. Die Sandsteinblöcke derselben haben aber schon in den Zeiten, als der Tempel noch in Benutzung war, durch ein Erdbeben so stark gelitten, dass schon damals die Risse durch hölzerne Schwalbenschwänze wieder zusammengezogen und die Wände verputzt werden mussten. Ein anderes Erdbeben in byzantinischer Zeit (als schon die koptischen Häuser vor dem Tempel standen) stürzte die Ostfaçade mit ihren Granitsäulen um und legte wohl den ganzen Tempel in Trümmer.

In diese Ruine wurden dann von den Kopten Häuser eingebaut, es wurden Steine aus den Wänden herausgebrochen, andere wurden

[1] Dies wird ausser durch den Augenschein auch dadurch erwiesen, dass der fehlende Theil der nördlichen Kuppel nur unter Anwendung grosser Gewalt von den Eingeborenen, die hier Steine gewinnen wollten, vor mehreren Jahren hat zerstört werden können.

[2] Diese Höhenangaben werden im Folgenden bezeichnet durch: R.L., d. h. reduced level.




Höhenlage und Gründungsart der Bauten auf der Insel Philae.
H.-W. nach Errichtung des Reservoirs
H.-W. jetzt
106,000 R. L.
100,951
99,000 R. L.
1 Stadtthor
2 Augustustempel
3a Grosse
3b Kleine
Koptische Kirche
4 Tempel der Hathor
5a NO-Ecke
5b NW-Ecke
5c W-Seite
5d Keller unter dem Sanctuar
6 Ostbau am Hof
7a N-Seite
7b SW-Ecke
7c SO-Seite
des ersten Pylon
Tempel der Isis

106,000 R. L.

H.-W. nach Errichtung des Reservoirs

99,000 R. L.

H.-W. jetzt

8 — Thor des Ptolemaeus II.

9 — Unfertige Capelle späten Stiles

10a — W-Halle u. Kernbau

10b — Seite der W-Halle

10c — Inneres

Tempel der Wosret-Isis

11 — Kiosk

106,000 R. L.

H.-W. nach Errichtung des Reservoirs

99,000 R. L.

H.-W. jetzt

12 — Tempel des Imhotep

13a — Kernbau

13b — Anbau

Tempel des Er-hes-nofer

14 — Halle des Nectanebus II.

15 — Westl. Säulenhalle

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15m

1:100.



durch Mauerwerk aus kleineren Steinen ersetzt u. s. w. Die erhaltenen Reste befinden sich daher in schlechtem baulichem Zustande. Da ein Aufgraben der Fundamente vielleicht den noch stehenden Gebäudetheilen gefährlich geworden wäre, wurde bei diesem Tempel von der Untersuchung derselben abgestanden.

Die Oberkante der obersten Stufe der Freitreppe, welche zum Eingang des Tempels führte, liegt auf $102^{\text{m}}107$ R. L. Die Tempelmauer würde also bis zur vierten Schicht unter dem inneren Gesims unter Wasser kommen.

Grosse koptische Kirche (Plan, Nr. 3^{a}).

Die beiden weiter südlich gelegenen koptischen Kirchen sind nur noch im unteren Theile der Mauern erhalten. Die grössere ist zum Theil aus kleinen, eigens für diesen Bau gebrochenen Hausteinen errichtet, die nur in den Fundamenten mit wenigen älteren, wiederverwendeten Steinen untermischt sind, zum Theil aber ist sie auch nur aus lufttrockenen Ziegeln erbaut; sie steht in den besterhaltenen Theilen etwa noch 2^{m} bis $2^{\text{m}}50$ aufgehenden Mauerwerks über Fundamentoberkante. Die Nilziegel würden sich natürlich bei einer Überfluthung der Insel auflösen, dem Hausteinmauerwerk jedoch, das in verhältnissmässig gutem Zustande ist, würde das Wasser weniger anhaben können.

Indessen kommt diese Kirchenruine überhaupt nicht in Betracht, da sie jedenfalls behufs Erforschung der tiefer liegenden, älteren Schichten vor Errichtung des Reservoires abgebrochen werden müsste.

Die Fundamente des zweiten Kirchenpfeilers der Westreihe von Süden aus wurden untersucht; sie stehen auf den Resten einer tieferen, älteren Schicht und reichen $1^{\text{m}}57$ unter Oberkante des Pfeilersockels.

Diese liegt auf $102^{\text{m}}568$ R. L. Die Kirche wird also bis auf etwa 1^{m} über ihrer höchsten zur Zeit existirenden Schicht unter Wasser gesetzt werden.

Kleine koptische Kirche (Plan, Nr. 3^{b}).

Die kleinere koptische Kirche ist fast ausschliesslich aus alten Blöcken erbaut, die, wie sich aus ihren Inschriften ergiebt, zu dem später zu erwähnenden Tempel des [Hieroglyphen] Ḥar-neḏ-jotf, »des Horus, des Rächers seines Vaters«, gehörten. Diesen Tempel hat man in byzantinischer Zeit augenscheinlich für den Bau dieser Kirche abgetragen. Das Material der Kirche ist daher in gutem Zustande. Die Fundamente gehen bis auf $102^{\text{m}}496$ R. L. hinab und stehen auf dem Schutte der darunterliegenden älteren Schichten.

Die Oberkante des noch vorhandenen Mauerwerkes, das übrigens in seinen oberen Theilen auch wieder aus lufttrockenen Backsteinen besteht, würde etwa $0^{m}40$ unter Wasser gesetzt werden. Jedoch kommt auch diese Kirche nicht in Betracht, da sie zur Gewinnung der Steine des Ḥar-neḏ-jotf-Tempels abzubrechen ist.

Tempel der Hathor (Plan, Nr. 4).

Südlich von der grösseren koptischen Kirche liegt der Hathortempel, der in seinem Kern von Ptolemaeus VII. erbaut ist; später ist er durch Anbauten nach hinten und durch Vorbau eines kleinen Säulenhofes unter Augustus und Tiberius erweitert worden. Heute ist davon nur noch der erste Raum des ursprünglichen Baues vollständig erhalten und ausserdem liess sich der vordere Säulenhof bei den diesjährigen Ausgrabungen zum Theil wiederherstellen. Die zierliche Decoration dieser Halle mit Reliefs, welche tanzende und musicirende Figuren darstellen, macht diese Reste besonders werthvoll.

Die Erhaltung des Steinmaterials ist an diesem Tempel tadellos, nur einige wenige Steine der Vorhalle haben, während sie in koptischen Häusern verbaut waren, etwas gelitten.

Die Fundamente wurden an der Nordostecke des ursprünglichen Kernbaues untersucht. Sie gehen $4^{m}71$ unter Oberkante Fundament hinab und stehen auf Nilerde. Die Oberkante Fundament liegt auf $104^{m}938$ R. L.

Das Bauwerk würde durch die Reservoiranlage bis zur vierten Schicht über dem Fussboden unter Wasser gesetzt werden.

Die Construction und die Fundirung der Quaimauer östlich vom Hathortempel wird später zusammen mit den ähnlichen Constructionen unter den Colonnaden vor dem Isistempel und unter der Nectanebushalle besprochen werden.

Tempel der Isis (Plan, Nr. 5–7).

Der älteste nördliche Theil des Tempels ist von dem zweiten und dem dritten Ptolemaeer »der Isis und dem Harpokrates« geweiht worden. Ihre Nachfolger haben dann den Säulensaal davor angelegt, sowie den dazugehörigen kleinen Pylon. Spätere erbauten im Zuge einer älteren Ziegelmauer den grossen Pylon und endlich als Gegenstück zu dem auf der Westseite des Hofes zwischen den beiden Pylonen liegenden kleinen Tempel der Wosret-Isis die östliche Säulenhalle mit dem dahinter befindlichen, zweistöckigen Gebäude. Das Ganze umgab ehemals ein Ziegelwall auf Hausteinunterbau.



Das Baumaterial des Tempels hat sich vorzüglich gehalten; auch einige gewaltsame Eingriffe der koptischen und arabischen Bewohner haben die Standsicherheit der Gebäude nicht gefährdet. Selbst ein Erdbeben konnte dem Bau nicht wesentlichen Schaden thun, sondern hat nur vermocht, die Ecksteine der auf Granit fundirten Gebäudetheile in den oberen Schichten etwas zu verschieben.

Man mag daher mit gutem Recht den Isistempel, dem die Zeit nicht einmal den Farbenschmuck der Innenräume hat rauben können, als eines der besterhaltenen aegyptischen Bauwerke ansehen.

Zur Ermittelung der Fundirungsart wurden am ältesten Theile des Gebäudes an der Nordost- und Nordwestecke je eine Grube, an der Westseite der Säulenhalle eine weitere, ebenso eine an dem Gebäude östlich vom grossen Hofe und endlich am ersten Pylon drei Gruben angelegt. Der Befund ergab, dass der Hauptbau auf dem gewachsenen Granit der Insel aufruht, welcher hier so steil von Süden nach Norden abfällt, dass er unter dem Ostflügel des zweiten Pylons etwa $1^{m}.10$ hoch über Tempelfussboden, also auf $107^{m}.310$ R.L. liegt und an der Nordwestecke des Gebäudes erst in $6^{m}.45$ Tiefe unter demselben, d. h. auf $99^{m}.760$ R.L., gefunden wurde. Die durch diese tiefe Lage des Granits unter dem Nordende des Tempels bedingte enorme Fundamenthöhe benutzte der Baumeister übrigens zur Anlage von Kellerräumen zwischen den Grundmauern.

Die Grube am Ostgebäude des grossen Hofes zeigte, dass die Gebäude an dieser Stelle auf einem vier Schichten starken Fundament ruhen, unter welchem Nilerde ansteht. Als Bettung der untersten Schicht ist ebenso wie bei fast allen anderen auf Nilerde fundirten Bauten eine etwa 5^{cm} starke Lage feinen, grauen Nilsandes verwendet.

Die drei Schächte am grossen Pylon, von denen der innere so angelegt wurde, dass auch die Fundamente des in den Pylon eingebauten Thores aus der Zeit Nectanebus' II. mit untersucht werden konnten, ergaben als Resultat, dass der Pylon auf Nilerde gebaut ist. Die Bettung von feinem Flusssand fand sich auch hier. Für die verschiedenen Tiefen der Fundamente des grossen Isistempels mag es genügen, auf die Zeichnungen[1] zu verweisen.

Der Tempel würde bis etwa zur Höhe des Fussbodens seiner Hauptsäle überschwemmt werden. Im ersten Hof würde das Wasser $1^{m}.50$ hoch stehen. Die nur von oben zugänglichen Kellerräume im nördlichen Theile des Tempels würden sich beim Ablassen des Reservoires nur äusserst langsam leeren.

---

[1] Nr. 5^{c} zeigt noch das Fundament einer mit der ersten ptolemaeischen Anlage des Tempels gleichzeitigen Aussenmauer, die dicht neben dem vorderen Anbau herging.

Thor Ptolemaeus' II. (Plan, Nr. 8).

Da die Nähe der östlichen Fundamentgrube vor dem grossen Pylon, sowie der geringe zeitliche Unterschied der beiden Bauten zu dem Schlusse berechtigt, dass das Thor des Ptolemaeus II., das vor dem Ostflügel des Pylons liegt, ähnlich fundirt sein wird wie dieser, so unterblieb hier eine Aufgrabung der Fundamente.

Das Baumaterial des Thores ist in gutem Zustande, selbst die Farben der Reliefs sind noch leidlich erhalten.

Das Pflaster in der Durchfahrt liegt auf 103^{m}830 R.L., das Thor würde also bis zur fünften Schicht unter Wasser gesetzt werden.

Thor Hadrian's (Plan, Nr. 16).

Auch das westlich vom Hauptbau des Tempels gelegene, von Hadrian decorirte Thor, dem die diesem folgenden Kaiser noch einen Verbindungsgang anbauten, der zum Westeingang des Tempels führt, wurde auf seine Fundamente nicht näher untersucht. Es steht auf einer der älteren Umfassungsmauern der Insel, von denen noch weiter unten die Rede sein wird.

Das Baumaterial ist von tadelloser Erhaltung. Da das Pflaster hier auf 105^{m}355 R.L. liegt, so würde das Thor nur bis zur zweiten Schicht unter Wasser stehen.

Tempel des Ḥar-neḏ-jotf (Plan, Nr. 17).

Etwas nördlich von diesem Thore befinden sich die geringen Spuren eines in römischer Zeit, vermuthlich vom Kaiser Claudius, erbauten Tempels des Ḥar-neḏ-jotf »des Horus des Rächers seines Vaters«; in ihrem jetzigen Zustand sind sie keiner genaueren Untersuchung werth. Die Fundirung bildet gleichzeitig eine Quaimauer der Insel und wird mit dieser zusammen besprochen werden. Von dem Baumaterial des Oberbaues ist so gut wie nichts mehr an Ort und Stelle vorhanden; was wir aber davon in den Mauern der kleineren koptischen Kirche verbaut gefunden haben, scheint noch sehr wohl erhalten zu sein. Die Fundamentoberkante liegt hier auf 105^{m}747 R.L., würde also wenig unter dem späteren höchsten Wasserstande sich befinden.

Unfertige Capelle späten Stiles (Plan, Nr. 9).

Östlich vom Thore Ptolemaeus' II. liegt eine kleine, unvollendet gebliebene Capelle späten Stiles. Eine besondere Fundamentuntersuchung wurde hier nicht vorgenommen, da die Aufhebung der an

dieser Stelle gut erhaltenen, grossen Sandsteinplatten, welche hier das Strassenpflaster bilden, zu viel Schwierigkeiten gemacht hätte.

Das Material ist bis auf einige corrodirte Stellen in der unteren Schicht gut. Die Schwelle des kleinen Bauwerks liegt auf 104^{m}382 R. L.; die Capelle würde also bis über die Intercolumnien unter Wasser gesetzt werden.

Tempel der Wosret-Isis (Plan, Nr. 10^{a-c}).

Bei Besprechung des grossen Isistempels und der damit zusammenhängenden kleineren Bauten haben wir bisher einen Tempel übergangen, der, obwohl innerhalb des eigentlichen grossen Tempels liegend, doch ein Bauwerk für sich ist. Er liegt zwischen den beiden Pylonen auf der Westseite des Hofes und ist, ebenso wie der ihn umschliessende grosse Tempel, der Isis, jedoch einer besonderen Form derselben, der Wosret-Isis geweiht gewesen. Seine ältere Kernanlage wurde von Ptolemaeus V. (oder einem seiner Vorgänger?) bedeutend erweitert und von späteren Ptolemaeern und den ersten römischen Kaisern mit Reliefs geschmückt. Seine peripterale Grundrissanordnung macht ihn zu einem bemerkenswerthen Denkmale später aegyptischer Baukunst.

Das Baumaterial des Tempels ist gut erhalten. Die Fundamente ruhen, wie drei verschiedene Aufgrabungen gezeigt haben, in beträchtlicher Tiefe auf Nilerde.

Fussboden- bez. Schwellenoberkante liegt hier auf 104^{m}729, bezüglich im Innern auf 104^{m}584 R. L.; der Tempel würde also bis zu seiner dritten Schicht im Wasser stehen.

Kiosk (Plan, Nr. 11).

Der bekannteste und unzweifelhaft eindrucksvollste Tempel von Philae, gewissermaassen das Wahrzeichen für das ganze Landschaftsbild der Insel, ist der direct östlich vom grossen Pylon liegende sogenannte Kiosk, ein Denkmal spätester aegyptischer Architektur.

Das Baumaterial desselben hat sich vorzüglich gehalten. Die Fundamente, welche an der Südwestecke untersucht wurden, ruhen in 4^{m}28 Tiefe unter Oberkante Fussboden auf Nilerde. Der Fussboden liegt auf 104^{m}946 R. L.; etwa 1^{m}05 der unteren Mauern des Tempels würden also überfluthet werden.

Die Construction der Quaimauer hinter dem Kiosk wird weiter unten mit den gleichartigen Bauten zusammen besprochen werden.

Tempel des Imhotep-Asklepios und die Capellen hinter der Ostcolonnade (Plan, Nr. 12).

Von den vier oder fünf kleinen Tempeln und Capellchen hinter der Ostcolonnade vor dem grossen Tempel ist wenig erhalten. Nennenswerthe Reste hat nur einer derselben, der nördlichste in der Reihe, hinterlassen, der Tempel des Imhotep-Asklepios; alle anderen sind, soweit dies wenigstens die diesjährigen Ausgrabungen zeigen konnten, bis auf wenige noch in situ befindliche Steine und bis auf die Spuren auf dem Pflaster verschwunden. Nur durch einen Zufall konnte noch für eine dieser Capellen der Gott festgestellt werden, dem sie geweiht war, es ist der sonst nur wenig bekannte nubische Gott Mandulis. Auch das Asklepiosheiligthum, dessen Gründung auf Ptolemaeus IV. zurückgeht, ist zu unbedeutend, als dass eine Aufgrabung der Fundamente der Mühe werth gewesen wäre.

Das Baumaterial des Tempelchens ist in verhältnissmässig gutem Zustande; ein kleiner Schaden an der Aussenmauer der östlich vom Hof gelegenen Kammern ist bereits in diesem Jahre hinreichend ausgebessert worden.

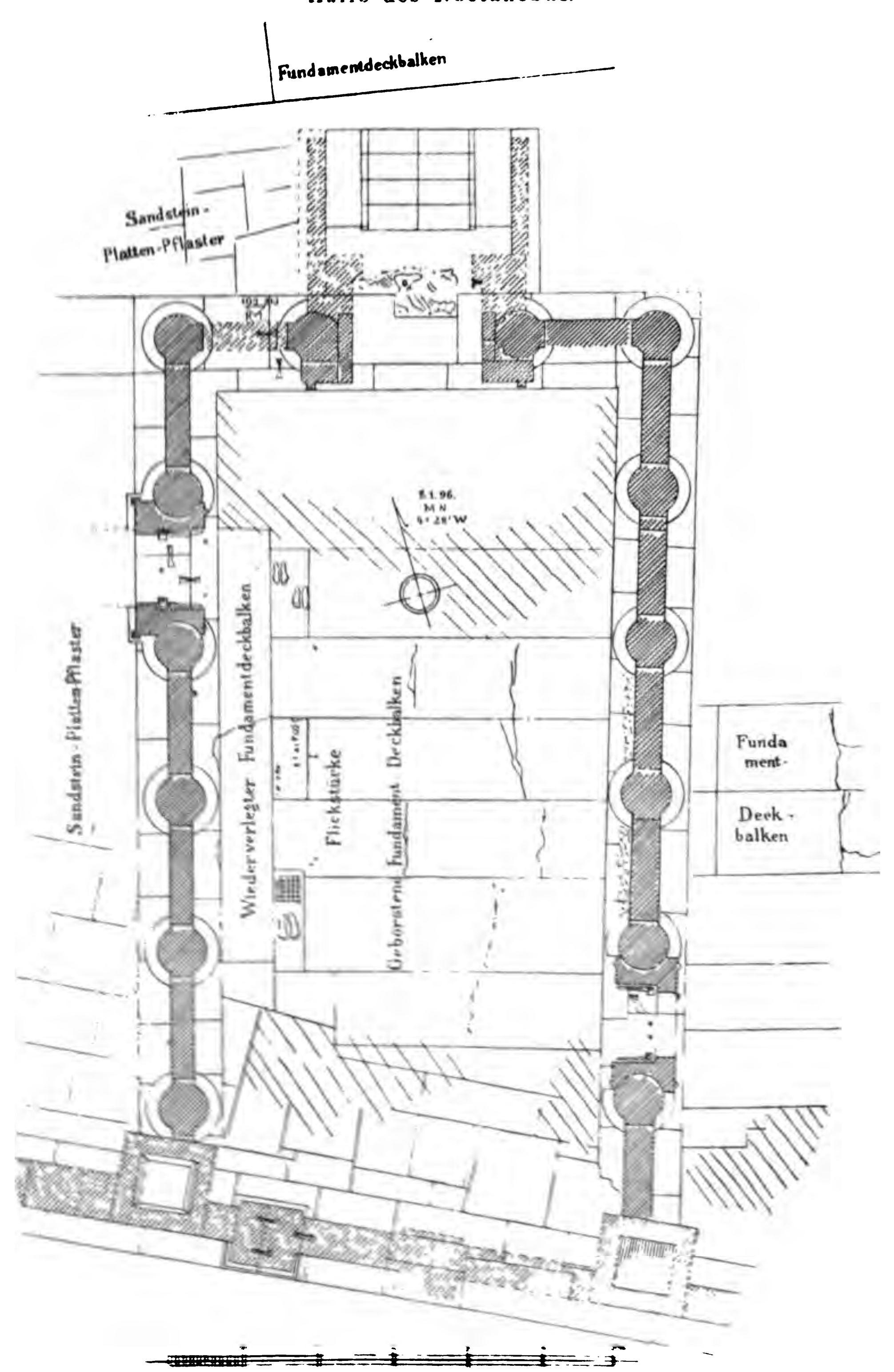
Das Pflaster des Hofes liegt auf 103^{m}434 R. L.; der Tempel würde also bis zur Hohlkehle über der Hauptthür überschwemmt werden.

Tempel des Er-ḥes-nofer (Plan, Nr. 13^{a} und 13^{b}).

Südlich vom Asklepiosheiligthume hinter dem Ende der Ostcolonnade liegt eine Tempelruine, welche sowohl durch den Gott, dem sie geweiht ist, — es ist der nubische Er-ḥes-nofer — als auch durch die Erbauer besonders wichtig ist. Denn, wie in der Veröffentlichung der Ausgrabungen dargelegt werden wird, haben nach einander Ptolemaeus IV., der Aethiopenkönig Ergamenes und Ptolemaeus V. an ihm gebaut. Die ersten römischen Kaiser vergrösserten das Bauwerk. Heut zu Tage sind nur die nördliche und östliche Aussenwand und zwar fast in voller Höhe erhalten, ausserdem gelang es uns, einige Innenwände aus Steinen, die wir in Häusern verbaut fanden, zum Theil wiederherzustellen.

Dafür, dass diese Steine Jahrhunderte lang in koptischen Häusern verbaut gewesen, sind sie gut genug erhalten, nichtsdestoweniger ist aber der wiederaufgebaute Kern des Tempels nicht eben standhaft. Das Bauwerk war nämlich in seinen älteren Theilen mit einer durch die Mauern der Länge nach hindurchgehenden Fuge construirt, eine unzweckmässige Construction, die auch bei anderen Bauten der gleichen Zeit nachzuweisen ist. Nun haben sich bisher merkwürdiger Weise fast nur Steine der inneren Schichten gefunden, und mangelt

Halle des Nectanebus.



daher dem Wiederaufbau jede Festigkeit. Einer Überschwemmung würde derselbe ohne besondere Vorkehrungen wohl kaum Stand halten.

Die Fundamente dieses Tempels gehen nicht tief hinab, in seinen älteren Theilen scheint er auf drei Lagen, in seinen jüngeren nur auf zwei Schichten zu stehen, darunter befindet sich Nilerde mit der üblichen Bettung von feinem Flusssand, der in diesem Falle etwas mit Steinen untermengt gefunden wurde.

Da die Pflasteroberkante hier auf 102m835 R. L. liegt, so würde der Tempel etwa 3m16 unter Wasser gesetzt werden.

Halle des Nectanebus (Plan, Nr. 14).

Das südlichste und zugleich das älteste zur Zeit noch existirende Bauwerk der Insel ist die von Nectanebus II. erbaute Säulenhalle, deren Grundriss hier neben gegeben ist. Ihre Geschichte ist für die Beurtheilung der eventuellen Folgen einer Überschwemmung Philaes von besonderem Interesse.

Die heute allein noch existirenden Säulenreihen des Nectanebus sind nämlich nur die Vorhalle einer grösseren älteren Tempelanlage[1], die sich weiter nach Süden zu ausdehnte und an deren Stelle heute der Nil fluthet.

Für die Fundirung dieses Tempels war eine eigenartige Construction zur Anwendung gekommen, die bisher in Aegypten wohl noch nicht nachgewiesen worden ist. Da nämlich der Granit der Insel an der für den Tempelbau ausgewählten Baustelle in beträchtlicher Tiefe unter dem höchsten Nilwasserstande lag, der Tempel aber zu jeder Zeit über Wasser und auf ungefähr demselben Niveau wie die übrigen Heiligthümer der Insel liegen sollte, so war man gezwungen, für ihn ein künstliches Plateau herzustellen. Vom Granit aus baute man hohe, parallele Sandsteinmauern bis zur erforderlichen Höhe auf, legte oben von einer Mauer zur anderen starke, bis zu 6m lange Deckblöcke und gewann so eine horizontale Ebene für den eigentlichen Tempelbau. Auf die Deckblöcke kamen dann Sandsteinplatten als Pflaster und darauf erst das aufgehende Mauerwerk, das, nebenbei bemerkt, nicht immer auf die wirklichen Fundamentmauern zu stehen kam, sondern theilweise, wie wir noch weiter unten sehen werden, nur auf den hohlliegenden Deckbalken steht.

Diese ganze Fundirungsart kann als eine solide nicht angesehen werden, und ihre geringe Widerstandskraft gegen äussere Einwir-

---

[1] In einer Inschrift sagt Nectanebus selbst, er habe diesen Tempel »vergrössert«, von dem Tempel vor der Vergrösserung fehlt aber jede Spur. Dass die Anlage nach Süden ehemals weiter ging, zeigt unsere Grundrissaufnahme.

kungen hat wohl auch den Einsturz des zur Nectanebushalle gehörigen Tempels bewirkt. Irgend ein Naturereigniss, vielleicht ein starker Nil — der Tempel liegt an der dem Strome am meisten ausgesetzten Südseite der Insel — brachte das Bauwerk zu Falle. Ptolemaeus II. unternahm es dann, das Gebäude, oder vielmehr die geringen Reste desselben, wiederherzustellen. Er befestigte das Südende der Insel durch eine Ufermauer, welche die Nectanebushalle durchschneidet, baute die westliche Quaimauer im Anschluss an ein im Norden der Säulenhalle bereits vorhandenes Stück und reparirte die Reste des Tempels auf das Gründlichste, d. h. er liess mindestens die ganze Westwand abbrechen, die vermuthlich geborstenen Fundamentdeckbalken westlich davon aufnehmen, die dadurch entstandenen Lücken durch allerhand Blöcke — zum Theil haben dieselben griechische Inschriften — ausfüllen und den Tempel dann wieder errichten. Sehr stabil ist der wiederhergestellte Tempel aber nicht geworden, die Deckbalken des Fundaments, die vielleicht bei der Reparatur durch Ptolemaeus II. noch gut erhalten waren, sind fast alle geborsten und haben sich an den Bruchstellen wesentlich, vermuthlich bis zum Niveau der darunter befindlichen Erdauffüllung, gesenkt. Der auf ihnen ruhende Oberbau ist hierdurch natürlich aus seiner Lage gebracht worden. Besonders die Säulen der Nordseite, die nur auf den Deckbalken und nicht auf Fundamentmauern stehen, haben auf diese Weise eine merkliche Neigung nach innen bekommen.

Das Baumaterial des Tempels ist noch in verhältnissmässig gutem Zustande.

Die Unterkante der Säulenbasen liegt auf $103^{\text{m}}_{.}220$ R.L.; der Tempel würde also bis zu den Halsbändern der Säulen überfluthet werden.

Säulenhallen (Plan, Nr. 15).

Dieselbe Fundamentconstruction, welche wir bei der Nectanebushalle vorfanden, zeigt sich auch unter den Säulenhallen, welche den grossen Platz zwischen all den Tempeln und Capellen im Südwesten der Insel umgeben. Sie sind in später Ptolemaeerzeit oder gar erst unter den beiden ersten römischen Kaisern errichtet und bilden heut zu Tage mit ihrer Mannigfaltigkeit in der Bildung der Capitelle einen der stärksten Anziehungspunkte für die Reisenden. Bei der genaueren Untersuchung des Pflasters dieses Platzes wurde ein alter Eingang zu den Substructionskammern unter der westlichen Säulenhalle gefunden. Durch Ausräumung eines Theiles der von diesem Eingange aus zugänglichen Kammer wurde es möglich, genauere Angaben über die Tiefe, sowie über die Längen- und Breiten-

ausdehnung dieser Hohlräume in den Fundamenten zu gewinnen. Soweit sich sehen lässt, war die Construction des Plateaus der Säulenhallen ganz analog dem Unterbau der Nectanebushalle. Im Durchschnitt etwa 5^m hohe, von Osten nach Westen gerichtete Wände aus Sandsteinblöcken wurden in etwa 2^m Abstand von einander auf dem Granitboden der Insel errichtet. Oben wurden dieselben durch lange Steinbalken von nur $0^m.50$ Dicke verbunden und darauf das Pflaster verlegt.

Neben dieser unsoliden Construction findet sich übrigens noch eine verwandte aber bessere an anderen Punkten der Insel angewendet. Bei den Plattformen östlich vom Hathortempel und östlich vom Kiosk, sowie bei der unter dem Tempel des Ḥar-neḏ-jotf hat man nämlich keine freiliegenden Deckbalken verwendet und das Pflaster in zwei Lagen direct auf die zwischen die hohen Sandsteinwände eingebrachte Erdauffüllung gelegt.

Ob diese bessere Construction etwa erst in Folge der bösen Erfahrungen in Aufnahme gekommen ist, die man mit der ersterwähnten Bauweise gemacht hatte (was aus verschiedenen Gründen wahrscheinlich erscheint), das zu erörtern, liegt ausserhalb des Rahmens dieses Berichtes. Und ebenso mag dahingestellt bleiben, ob der Baumeister der auf dem Südwestplateau errichteten Säulenhallen von der schlechten Construction des von ihm vorgefundenen und benutzten Unterbaues eine Vorstellung gehabt hat. Thatsache ist, dass er seine Säulenreihen ohne weitere Befestigung der Fundamente auf die oben beschriebene Plattform aufgesetzt hat, so dass die Säulen, welche mit der Deckenconstruction darüber immerhin ein beträchtliches Gewicht darstellen, wenn sie nicht zufällig auf eine der Zwischenwände der Fundamentkammern zu stehen gekommen sind, nur auf den für diese Last zu schwachen, freitragenden Sandsteinbalken aufruhen.

Diese unconstructive Bauart ist für den bei Weitem grössten Theil der Westsäulenhalle durch den Augenschein erwiesen, ist aber vielleicht auch unter der Ostcolonnade vorhanden. Hier sind wenigstens an vier Säulen Reparaturen nachweisbar, welche darauf schliessen lassen, dass in alter Zeit bereits Senkungen der Halle eingetreten waren, die es nothwendig machten, einige aus dem Loth gekommene Säulen wiederauszurichten. Dies bewirkte man dadurch, dass man zwei verschiedene hohe Cylindersegmente in eine Säulentrommel einfügte. In alter Zeit scheint also die Osthalle, deren Säulen übrigens zum Theil auch heute noch etwas nach Westen geneigt sind, die weniger stabile gewesen zu sein, in unseren Tagen ist es ohne Zweifel die westliche, die zu Bedenken Veranlassung giebt, da ein grosser Theil, wenn nicht alle Fundamentdeckbalken unter ihr geborsten sind. Mehrere Säulen dieser Halle sind daher bereits gestürzt.

Der schlechte bauliche Zustand dieser Säulenhallen wird übrigens noch verschlimmert durch die hier besonders stark auftretende Corrosion des Sandsteinmaterials. Die unteren Steinschichten sind hier vermuthlich durch die Abgänge aus den später in die Hallen eingebauten Wohnungen so sehr angegriffen und zersetzt worden, dass stellenweise die Mauer bis auf die Hälfte ihrer Dicke und darüber hinaus angefressen ist. Von den vortretenden Basen ist an einigen Säulen überhaupt nichts mehr übrig. Die Steinreste lösen sich an solchen Stellen beim Berühren mit dem Finger in weisses, feinkörniges Pulver auf.

Da die Basisunterkante der Säulen auf 103^{m}.276 R.L. liegt, so würden über 2^{m}.2 der Hallen im Wasser verschwinden.

Ufermauern.

Dass die bei Weitem grössere Mehrzahl der Bauten der Insel auf Nilerde fundirt ist, giebt an und für sich zu keinen Befürchtungen Anlass. Ein Baugrund von der Beschaffenheit der auf den Granitkern der Insel aufgeschwemmten Nilerde ist stets als ein guter anzusehen, den auch eine zeitweilige Überschwemmung nicht verschlechtern kann; im Gegentheil kann er durch sie nur fester werden. Anders läge es aber, wenn auch mit der Gefahr einer Unterspülung gerechnet werden müsste, d. h. wenn die Ufermauern der Insel von der Überschwemmung mit fortgerissen würden. Es würden dann die Fundamente der auf Nilerde gegründeten Bauten unterspült werden und dies hätte den Einsturz der betreffenden Denkmäler zur Folge.

Eine genaue Untersuchung der die Insel umgebenden Mauern ist daher dringend nöthig. Bei der diesjährigen Ausgrabung konnte indessen eine solche Untersuchung des ganzen Mauerzuges nicht durchgeführt werden, da die Schutthalden der Ausgrabung zur Zeit grosse Strecken der Ufermauern an allen Seiten der Insel bedecken und eine Fortbewegung dieser Erdmassen sich im Augenblick nicht vornehmen lässt.

Was bisher ermittelt werden konnte, ist Folgendes: Nach einer Stelle östlich von der Südtreppe und nach einer anderen unter dem Hadriansthore zu urtheilen, scheint es, dass die äussere Mauer nur aus Läufern besteht, und dass stellenweise eine, an anderen Stellen zwei solcher Läuferwände vor einander ohne durchgehenden Verband aufgeführt worden sind. An einer Stelle, an der eine ältere Quaimauer noch heute in der äusseren Umgrenzung liegt, zeigt diese je eine Binderschicht nach fünf Läuferschichten, hat also einen etwas besseren Verband als die Ufermauern jüngeren Datums.

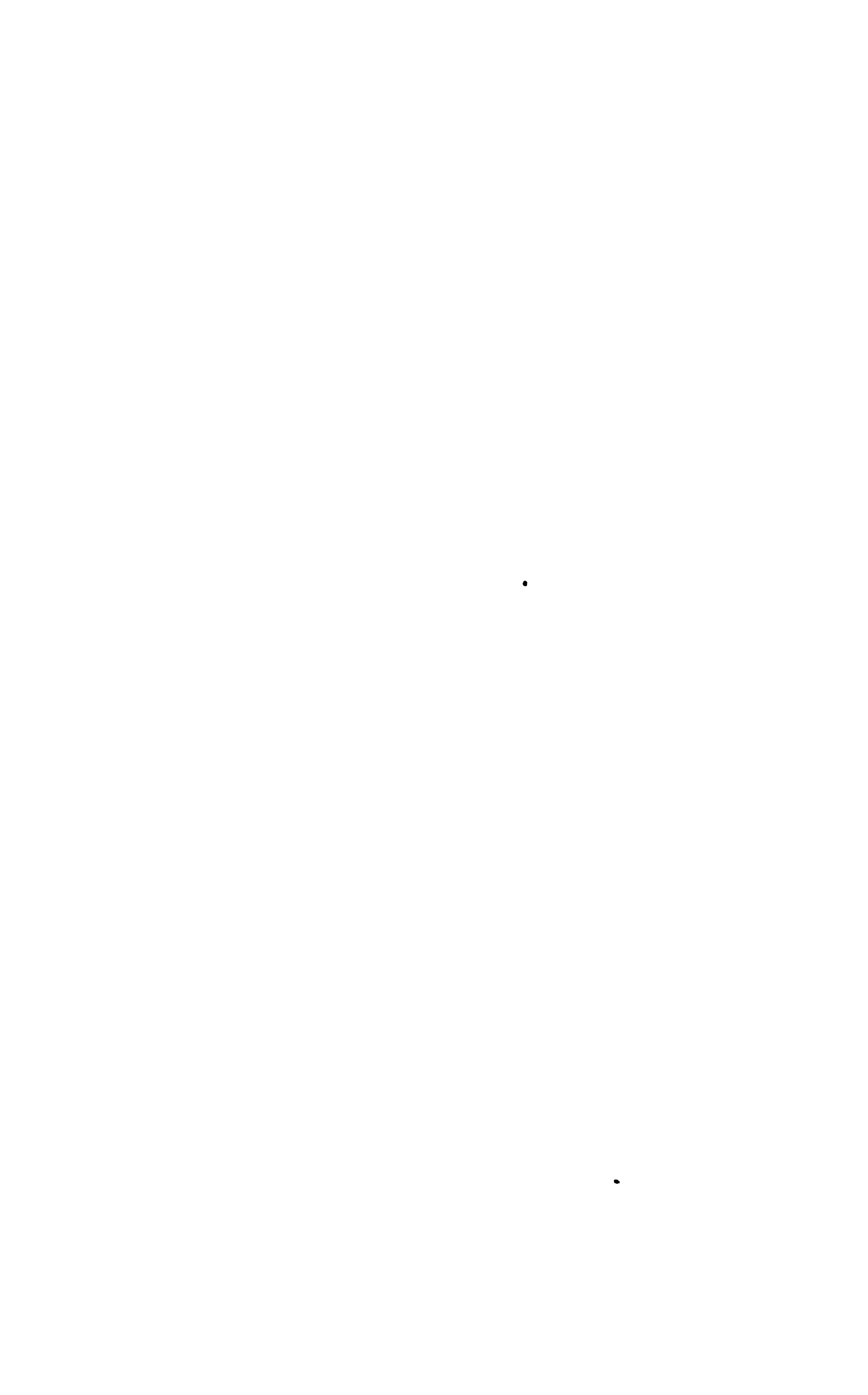
An einigen Stellen, so unter dem Tempel des Ḥar-neḏ-jotf und an der Südwestecke der Insel zeigen sich Senkungen bez. Risse.

Unter der westlichen Säulenhalle ist das Material der obersten Schichten unter dem Gesims in Folge der Infiltration aus den koptischen Häusern etwas corrodirt.

Jedenfalls würde vor einer eventuellen Füllung des Reservoires die gründliche Untersuchung und Wiederherstellung der Ufermauern von Philae unerlässlich sein, da nur die Erhaltung der Aussenmauer eine Gewähr für den Fortbestand der Denkmäler der Insel bietet[1].

[1] Über die Gefahren, die den Tempeln von Philae bei Anlage des Reservoires aus der Schlammablagerung und aus der Durchfeuchtung der salzhaltigen Bausteine erwachsen können, werde ich später berichten.

Ausgegeben am 26. November.



1896.
XLVI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

19. November. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Vogel las: Die Lichtabsorption als maassgebender Factor bei der Wahl der Dimension des Objectivs für den grossen Refractor des Potsdamer Observatoriums.

2. Hr. Kohlrausch las über elektrolytische Verschiebungen in Lösungen und Lösungs-Gemischen.

3. Hr. Munk überreichte einen Bericht des Hrn. Prof. Dr. M. Verworn in Jena über seine mit Mitteln der Humboldt-Stiftung im Winter 1894–5 ausgeführten Arbeiten unter dem Titel: Zellphysiologische Studien am Rothen Meer.

Sämmtliche Mittheilungen sind in diesem Stück abgedruckt.



Die Lichtabsorption als maassgebender Factor bei der Wahl der Dimension des Objectivs für den grossen Refractor des Potsdamer Observatoriums.

Von H. C. Vogel.

Die ausserordentlichen Fortschritte, welche in jüngster Zeit die Technik in Bezug auf die Herstellung von Gläsern für wissenschaftliche Instrumente, namentlich auch zu Fernrohr-Objectiven, gemacht hat, erstrecken sich für letztere nicht nur auf die Möglichkeit, sehr grosse, fehlerfreie Stücke herzustellen, sondern auch ganz besonders darauf, möglichst farblose Gläser von hohem Brechungsvermögen zu erzeugen.

Wenngleich nun auch die noch vor etwa zwei Decennien aussichtslos erscheinenden Bestrebungen, Glassorten anzufertigen, durch deren Combination eine fast vollständige Achromasie hergestellt werden könnte, mit Erfolg gekrönt worden sind, indem es auf dem glastechnischen Laboratorium zu Jena thatsächlich gelang, Schmelzungen herzustellen, durch deren Verwendung das secundäre Spectrum auf ein kaum zu bestimmendes Maass herabgedrückt werden kann, so dass achromatische Objective von fast idealer Vollkommenheit in Gebrauch kamen, so hat sich leider nur zu bald herausgestellt, dass die hierfür verwendeten Glassorten an der Luft nicht haltbar sind, indem sie sich in kurzer Zeit mit einer undurchsichtigen Schicht überziehen, welche die Objective gebrauchsunfähig macht. Man ist also gegenwärtig in Bezug auf Objective grösserer Fernrohre nur insofern weiter gekommen, als die zu verwendenden Gläser von vorzüglicher Reinheit und sehr geringer Färbung hergestellt werden können.

Ganz besonders ist die möglichste Farblosigkeit der Gläser erwünscht, wenn das Fernrohr nicht nur zu directen Beobachtungen, bei denen in erster Linie die weniger brechbaren Strahlen in Betracht kommen, sondern auch zu photographischen Aufnahmen Verwendung

finden soll. Für die sonst so vorzüglichen, aber stark gelb gefärbten FRAUNHOFER'schen Gläser würde die Grenze, bei der eine Vergrösserung des Objectivdurchmessers für photographische Zwecke noch Vortheil bringen könnte, in Folge der mit wachsender Dicke vermehrten Absorption sehr bald, schon bei etwa 35^{cm} bis 40^{cm} Durchmesser, erreicht worden sein, während man bei den neueren Glassorten dieser Grenze erst bei einem etwa dreimal so grossen Objective nahe kommt.

Für die Construction des für das Potsdamer Observatorium geplanten grossen Refractors und für die Festsetzung der Grösse des Objectivs waren verschiedene Factoren bestimmend. Obgleich die Lage des Observatoriums in Bezug auf Luftbeschaffenheit eine für Mittel-Deutschland günstige genannt werden kann, ist sie doch nicht zu vergleichen mit der auf grösserer Höhe gelegener Observatorien, z. B. des Observatoriums auf dem Mount Hamilton. Ein Fernrohr mit einem für optische Strahlen achromatisirten Objectiv von ähnlicher Grösse wie die neueren Instrumente in Amerika würde unter den hiesigen Luftverhältnissen nur selten mit Vortheil Anwendung finden und nur in Ausnahmefällen Beobachtungen liefern können, die mit denen anderer, besser gelegener Sternwarten concurriren könnten. Ausserdem war in erster Linie die Hauptbestimmung des Observatoriums, sich möglichst auf dem Gebiete der Astrophysik zu bewegen, im Auge zu behalten, und im Speciellen darauf bedacht zu sein, ein Instrument zu construiren, durch welches die Fortführung der Untersuchungen über die Bewegung der Himmelskörper im Visionsradius, für die das Observatorium mit Erfolg die ersten Schritte gethan und deren Beobachtungsmethoden es begründet hat, ermöglicht würde. Die Güte des Luftzustandes übt aber besonders auf spectrographische Beobachtungen keinen so grossen Einfluss aus, wie allgemein bei visuellen Beobachtungen.

Bei den grossen Fernrohren der neueren Zeit, z. B. dem der Pulkowaer Sternwarte und dem auf dem Lick-Observatorium, deren Objective für die optischen Strahlen achromatisirt sind, macht sich bei spectralanalytischen Untersuchungen, die sich nicht allein auf den sichtbaren Theil des Spectrums beschränken, die ungenügende Achromasie der Objective sehr unangenehm dadurch bemerkbar, dass bei spectrographischen Beobachtungen im brechbareren Theile des Spectrums nur ein kleiner Theil des Spectrums auf einmal untersucht werden kann, dessen Grösse mit den wachsenden Dimensionen des Instruments und dem dadurch bedingten weiteren Auseinanderrücken der Vereinigungspunkte der chemisch wirksamsten Strahlen abnimmt. Ich führe hier nur kurz einige Zahlen aus früheren Unter-

suchungen von mir[1] über die Achromasie des Potsdamer Refractors von 29cm.8 Öffnung und des Wiener Refractors von 67cm.5 Öffnung[2] an, um die Grössen, um die es sich hier handelt, in Erinnerung zu bringen.

Potsdamer Refractor		Wiener Refractor	
Wellenlänge μμ	Entfernung von dem Vereinigungspunkt der Strahlen von der W. L. 486 μμ (mm)	Wellenlänge μμ	Entfernung von dem Vereinigungspunkt der Strahlen von der W. L. 486 μμ (mm)
690	+ 4.2	690	+ 2.1
610	+ 0.3	610	− 6.7
530	− 1.7	570	− 7.8
470	+ 1.6	470	+ 4.4
430	+ 9.2	430	+20.7
410	+16.7	410	+31.1

Versuche, durch in den Strahlenkegel eingesetzte Correctionslinsen eine bessere Vereinigung der chemisch wirksamsten Strahlen mit den optischen zu erzielen, haben meines Wissens zu keinem befriedigenden Resultate geführt.

Diese Erfahrungen drängten nun ganz natürlich dazu, das Objectiv des grossen Refractors für die chemisch wirksamsten Strahlen zu achromatisiren. Hiermit war der Vortheil für die mechanische Ausführung des Instruments und für den Kuppelbau gegeben, bei gleicher Objectivöffnung eine starke Reduction der Focallänge bez. des Kuppeldurchmessers eintreten lassen zu können, weiter aber lag die Nothwendigkeit vor, das grosse Instrument mit einem Leitfernrohr von derselben Brennweite zu versehen.

Es war zuerst geplant, an dem grossen Fernrohr eine Vorrichtung zu treffen, ein Linsensystem, durch welches eine bessere Vereinigung der optischen Strahlen mit den chemisch wirksamsten hervorgebracht werden sollte, nach Belieben ein- und ausschalten zu können. Da jedoch ein solches Linsensystem, um erfolgreich zu wirken, aus drei Linsen hätte zusammengesetzt werden müssen, und diese, um ein einigermaassen grosses Gesichtsfeld zu erzielen, nicht unter 30cm bis 40cm Durchmesser genommen werden konnten, stellten sich verschiedene Bedenken, zum Theil verursacht durch die nicht unerheblichen Kosten für die mechanische Einrichtung sowohl, als auch für die Linsen selbst, der Ausführung dieses Vorhabens entgegen, und es wurde beschlossen, das grosse, für chemisch wirksame Strahlen achromatisirte Objectiv nur durch eine kleine, in geringer Entfernung vom Brennpunkt befindliche Doppellinse in der von CHRISTIE angegebenen Construction mit Verzicht-

[1] Monatsberichte der Königl. Preuss. Akad. d. Wissensch. zu Berlin. 1880. S.438.
[2] Publ. d. Astrophys. Obs. zu Potsdam. IV. Bd. I. Th. S. 4.



leistung auf ein grösseres Gesichtsfeld zu corrigiren, wenn das grosse Objectiv zu spectralanalytischen Untersuchungen im weniger brechbaren Theile des Spectrums Verwendung finden soll. Ein Versuch mit einer derartigen Correctionslinse, die STEINHEIL in München für das für brechbarere Strahlen achromatisirte Objectiv des photographischen Refractors von 34^{cm} Öffnung und 3^{m}.4 Brennweite berechnet und ausgeführt hat, ist ganz zur Zufriedenheit ausgefallen.

Weil das grosse Objectiv aus diesem Grunde nur in sehr beschränktem Umfange zu directen Beobachtungen verwendet werden kann, wurde der Durchmesser des Leitfernrohrs zu 50^{cm} Öffnung festgesetzt, so dass das Leitfernrohr für sich allein als ein sehr wirksames Beobachtungsinstrument angesehen werden muss, welches alle bisherigen Instrumente in Deutschland an Grösse übertrifft.

Für die Bestimmung der Dimension des Hauptobjectivs des Fernrohrs war ganz besonders eine eingehendere Kenntniss der absorbirenden Wirkung der für dasselbe zu verwendenden Glassorten erforderlich, da bekanntlich die Absorption auf Strahlen höherer Brechbarkeit, für welche das Objectiv achromatisirt werden soll, einen stärkeren Einfluss ausübt als auf die geringerer Brechbarkeit. Die Glassorten waren nach dem Vorschlag STEINHEIL's, der die Anfertigung der Objective übernommen hat, gewöhnliches Leichtflint O. 340 (Katalogs-Nummer des glastechnischen Laboratoriums zu Jena) und gewöhnliches Silicat-Crown O. 203, da diese Glassorten sich leicht auch in grösseren Scheiben fehlerfrei herstellen lassen. Über die Absorption dieser Glassorten lagen keine zahlenmässigen Angaben vor, und es wurden daher auf dem Potsdamer Observatorium Voruntersuchungen hierüber angestellt, auf Grund deren die Grösse des Objectivs zu 80^{cm} festgesetzt wurde. Es übertrifft damit dieses Objectiv selbst das des Pulkowaer Refractors und wird das grösste in Europa sein.

Der grosse Refractor für das Potsdamer Observatorium wird demnach aus einem Doppelrohr bestehen mit einem für chemische Strahlen achromatisirten Objectiv von 80^{cm} Durchmesser und einem für die optischen Strahlen achromatisirten von 50^{cm} Öffnung. Die Brennweiten werden 12^{m} bez. 12^{m}.5 betragen, so dass das Verhältniss Öffnung zu Brennweite bei dem Hauptinstrument 1:15, bei dem Leitfernrohr 1:25 sein wird.

Die auf dem Observatorium zum grössten Theil von den Professoren MÜLLER und WILSING ausgeführten Untersuchungen über die Absorption der für die Objective bestimmten Glassorten sind im Laufe dieses Sommers abgeschlossen worden, und es sind bei dieser Gelegenheit noch andere Glassorten, die bei der Construction der für den grossen Refractor herzustellenden Spectralapparate Verwendung finden

werden, in Bezug auf ihre Absorptionswirkung der Beobachtung unterzogen worden. Da nun derartige Bestimmungen über neue Glassorten überhaupt nur sehr spärlich vorhanden sind[1], glaube ich, dass die Mittheilung der nachstehenden Beobachtungen von weitergehendem Interesse sein wird, und dass auch die am Schlusse gegebenen Vergleichungen verschiedener Objective irrige Vorstellungen, denen man häufig über den Einfluss der Absorption begegnet, berichtigen wird.

1. Bestimmung der Absorption im sichtbaren Theile des Spectrums zwischen λ 677μμ und λ 436μμ.

Die nachstehenden Beobachtungen sind mit dem von mir etwas modificirten GLAN'schen Spectralphotometer[2] von Prof. MÜLLER ausgeführt worden. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass bei den Beobachtungen alle Vorsichtsmaassregeln angewandt worden sind, und dass kein zerstreutes Licht, sondern ein cylindrisches Strahlenbündel durch die Glasplatten gesandt wurde. Die Zahlen, Mittelwerthe aus je 4 Einstellungen, geben die Intensität des Lichtes nach dem Durchgang durch die Gläser in Einheiten des auffallenden Lichtes an. Die Berechnung des Einflusses der Reflexion wurde für jede Glassorte mit Benutzung der FRESNEL'schen Formel: $J = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, wo n den Brechungsexponenten bedeutet, ausgeführt; es genügte hierbei, einen Brechungsexponenten, der etwa für die mittlere Wellenlänge des untersuchten Theiles des Spectrums gilt, zu Grunde zu legen, und zwar wurde n für b_1 (λ 518μμ) genommen. Der Einfluss der mehrfachen Reflexion innerhalb des planparallelen Glasstücks ist seiner Geringfügigkeit wegen unberücksichtigt geblieben. Die Reduction der Absorption auf die Glasdicke $\alpha = 100^{mm}$ erfolgte nach der Formel $J_1 = J_0 \cdot K^{\frac{\alpha}{\beta}}$, in welcher K das Quantum des Lichtes nach dem Durchgange durch das absorbirende Medium von der Dicke β in Einheiten des auffallenden Lichtes ist.

[1] Ich führe hier an: CONROY, Some observations on the amount of the light reflected and transmitted by certain kinds of glass. Phil. Trans. 1889. Vol. 180, p. 245. Dr. KRÜSS, Über den Lichtverlust in sogenannten durchsichtigen Körpern. Abh. des Naturwissensch. Vereins zu Hamburg. Bd. XI, Hft. 1. EDER und VALENTA, Absorptionsspectren von farblosen und gefärbten Gläsern. Denkschr. der math.-naturw. Classe d. Akad. d. Wiss. zu Wien. Bd. LXI. 1894.

[2] Monatsber. d. Akad. März 1877.

Flintglas O. 340.
Dicke = 148^{mm}
n für b_1 = 1.5835

W. L.	Messungen				Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
	Reihe I	Reihe II	Reihe III	Mittel		
677	0.744	0.858	0.862	0.821	0.912	0.939
580	0.719	0.783	0.726	0.743	0.825	0.878
535	0.667	0.880	0.793	0.780	0.866	0.907
503	0.804	0.735	0.697	0.745	0.827	0.880
477	0.819	0.715	0.705	0.746	0.828	0.880
455	0.652	0.705	0.711	0.689	0.765	0.834
436	0.492	0.493	0.542	0.509	0.565	0.680

Flintglas O. 102.
Dicke = 100^{mm}
n für b_1 = 1.657

W. L.	Messungen			Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
	Reihe I	Reihe II	Mittel		
677	0.695	0.704	0.700	0.794	0.794
580	0.718	0.745	0.731	0.829	0.829
535	0.720	0.704	0.712	0.808	0.808
503	0.688	0.689	0.689	0.782	0.782
477	0.603	0.632	0.617	0.700	0.700
455	0.615	0.553	0.584	0.663	0.663
436	0.544	0.453	0.499	0.566	0.566

Flintglas O. 93.
Dicke = 114^{mm}.8
n für b_1 = 1.632

W. L.	Messungen					Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
	Reihe I	Reihe II	Reihe III	Reihe IV	Mittel		
677	0.878	0.771	0.910	0.763	0.830	0.935	0.943
580	0.777	0.818	0.824	0.741	0.790	0.890	0.903
535	0.699	0.777	0.743	0.844	0.766	0.863	0.879
503	0.818	0.693	0.736	0.786	0.758	0.854	0.871
477	0.724	0.824	0.744	0.852	0.786	0.885	0.899
455	0.707	0.737	0.669	0.668	0.695	0.783	0.807
436	0.584	0.551	0.564	0.713	0.603	0.679	0.714

Crownglas O. 203.
Dicke = 141^{mm}.5
n für b_1 = 1.521

W. L.	Messungen			Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
	Reihe I	Reihe II	Mittel		
677	0.848	0.738	0.793	0.865	0.903
580	0.730	0.778	0.754	0.823	0.872
535	0.770	0.804	0.787	0.859	0.898
503	0.784	0.723	0.754	0.823	0.872
477	0.706	0.773	0.740	0.807	0.860
455	0.666	0.723	0.695	0.758	0.822
436	0.701	0.650	0.676	0.738	0.806

Crownglas 0.598.
Dicke = 102^{mm}.5
n für b_1 = 1.519

W. L.	Messungen Reihe I	Reihe II	Mittel	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
677	0.824	0.747	0.786	0.857	0.860
580	0.768	0.723	0.746	0.814	0.818
535	0.810	0.634	0.722	0.787	0.792
503	0.720	0.694	0.707	0.771	0.776
477	0.701	0.704	0.702	0.766	0.771
455	0.721	0.681	0.701	0.765	0.770
436	0.832	0.623	0.727	0.793	0.797

Die Beobachtungen im Blau bei λ 436$\mu\mu$ boten wegen grosser Lichtschwäche dieses Theils des Spectrums bei Anwendung von Petroleumlicht Schwierigkeiten, und da mein Auge für die brechbareren Strahlen des Spectrums sehr empfindlich ist, habe ich diese Beobachtungen wiederholt, zugleich aber auch einige Beobachtungen im hellsten Theile des Spectrums angestellt. Ich lasse dieselben, welche in sehr guter Übereinstimmung mit den von Prof. MÜLLER gefundenen Werthen sind, hier folgen:

Flintglas 0.340.

W. L.	Messungen Reihe I	Reihe II	Reihe III	Mittel	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
580, 535	0.770	0.708		0.739	0.821	0.875
436	0.567	0.494	0.552	0.538	0.597	0.706

Flintglas 0.102.

W. L.	Messungen Reihe I	Reihe II	Mittel	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
580, 535	0.669		0.669	0.759	0.759
436	0.470	0.485	0.478	0.542	0.542

Crownglas 0.203.

W. L.	Messungen Reihe I	Reihe II	Mittel	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
580, 535	0.734		0.734	0.801	0.855
436	0.648	0.606	0.627	0.684	0.765

Crownglas 0.598.

W. L.	Messungen Reihe I	Reihe II	Mittel	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
580, 535	0.741		0.741	0.808	0.812
436	0.593	0.595	0.594	0.648	0.655

2. Bestimmung der Absorption für die brechbareren Strahlen zwischen λ 434 $\mu\mu$ und λ 375 $\mu\mu$.

Ehe ich auf die specielleren Untersuchungen eingehe, muss ich zunächst über das Verhalten der Gläser im Allgemeinen mittheilen, dass die Absorptionswirkung derselben nicht in stetigem Verlauf mit der Abnahme der Wellenlänge wächst, dass vielmehr eine nahezu constante Wirkung über grössere Strecken des Spectrums zu beobachten ist und die Zunahme der Absorption mehr sprungweise eintritt, so bei den Fraunhofer'schen Linien G und H. Es erklärt sich daraus auch das plötzliche gänzliche Abschneiden der Lichtwirkung bei einer gewissen Wellenlänge und Glasdicke. So schneidet z. B. leichtes Flintglas bei 10^{cm} bis 15^{cm} Dicke alle Strahlen ab, deren Wellenlänge unter 370 $\mu\mu$ gelegen ist. Bei dem schweren Flint O. 102 ist ein plötzlicher, sehr starker Abfall der Intensität des durchgehenden Lichtes in der Nähe von H zu beobachten. Das Spectrum ist noch ein kleines Stück weiter über K hinaus zu verfolgen, ist aber ausserordentlich schwach und bricht dann ebenfalls ganz plötzlich ab. Die Wahrnehmungen stimmen mit den Beobachtungen von Eder und Valenta[1] überein, die selbst bei Glasdicken von nur 1^{cm} ein ähnliches, recht schroffes Abschneiden der Lichtwirkung bei den meisten der von ihnen untersuchten Gläser beobachten konnten. Entsprechend der geringeren Glasdicke, erfolgte das gänzliche Auslöschen des Lichtes erst bei λ 330 $\mu\mu$.

Ferner zeigte sich, dass Flint O. 340 von etwa 15^{cm} Dicke zwei Absorptionsbänder erzeugte. Die Mitte des einen, sehr matten und verwaschenen Bandes hat die Wellenlänge 437 $\mu\mu$; die Mitte des anderen, schärfer begrenzten und recht auffallenden Bandes hat die Wellenlänge 418.6 $\mu\mu$. Die Breite des letzteren entspricht einem Wellenlängenunterschied von 3.5 $\mu\mu$. Das zweite Absorptionsband trat auch im Spectrum auf, wenn das Licht durch die Crownglasplatte O. 203 von etwa 14^{cm} Dicke gegangen war, erschien jedoch weniger stark. Das schwere Flint O. 102 zeigte keine Absorptionsbänder.

Der auf photographischem Wege ausgeführten Bestimmung der Absorption für einzelne Stellen im brechbareren Theile des Spectrums wurden grössere Schwierigkeiten dadurch in den Weg gelegt, dass nach neueren Untersuchungen bei den photographischen Processen, bei welchen die Schwärzungen nicht durch das Licht direct, sondern durch einen Entwickelungsprocess hervorgebracht werden, ein grosser Unterschied besteht zwischen den resultirenden Schwärzungen und dem dazu verwandten Product aus Zeit und Intensität. Die photographische Schwärzung nimmt bei gleicher Expositionszeit nicht pro-

[1] Absorptionsspectren von farblosen und gefärbten Gläsern. Denkschriften der mathem.-naturwiss. Classe der Akademie der Wiss. zu Wien. Bd. LXI. 1894.

portional der Intensität, sondern langsamer zu, und die Abweichung ist für verschieden hergestellte Platten verschieden. Um aus gleichen Schwärzungen bei bekannten Expositionen die Intensitäten abzuleiten, muss die Abweichung von dem Gesetz $Jt = C$ für jede Platte besonders ermittelt werden, was in der Praxis auf kaum zu überwindende Schwierigkeiten führt.

Prof. WILSING hat diese Schwierigkeiten zu umgehen gesucht, indem er sich darauf beschränkte, nur wenig von einander verschiedene Intensitäten bei gleicher Expositionszeit mit einander zu vergleichen, so dass sich die Messungen nur auf den selbstverständlichen Satz, dass gleiche Intensitäten in gleicher Zeit gleiche Schwärzungen hervorbringen, stützten. Durch Anwendung von Nicolprismen ist nach dem Princip des ZÖLLNER'schen Photometers die Reduction zweier beliebig verschiedenen Intensitäten auf die gleiche Intensität messbar ausgeführt worden, und die photometrischen Bestimmungen im brechbareren Theile des Spectrums unterscheiden sich von den spectralphotometrischen im weniger brechbaren Theile somit nur dadurch, dass das Auge durch die lichtempfindliche Platte ersetzt worden ist.

Eine ausführlichere Darstellung der verfolgten Methode und der Vorsichtsmaassregeln bei Anstellung der Beobachtungen wird Prof. WILSING in den Astronomischen Nachrichten geben; ich beschränke mich hier auf die gemachten Andeutungen der Grundzüge derselben und füge noch über die praktische Ausführung hinzu, dass die Aufnahmen auf Bromsilbergelatineplatten mit einem kleinen Spectrographen, der in Verbindung mit dem photographischen Refractor des Observatoriums vielfach zu Aufnahmen von Sternspectren benutzt wird, ausgeführt worden sind. Es ergab sich, dass ein Intensitätsunterschied von 5 Procent noch zu erkennen war.

Die in den nachfolgenden Zusammenstellungen mitgetheilten Resultate der Messungen sind entsprechend den auf S. 1224 gegebenen angeordnet und reducirt worden. Zur Berechnung des Verlustes durch Reflexion wurde der Brechungsexponent für h (λ 410 $\mu\mu$) angenommen.

Flintglas O. 340.
Dicke = 148^{mm}
n für h = 1.601

W. L.	Messungen	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
434	0.389	0.434	0.569
(419)	(0.240)	(0.268)	(0.411)
400	0.435	0.486	0.614
390	0.280	0.313	0.456
375	0.221	0.247	0.388

Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das Absorptionsband.

Flintglas O. 102.
Dicke = 100^{mm}
n für h = 1.682

W. L.	Messungen	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100^{mm}
434	0.439	0.502	0.502
400	0.405	0.463	0.463
395	0.146	0.167	0.167
390	0.022	0.025	0.025

Crown O. 203.
Dicke = 141mm.5
n für h = 1.532

W. L.	Messungen	Ohne Reflexion	Für eine Glasdicke von 100mm
434	0.515	0.564	0.667
(419)	(0.455)	(0.498)	(0.611)
400	0.546	0.598	0.695
390	0.426	0.466	0.583
375	0.426	0.466	0.583

Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das Absorptionsband.

Ich habe auf einem anderen Wege versucht, die Absorptionswirkung der Gläser auf Strahlen grösserer Brechbarkeit zu bestimmen, indem ich lichtempfindliches photographisches Papier (Chlorsilber) gleiche Zeiten direct und hinter dem zu untersuchenden Glase dem Sonnenlichte aussetzte und mit Hülfe einer Scala, die durch successive Belichtung hergestellt war, den Grad der Schwärzung bestimmte. Die Vergleichung geschah bei gelbem Lichte; denn die Papiere dürfen nicht fixirt und vergoldet werden. Bekanntlich haben Bunsen und Roscoe[1] nachgewiesen, dass innerhalb sehr weiter Grenzen, gleichen Producten aus Lichtintensität und Insolationsdauer gleiche Schwärzungen auf Chlorsilberpapier entsprechen. Ich habe mich der Methode früher einmal bei der Bestimmung der Abnahme des Lichtes von der Mitte nach dem Rande der Sonnenscheibe mit Vortheil bedient[2] und jetzt wieder bestätigt gefunden, dass bei günstiger Wahl der Expositionszeiten man eine recht hohe Empfindlichkeit erzielen und Intensitätsunterschiede von 5 Procent eben noch erkennen kann. Aus einer sehr grossen Zahl von Beobachtungen, bei denen nicht nur die absorbirende Wirkung jedes der Gläser für sich, sondern auch die Absorptionswirkungen der verschiedenen Gläser im Verhältniss zu einander bestimmt wurden, bin ich zu folgenden Resultaten gekommen, die sich auf die Strahlen, welche auf Chlorsilberpapier besonders einwirken, beziehen, also von G bis ins Ultraviolett reichen und zwischen h und H das Maximum der Wirkung haben.

Glassorte	d	J_1	J_2	J_2 für d = 100mm
Flint O. 340 ...	148.0	0.346	0.386	0.526
Flint O. 102 ...	100.0	0.247	0.282	0.282
Flint O. 93	114.8	0.270	0.306	0.356
Crown O. 203 ..	141.5	0.432	0.473	0.589
Crown O. 598 ..	102.5	0.547	0.610	0.604

[1] Pogg. Ann. CXVII S. 529 u. f.
[2] Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Juli 1872.

Hier bezeichnet d die Glasdicke in Millimetern, J_1 die Intensität des durch die Glasplatte von der Dicke d gegangenen Lichtes in Einheiten des auffallenden Lichtes, J_2 die Intensität nach Abzug der Abschwächung durch Reflexion, zu deren Berechnung, ausser den oben angegebenen Werthen für n, 1.654 für Flint O.93 und 1.529 für Crown O.598 angenommen wurde.

Um sich eine Vorstellung von der Verschiedenheit der Absorptionswirkung der Gläser bei visuellen Beobachtungen und bei photographischen Aufnahmen zu machen, sind die vorstehenden Absorptionsbestimmungen für einzelne Strahlengattungen nach Maassgabe der Wirkungen der betreffenden Strahlen auf das Auge oder auf die lichtempfindliche Platte zu vereinigen. Für die weniger brechbaren Strahlen, die bei directen Beobachtungen in Betracht kommen, wird man ohne Weiteres das Mittel aus den Beobachtungen von Prof. MÜLLER, mit meinen Beobachtungen vereinigt, nehmen können, da die meisten Beobachtungen in dem intensivsten Theile des Spectrums gelegen sind und man so bei der Mittelbildung der Vertheilung des Lichtes im Spectrum nach Maassgabe der Intensität genügend Rechnung trägt. Man erhält für die beiden Glassorten, welche zu den Objectiven verwendet werden sollen, folgende Zahlen für die Intensität des durchgehenden Lichtes in Einheiten des auffallenden bei einer Glasdicke von 100^{mm}:

0.84 für Flint O. 340 und
0.85 für Crown O. 203.

Bei der Bestimmung der Absorption für die photographisch wirksamsten Strahlen setze ich die Anwendung der allgemein verbreiteten Bromsilbergelatine voraus, deren Empfindlichkeit bei F beginnend sich bis weit ins Ultraviolett hinaus erstreckt und zwischen $H\gamma$ und $H\delta$ ein Maximum besitzt. Ich lege aus den vorstehenden Untersuchungen die folgenden Werthe für eine Mittelbildung zu Grunde.

λ	Flint O. 340	Crown O. 203
$455^{\mu\mu}$	0.83	0.82
436	0.69	0.79
434	0.57	0.67
400	0.61	0.70
$h-H$	0.53	0.59
390	0.46	0.58
	Mittel **0.615**	Mittel **0.692**

Da die für die Objective des Potsdamer Refractors bestimmten Glassorten vorzugsweise für grössere Instrumente verwendet werden und die Gläser des Laboratoriums in Jena eine immer weitere Verbreitung erhalten, wird die folgende Tafel, die mit Zugrundelegung der oben abgeleiteten Werthe berechnet wurde, von praktischer Bedeutung sein.

Dicke des Objectivs in cm	Intensität des durchgehenden Lichtes in Einheiten des auffallenden			
	mit Berücksichtigung der Absorption allein		mit Berücksichtigung von Absorption und Reflexion	
	optische Strahlen	chemisch wirksamste Strahlen	optische Strahlen	chemisch wirksamste Strahlen
4	0.93	0.84	0.77	0.69
6	0.90	0.77	0.75	0.63
8	0.87	0.71	0.72	0.58
10	0.84	0.65	0.70	0.53
12	0.82	0.60	0.67	0.49
14	0.79	0.55	0.65	0.45
16	0.76	0.50	0.63	0.41
18	0.74	0.46	0.61	0.38
20	0.71	0.43	0.59	0.35
22	0.69	0.39	0.57	0.32
24	0.67	0.36	0.55	0.29
26	0.65	0.33	0.53	0.27
28	0.62	0.30	0.52	0.25
30	0.60	0.28	0.50	0.23
32	0.58	0.25	0.48	0.21
34	0.56	0.23	0.47	0.19
36	0.55	0.21	0.45	0.18
38	0.53	0.20	0.44	0.16
40	0.51	0.18	0.42	0.15

Die Gesammtglasdicke eines Objectivs kann bei den Berechnungen zu $^1/_6$ bis $^1/_7$ des Durchmessers angenommen werden.

Aus der vorstehenden Tafel ergiebt sich zunächst für das grosse Objectiv des neuen Refractors für Potsdam von 80^{cm} Öffnung, dessen Dicke zu 12^{cm} anzunehmen ist, dass allein durch Absorption von den chemisch wirksamsten Strahlen 40 Procent verloren gehen, durch Absorption und Reflexion zusammen 51 Procent; die Intensität des durchgehenden Lichtes verhält sich zu der des auffallenden wie 49 : 100.

Verglichen mit dem Objectiv des photographischen Refractors des Instituts von 34^{cm}.4 Öffnung und 5^{cm} Dicke, berechnet sich das Verhältniss der Lichtstärken der Objective aus dem Verhältniss der Quadrate der Öffnungen multiplicirt mit dem Verhältnisse des durchgehenden Lichtes für jedes der Objective in derselben Einheit ausgedrückt, d. i. $\frac{80^2}{34.4^2} \cdot \frac{49}{66} = 4$. Die Brennpunktsbilder von Sternen sind also bei dem Objectiv von 80^{cm} Durchmesser viermal heller als bei dem Objectiv von 34^{cm}.4 Durchmesser, was einem Gewinn von 1.5 Grössenclassen entspricht. Der Vergleich mit dem Schröder'schen Refractor des Observatoriums von 29^{cm}.8 Öffnung, mit welchem die Bestimmung der Bewegung der Sterne im Visionsradius bis zur 2.5^{ten} Grösse ausgeführt wurde, fällt viel günstiger aus. Man kann annehmen, dass mit dem Objectiv von 80^{cm} Öffnung fast 2 Grössen-

classen mehr zur Beobachtung zugezogen werden können. Hiermit wächst die Zahl der Sterne, welche mit derselben Genauigkeit wie früher auf Bewegung untersucht werden können, auf das achtfache an, nämlich auf etwa 400.

Bei spectralanalytischen Untersuchungen im weniger brechbaren Theile des Spectrums ist die Einschaltung einer Correctionslinse erforderlich, durch welche ein noch weiterer Lichtverlust entsteht, der jedoch nur auf ungefähr 20 Procent zu veranschlagen ist, da das Linsensystem von etwa 20^{cm} Durchmesser höchstens 4^{cm} Dicke haben wird und die Linsen verkittet werden können. Trotzdem wird in Folge der viel geringeren Absorption für die optischen Strahlen der Lichtgewinn des grossen Objectivs gegenüber dem SCHRÖDER'schen Refractor noch 1.8 Grössenclassen betragen.

Ich lasse hier auch einen Vergleich nach der anderen Richtung folgen und werde die Frage, welchen Vortheil ein noch grösseres Objectiv, z. B. von 100^{cm} Öffnung, gewähren würde, beantworten. Nimmt man die Dicke des Objectivs zu 15^{cm} an, so ergiebt sich für die chemisch wirksamsten Strahlen $\frac{100^2}{80^2}\cdot\frac{43}{49} = 1.4$; es entspricht das einem Gewinne von 0.3 bis 0.4 Grössenclassen, ein Gewinn, der nicht im Verhältniss zu den sehr erheblich grösseren Kosten für das Objectiv und für die Montirung steht.

Schliesslich möge noch eine Vergleichung des photographischen Refractors von 34^{cm}4 Öffnung mit dem Verhältniss Öffnung zu Brennweite $= 1:10$ zu dem 80^{cm} grossen Objectiv mit 12^{m} Brennweite folgen, insofern es sich um die Abbildung nicht punktartiger Objecte handelt. Hier kommt hauptsächlich das Verhältniss Öffnung zu Brennweite in Betracht. Bezeichne ich dasselbe mit V und wähle allgemein für Angaben, die sich auf das grosse Objectiv beziehen, grosse Buchstaben, für die sich auf das kleine Objectiv beziehenden kleine Buchstaben, so folgt:

$$\frac{h}{H} = \frac{i}{J}\left(\frac{r}{V}\right)^2,$$

wo J die Intensität des durchgehenden Lichtes, in derselben Einheit gemessen, bezeichnet. Es ergiebt sich:

$$\frac{h}{H} = \frac{66}{49}\cdot 1.5^2 = 3.$$

Die Intensität der Flächeneinheit der Bilder bei dem kleineren Objectiv mit verhältnissmässig kürzerer Brennweite ist demnach dreimal so gross als bei dem grossen Objectiv; die Bilder in der Brennpunktsebene des letzteren haben jedoch eine 12¼ mal grössere Fläche.



Über elektrolytische Verschiebungen in Lösungen und Lösungs-Gemischen.

Von F. KOHLRAUSCH.

Es kann in mehrfacher Richtung von Interesse sein, die Concentrationsänderungen zu verfolgen, welche im Allgemeinen die elektrische Wanderung der Ionen im Innern von Lösungen begleiten. Einige Sätze über diesen Vorgang werden im Folgenden mitgetheilt.

Erscheinungen an den Elektroden werden nicht mit betrachtet.

Um von der gewöhnlichen Diffusion unabhängig zu sein, welche im Laufe der Zeit die Vorgänge beeinträchtigt, mag man sich die letzteren durch starke Ströme in kurzer Zeit bewirkt denken.

1. Mit $A, B \ldots$ sollen Kationen, mit $R, S \ldots$ Anionen bezeichnet werden. Die Concentrationen der Ionen an einem Punkte der Lösung heissen bezüglich $\alpha, \beta \ldots \rho, \sigma \ldots$, wobei die Neutralisirung der Ionen die Beziehung verlangt

$$\alpha + \beta \ldots = \rho + \sigma \ldots, \qquad 1.$$

$a, b \ldots r, s \ldots$ seien die elektrolytischen Beweglichkeiten. Die Ionen-Geschwindigkeiten, bez. deren Componenten in einer Richtung, nach welcher das den elektrischen Strom bewirkende Potentialgefälle $\mathfrak{H}$ herrscht[1], sind

$$a\mathfrak{H}, b\mathfrak{H} \ldots -r\mathfrak{H}, -s\mathfrak{H} \ldots \qquad 2.$$

Die Componente i der Stromdichte nach dieser Richtung ist also

$$i = \mathfrak{H}(a\alpha + b\beta + \ldots + r\rho + s\sigma + \ldots), \qquad 2^a.$$

so dass das Leitvermögen $\varkappa$ der Lösung gleich ist

$$\varkappa = a\alpha + b\beta + \ldots + r\rho + s\sigma + \ldots \qquad 3.$$

2. Die allgemeinen Gleichungen.

x, y, z seien rechtwinkelige Coordinaten in der Lösung, V das Potential, also $\mathfrak{H}_x = -\partial V/\partial x$ u. s. w. Für die Änderungen der Con-

[1] Potentialgefälle, welche, von Concentrationsgefällen herrührend, bereits in dem stromlosen Leiter bestehen, sollen nicht mitgerechnet werden.

centration nach der Zeit t erhält man leicht die Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(a\alpha\frac{\partial V}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a\alpha\frac{\partial V}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a\alpha\frac{\partial V}{\partial z}\right)\\ \frac{\partial\rho}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}\left(r\rho\frac{\partial V}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(r\rho\frac{\partial V}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(r\rho\frac{\partial V}{\partial z}\right)\end{aligned} \qquad 4.$$

und ebenso für $\beta\ldots\sigma\ldots$, indem man $a, \alpha\ldots r, \rho\ldots$ durch $b, \beta\ldots s, \sigma\ldots$ ersetzt.

Diese Gleichungen sind in den von Hrn. PLANCK[1], bei seinem strengen Beweise der NERNST'schen Sätze über Diffusion und elektromotorische Kraft, aufgestellten Gleichungen enthalten, nur dass $a, b\ldots r, s\ldots$ dort als Constanten eingeführt sind.

Hierfür kann man auch schreiben, wenn man die Componenten der Stromdichte i_x, i_y, i_z einführt, also

$$-\frac{\partial V}{\partial x}=\frac{i_x}{\varkappa} \qquad -\frac{\partial V}{\partial y}=\frac{i_y}{\varkappa} \qquad -\frac{\partial V}{\partial z}=\frac{i_z}{\varkappa} \qquad 5.$$

setzt, indem man zugleich die merklich genau geltende Beziehung berücksichtigt:

$$\frac{\partial i_x}{\partial x}+\frac{\partial i_y}{\partial y}+\frac{\partial i_z}{\partial z}=0, \qquad 6.$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha}{\partial t} &= -i_x\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a\alpha}{\varkappa}\right)-i_y\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{a\alpha}{\varkappa}\right)-i_z\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{a\alpha}{\varkappa}\right)\\ \frac{\partial\rho}{\partial t} &= +i_x\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{r\rho}{\varkappa}\right)+i_y\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{r\rho}{\varkappa}\right)+i_z\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{r\rho}{\varkappa}\right)\end{aligned} \qquad 7.$$

u. s. w. für $\beta\ldots\sigma\ldots$

3. Die Beweglichkeiten $a, b\ldots r, s\ldots$ sind im Allgemeinen mit den Coordinaten variabel, weil sie von den Concentrationen abhängen, und zwar jede von ihnen von jeder Concentration, so dass z. B.

$$\frac{\partial a}{\partial x}=\frac{\partial a}{\partial\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial x}+\frac{\partial a}{\partial\beta}\frac{\partial\beta}{\partial x}+\ldots+\frac{\partial a}{\partial\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}+\ldots$$

zu setzen ist. Über die empirischen Functionen der Lösungsgemische $\partial a/\partial\alpha$, $\partial a/\partial\beta\ldots\partial b/\partial\alpha\ldots$ aber ist bis jetzt fast nichts bekannt.

4. Ohne irgend eine Voraussetzung über $a, b\ldots r, s\ldots$ sieht man, dass im Innern einer Lösung niemals freie Ionen durch einen Strom entstehen, d. h. dass stets

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t}+\frac{\partial\beta}{\partial t}+\ldots-\frac{\partial\rho}{\partial t}-\frac{\partial\sigma}{\partial t}-\ldots=0 \qquad 8.$$

[1] M. PLANCK, WIED. Ann. 39. S. 166. 1890.

ist. Denn wenn man aus den Gleichungen 7. diese Summe bildet, so haben die einzelnen Theile die Gestalt $i\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\varkappa}{\varkappa}\right)$, sind also gleich Null.

5. Für Lösungen eines einzigen Elektrolytes AR erhält man, weil $\rho = \alpha$ ist (vergl. auch § 4),

$$\frac{a\alpha}{\varkappa} = \frac{a}{a+r} = \mathfrak{n}, \tag{9.}$$

wo $\mathfrak{n}$ die Hittorf'sche Überführungszahl des Ions A in seiner Verbindung AR bei der Concentration α bedeutet. Also wird hier nach Gleichung 7. die einzige aufzustellende Gleichung

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -\frac{d\mathfrak{n}}{d\alpha}\left(i_x\frac{\partial\alpha}{\partial x} + i_y\frac{\partial\alpha}{\partial y} + i_z\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right), \tag{10.}$$

und wenn $d\mathfrak{n}/d\alpha = \mathfrak{f}(\alpha)$ bekannt ist,

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -\mathfrak{f}(\alpha)\left(i_x\frac{\partial\alpha}{\partial x} + i_y\frac{\partial\alpha}{\partial y} + i_z\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right). \tag{10^a.}$$

6. Vertheilung der Concentrationen in parallelen Ebenen.

Ein überall gleicher Strom von der Dichte i fliesse nach der Axenrichtung x durch eine Lösung von cylindrischer Gestalt. Zeitliche Constanz von i ist ohne Bedeutung. Die Concentrationen $\alpha \ldots \rho \ldots$ seien in jedem Querschnitt constant und für $t = 0$ als $\alpha_0 \ldots \rho_0 \ldots$ als beliebige Functionen von x gegeben.

Die Differentialgleichungen 7. werden

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -i\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a\alpha}{\varkappa}\right) \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t} = +i\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{r\rho}{\varkappa}\right) \tag{11.}$$

u. s. w. u. s. w.

7. Im Falle eines einzigen Elektrolytes von der Concentration α entsteht nach Gleichung 10^a:

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + i\,\mathfrak{f}(\alpha)\frac{\partial\alpha}{\partial x} = 0, \tag{12.}$$

welcher Ausdruck, wenn F eine willkürliche Function vorstellt, integrirt wird durch

$$\alpha = F\left(x - \mathfrak{f}(\alpha)\cdot\int_0^t i dt\right). \tag{13.}$$

Die Form von F wird durch den Anfangszustand der Concentration α_0 bestimmt. Denn wenn für $t = 0$ gegeben ist $\alpha_0 = f(x)$, so folgt $F = f$ und man erhält das einfache Resultat

$$\alpha = f\left(x - \mathfrak{f}(\alpha) \cdot \int_0^t i dt\right) \qquad 13^a.$$

oder, wenn i zeitlich constant ist, $\alpha = f(x - \mathfrak{f}(\alpha) \cdot it)$.

Für die Abhängigkeit der Überführungszahl $\mathfrak{n}$ von der Concentration genügt bei vielen Elektrolyten genähert der Ausdruck $\mathfrak{n} = p + q\alpha$, wo p und q Constanten sind. Dann ist also

$$\mathfrak{f}(\alpha) = \partial\mathfrak{n}/\partial\alpha = q$$

und Gleichung 13^a. wird

$$\alpha = f\left(x - q\int_0^t i dt\right).$$

Alle Concentrationen rücken in diesem Falle mit der gleichen Geschwindigkeit qi, je nachdem die Überführungszahl $\mathfrak{n}$ des Kations mit wachsender Concentration zu- oder abnimmt, in oder entgegen der Stromrichtung vor.

8. Verdünnte Lösungen.

Hier sieht man die Beweglichkeiten $a, b \ldots r \ldots$ als constante, durch das betreffende Ion und das Lösungsmittel bestimmte Grössen an. Aus den Gleichungen 7. entsteht dann

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} = -a\left[i_x \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\alpha}{\varkappa}\right) + i_y \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\alpha}{\varkappa}\right) + i_z \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\alpha}{\varkappa}\right)\right]$$

u. s. w.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = +r\left[i_x \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho}{\varkappa}\right) + i_y \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho}{\varkappa}\right) + i_z \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho}{\varkappa}\right)\right] \qquad 14.$$

u. s. w.

Die Concentrationen bleiben in diesem Falle ungeändert, wenn die Lösungen überall proportional gemischt sind[1]. Denn $\alpha/\varkappa \ldots \rho/\varkappa \ldots$ sind alsdann constante Grössen.

Lösungen eines einzigen Elektrolytes bilden einen speciellen Fall hiervon, ändern also bei hinreichender Verdünnung ihre Concentration durch Elektrolyse niemals.

9. Aus den Gleichungen 14. folgt für verdünnte Lösungen die folgende einfache Beziehung. Dividirt man die Gleichungen folgeweise durch $a, b \ldots r \ldots$ und addirt, so kommt mit Rücksicht auf Gleichung 1. und 8. rechts Null. Demnach wird

$$\frac{1}{a}\frac{\partial\alpha}{\partial t} + \frac{1}{b}\frac{\partial\beta}{\partial t} + \ldots + \frac{1}{r}\frac{\partial\rho}{\partial t} + \ldots = 0, \qquad 15.$$

[1] Man sieht leicht, dass der Satz nicht nur für constante Beweglichkeiten, sondern allgemeiner dann gilt, wenn die Hittorf'schen Überführungsverhältnisse von der Concentration unabhängig sind, also genähert auch bei manchen concentrirten Lösungen, z. B. von Alkalisalzen.

d. h. für einen bestimmten Punkt

$$\frac{\alpha}{a}+\frac{\beta}{b}+\ldots+\frac{\rho}{r}+\ldots=\text{Const.} \qquad 15^a.$$

Diese Gleichung und die Erhaltung der Neutralität (8.) lässt also **die Anzahl der zu bestimmenden Concentrationsänderungen immer um zwei kleiner werden, als die Anzahl der vorhandenen Ionen.**

Gleichung 15. setzt nur die Differentialgleichungen voraus und ist also von Änderungen, welche während der Elektrolyse etwa willkürlich an anderen Orten vorgenommen werden, also auch von Wirkungen, die sich elektrolytisch von den Elektroden ausbreiten, unabhängig; die Summe (15ª.) lässt sich also durch Elektrolyse überhaupt nicht verändern.

10. Ebenen-Vertheilung der Concentrationen in verdünnten Elektrolyten.

Die Gleichungen 11. für den stromdurchflossenen Cylinder werden jetzt

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t}=-ia\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\alpha}{\varkappa}\right) \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t}=+ir\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho}{\varkappa}\right) \qquad 16.$$

u. s. w.   u. s. w.

Die Einsetzung von $\varkappa$ aus Gleichung 3. giebt

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t}=+i\frac{a}{(a\alpha+b\beta+\ldots+r\rho+\ldots)^2}\left[\alpha\left(a\frac{\partial\alpha}{\partial x}+b\frac{\partial\beta}{\partial x}+\ldots+r\frac{\partial\rho}{\partial x}+\ldots\right)-\frac{\partial\alpha}{\partial x}\left(a\alpha+b\beta+\ldots+r\rho+\ldots\right)\right] \qquad 16^a.$$

u. s. w., wobei man die beiden ersten Glieder in den Theilen des Zählers rechts auch gegen einander weglassen kann.

11. **Gemischte Elektrolyte mit gemeinsamem Ion des einen Geschlechtes.** Die Elektrolyte AR, BR, CR ... von den Concentrationen α, β, γ ... seien zusammen vorhanden, wobei

$$\rho=\alpha+\beta+\gamma+\ldots$$

zu setzen ist. Die Gleichungen 16ª erhalten dann die Gestalt

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t}=i\frac{a\alpha^2}{[(a+r)\alpha+(b+r)\beta+(c+r)\gamma\ldots]^2}\left[(b+r)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)+(c+r)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)+\ldots\right] \qquad 17.$$

u. s. w.

Für einen bestimmten Querschnitt gilt dann nach Gleichung 15ª.:

$$\frac{a+r}{a}\alpha+\frac{b+r}{b}\beta+\ldots=\text{Const.} \qquad 18.$$

oder, wenn n_A, n_B ... die HITTORF'schen Überführungszahlen der Ionen A, B ... in den Verbindungen AR, BR ... bedeuten (vergl. Gl. 9.),

$$\frac{\alpha}{n_A}+\frac{\beta}{n_B}+\ldots=\text{Const.} \qquad 18^a.$$

12. Zwei Elektrolyte mit einem gemeinschaftlichen Ion in verdünnter Lösung.

Dieser Fall bietet wegen seines häufigen Vorkommens und wegen der zuerst von Hrn. OLIVER LODGE gemachten und von Hrn. WHETHAM weiter ausgebildeten interessanten Anwendung zu einer directen Bestimmung von Ionen-Geschwindigkeiten das meiste Interesse. i werde constant angenommen.

Bezeichnet man

$$a+r=\mathfrak{a} \quad b+r=\mathfrak{b} \quad ia(b+r)=\mathfrak{p} \quad ib(a+r)=\mathfrak{q},$$

so werden für die cylinderförmige Lösung die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned}\frac{\partial\alpha}{\partial t}&=\frac{\mathfrak{p}}{(\mathfrak{a}\alpha+\mathfrak{b}\beta)^2}\left(\alpha\frac{\partial\beta}{\partial x}-\beta\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right)\\ \frac{\partial\beta}{\partial t}&=\frac{\mathfrak{q}}{(\mathfrak{a}\alpha+\mathfrak{b}\beta)^2}\left(\beta\frac{\partial\alpha}{\partial x}-\alpha\frac{\partial\beta}{\partial x}\right).\end{aligned} \qquad 19.$$

Aus den Gleichungen folgt, entsprechend der Gleichung 18.:

$$\mathfrak{q}\frac{\partial\alpha}{\partial t}+\mathfrak{p}\frac{\partial\beta}{\partial t}=0,$$

also $\mathfrak{q}\alpha+\mathfrak{p}\beta$ von t unabhängig

$$\mathfrak{q}\alpha+\mathfrak{p}\beta=\phi(x). \qquad 20.$$

Multiplicirt man die Gleichungen 19. mit $\mathfrak{a}$ bez. $\mathfrak{b}$ und addirt, so entsteht

$$\mathfrak{a}\frac{\partial\alpha}{\partial t}+\mathfrak{b}\frac{\partial\beta}{\partial t}=\frac{\mathfrak{a}\mathfrak{p}-\mathfrak{b}\mathfrak{q}}{(\mathfrak{a}\alpha+\mathfrak{b}\beta)^2}\left(\alpha\frac{\partial\beta}{\partial x}-\beta\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right). \qquad 21.$$

Führt man die neue Variabele η ein

$$\eta=\frac{\phi(x)}{\mathfrak{a}\alpha+\mathfrak{b}\beta}, \qquad 22.$$

so sieht man, dass die rechte Seite von 21. $=\frac{\partial\eta}{\partial x}$, die linke $=-\phi(x)\frac{1}{\eta^2}\frac{\partial\eta}{\partial t}$

wird, so dass die Gleichung entsteht

$$\phi(x)\frac{\partial\eta}{\partial t}+\eta^2\frac{\partial\eta}{\partial x}=0. \qquad 23.$$

Diese Gleichung wird, wenn man $\int\phi(x)dx=\psi(x)$ setzt, integrirt durch den Ausdruck

$$-\psi(x)+\eta^2 t=F(\eta), \qquad 24.$$

wo F eine willkürliche Function bedeutet, welche durch die zur Zeit $t=0$ geltenden Concentrationen der Lösung α_0, β_0, die als Functionen von x gegeben seien, zu bestimmen ist. Zur Zeit $t=0$ ist nach Gleichung 24.

$$-\psi(x)=F(\eta_0) \qquad 24^a.$$

Drückt man mittels der Gleichung

$$\eta_0=\frac{\mathfrak{q}\alpha_0+\mathfrak{p}\beta_0}{\mathfrak{a}\alpha_0+\mathfrak{b}\beta_0}$$

x als Function von η_0 aus und setzt diesen Werth in 24^a. ein, so wird dadurch die Form von F bestimmt. Mittels Gleichung 24. findet sich dann η als Function von x und t. Endlich wird alsdann aus Gleichung 20. und 22. erhalten, wenn man die Determinante $\mathfrak{a}\mathfrak{p}-\mathfrak{b}\mathfrak{q}=\Delta$ bezeichnet,

$$\alpha=\frac{\phi(x)}{\Delta}\left(\frac{\mathfrak{p}}{\eta}-\mathfrak{b}\right) \qquad \beta=\frac{\phi(x)}{\Delta}\left(-\frac{\mathfrak{q}}{\eta}+\mathfrak{a}\right). \qquad 25.$$

Diese, die Aufgabe vollständig erledigende Behandlung der Differentialgleichungen verdanke ich einer freundlichen Mittheilung von Hrn. FUCHS.

Im Allgemeinen führt die Anwendung auf bestimmte Fälle zu Rechnungen, welche η nur durch ein Annäherungsverfahren ermitteln lassen.

Ein einfaches Resultat ergiebt sich, wenn zu Anfang ein constantes Leitvermögen vermöge der Mischung zweier Elektrolyte besteht, deren Concentration sich nach x linear ändert. Dann rücken die Concentrationen der beiden Elektrolyte einfach vor; das Leitvermögen ändert sich mit der Zeit, ist aber in jedem Augenblicke überall gleich.

13. Zwei Ionen von gleicher Beweglichkeit. In diesem Falle ist $\mathfrak{a}=\mathfrak{b}$, $\mathfrak{p}=\mathfrak{q}$, also $\Delta=0$, und die Gleichungen müssen daher anders behandelt werden. Man bemerkt sofort, dass $\alpha+\beta$ von der Zeit unabhängig, also

$$\alpha+\beta=\omega(x) \qquad 26.$$

gesetzt werden kann. Ersetzt man in einer der Gleichungen 19. β durch $\omega(x)-\alpha$, so entsteht

$$\mathfrak{a}^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\mathfrak{p} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\alpha}{\omega(x)}\right).$$

Dem entspricht, wenn $\int \omega(x)\,dx = \chi(x)$ bezeichnet wird,

$$\alpha = \omega(x) \cdot F\left(\mathfrak{a}^2 \chi(x) - \mathfrak{p} t\right). \qquad 27.$$

Die willkürliche Function F bestimmt sich wieder aus dem Anfangszustande.

Elementar behandeln lässt sich in diesem Falle z. B. jede Lösung, welche aus zwei Concentrationen gemischt ist, die eine jede linear von x abhängen.

14. Elektrolytische Verdrängung einer Lösung durch eine andere.

Nach Gleichung 15ᵃ. kann ein verdünnter Zustand I elektrolytisch nur dann durch einen Zustand II an demselben Orte ersetzt werden, wenn

$$\frac{\alpha_1}{a} + \frac{\beta_1}{b} + \ldots + \frac{\rho_1}{r} + \ldots = \frac{\alpha_2}{a} + \frac{\beta_2}{b} + \ldots + \frac{\rho_2}{r} + \ldots$$

ist. Wenn die Lösung eines Elektrolytes AR von der Concentration α eine Lösung BR von der Concentration β ersetzen soll. so muss also sein

$$\frac{a+r}{a}\alpha = \frac{b+r}{b}\beta \text{ oder } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\mathfrak{n}_A}{\mathfrak{n}_B}. \qquad 28.$$

15. Zu demselben Schluss führt auch die Betrachtung zweier unstetig aneinanderstossender Lösungen AR und BR, auf welche die Differentialgleichungen nicht ohne Weiteres anwendbar sind. Denn zum Verdrängen erscheint nothwendig und genügend, dass bei gleicher Stromdichte die Geschwindigkeiten v der Ionen A und B gleich gross sind, d. h. nach Gleichung 2. und 2ᵃ. gilt die Beziehung

$$v = \frac{i \cdot a}{(a+r)\alpha} = \frac{i \cdot b}{(b+r)\beta}. \qquad 29.$$

Dieselbe wird auch für stärkere Concentrationen gelten, nur hat r dann im Allgemeinen rechts einen anderen Werth als links.

Wenn zwei verdünnte Lösungen desselben Elektrolytes mit ungleicher Concentration unstetig an einander stossen, so wird der Strom, so wie in § 8, durchfliessen können, ohne eine Verschiebung der Concentration zu bewirken.

Haben hintereinandergeschichtete Lösungen verschiedener Elektrolyte nicht das oben festgestellte, zur einfachen Verdrängung geforderte Concentrationsverhältniss, so besitzt das vordringende Ion, je nachdem seine Concentration zu stark oder zu schwach ist, eine kleinere oder grössere Geschwindigkeit als das zurückweichende. Befindet oder bildet sich aber zwischen den beiden Lösungen eine beliebig dünne Schicht des vordringenden Elektrolytes von derjenigen Concentration, welche nothwendig ist, um das rückweichende Ion einfach zu verdrängen, so wird das letztere geschehen. Dann bleibt also die Grenze zwischen den verschieden starken Lösungen des vordringenden Elektrolytes ruhig liegen. Von da aus entwickelt sich nach vorn eine Lösung, deren constante Concentration und deren Geschwindigkeit des Vordringens und Verdrängens der anderen Lösung den Formeln 28 und 29 entspricht.

Der Endzustand ist bei constantem oder variabelem Strom immer durch das Zeitintegral des Stromes bestimmt.

16. § 15 macht die Hypothese, dass die Ionen der einen Seite der Grenze auf diejenigen der anderen Seite wirken, ohne in dieselben einzudringen. Andernfalls würde man noch eine specifisch elektrische, ausserhalb der Formeln für die Wanderung liegende Diffusion haben, welche wohl unwahrscheinlich ist; jedenfalls ist sie nicht bekannt. Die gewöhnliche Diffusion aber lässt sich nicht ausschliessen und wird einen länger dauernden Versuch stören. Die Elektrolyse wird hierbei die Schärfe der Grenze zu erhalten suchen oder sie noch weiter vermindern, je nachdem das vordringende Ion die kleinere oder die grössere Beweglichkeit besitzt. Diese Erscheinung ist von Hrn. WHETHAM beobachtet und erklärt worden[1].

[1] W. C. D. WHETHAM, Phil. Trans. 184 A. p. 354. 1893.

gesetzt werden kann. Ersetzt man in einer der Gleichungen 19. β durch $\omega(x) - \alpha$, so entsteht

$$\mathfrak{a}^2 \frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\mathfrak{p} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha}{\omega(x)} \right).$$

Dem entspricht, wenn $\int \omega(x) dx = \chi(x)$ bezeichnet wird,

$$\alpha = \omega(x) \cdot F\left(\mathfrak{a}^2 \chi(x) - \mathfrak{p} t\right). \qquad 27.$$

Die willkürliche Function F bestimmt sich wieder aus dem Anfangszustande.

Elementar behandeln lässt sich in diesem Falle z. B. jede Lösung, welche aus zwei Concentrationen gemischt ist, die eine jede linear von x abhängen.

14. Elektrolytische Verdrängung einer Lösung durch eine andere.

Nach Gleichung 15ᵃ. kann ein verdünnter Zustand I elektrolytisch nur dann durch einen Zustand II an demselben Orte ersetzt werden, wenn

$$\frac{\alpha_1}{a} + \frac{\beta_1}{b} + \ldots + \frac{\rho_1}{r} + \ldots = \frac{\alpha_2}{a} + \frac{\beta_2}{b} + \ldots + \frac{\rho_2}{r} + \ldots$$

ist. Wenn die Lösung eines Elektrolytes AR von der Concentration α eine Lösung BR von der Concentration β ersetzen soll, so muss also sein

$$\frac{a+r}{a} \alpha = \frac{b+r}{b} \cdot \beta \text{ oder } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\mathfrak{n}_A}{\mathfrak{n}_B}. \qquad 28.$$

15. Zu demselben Schluss führt auch die Betrachtung zweier unstetig aneinanderstossender Lösungen AR und BR, auf welche die Differentialgleichungen nicht ohne Weiteres anwendbar sind. Denn zum Verdrängen erscheint nothwendig und genügend, dass bei gleicher Stromdichte die Geschwindigkeiten v der Ionen A und B gleich gross sind, d. h. nach Gleichung 2. und 2ᵃ. gilt die Beziehung

$$v = \frac{i \cdot a}{(a+r)\alpha} = \frac{i \cdot b}{(b+r)\beta}. \qquad 29.$$

Dieselbe wird auch für stärkere Concentrationen gelten, nur hat r dann im Allgemeinen rechts einen anderen Werth als links.

Wenn zwei verdünnte Lösungen desselben Elektrolytes mit ungleicher Concentration unstetig an einander stossen, so wird der Strom, so wie in § 8, durchfliessen können, ohne eine Verschiebung der Concentration zu bewirken.

Haben hintereinandergeschichtete Lösungen verschiedener Elektrolyte nicht das oben festgestellte, zur einfachen Verdrängung geforderte Concentrationsverhältniss, so besitzt das vordringende Ion, je nachdem seine Concentration zu stark oder zu schwach ist, eine kleinere oder grössere Geschwindigkeit als das zurückweichende. Befindet oder bildet sich aber zwischen den beiden Lösungen eine beliebig dünne Schicht des vordringenden Elektrolytes von derjenigen Concentration, welche nothwendig ist, um das rückweichende Ion einfach zu verdrängen, so wird das letztere geschehen. Dann bleibt also die Grenze zwischen den verschieden starken Lösungen des vordringenden Elektrolytes ruhig liegen. Von da aus entwickelt sich nach vorn eine Lösung, deren constante Concentration und deren Geschwindigkeit des Vordringens und Verdrängens der anderen Lösung den Formeln 28 und 29 entspricht.

Der Endzustand ist bei constantem oder variabelem Strom immer durch das Zeitintegral des Stromes bestimmt.

16. § 15 macht die Hypothese, dass die Ionen der einen Seite der Grenze auf diejenigen der anderen Seite wirken, ohne in dieselben einzudringen. Andernfalls würde man noch eine specifisch elektrische, ausserhalb der Formeln für die Wanderung liegende Diffusion haben, welche wohl unwahrscheinlich ist; jedenfalls ist sie nicht bekannt. Die gewöhnliche Diffusion aber lässt sich nicht ausschliessen und wird einen länger dauernden Versuch stören. Die Elektrolyse wird hierbei die Schärfe der Grenze zu erhalten suchen oder sie noch weiter vermindern, je nachdem das vordringende Ion die kleinere oder die grössere Beweglichkeit besitzt. Diese Erscheinung ist von Hrn. WHETHAM beobachtet und erklärt worden[1].

[1] W. C. D. WHETHAM, Phil. Trans. 184 A, p. 354. 1893.





Zellphysiologische Studien am Rothen Meer.

Von Prof. Dr. Max Verworn
in Jena.

(Vorgelegt von Hrn. Munk.)

Nachdem ich bereits im Winter 1890/91 an der Sinaïküste des Rothen Meeres zwei Monate lang zellphysiologische Studien unternommen und die hervorragend günstigen Versuchsobjecte, die sich auf den Korallenriffen und Algenwiesen der Küstenzone finden, kennen gelernt hatte, wurde ich, hauptsächlich durch die liberale Unterstützung seitens der Akademie der Wissenschaften in Berlin aus Mitteln der Humboldt-Stiftung und seitens der Gräfin Bose-Stiftung in Jena in die Lage gesetzt, im Winter 1894/95 meine Untersuchungen am Rothen Meer wieder aufzunehmen und etwa vier Monate hindurch fortzuführen. Indem ich für die weitgehende Unterstützung von beiden Seiten an dieser Stelle meinen wärmsten Dank abstatte, möchte ich mir erlauben, der Akademie über die Ergebnisse meiner Untersuchungen im folgenden kurz zu berichten.

Nachdem in Kairo und Suez die letzten Reisevorbereitungen für den Aufenthalt am Rothen Meer beendigt waren, verliess ich in der Nacht vom 12. zum 13. December mit meinem Reisegenossen Dr. Jensen im arabischen Segelboot den Hafen von Suez, um mich nach El Tôr, einem Fischerflecken am südlichen Theil der westlichen Sinaïküste, zu begeben. Hr. Alfred Kaiser, der systematische Erforscher der Sinaïhalbinsel, der sich in Tôr angesiedelt hat und mich bereits vor vier Jahren gastlich aufgenommen hatte, begleitete uns, und ihm habe ich es hauptsächlich zu danken, dass es uns möglich war, in Tôr vier Monate hindurch in Ruhe und ohne Zeitverlust zu arbeiten. In einer mit Fenstern versehenen Lehmhütte richteten wir mit den mitgebrachten Apparaten, Instrumenten, Glassachen, Chemikalien, Büchern u. s. w. ein kleines physiologisches Laboratorium ein, das bescheidenen Ansprüchen vollständig genügte.

Auf den Algenwiesen, welche sich im flachen Meer zwischen den Korallenriffen und dem Strande erstrecken, lebt ein ungezähltes Heer von verschiedenartigen Rhizopoden. Meine Absicht war, an

diesen Zellformen meine früheren Untersuchungen über die Bewegung der lebendigen Substanz sowie über die Veränderungen, welche dieselbe unter dem Einfluss künstlich gesetzter Bedingungen erfährt, weiter fortzuführen. Als ganz besonders günstige Versuchsobjecte dienten mir hauptsächlich vier Formen: der grosse *Orbitolites complanatus* mit seinen oft 1½ cm langen, kernlosen Pseudopodienbüscheln, die etwas kleinere, aber erregbarere *Amphistegina Lessonii*, der sehr träge, durch absolut hyalines Pseudopodienprotoplasma charakterisirte *Hyalopus* (*Gromia*) *Dujardinii* und endlich ein grösseres bisher noch nicht beschriebenes, nacktes Rhizopod, das sich durch sein orangefarbenes Pigment und seine ausserordentlich schnelle Protoplasmabewegung auf den reich verzweigten Pseudopodiennetzen auszeichnet und das ich meinem Gastfreund ALFRED KAISER zu Ehren *Rhizoplasma Kaiseri*[1] genannt habe. Ausserdem kamen gelegentlich noch andere Objecte zur Verwendung.

1. Stofftransport und Reizleitung in der Zelle.

Die folgenden Versuche knüpfen an die Mittheilungen an, welche ich in meinen Arbeiten über »die physiologische Bedeutung des Zellkerns«[2] und »die Bewegung der lebendigen Substanz«[3] gemacht habe.

Bekanntlich hat man bei der Bewegung nackter Protoplasmamassen ebenso wie bei allen anderen Contractionsbewegungen zwei Phasen zu unterscheiden, eine Expansionsphase und eine Contractionsphase. In der ersteren nimmt die Protoplasmamasse eine grössere Oberfläche an, indem das Protoplasma in peripherer Richtung vorfliesst (Pseudopodienausstreckung). In der letzteren wird die Oberfläche verringert, dadurch, dass das Protoplasma von der Peripherie her dem Mittelpunkt der Zelle zuströmt (Pseudopodieneinziehung). Bei den grossen Rhizopoden, wie *Orbitolites* u. s. w., kann man diese Bewegungsphasen gerade besonders gut in ihren Einzelheiten studiren, weil die Protoplasmamassen eine so ausserordentlich lange Strecke auf den geraden, dünnen, langen Pseudopodienfäden zu durchfliessen haben, dass man jedes Protoplasmatheilchen längere Zeit auf seinem Wege verfolgen kann. Lässt man an irgend einer Stelle in der Continuität eines geraden, langen Pseudopodienfadens einen starken, local beschränkten Reiz einwirken, wie man es am besten mit Durchschneidung durch einen scharfen Druckschnitt erreichen kann, so beginnt das Protoplasma von der Schnittstelle des c e n t r a l e n Stumpfes fort in

---

[1] Vergl. PFLÜGER's Arch. f. d. ges. Physiologie, Bd. 62. S. 429. 1896.
[2] In PFLÜGER's Arch. Bd. 51. 1891.
[3] Jena, Verlag von Gustav Fischer. 1892.

centripetaler Richtung auf dem Pseudopodium entlang zu fliessen, indem es sich gewöhnlich zu einem oder einigen kleinen Tröpfchen zusammenballt, die auf dem Pseudopodienfaden langsam dahingleiten.

Mit anderen Worten: der mechanische Reiz veranlasst das gereizte Protoplasma, selbst wenn die Strömung an der Reizstelle vorher centrifugal war, in die Contractionsphase überzugehen. Die zusammengeballten Massen strömen dem centralen Zellkörper zu. Ist der Weg nur kurz, so erreichen sie das centrale Protoplasma und vermischen sich mit ihm. Ist der Weg aber lang, so beginnen sie sich nach einiger Zeit mehr und mehr zu strecken, vermischen sich allmählich mit dem ihnen entgegenkommenden centrifugalen Strome und sind schliesslich nicht mehr als distincte Massen zu erkennen. Diese Erscheinungen habe ich bereits früher ausführlich beschrieben.

Es kam mir nunmehr darauf an, zu untersuchen, wie sich nach der Durchschneidung das Protoplasma an der Schnittstelle des peripheren Stumpfes verhält. Diese Frage war wichtig im Hinblick auf die theoretischen Vorstellungen, die ich von dem Zustandekommen des Contractionsprocesses entwickelt habe. Nach meiner Theorie der Protoplasmabewegung ist die Ursache für die Einziehung der Pseudopodien, d. h. für das centripetale Zurückfliessen des Protoplasmas nach dem Zellkörper zu suchen in der chemischen Affinität, welche die gereizten Protoplasmatheilchen zu gewissen Stoffen im Innern der Zelle haben. Diese Stoffe, die hauptsächlich unter der Mitwirkung des Kerns im Centrum der Zelle gebildet werden, und die ich daher, um einen kurzen Ausdruck zu haben, vorläufig als »Kernstoffe« bezeichnet habe, sind nach meiner Annahme im Centralkörper der Zelle am dichtesten angehäuft und nehmen nach aussen hin an Menge ab. Nur dadurch kann ein Hinwandern der gereizten Massen nach dem Centrum zu Stande kommen. Es war daher für meine Auffassung von der grössten Bedeutung, festzustellen, ob in der That solche Differenzen zwischen zwei von einander entfernt liegenden Punkten eines längern Pseudopodienfadens vorhanden sind, oder ob, wie man bei dem Mangel an jeder morphologischen Differenzirung im Protoplasma und bei der fortwährenden Vermischung der Theilchen annehmen könnte, das Protoplasma der Pseudopodien in allen seinen Punkten gleichartig zusammengesetzt ist. Im letztern Falle hätte die Ursache für das Fortfliessen des Protoplasmas von der Reiz- bez. Schnittstelle nicht in einer Differenz zwischen den proximalen und distalen Punkten eines Pseudopodiums liegen können, sondern es wäre zu erwarten gewesen, dass auch auf dem peripheren Stumpf des durchschnittenen Pseudopodienfadens das Protoplasma von der Schnittstelle fortfliesst, d. h. also hier in centrifugaler Richtung strömt, wie es auf dem

centralen Ende sich in centripetaler Richtung von der Reizstelle zurückzieht. Mit anderen Worten: das Zurückfliessen des Protoplasmas von der Schnittstelle wäre dann lediglich in den Beziehungen des gereizten zum nichtgereizten Protoplasma begründet gewesen und ganz unabhängig von chemischen Verschiedenheiten in der Zusammensetzung des letztern nach beiden entgegengesetzten Richtungen hin.

Ich will die Mittheilung der zahlreichen Versuchsreihen an *Orbitolites* und *Rhizoplasma* auf meine ausführliche Arbeit versparen und hier nur das Ergebniss derselben berichten. Es war in allen Versuchen, wie dieselben auch variirt wurden, dasselbe. Hat man aus einem geraden, langen, unverzweigten und an allen Punkten gleich dicken Pseudopodium eine Strecke durch zwei vorsichtige, scharfe, in grösserer Entfernung von einander ausgeführte Druckschnitte unter dem Mikroskop ein Stück des Protoplasmafadens resecirt, so bildet sich an beiden Schnittstellen desselben zunächst durch Zusammenfliessen des Protoplasmas ein kleiner Wulst, der am distalen Ende häufig kaum zu bemerken ist. Am proximalen Ende schwillt der Wulst immer mehr und mehr an und bildet an der Schnittstelle ein dickes Endknöpfchen, in welches von der Strecke her nach und nach immer mehr Protoplasma hineinfliesst. Am distalen Ende dagegen beginnt das gereizte Protoplasma sogleich von der Schnittstelle her in centripetaler Richtung fortzufliessen, während das von der Strecke her centrifugal kommende Protoplasma gewöhnlich bald wieder langsam weiter vorfliesst, so dass sich das Pseudopodienstück in dieser Richtung wieder von neuem zu verlängern beginnt. Sehr bald aber hört diese centrifugale Strömung mehr und mehr auf. Am proximalen Ende hat sich aus dem centripetal fliessenden Protoplasma eine grössere Kugel gebildet, in die von der dünner und dünner werdenden distalen Spitze her alles Protoplasma hineinströmt. Schliesslich ist alles Protoplasma vom distalen Ende in centripetaler Richtung zurückgeflossen, und es liegt an der Stelle, wo das proximale Ende des resecirten Stückes war, nur noch ein einziger runder Protoplasmatropfen, der, wenn er etwas grösser ist, hier und dorthin, nach verschiedenen Richtungen noch kurze Pseudopodien ausstreckt, um sie aber bald wieder einzuziehen und endlich seine Kugelform nicht mehr zu verändern. Der Erfolg der Versuche ist ferner auch stets derselbe, wenn das Pseudopodium nicht im ganzen Verlauf der resecirten Strecke gleiche Dicke hat, mag an demselben das centrale oder das distale Ende das dickere sein. Stets findet der Stofftransport der gereizten Massen in centripetaler Richtung statt, so dass schliesslich am centralen Ende das Endtröpfchen liegt.

Aus dieser Thatsache geht einwandsfrei hervor, dass die Ursache für die Fortbewegung des gereizten (d. h. contractorisch erregten)

Protoplasmas nach dem Centralkörper in Differenzen zu suchen ist, die zwischen zwei ungleich weit vom Centralkörper gelegenen Punkten eines Pseudopodiums bestehen und im Verlauf der ganzen Pseudopodienstrecke vorhanden sind. Diese Differenzen können nur chemischer Natur sein, was ja auch bei Berücksichtigung der Stoffwechselbeziehungen des Protoplasmas zum Zellkern einerseits und zum umgebenden Medium andererseits von vornherein gefordert werden muss. Demnach ist die Ursache für die Fortbewegung der gereizten Protoplasmamassen, mit anderen Worten für die Contraction, für die Einziehung der Pseudopodien in den Zugwirkungen gelegen, die zwischen den contractorisch erregten Protoplasmatheilchen und den centralwärts vorhandenen Stoffen des Pseudopodienprotoplasmas entstehen.

Allein wie mir ein ausgedehntes Studium der Strömungsverhältnisse des Protoplasmas in seinem ungereizten und gereizten Zustande namentlich bei den reich verzweigten Pseudopodiennetzen des *Rhizoplasma Kaiseri* gezeigt hat, hängt der Transport eines Protoplasmatheilchens in centripetaler Richtung nicht allein von den an Ort und Stelle entstehenden Zugkräften ab, sondern in hohem Grade auch von entfernter gelegenen, auf der gleichen Ursache beruhenden Zugwirkungen, die ihm erst durch Vermittelung von anderen Protoplasmatheilchen auf dem Wege der Cohaesion übertragen werden. Das gleiche gilt auch für den Transport der Protoplasmatheilchen in centrifugaler Richtung, d. h. beim Ausstrecken der Pseudopodien. Ich habe früher gezeigt, dass die locale Verminderung der Oberflächenspannung, deren Ausdruck das Ausstrecken eines Pseudopodiums ist, unter gewöhnlichen Verhältnissen ihre Ursache hat in der Einfügung des Sauerstoffmoleküls in das lebendige Protoplasmatheilchen. Eine solche Verminderung der Oberflächenspannung hat aber nicht bloss an der Stelle, wo der Sauerstoff eingefügt wird, eine Zugwirkung zur Folge, sondern sie übt auch, namentlich wenn sie fortdauert, eine Saugwirkung auf die dahintergelegenen Massen aus, so dass ein Transport von Protoplasmamassen aus dem Zellinnern nach der Peripherie hin stattfinden muss. Für das Studium und die Erkenntniss dieser Verhältnisse sind mir gerade die marinen Rhizopoden des Rothen Meeres wegen der ausserordentlich langen Strecken ihrer fadenförmigen Pseudopodien, auf denen sich die Zugkräfte bei dem Transport der Massen leicht experimentell untersuchen lassen, von unschätzbarem Werthe gewesen.

Die hier besprochene Erscheinung des Transports der gereizten oder besser der contractorisch erregten Protoplasmamassen nach dem centralen Zellkörper hin ist nach meinen neueren Erfahrungen nicht, wie es mir früher nach der äusseren Ähnlichkeit der Vorgänge schien, ohne weiteres als ein Ausdruck der Reizleitung aufzufassen. Die Lei-

tung der Erregung im Protoplasma, die der Reizleitung im Nerven entspricht, ist von dem Transport der gereizten Massen sehr scharf zu trennen. Die Erregung der Protoplasmatheilchen wird selbst bei maximaler, localer Reizung, wie sie etwa beim Durchschneiden hervorgerufen wird, in den Pseudopodien von *Orbitolites* nur auf die allernächste Umgebung fortgeleitet und zwar in centripetaler wie in centrifugaler Richtung. Die Erregungsleitung ist also eine sehr geringe bei *Orbitolites.* Etwas grösser, entsprechend der etwas grösseren Erregbarkeit des Protoplasmas, ist sie bei *Amphistegina* und noch grösser bei *Rhizoplasma.* Dagegen gibt es unter den Süsswasserrhizopoden einige Formen, bei denen die Erregung sich bedeutend weiter und auch verhältnissmässig schnell fortpflanzt, wie z. B. bei *Difflugia* und *Cyphoderia*, und zwar um so weiter, je intensiver der Reiz war. Der sehr kurzen Erregungsleitung gegenüber ist der Transport der gereizten Massen bei *Orbitolites* ein ziemlich weiter, meistens bis ganz in den Zellkörper hinein; nur bei sehr langen Pseudopodien erreichen die gereizten, kugeligen Massen nicht den centralen Zellkörper, sondern strecken sich allmählich wieder mehr und mehr aus, um dann nach und nach mit dem centrifugalen Protoplasma vermischt wieder ihren Weg nach der Pseudopodienspitze hin zu nehmen. Es sind also Fortpflanzung der Erregung selbst und Fortschaffung der erregten Protoplasmamassen bei den Rhizopoden zwei verschiedene, von einander getrennte Wirkungen der Reizung.

2. Der Einfluss der Sauerstoffentziehung auf die Protoplasmaströmung.

In seinen bekannten »Untersuchungen über das Protoplasma und die Contractilität« hat Kühne schon im Jahre 1864 die Mittheilung gemacht, dass Amoeben und Myxomyceten, wenn sie sich einige Zeit in einer reinen Wasserstoff-Atmosphaere befunden haben, unmittelbar darauf unter das Mikroskop gebracht, keine Bewegungserscheinungen mehr erkennen lassen, aber nachdem sie an der atmosphaerischen Luft gestanden haben, bald wieder anfangen in ihrer charakteristischen Weise weiterzukriechen. Bei der fundamentalen Bedeutung, die diese Thatsache, wie ich a. a. O. gezeigt habe, für die Theorie der Bewegung aller lebendigen Substanz besitzt, war es schon längst mein Wunsch, die Untersuchungen Kühne's an günstigeren Objecten fortzusetzen, und dazu boten mir die grossen Rhizopoden des Rothen Meeres die beste Gelegenheit. Vor allen Dingen kam es mir darauf an, unter dem Mikroskop selbst den Erfolg der Sauerstoffentziehung bis zum

völligen Stillstand der Bewegung zu verfolgen, und zu untersuchen, in welcher Weise die beiden Phasen der Bewegung, die Contractions- und die Expansionsphase beeinflusst werden. Dazu war die Protoplasmaströmung auf den langen Pseudopodien der *Amphistegina* und besonders des nackten, einkernigen, lebhaften *Rhizoplasma* das günstigste Object. Die Versuchsobjecte kamen im hängenden Tropfen der ENGELMANN'schen Gaskammer zur Untersuchung und wurden einem im KIPP'schen Apparat aus chemisch reinem Zink und Schwefelsäure entwickelten Wasserstoffstrom ausgesetzt, der durch zwei grosse Waschflaschen mit destillirtem Wasser und mit Kalilauge hindurchgegangen war. Für das Ergebniss der Versuche kann das folgende Protokoll, das ich meinen Notizen direct entnehme, als Typus dienen.

Im hängenden Tropfen befindet sich ein mittelgrosses *Rhizoplasma*, das ein reiches Pseudopodiennetzwerk von seinem klumpigen Centralkörper nach allen Seiten hin ausgebreitet hat und mit demselben am untern Deckglasrande haftet. Die Protoplasmaströmung ist sehr lebhaft und überwiegend in centrifugaler Richtung, so dass sich die Pseudopodien verlängern und hier und dort neue Seitenäste bilden. In den ersten beiden Stunden der Wasserstoff-Durchleitung ist keine Veränderung zu sehen. Die Strömung ist wie anfangs. Erst ganz allmählich macht sich jetzt ein Überwiegen der centripetalen Strömung bemerkbar, so dass sich die Pseudopodien langsam verkürzen. Bald hört die centrifugale Strömung vollständig auf, aber auch die centripetale wird träger und träger. Nach 2½ Stunden hat die Protoplasmaströmung fast ganz aufgehört, es besteht nur noch eine sehr schwache, nur bei langer Beobachtung wahrnehmbare Bewegung in centripetaler Richtung. Das Protoplasma bildet auf den vorher mehr glatten Pseudopodien, besonders auf den Verzweigungsstellen winzige Anhäufungen, die aber nicht vorwiegend rundlich-klumpig sind wie bei contractorischer Erregung, sondern mehr eckig, spitzig, zackig, wie wenn das Protoplasma sich staute, indem es von den Ästen her zu den Vereinigungsstellen zusammenfliesst. Schliesslich ist keine Bewegung auf den Pseudopodien mehr bemerkbar, das Netzwerk verändert seine Gestalt nicht mehr. Nach 3 Stunden wird der Wasserstoffstrom unterbrochen und atmosphaerische Luft durch die Kammer gesaugt. Fünf Minuten darauf treten bereits die ersten neuen Pseudopodienspitzen aus dem centralen Zellkörper hervor, zuerst sich nur langsam streckend. Nach etwa 10 Minuten wird auch auf den alten Pseudopodien wieder eine lebhafte Strömung bemerkbar. Es kommt ein neuer Protoplasmastrom auf ihnen vom Centrum her, und die kleinen Anhäufungen zertheilen sich, indem ihre Substanz theils centripetal, theils centrifugal weiterfliesst. Auf diese Weise glätten sich die Pseudopodien

wieder. Bald wird die Strömung auf den neugebildeten Pseudopodien sehr lebhaft. Sie anastomosiren mit den alten. Die centrifugale Strömung herrscht vor. Nach $\frac{1}{2}$ Stunde hat das Ganze wieder dasselbe Aussehen wie im Anfang des Versuchs, die Strömung ist in beiden Richtungen lebhaft im Gange.

Die Zeit, die vergeht, bis die Lähmungserscheinungen bemerkbar werden, ist verschieden und hängt von verschiedenen Umständen ab. Besonders spielen die Grösse des Tropfens, die Grösse des Versuchsobjects, die Stärke des Wasserstoffstromes und eventualiter noch im Tropfen befindliche andere Organismen dabei eine Rolle. In manchen Versuchen waren die ersten Lähmungserscheinungen schon nach $\frac{3}{4}$ Stunden, in anderen erst nach fast 3 Stunden bemerkbar. Ferner kommt es vor, dass bei Individuen, die nur kurze Pseudopodienspitzen ausgestreckt haben, die Pseudopodien im Verlauf der Sauerstoffentziehung ganz oder fast ganz eingezogen werden, während bei lang ausgestreckten Pseudopodien immer nur eine Verkürzung eintritt, da die vollständige Lähmung der Bewegung schon vollendet ist, ehe das centripetalfliessende Protoplasma die lange Strecke bis zum centralen Zellkörper zurückgelegt hat.

Hiernach besteht also die Wirkung der Sauerstoffentziehung darin, dass zunächst die expansorische Phase der Protoplasmabewegung, die Ausstreckung der Pseudopodien gelähmt wird und später secundär auch die contractorische Phase, die Einziehung der Pseudopodien, so dass sich als Endresultat eine totale Lähmung der Bewegung ergibt.

Dieses Ergebniss liefert eine neue Bestätigung der von mir entwickelten Vorstellung, dass der Stauerstoff des umgebenden Mediums der normale Expansionsreiz für die Protoplasmabewegung ist.

3. Erregende und lähmende Wirkungen der Reize.

Da die Bewegung aller contractilen Substanzen auf dem Wechsel von zwei activen antagonistischen Phasen (Expansion und Contraction) beruht, so ist es nothwendig, beim Studium der Reizwirkungen die Beeinflussung jeder derselben streng von einander zu trennen, was bisher nicht in genügendem Maasse geschehen ist. Die Wirkung eines Reizes kann auf beide Phasen eine sehr verschiedene sein. Im Sauerstoff kennen wir einen Reiz, der, wie oben gezeigt, unmittelbar nur auf die Expansionsphase erregend wirkt, stärkere mechanische Reize dagegen erregen nur die Contractionsphase. Ferner ist zu untersuchen, ob und unter welchen Umständen ein Reiz erregend oder ob und wann er lähmend wirkt. Nur ein systematisches Studium mit Berücksichtigung

dieser Punkte kann zur Erkenntniss **allgemeiner** Reizgesetze für die lebendige Substanz führen, die uns trotz der zahllosen Einzelerfahrungen über die Wirkungen der Reize auf die verschiedensten Zellen, Gewebe, Organe fast noch vollständig fehlt. Von diesen Gesichtspunkten aus habe ich auch an dem ausgezeichneten Versuchsmaterial des Rothen Meeres einige Reihen von Reizversuchen unternommen, die indessen noch eine bedeutend weitere Ausdehnung erfordern.

Eine Versuchsreihe wurde durch die Frage veranlasst, ob Stoffe, die in chemischer Hinsicht als Gegensätze betrachtet werden, wie Säuren und Basen, auch in physiologischer Beziehung antagonistische Wirkungen haben, eine Frage, die besonders durch die antagonistischen Wirkungen des galvanischen Stromes am Muskel, an Nerven und anderen Formen der lebendigen Substanz nahegelegt worden ist. Meine Versuche beschränkten sich freilich nur auf die Wirkung von Kalihydrat, Schwefelsäure und Kalisulfat. Das Ergebniss dieser Versuche war, dass alle drei Stoffe in einer Concentration, in der sie überhaupt wirksam sind, **contractorische** Erregungserscheinungen erzeugen und bei längerer Dauer schwacher Einwirkung schliesslich zu einer Starre (Lähmung) des Protoplasmas führen, die bisweilen durch Abspülen der Objecte mit frischem Meerwasser wieder gelöst werden konnte. Am stärksten wirksam erwies sich die Schwefelsäure, während von der Kalilauge eine höhere Concentration nöthig war, um die Erregungserscheinungen zu erzielen. Indessen lässt sich der Concentrationsgrad nicht genauer angeben, da ein grosser Theil der Kalilauge von Bestandtheilen des Meerwassers selbst chemisch in Anspruch genommen wird.

Eine zweite Versuchsreihe bezog sich auf die Wirkung des Chloroforms auf die Protoplasmabewegung. Auch hier zeigt sich eine ganz ähnliche Wirkung wie die oben beschriebene. Das Chloroform, gleichgültig, ob es direct in Seewasser gelöst zur Anwendung kommt oder ob es in der ENGELMANN'schen Gaskammer auf das Object einwirkt, erzeugt zunächst ein sehr deutlich ausgesprochenes Stadium contractorischer Erregung, dann vollständiger Lähmung (Narkose, Starre). Die Pseudopodien zeigen dabei, je nachdem das Chloroform in schwacher oder starker Concentration, allmählich oder schnell einwirkt, ein verschiedenartiges Aussehen, das ich im einzelnen an einem andern Orte genauer beschreiben werde. Sehr bemerkenswerth ist die typische Spindel- und Tröpfchenbildung des Protoplasmas bei stärkerer Einwirkung. Die Pseudopodien nehmen dann ihr charakteristisches perlschnurartiges Aussehen an, das ein Ausdruck starker contractorischer Erregung ist. Sehr interessant ist die vollständige Übereinstimmung der Bilder, die man an *Orbitolites*, *Rhizoplasma* u. s. w.

bei Chloroformnarkose bekommt, mit den Bildern, die von anderen Autoren, neuerdings sehr eingehend von Demoor bei den Neuronen des Wirbelthiergehirns als Wirkung von Narcoticis oder elektrischer Gehirnreizung beschrieben und abgebildet worden sind. Die Gleichheit der Erscheinung ist äusserst frappant. Auswaschen mit frischem Seewasser hebt die Narkose allmählich wieder auf, falls sie nicht zu weit getrieben worden war.

Eine dritte Versuchsreihe schliesslich beschäftigte sich mit der Wirkung verschiedener Temperatur auf die Protoplasmabewegung, besonders bei *Rhizoplasma* und *Amphistegina.* Diese Versuche wurden hauptsächlich unternommen, um die Frage zu beantworten, wie es kommt, dass verschiedene Reize (chemische, photische, thermische) wenn sie einseitig einwirken, bei geringerer Intensität einen positiven, bei höherer einen negativen Chemo-Helio-Thermotropismus gewisser einzelliger und vielzelliger Organismen erzeugen. Speciell vom Wärmereiz sind solche Wirkungen schon aus früheren Arbeiten von Stahl, Mendelssohn und mir bekannt gewesen, und es kam mir nunmehr darauf an, das diesem Umschlag der Wirkung bei steigender Intensität zu Grunde liegende Princip an den einfachsten Objecten aufzudecken. Bei diesen Versuchen hat sich herausgestellt, dass die verschiedene Wirkung niedrigerer und höherer Temperatur auf die Bewegungsrichtung der Zelle in einer verschiedenen Beeinflussung der beiden Phasen der Protoplasmabewegung begründet ist, in der Weise, dass das Maximum der Erregung für beide in verschiedenen Temperaturhöhen gelegen ist. Zunächst nimmt mit steigender Temperatur die Erregung der Expansionsphase bedeutend schneller zu als die der Contractionsphase, d. h. die Pseudopodien werden immer lebhafter ausgestreckt und verlängert. Dann beginnt die Erregung der Expansionsphase abzunehmen, während die der Contractionsphase noch steigt. Nachdem der Gleichgewichtspunkt überschritten ist, wird die Differenz zu gunsten der contractorischen Erregung immer grösser, bis die contractorische Erregung ihren Höhepunkt ebenfalls überschritten hat und der expansorischen schliesslich auch die contractorische Lähmung folgt. Dann besteht Wärmestarre. Wird dann abgekühlt, so tritt nach 15—20 Minuten wieder Bewegung auf, und zwar, was sehr bemerkenswerth ist, fliesst alles wärmestarr gewesene Pseudopodienprotoplasma centripetal, bis erst allmählich vom centralen Zellkörper her frische centrifugale Massen auf den Pseudopodien entlangströmen und so wieder zu einer weiteren Ausstreckung der in der Einziehung begriffenen Pseudopodien führen. Das Optimum der Bewegung, d. h. der Temperaturgrad, bei dem Expansionsphase und Contractionsphase gleich

stark erregt sind, liegt für *Rhizoplasma* etwa zwischen 30° und 32° C., für *Amphistegina* etwa um 1–2° höher. Unterhalb dieser Temperatur überwiegt die Expansion, oberhalb die Contraction. Hiernach liegt die Ursache für die Umkehr des positiven in den negativen Thermotropismus beim Überschreiten einer gewissen Temperaturgrenze auf der Hand. Unterhalb des Optimums muss ein Hinfliessen des Protoplasmas nach der Wärmequelle stattfinden wegen der überwiegenden Expansion nach der wärmeren Seite, oberhalb des Optimums muss ein Wegfliessen des Protoplasmas von der Wärmequelle eintreten wegen der überwiegenden Contraction an der wärmeren Seite. Es kann kein Zweifel mehr sein, dass die Umkehr der Bewegungsrichtung mit steigender Intensität auch im Gebiet der anderen Reizqualitäten auf einer ungleichen Beeinflussung der beiden antagonistischen Bewegungsphasen beruht, und damit ist die Lösung des letzten wichtigen Problems in der allgemeinen Mechanik der bewegungsrichtenden Reizwirkungen gegeben. Die Analyse dieser früher so räthselhaften Erscheinungen in jedem einzelnen Fall ist nunmehr bei genügender Kenntniss der speciellen Factoren eine rein mechanische Aufgabe.

Ausser den hier mitgetheilten Untersuchungen machte ich ferner eine Studie über den körnigen Zerfall des Protoplasmas bei der Nekrobiose der Zelle, sowie eine Untersuchung über die polaren Wirkungen des galvanischen Stromes auf die oben genannten Rhizopodenzellen. Die Ergebnisse dieser beiden Arbeiten sind bereits in PFLÜGER's Archiv Bd. 62 und 63 ausführlich mitgetheilt.

Neben meinen physiologischen Studien habe ich, wo sich Gelegenheit dazu bot, nicht versäumt, auch anderen Erscheinungen in dem so wenig gekannten und in vielfacher Beziehung so ungemein interessanten Lande, in dem ich reiste, meine Aufmerksamkeit zuzuwenden. Besonders waren es die geologischen Verhältnisse, für die ich aus dem Anfang meiner Studienzeit stets ein lebhaftes Interesse bewahrt habe, welche mich in hohem Grade fesselten. Über die geologische Wirkung des wehenden Wüstensandes auf feste Gesteine habe ich schon eine Mittheilung im Neuen Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Palaeontologie, Jahrg. 1896, Bd. I gemacht. Eine grosse Sammlung von Petrefacten aus den tertiären bis recenten Ablagerungen der Inseln und Küsten des nördlichen Rothen Meeres, die besonders über die Entstehungsgeschichte des Rothen Meeres mancherlei Aufschlüsse verspricht, ist bisher noch nicht bearbeitet worden. Dagegen sind eine Reihe von altarabischen Felseninschriften vom Djebel



Nakûs, die ich photographisch aufgenommen habe, bereits von Geheimrath STICKEL behandelt worden (vergl. Zeitschr. der deutschen morgenländ. Gesellschaft, Bd. L S. 84), und ihre Untersuchung wird augenblicklich nach STICKEL's Tode von Prof. M. HARTMANN in Berlin weiter fortgeführt.

Am 30. März verliess ich mit einer kleinen Karawane in Begleitung meiner Reisegefährten mein bisheriges Standquartier in El-Tôr und brach nach dem Innern der Sinaï-Halbinsel auf. Eine zwölftägige Kamelreise führte uns durch das Wâdi es-Slêh ins Gebirge nach dem alten Kloster der heiligen Katharina, von hier nach der Oase Feirân und der Ruinenstätte des alten Pharan, dann weiter durch das Wâdi Mukatteb mit seinen nabatäischen Felseninschriften zu den altaegyptischen Türkisminen des Wâdi Maghâra und schliesslich über die in majestätischer Einsamkeit gelegenen Heiligthümer des Sarbût-el-Châdem und den Norden der Halbinsel nach Suez. Dem Kaiserlich Deutschen Consul, Hrn. TH. MEYER in Suez, der mich bereits während meiner ersten Reise in weitgehendstem Maasse unterstützt und für mich auch wieder während der ganzen Zeit meiner letzten Reise in aufopferndster Weise gesorgt hat, möchte ich ebenfalls zum Schluss meinen wärmsten Dank für sein liebenswürdiges Entgegenkommen aussprechen.

Über den Gebirgsbau der Radstädter Tauern.

Von Prof. Dr. F. Frech
in Breslau.

(Vorgelegt von Hrn. Dames am 22. October [s. oben S. 1031].)

Der Gebirgsbau der östlichen Centralalpen ist schwer zu entwirren, da nur wenige Profile die normale Aufeinanderfolge der alten Schiefer erkennen lassen, und da ferner der Gebirgsdruck eine weitgehende Umwandlung der Gesteine bedingt hat. Nur die Auflagerungen oder Einfaltungen von Triaskalk gewähren dem Forscher die Möglichkeit, auch die Zusammensetzung der Unterlage und damit den Bau des Gebirges zu enträthseln.

Zwei Gebiete sind vor allem in dieser Hinsicht von Bedeutung:

1. die etwa an der Grenze von Hohen und Niederen Tauern gelegenen Kalk- und Dolomitmassen der Radstädter Tauern, welche den kaum unterbrochenen Zug der Kalkberge vom Draugstein (östlich von Gastein und Gross-Arl) bis zur Steirischen und Lungauer Kalkspitz (südlich von Schladming) sowie die südliche vorgelagerte Kalkmasse des Hochfeind umfassen;

2. die Kalke und Dolomite der Tiroler Centralalpen zwischen dem Ötzthaler (St. Martin am Schneeberg in Passeier) und Zillerthaler Hochgebirge zu beiden Seiten der Brennerstrasse (Kalkkögel, Serles, Tribulaun, Kalkwandstange, Schober, Tarnthaler Köpfe).

Nachdem die Aufnahme des letztern Gebietes in den Jahren 1892–1894 vollendet worden ist[1], habe ich im Sommer 1895 die Untersuchung der Radstädter Tauern begonnen, und stelle im folgenden die bisherigen Ergebnisse kurz zusammen.

Die Aufnahme wurde ermöglicht durch eine Subvention der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, für deren Gewährung ich meinen ehrerbietigen Dank ausspreche.

Bei der Ausführung der Arbeiten wurde ich von den HH. Eduard Suess und Edmund von Mojsisovics in zuvorkommendster Weise durch

[1] Die Bearbeitung der mit Subventionen des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins ausgeführten Kartirung wird demnächst erscheinen.

mündliche Mittheilungen und die Überlassung von Tagebüchern und Zeichnungen gefördert.

Die Auffassungen des Gebirgsbaues, welche die genannten beiden Geologen durch ihre nicht zum Abschluss gelangten Untersuchungen des Radstädter Gebietes gewonnen hatten, weichen in wesentlichen Beziehungen von einander ab. Der Nachweis, dass diese Abweichungen durch den verschiedenen tektonischen Charakter von zwei unmittelbar benachbarten Gebieten hervorgerufen werden, verdient daher besonders hervorgehoben zu werden.

Wer das Taurachthal zwischen Gnadenalp und Untertauern untersucht, kann sich in ein Bruchgebiet der Kalkalpen versetzt glauben, während das Hochgebirge zwischen Tauernhöhe und dem Windfeld die grossartigsten Faltungsbilder birgt, die überhaupt im Gebiete der Ostalpen bekannt sind.

Nach den Übersichtsaufnahmen von Stur[1] und Peters[2] wurde im Anfang der achtziger Jahre das Radstädter Gebiet durch M. Vacek sehr eingehend und sorgfältig kartirt[3]. Er sucht die mannichfaltigen Unregelmässigkeiten der Lagerung ausschliesslich durch Unterbrechung der Meeresabsätze, Transgression und discordante Anlagerung an ein altes Relief zu erklären. Bei der vollkommenen Verschiedenheit des Standpunktes sehe ich von einer Discussion der Ansichten Vacek's ab und verweise auf die folgende Darstellung und die ihr beigegebenen Abbildungen.

Die tektonisch-stratigraphischen Berührungspunkte zwischen den räumlich weit getrennten Radstädter Tauern und dem Brennergebiet sind zahlreich und augenfällig: in beiden Fällen erfüllt eine fast die ganze Breite der Hauptkette einnehmende Masse von halbkrystallinen, praecambrischen Schiefern die orographische Einsenkung, in der die Triaskalke der Denudation entgehen konnten. Nur in geringer Ausdehnung lagert die Trias dem archaeischen Glimmerschiefer auf, und nirgends ist ein Contact derselben mit dem »Centralgneiss« aufgeschlossen.

Am Brenner wie bei Radstadt sind die Triasgesteine des Nordabhangs von ausgedehnten, nordwärts oder nordostwärts gerichteten Überschiebungen[4] betroffen worden.

---

[1] Stur, Jahrb. G. R. A. 1854, S. 833—836 (Geol. Beschaffenheit der Centralalpen zwischen Hoch-Golling und dem Venediger).

[2] Ibid. S. 808—818 (Die geologischen Verhältnisse der Nordseite der Radstädter Tauern).

[3] M. Vacek, Jahrb. G. R. A., 1884, S. 609 (Beitrag zur Geologie der Radstädter Tauern).

[4] Um einem neuerdings geäusserten Zweifel zu begegnen, sei hervorgehoben, dass die Einzelaufnahme des in der Fortsetzung der Tarnthaler Köpfe liegenden Stei-

Unterschiede bestehen darin, dass die im Pflerschthal bei Gossensass beobachteten, südwärts gerichteten Überfaltungen in der ähnlich gelegenen Hochfeindgruppe noch nicht haben nachgewiesen werden können. Ferner fehlen die auf eine jüngere Periode der Gebirgsbildung bezogenen Senkungsbrüche des Taurachthales am Brenner vollkommen.

A. Die Schichtenfolge der Radstädter Tauern.

Das Urgebirge und die praecambrische Schieferhülle.

Nach den Angaben verschiedener Beobachter zeigen die krystallinen Schiefer der Ostalpen durchweg eine in den Grundzügen übereinstimmende Gliederung.

I. Der Gneiss mit der oberen Grenzzone des Albitgneisses bildet südlich von Schladming eine flache Aufwölbung und geht nach oben zu unmerklich (z. B. an den Giglachseen) in den

2. Glimmerschiefer[1] über; derselbe besitzt erheblichere Ausdehnung, ist aber schwierig, vor allem gegen den Thonglimmerschiefer abzugrenzen (Fig. 1).

Discordant über beiden lagern:

II. die meist halbkrystallinen Gesteine der Schieferhülle. Dieselben sind bei deutlich sedimentären Lagerungsformen selbst dort, wo Kalke und Schiefer wenig verändert sind, gänzlich versteinerungsleer und somit am besten der praecambrischen Formationsreihe zuzuweisen. Nur der nivellirende Gebirgsdruck macht den Thonglimmerschiefer dem Glimmerschiefer ähnlich. Der Versuch, die Schieferhülle in toto dem Palaeozoicum zuzuweisen, kann nicht als geglückt angesehen werden; denn die versteinerungsführenden, palaeozoischen Bildungen sind zumeist auch petrographisch kenntlich.

3. Das Liegende bilden die zuweilen fehlenden — z. B. im Norden des Radstädter Kammes kaum angedeuteten — Hornblendegesteine; die im Lungau mächtig entwickelten Hornblendegneisse dürften hierher gehören[2].

4. Das am besten kenntliche, meist die verwandten Gesteine an Wichtigkeit überragende Gebirgsglied ist der Kalkphyllit, aus

---

nacher Joches (1894) die zwei Jahre früher geäusserten Anschauungen durchaus bestätigt hat.

[1] VACEK a. a. O. S. 611–615.

[2] Am Brenner gehören die Hornblendegesteine zweifellos zur Schieferhülle, und die geologische Karte des obern Murthales (Blatt St. Michael 1/75000 im Handcolorit der G. R. A.) gibt derselben Anschauung Ausdruck.

Nakûs, die ich photographisch aufgenommen habe, bereits von Geheimrath Stickel behandelt worden (vergl. Zeitschr. der deutschen morgenländ. Gesellschaft, Bd. L S. 84), und ihre Untersuchung wird augenblicklich nach Stickel's Tode von Prof. M. Hartmann in Berlin weiter fortgeführt.

Am 30. März verliess ich mit einer kleinen Karawane in Begleitung meiner Reisegefährten mein bisheriges Standquartier in El-Tôr und brach nach dem Innern der Sinaï-Halbinsel auf. Eine zwölftägige Kamelreise führte uns durch das Wâdi es-Slêh ins Gebirge nach dem alten Kloster der heiligen Katharina, von hier nach der Oase Feirân und der Ruinenstätte des alten Pharan, dann weiter durch das Wâdi Mukatteb mit seinen nabatäischen Felseninschriften zu den altaegyptischen Türkisminen des Wâdi Maghâra und schliesslich über die in majestätischer Einsamkeit gelegenen Heiligthümer des Sarbût-el-Châdem und den Norden der Halbinsel nach Suez. Dem Kaiserlich Deutschen Consul, Hrn. Th. Meyer in Suez, der mich bereits während meiner ersten Reise in weitgehendstem Maasse unterstützt und für mich auch wieder während der ganzen Zeit meiner letzten Reise in aufopferndster Weise gesorgt hat, möchte ich ebenfalls zum Schluss meinen wärmsten Dank für sein liebenswürdiges Entgegenkommen aussprechen.

bilden orographisch scharf hervortretende, im Streichen weithin verfolgbare Züge (Strims, Gaisstein, Spatzeck), die Einlagerungen im obern Theile des Quarzphyllits zu bilden scheinen. Die mächtige Entwickelung dieser »Radstädter Quarzite«, die anderwärts, z. B. am Brenner, nur angedeutet sind, ist wichtig für die Radstädter Tauern.

Während das Auftreten der genannten Gesteine in unserm Gebiet keinem Zweifel unterliegt, ist die Vertheilung derselben schwierig zu erforschen. Ganz abgesehen von der prekären und nur durch zahlreiche Begehungen festzustellenden Trennung des alten Glimmerschiefers von dem Quarzphyllit gibt auch der Kalkphyllit zu mancherlei Zweifeln Anlass. Wenn Mergel und Kalke der Trias in Folge starken Gebirgsdruckes halb- oder ganzkrystalline Beschaffenheit annehmen, wird die Unterscheidung von den gleichartigen Gesteinen der Schieferhülle ausserordentlich schwierig; Quarzflasern und Sericitschuppen treten sehr häufig, ausgebildete Glimmertafeln zuweilen in diesen Triasgesteinen auf. Es darf daher nicht Wunder nehmen, dass diese mesozoischen Gesteine von älteren und jüngeren Autoren zur Schieferhülle gestellt sind, oder dass umgekehrt die Zugehörigkeit der gesammten Kalkphyllite zur Trias befürwortet worden ist. Das sichere Kriterium des Vorkommens organischer Reste kann in den Radstädter Tauern häufiger als sonst herangezogen werden; wenn man die so gekennzeichneten Gesteinszüge kartographisch festlegt und im Streichen verfolgt, wird kaum je ein Zweifel über die Altersstellung möglich sein, selbst dort nicht, wo phyllitähnliche und marmorisirte Triasgesteine dem Kalkphyllit unmittelbar auflagern (Schwarzeck-Hochfeind).

Die im ersten Sommer noch nicht durchführbare Abgrenzung der altkrystallinen Gesteine von einander ist vor allem deshalb wichtig, weil die Streichrichtung und Vertheilung derselben häufig in keiner Beziehung zu dem Verlauf der heutigen Gebirgszüge steht und somit auf uralte tektonische Bewegungen hindeutet.

Versteinerungsführende, palaeozoische Bildungen sind in dem Gebiet der Radstädter Tauern noch nicht nachgewiesen.

III. Das triadische Kalkgebirge. 6. Auf das Vorhandensein von Werfener Schichten deutet eine ältere Musealnotiz von FRANZ

---

merschiefer und Quarzphyllit maassgebend, die nur durch weitere Begehungen erfolgen kann.

von Hauer hin, der das Vorkommen von Gyps im obersten Ennsthal angibt. Dass die im Nordwesten unseres Gebiets mächtig entwickelten Vertreter des deutschen Buntsandsteins sich zu einem Complex von sehr geringer Mächtigkeit auskeilen, wird auch in der Dachstein-Ramsau beobachtet. Der Gyps, das »Leitfossil« der Werfener Schichten des Nordostens, findet sich auch hier wieder.

7. Der **Diploporendolomit** dürfte zum Theil dem Muschelkalk, jedenfalls aber der ganzen unteren (»Tirolischen«) Abtheilung der Alpentrias[1] bis zu den Carditaschichten ausschliesslich, also vor allem dem Wettersteinkalk und Schlerndolomit entsprechen. Ein sehr reiner, meist ziemlich deutlich geschichteter, in dislocirten Partien breccienartig entwickelter, weisser Dolomit enthält vereinzelt Durchschnitte von Gastropoden und häufig solche von Diploporen: Lungauer Kalkspitz, Zehnerkar, Pleisslingalp, Hirschenwand (E. Suess), Weg zur Mittereggalp und Mandling[2].

7[a]. Auf die Vertretung von Muschelkalk deuten verschiedenartige Gesteine (ohne Fossilien), die in geringer Mächtigkeit an der Basis des Dolomits (oder in dislocirter Stellung) auftreten. Verbreiteter ist **Rauchwacke** und Zellendolomit, so an der Basis des Dolomits der Grosswand, an der Taferlscharte, am Windfeld (Grünspitz) und der Mooshütte unweit Untertauern. Nur vereinzelt (im östlichen Gehänge des untern Zauchthales) wurde schwarzer Plattenkalk mit weissen Kalkspathadern (= Guttensteiner Kalk) beobachtet.

8. Der **Pyritschiefer**, ein dunkeler, fein geschichteter Kalkschiefer mit zahlreichen Pyritwürfeln und eingelagerten schwärzlichen Kalkbänken (Fig. 2) bildet den oft bis 100^m mächtigen Grenzhorizont zwischen dem Diploporen- und dem Hauptdolomit. Die stratigraphische Stellung entspricht also den nordalpinen Carditaschichten, deren Leitfossil *Cardita crenata* (nebst anderen Resten[3]) als seltenes Vorkommen von Vacek erwähnt wird.

Pyritschiefer erscheinen, wie meine Beobachtungen in den fast ungestört lagernden Triasbildungen des Stubai (Saile) ergeben haben,

---

[1] Die neuerdings vorgeschlagene Bezeichnung Ramsaudolomit (von der Berchtesgadener Ramsau) muss vor allem deshalb Anlass zu Missverständnissen geben, weil über der Steirischen (bei Schladming gelegenen) Ramsau der obere oder Dachsteindolomit die Südwände des gleichnamigen Gebirgsstockes bildet.

[2] Vom Raucheneckkar am Mosermandl (2500^m) hat von Gümbel *Gyroporella debilis* beschrieben, die hier in grauem Dolomit vorkommt und ausserdem in dem tiefern (Schlern- oder Wetterstein-) Dolomit an der Mendel und im Piemontesischen gefunden ist (Verh. d. G. R. A., 1882, S. 289).

[3] A. a. O. S. 032 werden von der Gamsleitenspitz noch erwähnt: *Avicula Gea* d'Orb., *Myacites brevis* und *longus*, *Chemnitzia* sp., sowie kleine an *Neritopsis* oder *Fossariopsis* erinnernde Formen.

häufig als regellose Einlagerungen in verschiedenen Horizonten des Kalkes. Auch die Aufschlüsse an der Gnadenalp, bei Obertauern und Tweng berechtigen zu demselben Schlusse. Da jedoch der in geringer Entfernung liegende Diploporendolomit des Pleisslingkeils keine Einlagerungen enthält, ist die an sich unwahrscheinliche Möglichkeit nicht auszuschliessen, dass die zahlreichen (5–6) Züge von Pyritschiefer die durch Dislocationen bedingten Wiederholungen eines oder weniger Lager seien. Aber auch der Facieswechsel innerhalb kurzer Strecken wäre für die Alpentrias nichts Ungewöhnliches und

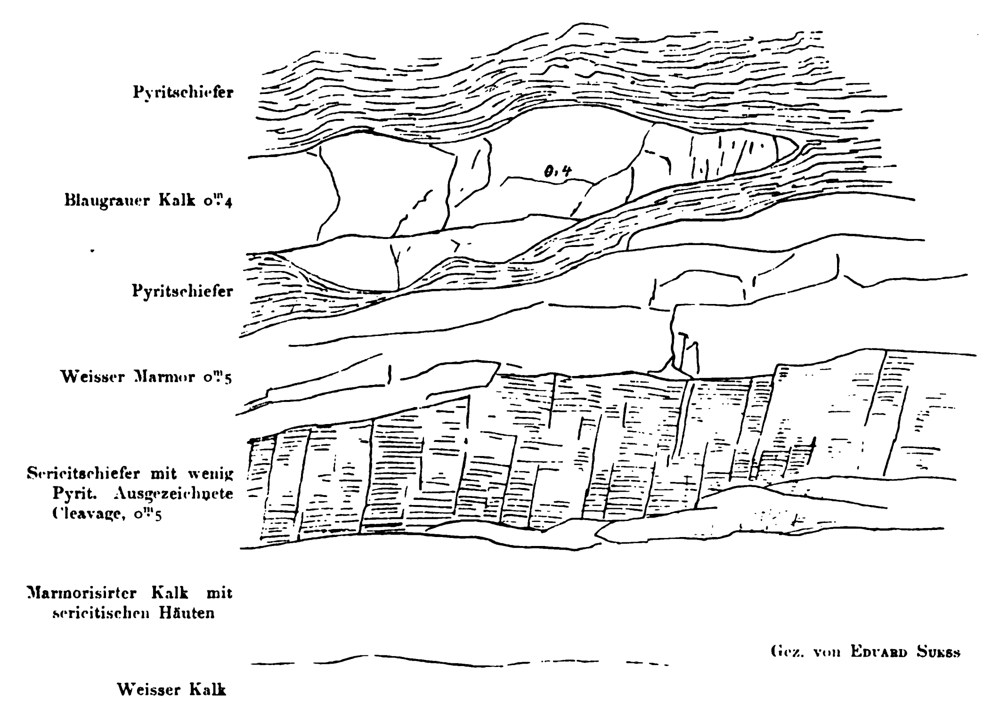


Fig. 2. Profil (ganze Mächtigkeit 2–3^{m}) durch den Pyritschiefer oberhalb der Brettsteinalp. Runse rechts von der Alphütte, Tauernhöhe. Die Marmorisirung ist bedingt durch die Nähe des Taurachbruches. Einfallen 70–80° nach SSO.

ist bei denselben Gesteinen — Kalk und Pyritschiefer — in einem klaren, jeden Zweifel ausschliessenden Profil von mir beobachtet worden: wie die Figur S. 78[1] der »Tribulaungruppe am Brenner« erkennen lässt, besteht die Wand des Grossen Tribulaun aus flach gelagertem, reinem Kalk; in geringer Entfernung bei der Schwarzen Wand (und Lendenfeldspitz) schieben sich zwei weithin sichtbare, über einander liegende Schieferzungen in denselben ein. Dasselbe Einschieben und Auskeilen beobachtet man am Obernberger Tribulaun.

[1] Festschrift für Ferd. von Richthofen. Berlin 1893.

Im Vergleich mit den Radstädter Tauern würde der Pleisslingkeil dem Grossen Tribulaun, Lendenfeldspitz (und Obernberger Tribulaun) der Glöcknerin entsprechen.

Abgesehen von den häufigen Einlagerungen brauner und gelber, häufig glimmerartiger Kalkbänke (Fig. 3) finden sich in dem Pyritschiefer, als integrirende Theile desselben, noch andere verschiedenartige Gesteine:

a) rother und weisser Crinoidenkalk (Zehnerkar beim Anstieg zur Glöcknerin, Gamsleiten);

b) Gervillienschiefer oder Mergelkalk mit massenhaften, meist unbestimmbaren Durchschnitten von verschiedenen Zweischalern (s. o.) von denselben Fundorten;

c) Marmor mit Thecosmilien, deren äussere Form wohl erhalten ist, während die innere Structur vernichtet war (Zehnerkar);

d) Schwarzeckconglomerat. Im SO. der gleichnamigen Gipfel (Fig. 6 und 7) steht in mächtigen Bänken ein dunkeles, aus grossen



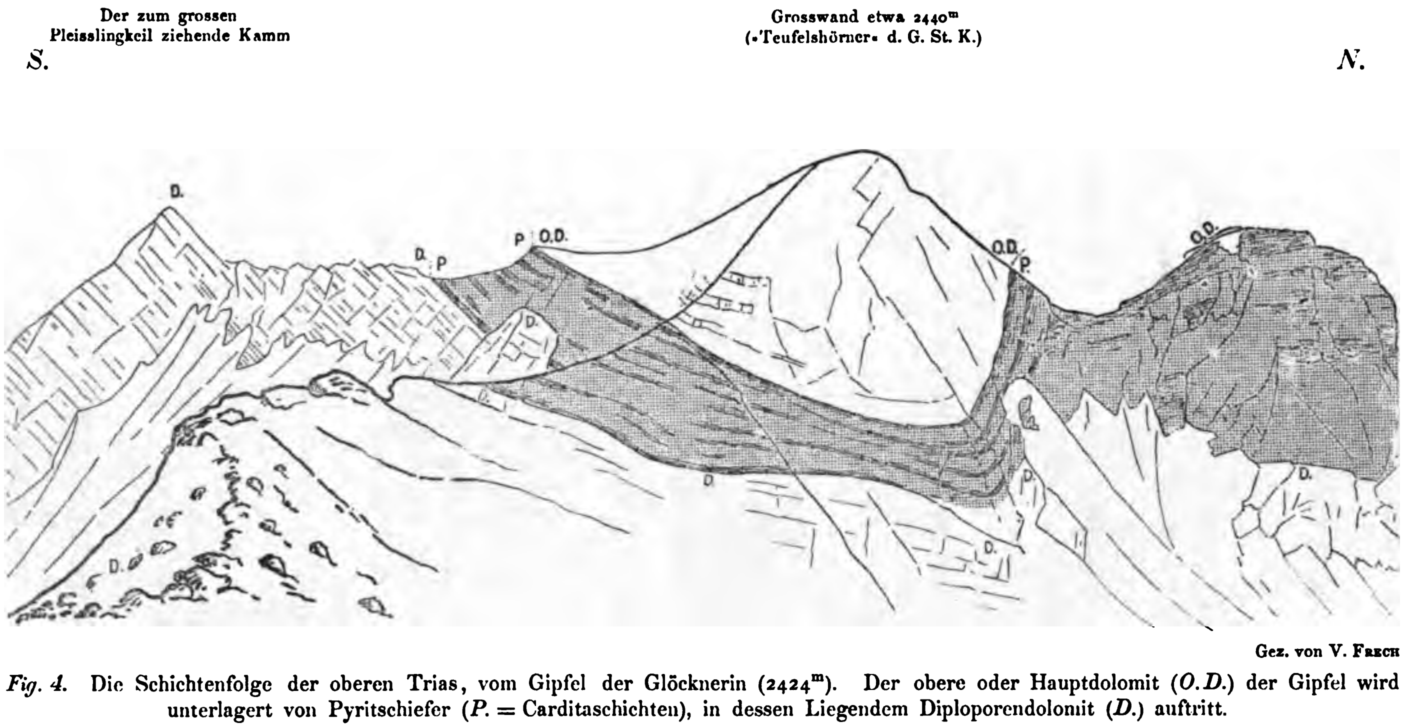
Fig. 3. Eingefaltete Pyritschiefer (*P.* schwarzer Pyritschiefer, *gP.* gelber Pyritschiefer mit Glimmerblättchen) im Dolomit (*D.*) »Am Thor« vom Zehnerkar.

Urgebirgsgeröllen bestehendes Conglomerat an, das ausserdem als kartographisch abtrennbare Einlagerung am Schwarzsee (Fig. 6) und Windfeld auftritt.

9. Der in seiner Stellung bisher verkannte Hauptdolomit, ein ungeschichteter oder fast ungeschichteter, versteinerungsleerer Dolomit, bildet an den Teufelshörnern (d. G. St. K. = Grosswand der Umwohner), an der Glöcknerin, Zehnerkarspitz und Kesselspitz das normale Hangende des Pyritschiefers (vergl. besonders Fig. 3 und 4).

Jurassische Gesteine sind als kartographisch abtrennbare Bildungen bisher noch nicht nachgewiesen. Doch hat Stur im Zehnerkar, also nahe dem jüngsten beobachteten Gliede der Trias, »Bruchstücke von unzweifelhaften Belemniten«[1] gesammelt, die darauf hinweisen würden, dass hier, wie im Brennergebiet, Denudationsreste von Lias übrig geblieben sind.

[1] Vacek a. a. O. S. 634.



Gez. von V. Frech

Fig. 4. Die Schichtenfolge der oberen Trias, vom Gipfel der Glöcknerin (2424^m). Der obere oder Hauptdolomit (*O.D.*) der Gipfel wird unterlagert von Pyritschiefer (*P.* = Carditaschichten), in dessen Liegendem Diploporendolomit (*D.*) auftritt.

Cretaceische Gosaubildungen sind in der Radstädter Gegend bisher nicht nachgewiesen worden. Allerdings kann Angesichts des unerwarteten Nummulitenfundes nicht behauptet werden, dass die Abwesenheit jüngerer Ablagerungen auch das Fehlen der entsprechenden Meeresbedeckung beweist.

10. Die kieseligen Nummulitenkalke, welche von 11. Thonen mit Pechkohle unterteuft werden[1], wurden bisher nur in räumlich geringfügigen Denudationsresten am Nordabhang des von Altenmarkt bis zum obersten Ennsthal streichenden Zuges von Diploporendolomit nachgewiesen.

Die Nummulitenkalke werden von v. Gümbel aus der dem Bahnhof Radstadt gegenüberliegenden Ziegelei beschrieben, wo ihr Vorkommen von den jeweiligen Abbauverhältnissen bedingt wird. Im Sommer 1895 konnte bei mehrmaligem Besuch nur der dem Diploporendolomit angelagerte, gypsführende Tertiärthon beobachtet werden. In Folge dessen war es unmöglich, das controverse Verhältniss desselben zu dem obereocänen Nummulitenkalk festzustellen[2].

12. Die glacialen Terrassenschotter (mit Lignitkohlen[3] bei Schladming), die alten Moränen, Schuttkegel, Flussterrassen und Alluvien enthalten nichts, was eine besondere Erwähnung in diesem vorläufigen Berichte erfordert.

Vergleich mit der Schichtenreihe des Brennergebietes.

Die Ähnlichkeit der Tektonik zwischen Radstädter und Brenner-Gebiet fordert auch zu einer stratigraphischen Vergleichung auf. Doch überwiegen hier die Verschiedenheiten die ähnlichen Züge. Die Beschaffenheit der archaeischen und praecambrischen Gesteine ist allerdings — wie in der ganzen Centralzone — in allen wesentlichen Beziehungen übereinstimmend. Nur die Hornblendeschiefer an der Basis der Schieferhülle sind in beiden Gebieten abweichend zusammengesetzt, und die Radstädter Quarzite am Brenner kaum angedeutet.

Hingegen sind bei Radstadt jüngere Steinkohlenbildungen nicht vorhanden und dyadische Ablagerungen noch nicht nachgewiesen. Ferner beruht die Ähnlichkeit der Trias vornehmlich auf dynamischer

---

[1] von Gümbel, Verh. d. K. K. geol. R. A., 1889, S. 231.

[2] Nach von Gümbel unterlagert der Thon das kalkig-kieselige Nummulitengestein, nach Vacek (a. a. O.) enthält der Thon Pflanzenreste, die von Ettingshausen als miocän bestimmt hat (*Glyptostrobus oeningensis*, *Daphnogene polymorpha* Ett., *Betula prisca* Ett., *Quercus Drymeja* Ung.).

[3] Vacek a. a. O. S. 634.

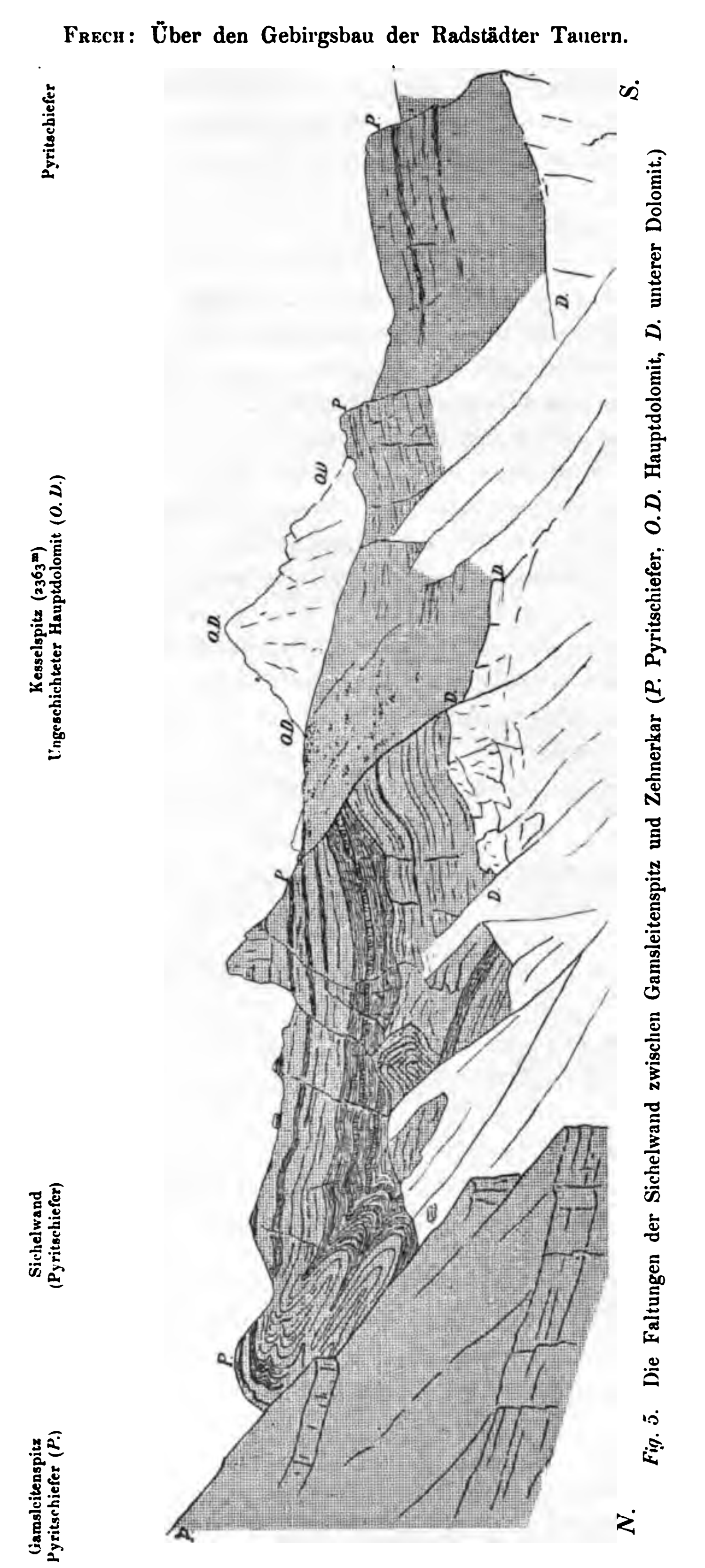


Fig. 5. Die Faltungen der Sichelwand zwischen Gamsleitenspitz und Zehnerkar (*P.* Pyritschiefer, *O. D.* Hauptdolomit, *D.* unterer Dolomit.)

Einwirkung: hier wie dort sind ganz- oder halbkrystalline Kalke und Dolomite, Pyritschiefer und phyllitisirte Mergel mit Quarzflasern — im Gegensatz zu den nördlichen und südlichen Kalkalpen — massenhaft vertreten.

Abgesehen von dieser durch spätere Einflüsse bedingten Ähnlichkeit sind grosse Verschiedenheiten vorhanden. In den Radstädter Tauern sind die Werfener Schichten angedeutet, die unteren (Diploporen- oder Radstädter) Dolomite mächtig entwickelt, die Carditaschichten gut, der Hauptdolomit nur in den Gipfelbildungen vertreten und der Lias zweifelhaft. In den Tiroler Centralalpen ist der Lias nachgewiesen, Kalkmassen vom Alter des Dachsteinkalkes und Hauptdolomites (Bajuvarische Abtheilung) sind in imponirender Mächtigkeit entwickelt, die Carditaschichten zweifelhaft und ältere Triashorizonte (Wettersteinkalk, Muschelkalk, Werfener Schichten) nicht nachweisbar.

Dass im Gebiete der Centralkette derartige Verschiedenheiten in der Entwickelung der Trias vorkommen, ist um so weniger wunderbar, als im Osten die nordalpine Entwickelung der älteren Trias südwärts bis in das Gailthaler Gebirge reicht.

B. Der Gebirgsbau.

Die alten Schiefer der Radstädter Tauern streichen — abgesehen von einem local auftretenden Verflächen der Lagerung und einer am Strimskogel beobachteten Umbiegung in SW.–NO. — ganz vorwiegend von NW. nach SO.[1] und sind ziemlich steil aufgerichtet. Die Triasdolomite besitzen eine wesentlich ruhigere Lagerung; doch machen sich in jedem guten Aufschlusse der Pyritschiefer deutliche Anzeichen der Faltung bemerkbar (Fig. 3 und 5).

Andererseits treten in dem Antlitze des Gebirges Brüche und Grabensenkungen ausserordentlich scharf hervor; ihre Deutlichkeit wird durch den landschaftlichen Gegensatz der alten Schiefer und Quarzite einer-, der Dolomite andererseits erhöht. Eine kurze Beschreibung der wichtigeren bisher beobachteten Erscheinungen wird von selbst auf die Erklärung hinführen.

Die Faltungserscheinungen sind sehr mannichfacher Art, aber nur dort deutlich zu beobachten, wo Triasdolomite in unmittelbaren Contact mit alten Gesteinen oder mit Pyritschiefern treten.

[1] Am deutlichsten prägt sich das Generalstreichen in der Verbreitung des Kalkphyllits aus, der in breitem, landschaftlich wohl gekennzeichnetem Zuge von St. Johann im Pongau nach SO. — nach St. Michael im Lungau — diagonal zum Längsstreichen der Centralkette hinüberzieht.

Erwähnt seien zunächst die Verfaltungen und Verknetungen im Kleinen, wie wir sie z. B. an der nördlichen Tauernthalstrasse unfern der Hohen Brücke (zwischen Dolomit und Pyritschiefer), im Lantschfeldthal am Weg zum Windfeld[1] und am Schwarzsee (»Kolsberger See« d. G. St. K.) zwischen Schwarzeckconglomerat und einem Thonschiefer der Kalkphyllitformation beobachten (Fig. 6).

Abgequetschte Kalkfetzen oder -keile im alten Schiefer (meist Kalkphyllit) sind zu beobachten: im Lantschfeld unter der Taferlscharte, oberhalb des Tappenkarsees, am Rosskopf im obersten Ennsthal und in der Mitte des Taurachthales nahe dem Hammerwirth.



Fig. 6. Mechanischer Contact zwischen dem triadischen Schwarzeckconglomerat und dem mechanisch in die Fugen eingepressten alten Thonschiefer. Beim Abstieg von den Kolsberger (oder Schwarz-) Seen zur Fuchsalp.

Ein eingefalteter Zug von älterm Quarzit erscheint im Triasdolomit gegenüber dem Thenfall an der Mündung des Lantschfeldthales und streicht wahrscheinlich durch die ganze Länge dieses Thales 9^{km} in westnordwestlicher Richtung bis zum Kesselkogel am Windfeld weiter. Hier ist die Einfaltung des fremdartigen quarzitischen Gesteines in die ziemlich steil nach Norden einfallenden Dolomite besonders deutlich.

Klar und scharf treten die Faltungserscheinungen dort hervor, wo Pyritschiefer von einiger Mächtigkeit zwischen die beiden Dolomitmassen eingeschaltet ist. Schöne Aufschlüsse dieser Art enthalten die jähen Wände zwischen Wildsee und Glöcknerin. Aber die grossartigsten Faltungsbilder umschliesst der Felscircus des Zehnerkars. Die vorstehend wiedergegebenen, theils von Eduard Suess, theils von mir gemachten Aufnahmen (Fig. 3 und 5) bedürfen kaum einer Erläuterung. Es sei nur hervorgehoben, dass der von den Umwohnern herrührende Name Sichelwand auf die Sichelgestalt der Falten hinweist.

[1] Der hier im Dolomit eingefaltete kurze Zug von Kalkphyllit konnte sogar kartographisch ausgezeichnet werden.

Faltungserscheinungen von weit bedeutenderer Ausdehnung umschliesst die dem Kalkzuge der Radstädter Tauern südlich vorgelagerte Gruppe des Hochfeind. An der Weisseneckscharte[1] hat Eduard Suess eine Überschiebung des Phyllits über Trias beobachtet[2]. Durch die Eigenart des landschaftlichen Bildes ausgezeichnet ist die unregelmässig verquetschte Synkline von Pyritschiefer, welche den NW.—SO. streichenden Hochgebirgskamm zwischen Zepsspitz, Schwarzeck und Hochfeind zusammensetzt. Der Hauptdolomit fehlt gänzlich.

Am Schwarzeck (Fig. 7) beobachtet man, dass dem aus Pyritschiefer bestehenden Hauptkamm im Süden ein aus Diploporendolomit aufgebauter Nebenkamm vorgelagert ist. Der Pyritschiefer schiesst

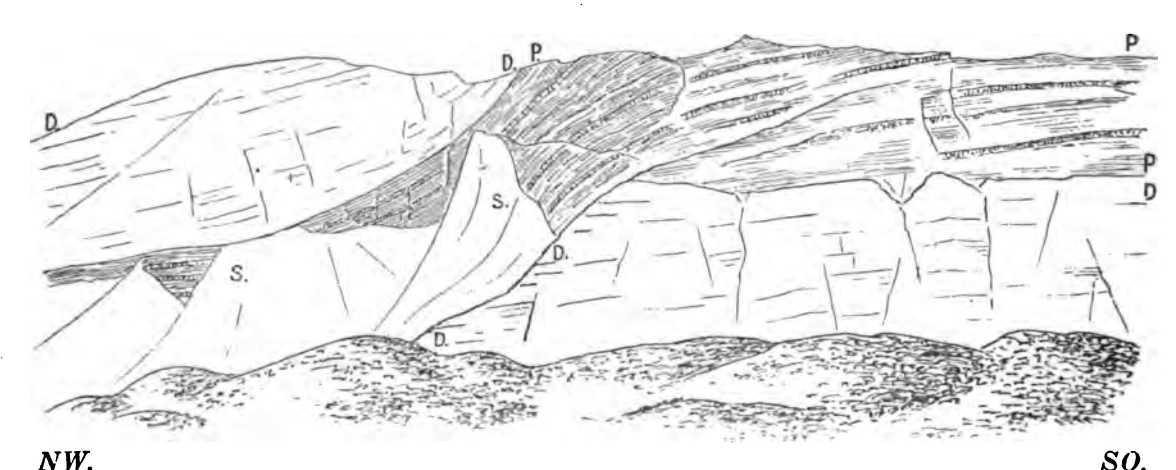


Fig. 7. Der Pyritschiefer (*P.*) bildet am Schwarzeck eine steil gestellte, unregelmässige Synkline zwischen zwei a[us] Dolomit bestehenden Zügen und setzt den NW.—SO. streichenden Hauptkamm (Mitte und SO.-Hälfte des Bilde[s]) zusammen. Der Dolomit (*D.*) bildet einen nach SW. abzweigenden Nebenkamm (← Hochfeind), unter den in Fol[ge] unregelmässiger Verquetschung der Pyritschiefer (bei *x*) einschiesst. Im Vordergrunde Moränenhügel. Lin[ks] Schutt (*S.*). Während des Aufstiegs zum Gipfel gezeichnet.

unter den Dolomit ein. Man könnte diese Lagerung so deuten, dass der Pyritschiefer die als Hauptdolomit aufzufassende Masse des Südkammes unterteufe und dass die ganze Schichtfolge nach SW. umgebogen sei.

Dem widerspricht einmal das überall beobachtete Hervortreten starker Pressung und Faltung, die saigere Aufrichtung der Schichten des Dolomites und die Zerknitterung der Pyritschiefer am Hochfeind

---

[1] An deren Besuch wurde ich durch schlechtes Wetter verhindert.

[2] Persönliche Mittheilung.

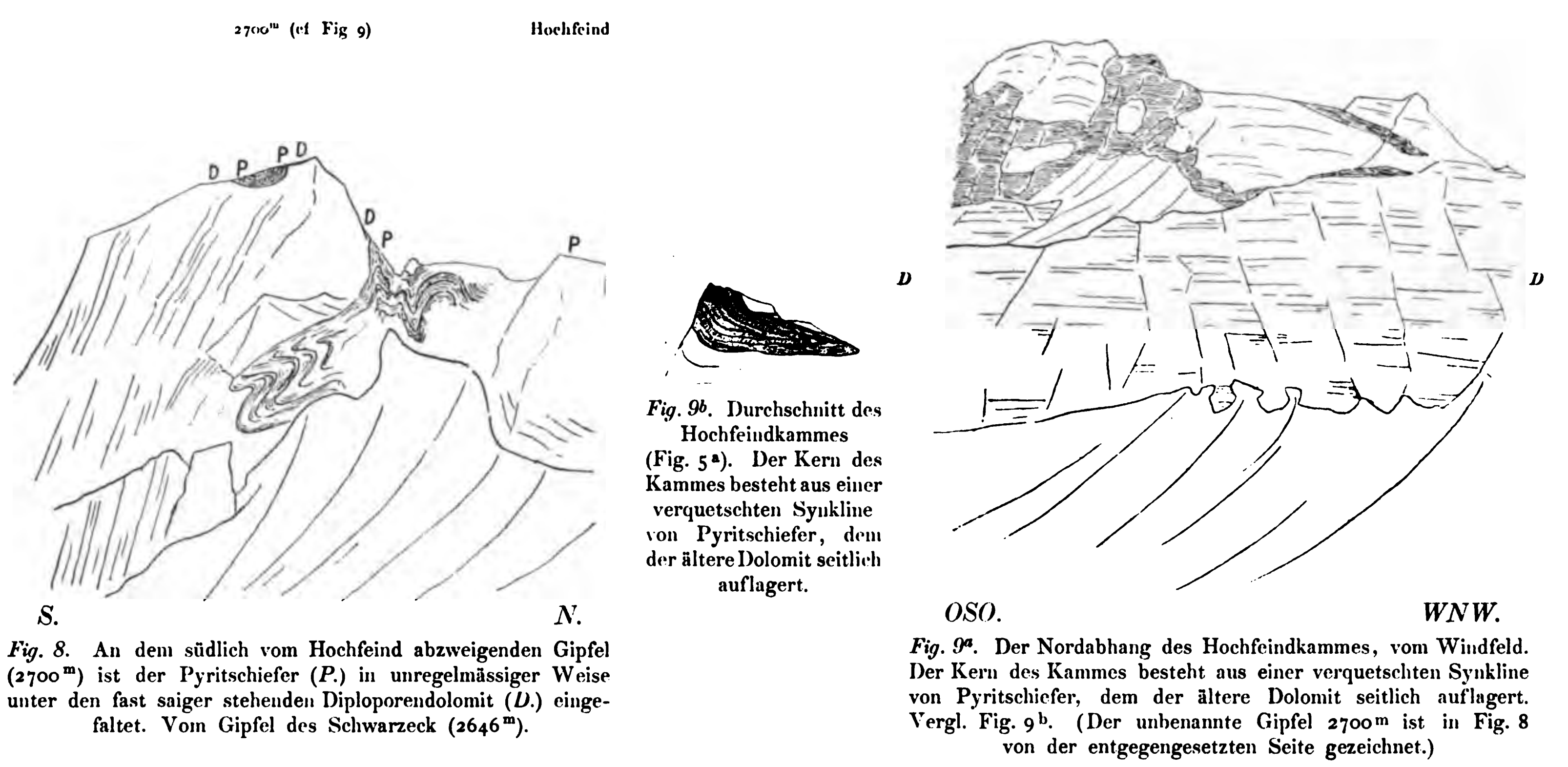


Fig. 8. An dem südlich vom Hochfeind abzweigenden Gipfel (2700 m) ist der Pyritschiefer (*P.*) in unregelmässiger Weise unter den fast saiger stehenden Diploporendolomit (*D.*) eingefaltet. Vom Gipfel des Schwarzeck (2646 m).

Fig. 9b. Durchschnitt des Hochfeindkammes (Fig. 5a). Der Kern des Kammes besteht aus einer verquetschten Synkline von Pyritschiefer, dem der ältere Dolomit seitlich auflagert.

Fig. 9a. Der Nordabhang des Hochfeindkammes, vom Windfeld. Der Kern des Kammes besteht aus einer verquetschten Synkline von Pyritschiefer, dem der ältere Dolomit seitlich auflagert. Vergl. Fig. 9b. (Der unbenannte Gipfel 2700m ist in Fig. 8 von der entgegengesetzten Seite gezeichnet.)

(Fig. 8), sowie die Ausbildung eigenthümlicher, durch den Druck bedingter, oft über 1^m langer Griffelkalke auf der Schwarzeckspitze: vor allem ist der Nordabhang ganz eigenartig aufgebaut (Fig. 9[a]). Dem aus steilgestellten Pyritschiefern bestehenden Kamme sind Dolomitmassen breit vorgelagert (bei *DD*). Auf dem obern Steilabsturz der Pyritschiefer kleben scheinbar weniger ausgedehnte Dolomitschollen, die

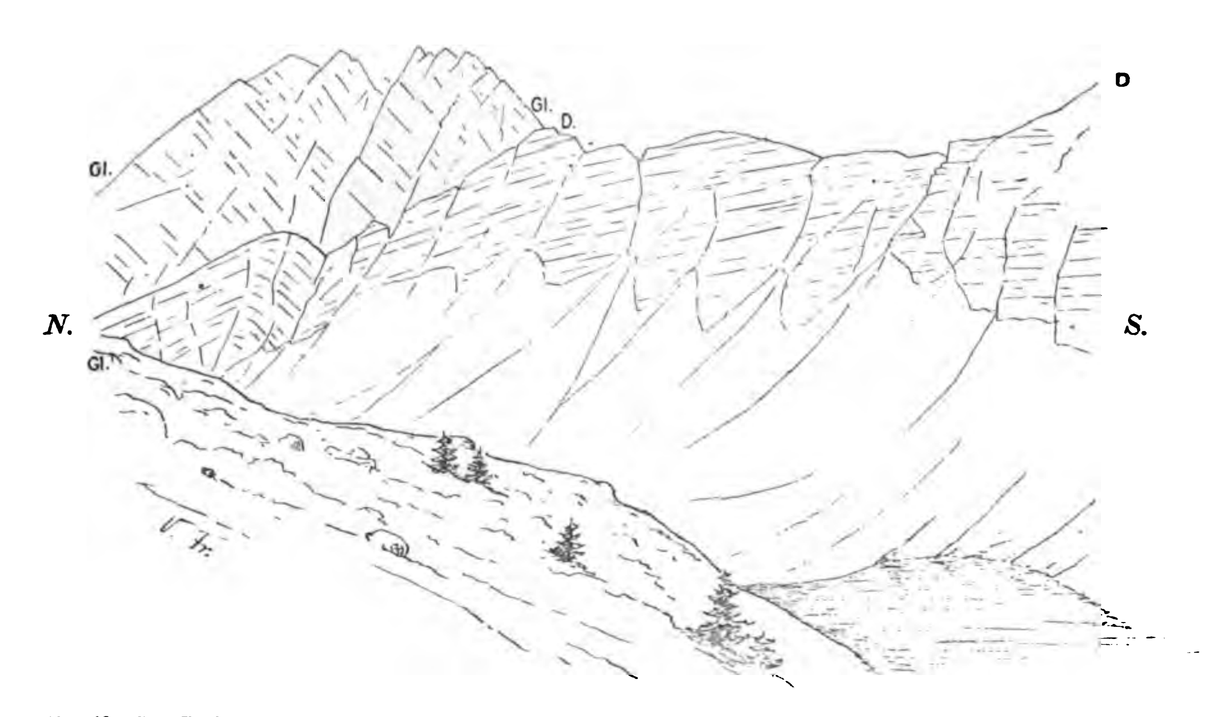


Fig. 10. Der Diploporendolomit (*D.*) des Kammes der Steirischen Kalkspitz wird durch den Glimmerschiefer (*Gl.*) de Nebelspitz überschoben.

sich nach WNW. zu mehr zusammenschliessen. Der ganze Kamm besteht also wesentlich aus einer Schiefersynkline, die in ihrem Kerne ganz unregelmässig verquetscht ist. Eine zweite, sehr viel schmalere, ebenfalls nach NW. streichende, zusammengedrückte Falte tritt am Hochgugl (Fig. 9[a]) oberhalb der ersten hervor.

Auch zwischen den alten Schiefern und der Trias besteht häufig das Verhältniss der Einfaltung und Überschiebung. Lehrreich sind in dieser Hinsicht die Lagerungsverhältnisse zwischen der Tauern-

höhe und Tweng. Die Grenze von Trias und Glimmerschiefer verläuft im Osten des Thales von NNW. nach SSO. Die Dolomite, Kalke und Pyritschiefer der Trias streichen, wie die zahlreichen Aufschlüsse an der Chaussee zeigen, parallel zu der Dislocationsgrenze und fallen zunächst steil (70–80° bei der Brettsteinalp), dann flach (15° bei Schaidberg), weiter südlich wieder steil (70°) nach O. (bis OSO.) gegen den Glimmerschiefer ein. Genau dieselben Erscheinungen wie in der Tiefe des von der Gesteinsgrenze vorgezeichneten Erosionsthales enthüllen sich bei der Beobachtung von der Höhe der gegenüberliegenden Berge. Besonders deutlich zeigt die Ansicht von der Mittereggalp

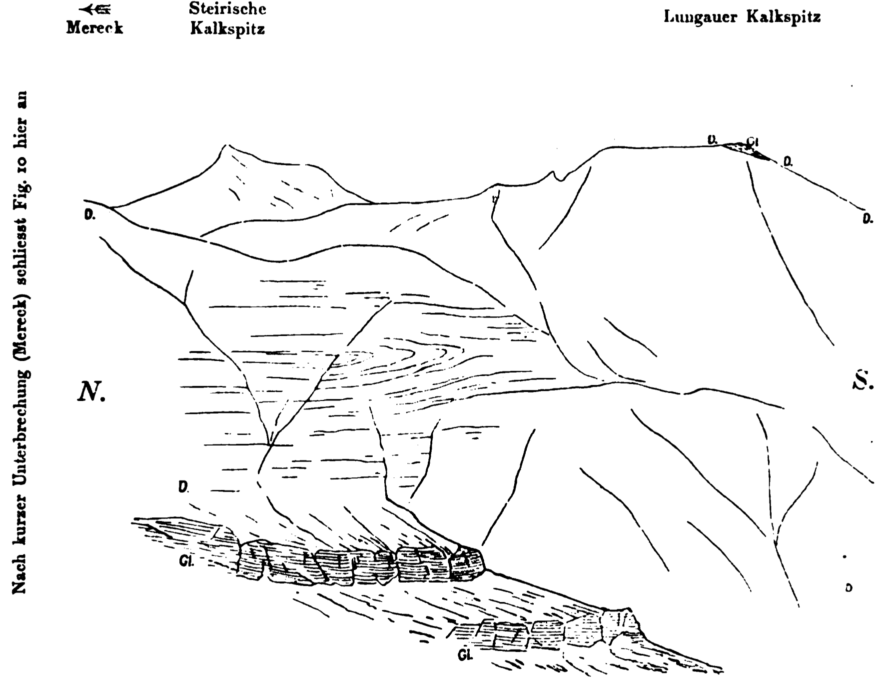


Fig. 11. Eingefalteter, scheinbar flach lagernder Diploporendolomit (*D.*) zwischen der Masse des Glimmerschiefers (*Gl.*) am Fusse der Berge und dem Denudationsrest desselben Gesteins auf dem Gipfel der Lungauer Kalkspitz.

(Fig. 12) das widersinnige Hinabtauchen der jüngeren Triasschichten unter den uralten Glimmerschiefer des Gurpitschegg. Dass hier Faltung vorliegt, beweist die Thatsache der Marmorisirung der Kalke bis zu $\frac{3}{4}$ km. Entfernung von der Dislocationsgrenze. Die Pyritschiefer nehmen sericitische Beschaffenheit an und sind von Quarzgängen und -Flasern durchsetzt (Fig. 2).

Den handgreiflichsten Beweis für eine energische Faltung der Radstädter Tauern bildet die grossartige Überschiebung des Diploporendolomites an der Lungauer Kalkspitz, dem östlichsten Triasvorkommen des ganzen Zuges (Fig. 11). Im Weissbriachthal und



am Oberhüttensee bildet Glimmerschiefer den Fuss der scheinbar horizontal gelagerten Dolomitmassen. Jedoch ergibt eine schärfere Betrachtung, dass die horizontalen Schichten in Wahrheit liegende Falten sind. Den schlagenden Beweis für das Vorhandensein einer Überschiebung (Fig. 10 und 11) bildet jedoch der Dolomitkeil, der vom Mereck fort in NW.-Richtung streichend unter den Glimmerschiefer der Nebelspitz einfällt und bis zur Vereinigung der oberen Äste des Forstauthales am Gehänge weiterzieht. Das Einfallen ist weiterhin so steil, dass an der Ursprungsalm kein Dolomit mehr sichtbar ist. Die ziemlich gleichartige graue Farbe der Dolomite und Glimmerschiefer macht die Unterscheidung beim ersten Anblick schwierig; jedoch lässt die deutliche Schichtung die ersteren von den letzteren unterscheiden, an deren Wänden von weitem nur Klüftung erkennbar ist (Fig. 10).

Wer den wiedergegebenen Aufschluss nicht als beweiskräftig ansieht und den Nebelspitzkeil etwa durch discordante Anlagerung oder eine parallel zum Abhange streichende Verwerfung zu erklären geneigt sein sollte, möge den Gipfel der Lungauer Kalkspitz (2468^{m}) näher untersuchen (Fig. 11). Eine wenig ausgedehnte (von früheren Geologen[1] nicht erwähnte) dunkele Kappe ist schon von weitem sichtbar. Die an sich leichte Besteigung der ziemlich abgelegenen Spitze ergab, dass ein Denudationsrest von allseitig freiliegendem, durch den Dolomit unterteuftem Glimmerschiefer vorliegt. Das Gestein ist jedenfalls kein phyllitisirter Pyritschiefer, sondern stimmt makroskopisch in jeder Beziehung mit dem Glimmerschiefer der Giglachseen[2], den ich unmittelbar vor der Besteigung der Spitze untersucht hatte, überein. An dem mechanischen Contact von Urgestein und Dolomit findet sich Gangquarz in Masse. Der Glimmerschiefer der Lungauer Kalkspitz bildet die südliche, durch Denudation isolirte Fortsetzung des Glimmerschiefers, der an der Nebelspitz von dem nordöstlich fallenden Dolomitkeil unterteuft wird.

In stark verkleinertem Maassstabe ist eine Überschiebung auch an dem der Lungauer Kalkspitz im Westen gegenüberliegenden Rosskopf zu beobachten: hier unterlagert der Dolomit die aus Glimmerschiefer bestehende Spitze auf drei Seiten. Auf der Ostseite steht das Urgestein des Gipfels mit dem die ganze Umgebung zusammensetzenden Glimmerschiefer in Zusammenhang.

Weitere isolirte Dolomitmassen, die fast allseitig von Glimmerschiefer umgeben bez. überhöht werden, finden sich unterhalb der Plattenspitz, zwischen Rosskopf und Wurmwand, sowie im obersten

[1] Doch weist Hans Wödl in seinen touristischen Berichten — wie es scheint zuerst — auf das unerwartete Vorkommen hin.

[2] Nicht Giglersee, wie die G. St. K. schreibt.

Theile des westlichen Astes des Forstauthales (»Weissgruben«). Die noch ausgedehntere Masse am Ostgehänge des obern Weissbriachthales ist nur durch Erosion von der Lungauer Kalkspitz getrennt.

Bei den drei genannten Vorkommen, die in unmittelbarer Nähe der Kalkspitz und des Rosskopfes liegen, ist die für die letzteren zweifellose Erklärung durch Überschiebung ebenfalls gegeben. Das nordwestliche Streichen des langgestreckten Dolomitzuges zwischen Rosskopf und Wurmwand stimmt beispielsweise durchaus mit der Streichrichtung des Glimmerschiefers überein, während in der Grabenversenkung des Taurachthales die abgebrochene Triasmasse und die umgebenden Schiefer ganz verschiedenartige, in keinerlei Beziehung stehende Lagerungsformen besitzen.

Die Brüche der Radstädter Tauern.

Neben den vorwiegenden, durch Faltung, Überschiebung oder Faltenverwerfung (Tweng) erklärbaren Lagerungsformen finden sich in einzelnen Theilen des Gebirges Senkungsbrüche, die auch landschaftlich ungewöhnlich scharf[1] hervortreten. Während das Streichen der gefalteten Theile ganz vorwiegend von NW. nach SO. gerichtet ist und somit in keinem unmittelbaren Zusammenhang mit dem O.–W.-Streichen der Hauptzonen des Gebirges steht, sind die Senkungsbrüche entweder als Längs- oder als Querdislocationen (O.–W. oder N.–S.) ausgebildet.

Nicht ganz leicht ist die tektonische Stellung des von der Ramsau über Mandling bis zum obersten Ennsthal (Flachau) in westsüdwestlicher Richtung streichenden Dolomitzuges zu deuten. Die breccienartige Beschaffenheit (Brecciendolomit STUR's), die zahlreichen und deutlichen Harnische lassen auf gewaltige tektonische Verschiebungen schliessen; obwohl das Suchen nach Versteinerungen[2] meist erfolglos blieb, gestatten die im Nordosten vom Schladming beobachteten Lagerungsverhältnisse[3] den Rückschluss, dass wir es mit Diploporendolomit, dem Aequivalente des Wettersteinkalkes, zu thun haben. Derselbe wird im Norden wie im Süden von Thonglimmerschiefer begrenzt. Bei Radstadt, insbesondere beim Anstieg zum Rossbrand, streicht der Schiefer steil O.–W. und fällt sehr steil südlich ein. Auf der anderen Seite des Dolomites, im Schlammbach bei Forstau, fallen

[1] Eine Überschätzung ihrer Wichtigkeit für den Gesammtbau des Gebirges ist daher leicht möglich.

[2] *Gyroporella* am Mandlingpass. VACEK a. a. O. S. 627.

[3] Nach der Karte der K. K. geologischen Reichsanstalt: Zwischenlagerung des Dolomites zwischen Dachsteindolomit und Guttensteiner Kalk.

die Thonglimmerschiefer steil nach N. Da der Dolomitzug nur wenig abweichend ONO.—WSW. streicht, könnte derselbe aus einer beiderseits in Verwerfungen übergegangenen Synkline entstanden sein. Je-

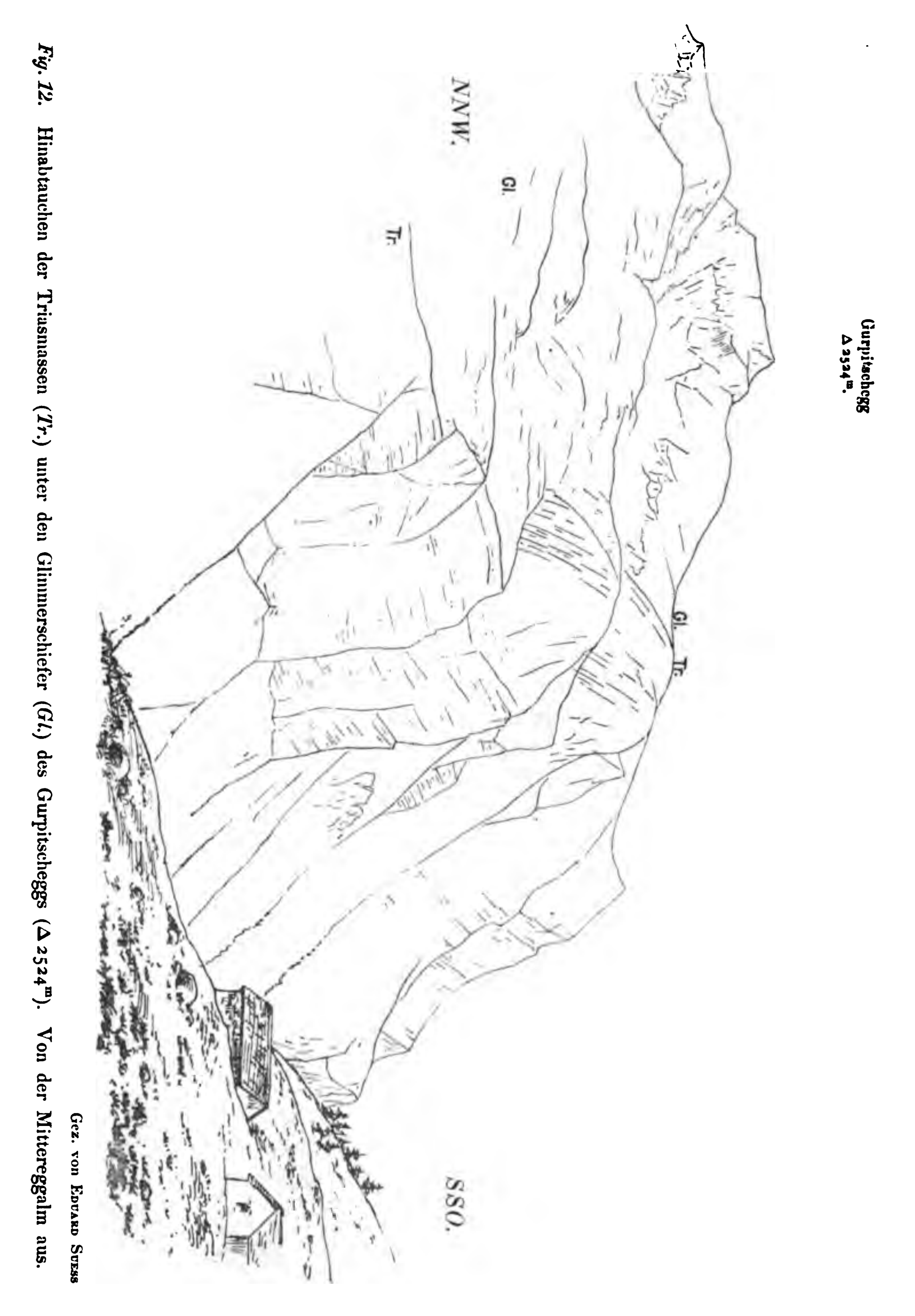


Fig. 12. Hinabtauchen der Triasmassen (*Tr.*) unter den Glimmerschiefer (*Gl.*) des Gurpitscheggs (Δ 2524m). Von der Mittereggalm aus.

doch streichen nur wenig weiter östlich an der Mündung des Preunegg-thales und an der Gleiminger Brücke dieselben Thonglimmerschiefer fast genau im rechten Winkel (NW. und WNW.) auf die Längsrichtung des Dolomites zu. Es liegt also näher, den Einbruch desselben auf eine von der Faltung unabhängige Dislocationsperiode zu beziehen.

Die NNW. streichende Dislocation, an der zwischen Tweng und Schaidberg die Triasmassen unter die alten Schiefer hinabtauchen



Fig. 13. Die Bruchgrenze oberhalb des Taurachthales. Der weisse Triasdolomit (*W.*, *W. Tr.*) stürzt in steilen Wänden ab und grenzt unmittelbar an den dunkelen Glimmerschiefer (*Gl.*) an, der einen flachen geneigten Hang bildet.

(Fig. 12), geht nördlich von dem letztgenannten Wirthshaus in eine O.–W. streichende Dislocation über, welche unmittelbar nördlich von Obertauern und der Tauernstrasse bis zur Gnadenalp durchstreicht. Hier biegt der Bruch, an den theils Quarzite, theils Glimmerschiefer anstossen, fast genau im rechten Winkel nach Norden um. Fast parallel dazu verläuft von der Gnadenalp an auf der anderen Seite des Thales und der Strasse ein anderer Bruch zunächst nach NNO., dann ebenfalls nach N., so dass zwischen beiden eine typische Grabenversenkung von Triasdolomit und Pyritschiefer eingeschlossen liegt. Unterhalb der Beilsteinalp verläuft die Bruchgrenze, wie man sogar von der Strasse beobachten kann, genau senkrecht über den Abhang[1], so dass im Osten Quarzit, im Westen Dolomit ansteht.

[1] Ein ähnliches, etwas weiter südlich aufgenommenes Bild stellt Fig. 13 dar, auf der Glimmerschiefer und Dolomit an einander grenzen.



Zwei Thatsachen beweisen schlagend, dass hier eine von der Faltung durchaus abweichende Dislocationsform vorliegt.

Einmal sind die Dolomite und Kalke fast ausnahmslos in ihrer normalen dichten, nicht marmorisirten Form erhalten.

Zweitens ist die Lagerung der Triasgesteine vollkommen unabhängig von der der alten Schiefer (von denen vorwiegend Quarzit, zuweilen Thonglimmerschiefer und Glimmerschiefer an den Graben angrenzt). Die Triaskalke sind — abgesehen von verschwindenden Ausnahmen[1] — flach gelagert, die alten Schiefer besitzen — ebenfalls von einer Ausnahme abgesehen[2] — das normale Streichen von NW. nach SO.[3]

Auch die sonstigen, an der Tauernstrasse in der Tiefe des Thales zu beobachtenden tektonischen Erscheinungen sind nicht mit einer Faltung in Einklang zu bringen, die gleichzeitig das NW.–SO.-Streichen bedingt haben könnte. Am Kesselfall treten grosse unregelmässig verlaufende Harnische auf, die nach W. geneigt sind. Auch an der Hohlwand und wenig unterhalb derselben beobachtet man gewaltige, im grossen und ganzen saiger stehende Verschiebungsflächen[4], auf denen eine horizontale, von N.–S. streichende Streifung deutlich hervortritt. Nur vor dem Gnadenwasserfall ist eine schwache südöstliche Neigung der dunkelen weissgeaderten Dolomite zu beobachten, die im Falle selbst wieder ganz flach lagern. Weiter oberhalb tritt an der Strasse eine flache östliche Neigung der dunkelen gebänderten, zum Theil weissgeaderten und von Quarzgängen durchsetzten Dolomite hervor.

Die einzige Erscheinung, welche die Auffassung der Trias zwischen Untertauern und der Gnadenalp als einer zwischen zwei Wechselflächen nach N. geschobenen Scholle begünstigen könnte, ist das Vorhandensein horizontaler N.–S.-Streifen auf der Hohlwand. Jedoch steht auch diese Beobachtung nicht im Einklang mit der Thatsache einer nach NO. gerichteten, das NW.–SO.-Streichen bedingenden Faltung[5].

[1] Am Kesselfall sind die Schichten unregelmässig geneigt; in der ganzen Grabenversenkung wiegen Kalke mit eingelagerten, wenig mächtigen Pyritschiefern gegenüber dem Dolomit vor.

[2] Oberhalb der Hohlwand lagert der Quarzit flach.

[3] Beobachtet z. B. südlich der Beilsteinhütte, an der oberen Wirthshausalp und am Wege zu derselben.

[4] Welche der zum Theil etwas überhängenden Hohlwand ihren Namen gegeben haben.

[5] Man könnte gegen eine allgemeine Faltung endlich noch einwenden, dass neben einer zusammengepressten und überschobenen Zone Massen von Triasgestein in ruhiger Lagerung (Taurachthal, Pleisslingkeil, Steinfeldspitz) verblieben sind. Jedoch ist diese beim ersten Anblick paradox erscheinende Thatsache in den Alpen häufig beobachtet worden. Umfangreiche Kalk- oder Dolomitmassen unterliegen stets nur theilweise der Faltung; ausgedehnte Theile werden weder von der Metamorphose noch auch von der Aufrichtung betroffen (Steinacher Joch-Tribulaun).

und alle übrigen Erscheinungen (s. oben) drängen viel mehr auf die Annahme einer Grabenversenkung hin.

Die Schlussannahme einer Grabenversenkung im Taurachthal bedingt die weitere Vermuthung, dass der Bau des Gebirges durch zwei, dynamisch und chronologisch verschiedene tektonische Vorgänge beeinflusst wurde.

Das vorwiegende NW.–SO.-Streichen sowie die demselben entsprechenden Überschiebungen und Faltenverwürfe entsprechen einer älteren nach NO. wirkenden Faltung.

Vergegenwärtigen wir uns die Thatsache, dass im östlichen Theile der Nordalpen über dem marinen Neocom der Gault und das Cenoman fehlen, und dass die obercretaceische Gosau als ingredirende[1] Formation die Hohlformen und die Bruchlinien des ältern Reliefs ausfüllt und überdeckt, so hat diese ältere Faltung in der Mitte der Kreidezeit stattgefunden[2].

Die weniger zahlreichen Senkungsbrüche verlaufen in ostwestlicher oder meridionaler Richtung und entsprechen der Längserstreckung des heutigen Alpengebirges, welche von O. nach W., mit schwacher Ablenkung nach WSW.[3], gerichtet ist. Sowohl der Nordrand des Gebirges wie die Grenze von Kalk- und Centralalpen folgt dieser Richtung, die jedenfalls auf die tertiäre Gebirgsbildung zurückzuführen ist. Leider gestattet die Geringfügigkeit der Tertiärbildungen und die Undeutlichkeit der Aufschlüsse in der Gegend von Radstadt vorläufig keine weiteren Folgerungen.

Die Schwierigkeiten, welche bezüglich der Verknüpfung der auf ausgedehnten Begehungen gesammelten Beobachtungen noch bestehen bleiben, werden hoffentlich durch eine Fortsetzung der Aufnahmen behoben werden.

---

[1] Nicht »transgredirende«, was eine vollkommene Einebnung des ältern Gebirges voraussetzen würde. Die noch bis vor kurzem lebhaft vertretene Annahme einer liassischen Transgression kann als beseitigt angesehen werden.

[2] Die zahlreichen Beobachtungen, welche für diese mittelcretaceische, bis in die Karpathen wahrnehmbare Faltung sprechen, sind unlängst von mir zusammengestellt worden (Karnische Alpen S. 450 ff.).

[3] Entsprechend dem Mandlinger Dolomitzug.

Ausgegeben am 26. November.



1896.
XLVII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

19. November. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

Hr. Pernice las: Über wirthschaftliche Voraussetzungen römischer Rechtssätze.



Über die Legende von den heiligen Vier Gekrönten.

Von W. Wattenbach.

(Vorgetragen am 5. November [s. oben S. 1127].)

Hierzu Taf. XIII.

Indem ich mich dieser schon oft besprochenen Legende noch einmal zuwende, habe ich nicht die Absicht, die überaus verwickelten kritischen und sachlichen Schwierigkeiten noch einmal eingehend zu erörtern; noch weniger kann ich darauf Anspruch machen, diese Fragen zur Entscheidung bringen zu können. Es kam mir nur darauf an, den ältesten uns bekannten Text endlich einmal mitzutheilen, und daran allerdings auch einige Bemerkungen kritischer Art anzuknüpfen.

Dazu ist es nothwendig, in kurzem Umriss den Inhalt der Legende mitzutheilen.

Der Kaiser Diocletian kam nach dieser Darstellung nach Pannonien, um in seiner Gegenwart verschiedene Gesteine aus den Gebirgen ausbrechen zu lassen. Das wird als bekannt vorausgesetzt. Er versammelte alle Arbeiter (artifices metalli) und fand unter ihnen vier Steinmetzen von hervorragender Geschicklichkeit, mit Namen Claudius, Castorius, Simpronianus und Nicostratus. Diese waren heimlich Christen; sie gehörten nicht zu den als Strafgefangene dorthin geschickten Confessoren, welche in Ketten arbeiten mussten, sondern waren in ihrer freien Bewegung ungehindert. Diesen Unterschied und die günstige Lage der freien Arbeiter, die für eigene Rechnung arbeiteten, hebt auch de Rossi (S. 10) hervor, mit Benutzung der in Portugal gefundenen lex metalli Vipascensis. Nur von diesen 'artifices' ist hier die Rede. Wenn dieselben gleich darauf 'condiscipuli' genannt werden, und die Philosophen sie fragen: *Quare a nobis discere desideratis artem?* so scheint es, dass sie nicht nur eine bevorzugte Stellung einnahmen, sondern auch Unterweisung von den Philosophen erhielten und vielleicht selbst Aussicht auf Beförderung zu einer solchen Würde hatten. Im 6. Capitel werden sie sogar 'magistri'



genannt. Sie sind ganz selbständig arbeitende geschickte Bildhauer, und es ist auch zur Genüge nachgewiesen, dass, wie wir es hier sehen, in den Steinbrüchen Sculpturen gleich fertig ausgearbeitet wurden; dass alle die freien Arbeiter auf einer ähnlichen hohen Stufe standen, ist wohl kaum anzunehmen, aber ein Unterschied wird nicht angedeutet.

Die schon erwähnten 'Philosophen' sind, damaligem Sprachgebrauch entsprechend, die technischen Betriebsleiter, welche eine wissenschaftliche Vorbildung hatten (vergl. de Rossi S. 15–17); einer von ihnen wird später genannt, er hat den griechischen Namen Crisolitus. Erwähnt wird von ihnen nur, dass sie die zur Bearbeitung geeigneten Blöcke aussuchen und bezeichnen.

Der Kaiser also befiehlt die Anfertigung einer Kolossalstatue des Sonnengottes auf einer Quadriga aus thasischem Stein. Die Sache gelingt aber nicht und es entsteht ein langer Zwist zwischen den Arbeitern und den Philosophen. Da kamen eines Tages alle Steinmetzen, 622 an der Zahl, mit 5 Philosophen zusammen und suchen 'venas lapidis', aber ganz vergeblich. Nun bittet Simpronianus seine Genossen, ihm mit seinen Mitschülern, unter welchen jetzt auch Simplicius genannt wird, die Sache anzuvertrauen. Er sucht und findet nun die 'vena metalli' und sie vollenden den Koloss von 25 Fuss Höhe aus einem Stein. Die Philosophen sind also thatsächlich bei Seite geschoben.

Diocletian freut sich sehr darüber und befiehlt, an Ort und Stelle in Pannonien einen Tempel zu bauen 'in loco qui vocatur ad montem pinguem'. In diesem 'locus' vermuthet man die auch sonst in solcher Form vorkommende Bezeichnung einer Abtheilung der Steinbrüche. Der Tempel ist auch schon gleich fertig, was ebenso wie die rasche Herstellung des Gottes mit dem Viergespann an sich unmöglich ist, und daher, wie E. Meyer mit Recht bemerkt (Forsch. XIII, 587), eine gleichzeitige Aufzeichnung anzunehmen verbietet. Der Kaiser aber lässt den Koloss vergolden und im Tempel aufstellen, wo er mit Opfern und Festlichkeiten gefeiert wird; die Künstler erhalten grosse Belohnungen.

Hier ist natürlich aufgefallen, dass die Christen an der Herstellung des Sonnengottes keinen Anstoss nehmen, während sie wenig später an der Asclepiusstatue um keinen Preis arbeiten wollen. de Rossi hat wohl mit Recht (S. 6, Anm.) die Erklärung darin gefunden, dass von der Bestimmung der Statue zum Cultbild vorher nicht die Rede gewesen war, vielmehr erst die Schönheit der Arbeit nach der Ansicht des Verfassers den Bau des Tempels veranlasste. Gerade die vollkommene Unbefangenheit bei der Arbeit an ornamentalen Sculpturen, mochten sie auch heidnische Gottheiten darstellen, ist, wie de Rossi

treffend bemerkt, nicht nur im Einklang mit den Ergebnissen der Archaeologie, sondern auch ein sicherer Beweis für sehr frühe Abfassung, weil man später engherziger war.

Der Kaiser, sehr erfreut über die Geschicklichkeit seiner Arbeiter, befiehlt ihnen nun, Säulen und allerhand Bildwerk aus dem härteren Porphyrgestein herzustellen. Da begibt es sich, dass Simplicius seine Geräthschaften zerbrechen, und Claudius segnet sie im Namen Christi, worauf sie nicht mehr zerbrechen und seine Unterweisung im Christenthum folgt. Dasselbe wiederholt sich noch einmal; Simplicius beruft sich darauf, dass er seit 15 Jahren ihr Freund gewesen sei, und nachdem er sich bereit erklärt hat, die Taufe zu empfangen, suchen sie einen Priester. Sie finden den Bischof Cyrillus, der von Antiochia hingebracht war, um Christi willen gefesselt, und drei Jahre hindurch mit vielen Schlägen gezüchtigt. Bei Nacht kommen sie zu ihm, wo er mit vielen anderen Bekennern schmachtete, und Simplicius wird von ihm getauft.

Nun arbeiten sie weiter; einer der Philosophen aber bemerkt, dass sie nichts ohne das Zeichen des Kreuzes thaten, und daran knüpft sich eine Disputation, wobei sie sich als Christen bekennen. Dadurch veranlasst werden viele von den übrigen Steinmetzen gläubig, hauptsächlich um auch so geschickt in ihrer Kunst zu werden. Von ihnen ist jedoch weiterhin nicht mehr die Rede. Diocletian aber macht neue Bestellungen. Die Arbeiter beginnen nach ihrem gewöhnlichen Gebet; sie bestimmen selbst den geeigneten Stein und vollenden nach drei Monaten eine herrliche Säule. Die erzürnten Philosophen verlangen, dass sie auch eine zweite Säule machen, und fragen, weshalb sie noch von ihnen die Kunst lernen wollen. In 26 Tagen vollenden sie die zweite Säule und arbeiten auch weiter mit gutem Erfolg, obgleich sie nicht nach den Vorschriften der philosophischen Kunst verfahren, sondern sich nur auf ihr Gebet verlassen. Diocletian ist sehr erfreut, lässt sich die fünf Steinmetzen vorführen und verspricht ihnen grosse Geschenke, wenn sie noch mehr Bildwerke aus dem Porphyrberg gewinnen; vorzüglich aber verlangt er einen Asclepius. Diesen jedoch machen sie nicht.

Nach vier Monaten lässt Diocletian auf den Antrag der Philosophen die fertigen Arbeiten vor sich bringen, aber Asclepius war nicht dabei. Die Philosophen zeigen ihm nun an, dass die Arbeiter Christen sind; das macht ihm noch keinen Eindruck; da sie ihm aber sagen, dass sie deshalb den Asclepius nicht machen wollen, lässt er sie vor sich rufen. Noch nimmt er sie sogar gegen die Philosophen in Schutz; als aber diese versichern, andere noch geschicktere und zugleich den Göttern ergebene Arbeiter schaffen zu können, verspricht er diesen

Belohnungen, und im Falle des Gelingens jene als Gotteslästerer strafen zu wollen.

Nun wählen die Philosophen andere Steinmetzen aus, welche in 31 Tagen den Asclepius aushauen, aber aus prokonnesischem Stein. Dieser Unterschied wird in der Legende nicht weiter betont und auch der Kaiser scheint es nicht zu bemerken; in der ursprünglichen Erzählung aber kann doch der Zusatz nicht ohne Bedeutung gewesen sein, weshalb wäre denn sonst das Material genannt? Gerade bei dem harten Porphyr hatten nur die Werkzeuge der Christen Stand gehalten, und man müsste deshalb auch hier eine Wendung zu ihren Gunsten erwarten oder doch eine Bemerkung über den Betrug der Philosophen, aber es erfolgt nichts der Art. Schon Benndorf (S. 353) hat darauf hingewiesen.

Jetzt lässt der Kaiser die Gerichtsverhandlung eröffnen, welche der Tribun Lampadius vor dem Tempel des Sonnengottes leitet. Die Steinmetzen, artifices quadratarii, werden alle versammelt und rufen auf Anstiften der Philosophen: *Tolle sacrilegos, tolle magos!* Der Tribun verwahrt sich gegen eine Sentenz, bevor die Sache entschieden ist; er erkennt, dass der Neid die Arbeiter treibt. Die Philosophen aber verlangen, dass die Angeklagten, wenn sie nicht als *magi* betrachtet sein wollen, den Gott des Kaisers anbeten sollen. Lampadius redet ihnen freundlich zu, aber es ist vergeblich.

Da lässt Lampadius sie ins Gefängniss führen und erlangt nach 9 Tagen eine Audienz beim Kaiser. Dieser wird nun ernstlich erzürnt und befiehlt, wenn sie fortfahren, die Anbetung zu verweigern, sie mit Scorpionen zu züchtigen. Doch hofft er noch, seine Künstler retten zu können. Nach 5 Tagen lässt der Tribun sie wieder vorführen; er zeigt ihnen die Folterwerkzeuge und versucht sie zu schrecken. Vergeblich! Sie werden gestäupt, Lampadius aber wird auf seinem Tribunal vom Teufel (daemonium) besessen und stirbt, indem er sich selbst zerfleischt. Das muss wohl, wenn wir den Gedankengang ergänzen wollen, ihren Zauberkünsten zugeschrieben werden, denn es macht gar keinen Eindruck auf die Heiden, sondern auf das Geschrei der Frau und der Angehörigen ergrimmt Diocletian und befiehlt Bleisärge machen zu lassen, in welche die Angeklagten lebendig eingeschlossen und dann in den Fluss geworfen werden sollen. Nicetius, der als 'togatus' der Beisitzer des Lampadius war, besorgt die Ausführung. Der Bischof Cyrill wird bei der Nachricht davon von Schmerz ergriffen und geht zum Herrn ein. Das Martyrium aber ereignete sich am 8. November.

Damit war, wie es scheint, die pannonische Legende ursprünglich beendigt, und es folgt die weit kürzere römische; nur der erste Satz

gehört vielleicht noch zur pannonischen, wie EDM. MEYER S. 20 bemerkt. In denselben Tagen, heisst es da, begab sich Diocletian von dort nach Sirmium, und nach 42 Tagen erhob Nicodemus, ein Christ, die Särge mit den Leichnamen und bewahrte sie in seinem Hause. Wieder fehlt hier ein Mittelglied, denn man muss eine Nachricht von der Überführung der Gebeine, die doch nicht im Hause des Nicodemus bleiben konnten, nach Rom erwarten, ohne welche die Verknüpfung mit der folgenden Legende unverständlich ist. Überhaupt nöthigt die thatsächlich in Rom folgende Verehrung, eine solche Übertragung anzunehmen, welche ja von der Verschleppung anerkannter Heiligengebeine, deren Verbot MEYER betont, ganz verschieden ist. Vergleichen kann man die Überführung von Severin's Leiche aus Noricum nach Italien. Bei den Pannoniern war eine Bestattung an Ort und Stelle nicht gut möglich.

Dann heisst es weiter: Diocletian aber kehrte von Sirmium zurück und zog nach 11 Monaten in Rom ein, wo er sogleich in den Trajanischen Thermen einen Tempel des Asclepius erbauen und in ihm ein Bild des Gottes von prokonnesischem Stein verfertigen lässt. Es wird nicht gesagt, dass es das vorher erwähnte sei, vielmehr scheint der Ausdruck 'fieri' für ein jetzt erst bestelltes zu sprechen, aber man muss es doch wohl annehmen, weil sonst die Erwähnung des Materials zwecklos wäre. Hier befiehlt er alle Heilungen auf ehernen Tafeln zu verzeichnen; alles Kriegsvolk soll hier opfern, vorzüglich die von der städtischen Miliz. Da weigern sich vier cornicularii, d. h. Schreiber, Secretare. Der Kaiser lässt sie vor der Bildsäule durch Geisselung mit Plumbaten tödten, die Körper aber auf der Strasse den Hunden vorwerfen, wo sie 5 Tage liegen. Dann kommt bei Nacht der selige Sebastian mit dem Bischof Miltiades und bestattet sie an der Via Lavicana, 3 Millien von Rom in einer Sandgrube mit anderen Heiligen. Das geschah an demselben 8. November, aber nach zwei Jahren, und da man ihre Namen nicht auffinden konnte, befahl der Bischof ihren Jahrtag unter dem Namen der heiligen Claudius, Nicostratus, Simpronianus und Castorius zu feiern. Der Name des Simplicius fehlt in der ältesten Handschrift, und von Vier Gekrönten ist da noch gar nicht die Rede.

Hierzu bemerkt OTTO HIRSCHFELD in den Archaeolog. u. epigraph. Mittheil. aus Österreich IX, S. 21, dass nach einer Inschrift 'capitella columnarum' bei Sirmium für die Thermae Licinianae bearbeitet wurden, worin eine Bestätigung für die ganze Sachlage zu finden ist; ferner aber, dass dem Stadtpraefecten nur 1 cornicularius zukam, welcher ein Civilbeamter war, doch werden solche Officialen technisch auch als 'milites' bezeichnet. Der nächste Beamte war der commentariensis,

und man ist versucht, es als einen Nachklang zu betrachten, wenn im Martyrologium des Florus Claudius als commentariensis bezeichnet wird. Ursprünglich aber sind die römischen Märtyrer mit ausgedehnter Anwendung des Titels als 4 cornicularii bezeichnet. Nun finden sich in einer Inschrift als folgende Rangclasse die 'coronati' angegeben, was vielleicht eine Gesammtbezeichnung von Officialen war, und den später gewöhnlich gewordenen Namen erklärt, dessen Deutung als Märtyrer immer Anstoss erregte. Dieser Name findet sich zuerst am Ende des fünften Jahrhunderts im Sacramentarium Gelasianum und geht mit einer leicht erklärlichen Verwechselung über auf die pannonischen Arbeiter, welche trotz ihrer Fünfzahl so genannt werden; zuweilen suchte man sich durch Weglassung des Simplicius zu helfen. Sie wurden nun unter diesem Namen die Schutzpatrone der Steinmetzen.

Diese Legende also ist mir vor mehr als 40 Jahren im Cod. Goth. fol. 64 aufgefallen; sie war in älterer Zeit als unglaubwürdig verworfen und dann ganz unbeachtet geblieben; erst später wurde mir bekannt, dass sie auch in dem alten Legendar von Mombritius schon um 1480 gedruckt ist.

Im Gegensatz zu den vielen werthlosen Erdichtungen über Martyrien bemerkte ich, dass hier Diocletian nicht wie sonst überall als blutdürstiger Tyrann aufgefasst ist, sondern als eifriger Kunstfreund, welcher die ihm als Christen verdächtigten Arbeiter nur sehr ungern dem Gericht übergibt, obgleich sie sich geweigert hatten, ein Tempelbild des Aesculap für ihn zu verfertigen. Die Ursache ihres Verderbens ist weniger ihr Christenthum, als der Neid ihrer weniger geschickten Mitarbeiter und der 'Philosophen', denen diese Arbeiter sich auf ihrem eigenen Gebiete überlegen gezeigt hatten.

War es nun schon ganz undenkbar, dass in späterer Zeit Diocletian in solcher Weise dargestellt wäre, so fand sich andererseits in der Geschichte der Arbeiter in den pannonischen Steinbrüchen noch eine so lebendige Anschauung von dem Zustande, als hier 622 Arbeiter unter der Leitung von fünf Technikern für den Kaiser arbeiteten, eine solche Vertrautheit mit technischen Ausdrücken, die bald nachher verklungen sind, dass die einheimische und in ihrem Ursprung gleichzeitige Entstehung der Legende unzweifelhaft erschien. Freilich nur in ihrem ersten Ursprung! Denn Wundergeschichten, wie sie hier, wenn auch noch in sehr mässigem Umfang erscheinen, entstehen allerdings in geeigneter Umgebung sehr rasch und werden schon von den Zeitgenossen geglaubt, wie man es ja noch in der Gegenwart

beobachten kann, aber vorzüglich die Katastrophe des doch eigentlich wohlmeinenden Tribunen Lampadius, der auf seinem Tribunal von Wahnsinn ergriffen stirbt, kann nicht gut auf dem Bericht eines Zeitgenossen beruhen.

Hier finden wir schon die spätere Legendenpoesie, welche durchweg an einem inneren Widerspruche krankt: es geschehen Wunder, welche mit Nothwendigkeit die Bekehrung der Anwesenden und die Rettung der Märtyrer zur Folge haben müssten, aber dann wären sie ja keine Blutzeugen geworden, und deshalb vollzieht sich schliesslich die Hinrichtung ganz ungehindert. So ist es auch in diesem Falle; dass aber nun die Arbeiter lebend in Bleisärge eingeschlossen und so in den Fluss gestürzt werden, ist wiederum eine Fabel, welche allem Rechtsbrauch der Zeit widerspricht.

Dazu kommt ausser anderen chronologischen Schwierigkeiten und Widersprüchen die seltsame Verknüpfung mit einer anderen römischen Legende nebst der Erwähnung des h. Sebastian und des Papstes Melchiades oder Miltiades, welche hier chronologisch unmöglich sind. Diese Verknüpfung aber ist unlösbar, auch die Sprache ganz gleichartig, und es bleibt also nichts übrig, als eine spätere Abfassung auf Grund einer überlieferten, ziemlich gleichzeitigen Niederschrift anzunehmen. Denn bei bloss mündlicher Überlieferung würden sich nicht die Umstände erhalten haben, welche gerade für uns am werthvollsten sind, wie sie ja auch aus den jüngeren Gestaltungen der Legende vollständig verschwunden sind.

Trotz dieser Schwierigkeiten erschien mir doch die Legende des Abdrucks in hohem Grade würdig, und sie erschien im Februar 1853 in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie, mit einem Nachwort von TH. G. VON KARAJAN. Dieser hob darin den Werth der Legende nachdrücklich hervor und behauptete ihre Glaubwürdigkeit; die Vorfälle in den Steinbrüchen setzte er in das Jahr 294, wo Diocletian sich in Sirmium aufgehalten hat; dass er im folgenden Jahre nach Rom gekommen sei, hielt er nicht für unmöglich.

Den Bischof Cyrill von Antiochia, welcher nach der Legende seit drei Jahren als Strafgefangener in den Steinbrüchen sich befand und schon viele Schläge um Christi willen erduldet hatte, der dann den Simplicius taufte, fand er bei Eusebius wieder; nach dem Tode der Märtyrer war er gestorben; wenn aber erst 306 sein Nachfolger Tyrannus eingesetzt wurde, so liess sich das leicht durch die Zeit der Verfolgung erklären. Da er nun auch in einem Citat von Ev. Matth. 10, 39 den von der Vulgata abweichenden Ausdruck der Itala (welcher sich aber in den älteren Handschriften nicht findet) wahrnahm, glaubte er mit Bestimmtheit annehmen zu dürfen, dass die

Legende 'kaum nach der Mitte des vierten Jahrhunderts aufgezeichnet sein dürfte'. Den Namen des Melchiades, der erst 311 Papst wurde, hielt er für einen Schreibfehler anstatt Marcellinus.

Sehr dankenswerth waren die topographischen Nachweise, in welchen Hr. von Karajan mit Hülfe seines Collegen P. Partsch nachwies, dass der Schauplatz in der Gebirgsinsel der Fruschka-Gora in Sirmien zu suchen sei, nördlich von Mitrowitz (an der Stelle des alten Sirmium), wo mit körnigblättrigem Kalkstein auch Grünstein-Porphyr sich findet, und wo viele Spuren römischer Steinbrüche und Bauten sind.

Nachdem mir darauf andere ältere und bessere Handschriften bekannt geworden waren, vorzüglich der Cod. lat. Monac. 1608 saec. XII. aus Benedictbeuern, gab ich 1870 eine neue Ausgabe im 3. Band der Untersuchungen zur Römischen Kaisergeschichte von M. Büdinger, welche auch in besonderem Abdruck bei B. G. Teubner in Leipzig erschien. Zum Texte fügte O. Benndorf archaeologische Bemerkungen, welche zur Bestätigung des hohen Alters der Legende dienen, weil man später unmöglich so correct über diese Dinge hätte schreiben können.

Hieran fügte, nachdem schon Hunziker im 2. Band derselben Untersuchungen sich mit dem Gegenstande beschäftigt hatte, M. Büdinger scharfsinnige kritische Erörterungen und stürzte sich in das Labyrinth der widerspruchsvollen martyrologischen Notizen, in welche ich mich nicht vertiefen werde. Er glaubte die römische Legende in die Zeit des Kaisers Claudius Gothicus setzen zu sollen und schrieb die schliessliche Redaction mit der Contamination der beiden Legenden erst der Zeit des Papstes Leo IV. um 850 zu, welcher die Kirche der Vier Gekrönten herstellte und ihre Gebeine auffand.

Als eine sehr beachtungswerthe Arbeit nenne ich dann die Untersuchung von Edmund Meyer in den Forschungen zur Deutschen Geschichte XVIII (1878) S. 577–603, welche ich aber einstweilen übergehe, und mich zu der Epoche machenden Arbeit von Giovanni Battista de Rossi wende, welche 1879 im Bullettino di Archeologia Cristiana erschien.

Nachdem hier die vielen und sehr gewichtigen chronologischen Schwierigkeiten berührt waren, wurde auf die von niemand beachtete Mittheilung von Bandini über einen Cod. Laurent. saec. XIII. hingewiesen (Catal. I, 575), wonach ein gewisser Petrus dem Bischof Petrus von Neapel (1094–1116) eine Überarbeitung der Legende widmete und deren Verfasser nannte als 'quidam philosophus censualis Porphyrius nomine'. de Rossi erkannte in dem Bearbeiter den Subdiaconus Petrus, welcher auch andere Legenden in ähnlicher Weise behandelt hat. Eine sachliche Verschiedenheit findet sich nur am Schluss, wo mit Sebastian

der Papst Gajus genannt, und der Befehl wegen des Jahrtages Gelasius zugeschrieben wird, doch nicht in allen Handschriften. Es scheint das auf einer beabsichtigten Correctur der Überlieferung zu beruhen.

Der Name 'Porfirius' als der des Verfassers fand sich auch noch in einer anderen Handschrift, genauere Nachricht aber in der Pariser Handschrift Lat. 10861, welche durch de Rossi zuerst bekannt geworden ist; er schreibt sie hier, wohl nur durch ein Versehen, dem 11. Jahrhundert zu, sie gehört aber vermuthlich dem 8. an. Hier steht am Schlusse: *censualis a gleba actuarius nomine Porfyreus gestam scripsit.* Diese Bezeichnung bezieht de Rossi auf den von Diocletian angeordneten Kataster, welcher von Galerius 305 und 306 durchgeführt wurde; in ihm mit Meyer einen späteren Beamten einer bleibend gewordenen Behörde (von der wir nichts wissen) zu sehen, ist mir sehr bedenklich: wohl nur der frische Eindruck der in Pannonien ihm zugetragenen Geschichte konnte den Actuar zu solcher Schriftstellerei begeistern.

Mit vollem Recht bemerkt de Rossi, dass eine solche Bezeichnung im Mittelalter undenkbar wäre, also auf ältester Überlieferung beruhen müsse, bezieht aber diese Autorschaft, obgleich sie am Schlusse steht, nur auf den ersten Theil. Die Verbindung beider sei später geschehen und vermuthlich mit einer Überarbeitung der pannonischen Legende verbunden. Da hier noch nicht die Namen der cornicularii genannt werden, sei der Text älter als das kleine römische Martyrologium aus dem Anfang des 8. Jahrhunderts, welches die angeblich einem heiligen Manne offenbarten Namen schon kennt.

Dass die Nachrichten aus Pannonien den Anfang der Verfolgung (303) schon voraussetzen, sagt er ferner, ist sicher, und für Cyrill wird 305 ein Nachfolger eingesetzt. Diese Übereinstimmung der Umstände kann nicht zufällig sein; gerade 307 brach Galerius nach Rom auf, welches er freilich nicht erreichte. Im ältesten Text, meint er, war vielleicht der Kaiser gar nicht genannt; weil aber in der späteren Auffassung die ganze zehnjährige Verfolgung Diocletian zugeschrieben wurde, für dessen Prachtbauten auch die Arbeiten bestimmt waren, sei sein Name anstatt des Galerius eingeschoben. Unmöglich ist aber die Verbindung mit dem zweiten Theil; Sebastian gehört in den Anfang der Regierung Diocletian's, und diese Geschichte muss daher einer früheren Zeit zugeschrieben werden. Die Verbindung aber und die Aufnahme in den Kalender von 354 (freilich zum 9. November) kann nur erklärt werden durch die Nachbarschaft der Gräber, welche Ado u. a. erwähnen und von wo sie ja auch durch Leo IV. gemeinsam übertragen werden. Die Nothwendigkeit ihrer Übertragung nach Rom ist schon oben (S. 1285) berührt worden; de Rossi glaubt, dass diese in dem fehlerhaften und in den Handschriften verschieden

lautenden Satze des letzten Capitels gestanden habe und ausgefallen sei, wo eine Handschrift saec. IX. in Verona hat: *post duos annos cum venissent.* Verehrt wurden sie schon nach dem Mart. Hieron. cod. Bern. *ad Celio monte*, wo vielleicht schon damals eine Kirche der 4 Gekrönten stand, nach der Vermuthung von de Rossi an der Stelle, wo die Leichen der 4 cornicularii gelegen hatten. Schon im 5. Jahrhundert war die Benennung 'Quatuor coronati', die in unserer Legende noch fehlt, gebräuchlich.

Diese, von reichster archaeologischer Kenntniss und Gelehrsamkeit getragene, in sorgsamster vorsichtiger Argumentation durchgeführte Abhandlung ist ungemein gewinnend, allein das darf uns nicht blind machen gegen ihre Schwächen und die in der Sache selbst liegenden Schwierigkeiten. In scharfem Gegensatz gegen de Rossi steht die, in Anlehnung an den schon oben S. 1288 erwähnten Aufsatz geschriebene Abhandlung von Edmund Meyer 'Über die Passio Sanctorum Quatuor Coronatorum' (Wissenschaftl. Beilage zum Progr. des K. Luisen-Gymn. Berlin 1886), worin er auch die Arbeit von C. Erbes: 'Die h. Vier Gekrönten und ihre Geschichte' (Zeitschr. f. Kirchengesch. V, 466–487) bespricht. Von ihm ist nun meines Erachtens das Gewicht der kirchlichen Tradition zu gering angeschlagen; ich kann mir nicht vorstellen, dass nur aus Anlass einer aus Pannonien gebrachten Legende der Cult entstanden, die vermeintlichen Gebeine gefunden und übertragen wären; im Mittelalter, als man mit diesen Dingen Speculationen auf Geldgewinn durch Wallfahrten verband und die Stifter sich damit den Rang abzulaufen suchten, ist dergleichen oft genug geschehen, aber nicht in so früher Zeit, wo man es damit noch sehr ernsthaft nahm.

Bedenklicher erscheint der Umstand (S. 11), dass, wie bereits C. Erbes und A. von Gutschmid festgestellt hatten, nach der verbesserten Anordnung der Jahre bei Hieronymus der Bischof Tyrannus schon 302 auf Cyrill gefolgt ist, und dass bei diesem ferner Eusebius ganz unmöglich die Erwähnung seines Exils um Christi willen hätte unterlassen können. Dem gegenüber aber belehrt mich A. Harnack, dass die letzten Bücher der Kirchengeschichte des Eusebius in einem so fragmentarischen Zustande auf uns gekommen sind, dass da ein solches Argumentum a silentio nicht anwendbar ist, und dass unsere Kenntniss gerade dieses Zeitraums eine sehr mangelhafte ist, weil Eusebius, wie er selbst sagt, wegen der grossen Wirren in der Kirche und der heftigen Bekämpfung der Bischöfe unter einander, vor der Verfolgung sehr wenige und ungenaue Nachrichten gibt. Wir brauchen also nicht zu dem verzweifelten Mittel der so unwahrscheinlichen späteren Einschiebung von Antiochia unsere Zuflucht zu nehmen.

beobachten kann, aber vorzüglich die Katastrophe des doch eigentlich wohlmeinenden Tribunen Lampadius, der auf seinem Tribunal von Wahnsinn ergriffen stirbt, kann nicht gut auf dem Bericht eines Zeitgenossen beruhen.

Hier finden wir schon die spätere Legendenpoesie, welche durchweg an einem inneren Widerspruche krankt: es geschehen Wunder, welche mit Nothwendigkeit die Bekehrung der Anwesenden und die Rettung der Märtyrer zur Folge haben müssten, aber dann wären sie ja keine Blutzeugen geworden, und deshalb vollzieht sich schliesslich die Hinrichtung ganz ungehindert. So ist es auch in diesem Falle; dass aber nun die Arbeiter lebend in Bleisärge eingeschlossen und so in den Fluss gestürzt werden, ist wiederum eine Fabel, welche allem Rechtsbrauch der Zeit widerspricht.

Dazu kommt ausser anderen chronologischen Schwierigkeiten und Widersprüchen die seltsame Verknüpfung mit einer anderen römischen Legende nebst der Erwähnung des h. Sebastian und des Papstes Melchiades oder Miltiades, welche hier chronologisch unmöglich sind. Diese Verknüpfung aber ist unlösbar, auch die Sprache ganz gleichartig, und es bleibt also nichts übrig, als eine spätere Abfassung auf Grund einer überlieferten, ziemlich gleichzeitigen Niederschrift anzunehmen. Denn bei bloss mündlicher Überlieferung würden sich nicht die Umstände erhalten haben, welche gerade für uns am werthvollsten sind, wie sie ja auch aus den jüngeren Gestaltungen der Legende vollständig verschwunden sind.

Trotz dieser Schwierigkeiten erschien mir doch die Legende des Abdrucks in hohem Grade würdig, und sie erschien im Februar 1853 in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie, mit einem Nachwort von TH. G. VON KARAJAN. Dieser hob darin den Werth der Legende nachdrücklich hervor und behauptete ihre Glaubwürdigkeit; die Vorfälle in den Steinbrüchen setzte er in das Jahr 294, wo Diocletian sich in Sirmium aufgehalten hat; dass er im folgenden Jahre nach Rom gekommen sei, hielt er nicht für unmöglich.

Den Bischof Cyrill von Antiochia, welcher nach der Legende seit drei Jahren als Strafgefangener in den Steinbrüchen sich befand und schon viele Schläge um Christi willen erduldet hatte, der dann den Simplicius taufte, fand er bei Eusebius wieder; nach dem Tode der Märtyrer war er gestorben; wenn aber erst 306 sein Nachfolger Tyrannus eingesetzt wurde, so liess sich das leicht durch die Zeit der Verfolgung erklären. Da er nun auch in einem Citat von Ev. Matth. 10, 39 den von der Vulgata abweichenden Ausdruck der Itala (welcher sich aber in den älteren Handschriften nicht findet) wahrnahm, glaubte er mit Bestimmtheit annehmen zu dürfen, dass die

Flexionen der Worte das Gefühl verloren hatte und in späteren Abschriften immer mehr geglättet ist, mit häufiger Verwechselung der Vocale e und i, o und u, der Consonanten b und v, was freilich auch dem Schreiber des achten Jahrhunderts zugeschrieben werden kann.

Die Pariser Handschrift Lat. 10861 (Suppl. lat. 778) ist eine Legendensammlung, die nach einer Eintragung des 13. oder 14. Jahrhunderts früher der Kirche S. Petri Belvacensis gehört hat. Sie ist nach dem sehr competenten Urtheil von Br. Krusch (Neues Archiv XVIII, 594), mit welchem ich vollkommen übereinstimme, im achten Jahrhundert geschrieben in einer sehr alterthümlichen, mit Majuskeln und Cursivformen gemischten angelsächsischen Schrift, wie die beiliegende Photographie von fol. 80 zeigt. Auch die Abkürzungen, besonders d. d. für 'dixerunt', sind sehr alterthümlich. Die grösseren Initialen haben einen etwas modificirten irischen Stil und sind von rothen und schwarzen Punkten umgeben. Fehler sind nicht häufig, und meistens sehr verständig von einer ebenfalls noch sehr alten Hand verbessert, welche auch die Interpunction der karolingischen Zeit eintrug. Mehrmals ist Cladius geschrieben und u nachträglich hinzugefügt. An einigen Stellen lässt falsche Worttrennung vermuthen, dass die Vorlage noch ohne Worttrennung geschrieben war. Auskunft über einige zweifelhafte Stellen verdanke ich Hrn. Henri Lebègue in Paris.

Da ich eine irgend genügende Ausgabe ohne Kenntniss der von de Rossi erwähnten alten Handschriften doch nicht bieten konnte, habe ich Varianten nur angeführt, wo sie irgend eine sachliche Bedeutung hatten, nicht allein die glättende Überarbeitung zeigten; ausserdem sind nur die für den Abdruck verbesserten augenscheinlichen Fehler der Handschrift angemerkt. Die Vergleichung einer Handschrift der Bollandisten in Brüssel aus dem neunten Jahrhundert verdanke ich W. Arndt; einmal in dieser, und zweimal in der Pariser Handschrift kommt für 'Asclepius' der Name 'Scolafius' vor, eine populäre Entstellung des Namens, welche E. Dümmler auch in karolingischer Zeit begegnet ist. Übrigens nähert sich diese Handschrift mehr dem gewöhnlichen Text. Die Eintheilung in Capitel habe ich aus der früheren Ausgabe beibehalten.

f. 75b col. 2.

INCIPIT PASSIO SANCTORUM SIMPRONIANI, CLAUDII, NICOSTRATI, CASTORII[1] ET SIMPLICII.

Tempore quo Dioclitianus perrexit Pannoniis ad metalla[2] diversa sua praesentia de montibus abscidenda, factum est dum omnes artifices metalli congregaret, invenit inter eos magnae peritiae artis inbutos

[1] Castori.
[2] metella.

der Papst Gajus genannt, und der Befehl wegen des Jahrtages Gelasius zugeschrieben wird, doch nicht in allen Handschriften. Es scheint das auf einer beabsichtigten Correctur der Überlieferung zu beruhen.

Der Name 'Porfirius' als der des Verfassers fand sich auch noch in einer anderen Handschrift, genauere Nachricht aber in der Pariser Handschrift Lat. 10861, welche durch de Rossi zuerst bekannt geworden ist; er schreibt sie hier, wohl nur durch ein Versehen, dem 11. Jahrhundert zu, sie gehört aber vermuthlich dem 8. an. Hier steht am Schlusse: *censualis a gleba actuarius nomine Porfyreus gestam scripsit.* Diese Bezeichnung bezieht de Rossi auf den von Diocletian angeordneten Kataster, welcher von Galerius 305 und 306 durchgeführt wurde; in ihm mit Meyer einen späteren Beamten einer bleibend gewordenen Behörde (von der wir nichts wissen) zu sehen, ist mir sehr bedenklich: wohl nur der frische Eindruck der in Pannonien ihm zugetragenen Geschichte konnte den Actuar zu solcher Schriftstellerei begeistern.

Mit vollem Recht bemerkt de Rossi, dass eine solche Bezeichnung im Mittelalter undenkbar wäre, also auf ältester Überlieferung beruhen müsse, bezieht aber diese Autorschaft, obgleich sie am Schlusse steht, nur auf den ersten Theil. Die Verbindung beider sei später geschehen und vermuthlich mit einer Überarbeitung der pannonischen Legende verbunden. Da hier noch nicht die Namen der cornicularii genannt werden, sei der Text älter als das kleine römische Martyrologium aus dem Anfang des 8. Jahrhunderts, welches die angeblich einem heiligen Manne offenbarten Namen schon kennt.

Dass die Nachrichten aus Pannonien den Anfang der Verfolgung (303) schon voraussetzen, sagt er ferner, ist sicher, und für Cyrill wird 305 ein Nachfolger eingesetzt. Diese Übereinstimmung der Umstände kann nicht zufällig sein; gerade 307 brach Galerius nach Rom auf, welches er freilich nicht erreichte. Im ältesten Text, meint er, war vielleicht der Kaiser gar nicht genannt; weil aber in der späteren Auffassung die ganze zehnjährige Verfolgung Diocletian zugeschrieben wurde, für dessen Prachtbauten auch die Arbeiten bestimmt waren, sei sein Name anstatt des Galerius eingeschoben. Unmöglich ist aber die Verbindung mit dem zweiten Theil; Sebastian gehört in den Anfang der Regierung Diocletian's, und diese Geschichte muss daher einer früheren Zeit zugeschrieben werden. Die Verbindung aber und die Aufnahme in den Kalender von 354 (freilich zum 9. November) kann nur erklärt werden durch die Nachbarschaft der Gräber, welche Ado u. a. erwähnen und von wo sie ja auch durch Leo IV. gemeinsam übertragen werden. Die Nothwendigkeit ihrer Übertragung nach Rom ist schon oben (S. 1285) berührt worden; de Rossi glaubt, dass diese in dem fehlerhaften und in den Handschriften verschieden

Wattenbach: Über die Legende von den heiligen Vier Gekrönten.

WATTENBACH: Über die Legende von den heiligen Vier Gekrönten.

WATTENBACH: Über die Legende von den heiligen Vier Gekrönten.



homines nomine Claudium, Castorium, Simpronianum[1] et Nicostratum, mirificos in arte quadrataria. Hii oculte christiani erant, custodientes mandata dei, et quidquid artis operabantur in sculptura, in nomine domini Jesu Christi sculpebant. Ventum est quodam die inperante Dioclitiano, ut simulacrum Solis cum quadriga ex lapide Taso[2] artifices cum omni argumento, currum, e*quos vel omnia, ex uno[3] lapide sculpirent. Eodem tempore omnes artifices cum phylosophis cogitare coeperunt artis huius delimare sermonem. Et cum incidissent lapidem magnum ex metallo Taso, non conveniebat ars sculpturae secundum praeceptum augusti Dioclitiani, et multis diebus erat contentio inter artifices et phylosophos. *f. 76.

Quodam die convenerunt omnes artifices sexcenti viginti duo cum phylosofis quinque ad textum lapidis et coeperunt venas lapidis perquirere, et erat mira intentio inter artifices et phylosofos. Eodem tempore Simpronianus confidens in fidem quam tenebat, dixit ad coartifices: 'Rogo vos omnes, date mihi fiduciam et ego invenio cum condiscipulos meos Claudium, *Simplicium, Nicostratum et Castorium'. Et quaerens venam metalli coepit sculpire in nomine domini Jesu Christi artem, et bene consequebatur sculptura, et secundum praeceptum augusti facta est sculptura sigilli Solis in pedibus viginti quinque. *f. 76 col. 2.

Hoc autem nuntiatum est Dioclitiano augusto et laetificatus est. Eadem hora ibidem in partis[4] Pannoniae praecepit aedificare templum in loco qui appellatur ad montem pinguem[5]. Et ibidem constituit et posuit simulacrum et deauravit. Et coepit in eodem loco sacrificiis et unguentis et odoribus laetare[6], et dedit dona magna artificibus. Eodem tempore dilectatus in artem, nimio amore captus praecepit ut ex metallo porfyritico columnas vel capitella columnarum ab artificibus inciderentur. *Et vocavit ad se Claudium, Simpronianum, Nicostratum et Castorium et Simplicium, quos cum gaudio suscipiens dixit ad eos: Desidero peritiam[7] artis vestre capitella columnarum ex monte porfyritico incidi. *f. 76'.

2. Et ex praecepto abierunt cum multitudine artificum et phylosofis. Venientibus autem ad montem porfyreticum qui[8] dicitur igneus, coeperunt incidere lapidem in pedibus XL. Claudius autem omnia in

---

[1] Andere: Symphorianus.
[2] tasu (unten nicht); die übr. thaso.
[3] hoc in anderen Hss.
[4] Die anderen älteren Hss. haben partes.
[5] pinguiem.
[6] Al. laetari. Benndorf vermuthete litari.
[7] per, was leicht ausfallen konnte, findet sich nur im Tergest. saec. XIV. In den anderen pericia, aber im Bern. mit ausgekratztem m.
[8] Alle übr. in loco qui.

nomine domini Jesu Christi faciebat. Et bene sequebatur eum ars. Simplicius autem qui erat gentilis, omnia quaecumque faciebat non erat[1] convenientia. Quodam die dixit ad Simplicium Nicostratus: 'Frater, quomodo tibi ferramentum tuum confrangitur?' Dixit Simplicius: 'Rogo te, tempera mihi, ut non confrangatur'. *Respondit Claudius et dixit: 'Da mihi omnem ingenium artis'. Et dum dedisset omnem sculpturam ferri, dixit Claudius: 'In nomine domini Jesu Christi, sit hoc ferrum forte et sanum ad facienda opera'. Et ab eadem ora coepit Simplicius omnem artem quadratariam cum ferramenta sua[2], sicut Simpronianus bene et recte operare. Tunc Simplicius miro amore et studio coepit inquirere a Simproniano, quod esset genus temperamenti, quia numquam frangebantur argumenta ferramentorum, quod ante non ita erant. Dicit ei Simpronianus una cum Claudio: 'Ergo frater miraris in temperatione ferramentorum? Operator qui est omnium, ipse facturam suam confortavit'. Respondit Simplicius ad Simpronianum: *'Num quid deus Jovis ipse non fecit omnia haec?' Respondit Claudius: 'Frater, age penitentiam, quia[3] blasphemasti, nesciens quid loquaris. Deus quem nos confitemur, ipse omnia creavit, et Jesus Christus filius eius dominus noster, et spiritus sanctus. Nam quem tu dicis deum, quare non cognoscis quia ex nostris manibus sculpitur? Nescis quia et solem quem nos per sculpturam artis fecimus, et ipsud[4] nihil est?'

*f. 76' col. 2.

*f. 77.

Eadem die ipsis altercantibus iussit Dioclitianus augustus ex metallo porfyritico concas sigillis ornatas cavari. Tunc Simpronianus, Claudius, Castorius et Nicostratus coeperunt in nomine Christi cavare[5] concas et lacus cum sigillis et cantharis cum magna tenuitate artis.

Simplicius vero quidquid in artem misisset manum confrangebatur. Tunc dixit ad Simpronianum: 'Adiuro te *per deum Solem ut dicas mihi, quis est iste deus, qui omnia creavit, in cuius nomine vos artem bene operamini'. Respondens[6] Claudius ad Simplicium dixit: 'Placitum est in sensu et visu oculorum tuorum quae nos facimus?' Respondit Simplicius et dixit: 'Video nescio quam[7] praecationem[8] quam occulte praecatis; declarate mihi hanc praecationem dei vestri, ut et me vobiscum fruamini amicitiam'[9]. Dicit ei Claudius: 'Et est in te pura amicitia?' Respondit Simplicius: 'Vere pura, nam

*f. 77 col. 2.

1 Dieselben: erant.
2 So auch Boll. u. Bern.
3 qui von erster Hand.
4 So auch Boll.
5 cauere.
6 Abgekürzt R. wie hier gewöhnlich.
7 quem, auch Boll. von erster Hand.
8 So hier und im folgenden auch Bern., sonst praedic.
9 ut meam vobiscum fruamini amicitiam Boll.

et vos cognovistis ecce intra quindecim annos qualiter vobiscum operatus sum'. Dicit ei Simpronianus: 'Si potes credere, dicimus tibi, et artem consequeris, et vitam aeternam habebis'. Respondit Simplicius: 'Desiderio meo desideravi scire deum vestrum et supplico vobis'. Dicit ei Claudius: 'Ecce hoc est quod dicimus tibi fideliter, ut credas dominum Jesum Christum dei filium *et baptismum recipias et omnia ministrabuntur tibi'. Respondit Simplicius: 'Ergo nolite tardare, ut vobiscum unianimis sim et in arte et in religione'. Et coeperunt quaerere sacerdotem. Et invenerunt episcopum in custodia carceris religatum nomine Quirillum[1] de Antiochia adductum pro Christi nomine vinctum, qui iam multis verberibus fuerat maceratus in tribus annis. Ad quem venientes noctu Simpronianus, Claudius, Nicostratus et Castorius unacum Simplicio, quem invenerunt in catenis constrictum cum aliis multis confessoribus. Et ingressi ad sanctum Quirillum miserunt se ad pedes eius et rogaverunt eum ut baptizaret Simplicium. Cumque hoc audisset beatus Quirillus, gaudio repletus dixit ad Simplicium: 'Fili, vide si ex toto corde credis, et omnia ministrabuntur tibi'. *f. 77'.

*Et respondentes Claudius, Simpronianus, Nicostratus et Castorius dixerunt sancto Quirillo rem gestam de ferramentis quid obvenisset. Et tunc sanctus Quirillus gratias agens deo omnipotenti, dixit ad Simplicium: 'Fili, vidisti virtutem in operatione vestra, modo tantum fideliter crede'. Respondit Simplicius cum lacrimis et dixit: 'Et quomodo iubetis ut ostendam credulitatem meam?' Dixit sanctus Quirillus: 'Ut credas Christum creatorem omnium rerum et omnia simulacra manu facta respuas'. Respondit Simplicius: 'Et ego credo quia vere ipse est deus verus Christus Jesus'. Et facto secundum consuetudinem[2] baptizavit eum in nomine patris et filii et spiritus sancti in carcere, et dimisit eos et reversi sunt ad opera sua. *f. 77' col. 2.

3. Et coeperunt cavare concas ex lapide porfyretico cum sigillis et herba cantis[3]. Et in qua hora mittebant manus suas ad opera, in nomine Jesu Christi *operabantur cum signo crucis. Unus autem de fylosofis intuens et videns quomodo sine signo crucis nihil faciebant, sed utebantur omni ora[4] signum Christi in opere, contristatus est vehementer et dixit ira plenus: 'Hoc genus magicae artis est, quod signum nescio quod ad crudelitatem pertinet, et per ipsud[5] omnia prospera a vobis aguntur'. Respondit Claudius et dixit: 'Nescis, fylo- *f. 78.

[1] Die übr. Hss. Cir. u. Cyr.
[2] In den übr. Hss. facto eo secundum ecclesiasticam consuetudinem catecumінum, oder caticumino.
[3] Acanthusblättern, was in anderen Hss. verschiedentlich entstellt ist.
[4] D. i. hora; signum auch Boll.
[5] So auch Boll.

sofe, quia hoc signum, quod fuit ad crudelitatem, ad vitam perducit aeternam qui credit in eum?' Respondit phylosophus: 'Non potest crudelitas[1] mortis ad vitam perducere, sed quantum ad vitam[2] per abstinentiam temporalem potest perveniri'. Respondit Claudius et dixit: 'Deus dominus Jesus Christus ipse dixit: Qui invenit animam suam perdet[3] eam, et qui perdiderit animam suam propter me[4], inveniet eam'. Respondit phylosophus: 'Ergo et vos Christum *sequimini colentes eum?' Respondit Claudius: 'Vere in ipsius signo et virtute omnia opera manuum nostrarum facimus, quia sic nos docuit doctor gentium beatus Paulus apostolus dicens: Quidquid facitis, in nomine domini facite'. Respondit phylosophus: 'In cuius nomine domini?' Dixit Simpronianus: 'In nomine domini nostri Jesu Christi'. Dixit ad eum philosofus: 'Et si ipse est deus aut dominus, quomodo morti subiacuit?' Respondit Simpronianus: 'Bene dicis quia morti subiacuit; tamen si scis quia mortuus est, quia surrexit, cognitum tibi non est?'

*f. 78 col. 2.

His ita altercantibus multi ex artificibus quadratariis crediderunt in verbis et doctrinis beati Simproniani. Et dixerunt ad alterutrum: 'Melius nobis est ut in arte iuvemur et fortes esse possimus[5] per eius nomen qui mortuus est et resurrexit'.

*f. 78'.

4. Eodem tempore iuvente Dioclitiano perfectae sunt *concae porfyreticae cum malis et herba cantis per manus Claudii, Simproniani, Nicostrati et Castorii. Et allata ante conspectum Dioclitiani augusti. Et placuerunt omnia, et dona multiplicavit Simproniano, Claudio, Castorio et Nicostrato. Tunc Dioclitianus dixit: 'Volo columnas cum capita foliata[6] abscidi de monte porfyretico, dictantibus Claudio, Simproniano, Nicostrato et Castorio'.

Hoc audientes phylosofi indignati sunt vehementer, et[7] quidem iussio Dioclitiani urguebat. Accedentes[8] autem ad montem designaverunt partem lapidis qui incideretur. Tunc oraverunt et fecerunt signum crucis Christi ✝. Et dictantes et dolantes coeperunt artifices quadratarii incidere lapidem ad collyrium[9] columnae. Et operabantur cotidie per menses tres.

---

[1] credulitas, mit meinen übr. Hss. crudelitas Boll. durch Correctur.

[2] aeternam setzen die übr. Hss. hier und vorher hinzu, Boll. nur an der früheren Stelle.

[3] perdit. Der von der Vulg. Matth. 10, 39 abweichende Nachsatz 'in vitam eternam custodit eam' findet sich nur im Goth.

[4] pr. me fehlen.

[5] possemus.

[6] So auch Boll., wo es verbessert ist; cum capitellis foliatis Bern.

[7] et fehlt.

[8] Accidentes.

[9] Über dieses Wort handelt Benndorf S. 351.

*Explicita una columna mirifica arte perfecta, dixerunt phylosofi ad Claudium, Simpronianum, Nicostratum et Castorium et Simplicium: 'Vos qui dono locupletati estis, date operam in alia columna incidenda. Quare a nobis discere desideratis artem?' Respondentes hii quinque, uno ore dixerunt: 'In nomine domini nostri Jesu Christi, in quem confidimus, et hanc aliam columnam operabimur[1], sicut et priorem'. Et dantes operam[2] cum summo studio intra dies viginti et sex inciderunt aliam columnam. Tunc phylosophi indignantes dixerunt: 'Haec carmina non sunt nisi magicae artis'. Ita sculpentes facturas diversi operis, dabant studium, et bene sequebatur ars consilio[3] eorum, qui nihil per peritiam artis phylosofiae faciebant, nisi in nomine Christi *operabantur nitide[4]. Hoc videntes phylosofi suggestionem[5] dederunt Dioclitiano augusto dicentes: 'Summe princeps et ornator saeculi! Magnum consilium praecepti vestri et mansuetudinis in opera montis designati, ut lapis praetiosus incidatur ad mirificum ornamentum rei publicae vestrae et multa opera clara facta est[6] in columnarum metallo miroque labore serenitatis vestrae'. Dioclitianus augustus dixit: 'Vere dilector peritiam[7] horum hominum', et fecit omnes quinque aspectibus suis praesentari; quibus laetus ita dixit: 'Per virtutem deorum, quia sublimabo vos divitiis et donis. Tantum sigilla praecidite de monte hoc porfyretico. Et iussit Victorias[8] et Cupidines et concas iterum fieri, maxime Asclepium.

* f. 78' col. 2.

* f. 79.

5. Et fecerunt concas, Victorias, Cupidines, *et Asclepii simulacrum non faciebant. Et post aliquantos dies optulerunt opera sua in diversa ornamenta sigillorum. Similiter laetificatus est Dioclitianus peritiae[9] artis quadratariae, et dixit Dioclitianus augustus ad Claudium, Simpronianum, Nicostratum, Castorium et Simplicium: 'Gaudeo in studio artis vestrae; tamen quare non ostendistis amorem[10], ut deum Asclepium cunctarum sanitatum doloretis? Pergite cum pace et date operam in hoc simulacro, et leones fundentes aquam et aquilas et cervos et gentium multarum similitudinem operamini'. Et ipsa hora fecerunt secundum consuetudinem, et operati sunt omnia excepto simulacro Asclepii. Post menses vero IIII dederunt suggestionem Dio-

* f. 79 col. 2.

---

[1] fehlt; in anderen Hss. operamur und operabimur.
[2] opera.
[3] So auch Boll. und Tergest., sonst consilia und consilium.
[4] nitidae.
[5] suggestione.
[6] So auch Boll., Bern. und Mombr., sonst sunt.
[7] al. delector peritia.
[8] victurias.
[9] de peritia die übr.
[10] am. meum die übr.

*f. 79' clitiano augusto phylosophi, ut videret opera artificum *et iussit omnia in campo adferri. Et dum illata[1] fuissent, Asclepius[2] non est praesentatus secundum praeceptum Dioclitiani. Et dum nimio amore ipsum requireret, suggestionem dederunt phylosophi dicentes: 'Piissime[3] caesar et semper auguste, qui omnes homines diligis, et es pacis amicus: sciat mansuetudo tua, quia hii[4] quos diligis christiani sunt, et omne quidquid eis imperatum fuerit in nomine Christi faciunt'. Respondit Dioclitianus augustus dicens: 'Si omnia opera eorum in nomine Christi magnifica esse cognoscuntur, non est crudele sed magis gloriosum'. Responderunt phylosofi dicentes: 'Ignoras piissime, quia praecepto[5] pietatis tuae non oboediunt conscientia crudeli, et ideo noluerunt artis munificentiam in aedificatione simulacri dei Asclepii[6] *f. 79' col. 2. ostendere'. Respondit Dioclitianus dicens: *'Deducantur ad me isti viri'. Et cum vocati fuissent Claudius, Simpronianus, Castorius, Nicostratus et Simplicius, dixit ad eos Dioclitianus: 'Scitis quo affectu[7] et gratia vos diligerit mansuetudo nostra et pio amore vos foverim; quare non oboedistis praeceptis nostris, ut sculpiretis de metallo porfyretico deum Asclepium?' Respondit Claudius: 'Pie semper auguste[8]! nos semper oboedivimus pietati vestrae[9], et servimus[10] claritati tuae. Imaginem vero hominis miserrimi numquam faciemus, quia sic scriptum est: Similes[11] illis fiant qui faciunt ea, et omnes qui confidunt in eis[12]'. Tunc exarserunt phylosofi adversus eos, dicentes ad Dioclitianum: 'Piissime semper auguste, vides perfidiam quomodo pietati vestrae superbo sermone locuntur?' Dioclitianus augustus dixit: *f. 80. *'Non execrentur periti artifices, sed magis colantur[13]'. Phylosofi dixerunt: 'Ergo serviant praeceptis pietatis vestrae, aut nos invenimus[14], qui faciant secundum voluntatem clementiae vestrae'. Dioclitianus augustus dixit: 'Inveniuntur doctiores huius artis?' Phylosophi dixerunt: 'Nos procuravimus[15] viros religione suffultos'. Dioclitianus

---

1 allata die übr.
2 Asclepeus.
3 Piissimae.
4 hos.
5 praecepta.
6 scolafii. Nach ost. steht hier und überall mit Ausnahme des Goth. ein unverständliches imaginem.
7 effectu.
8 augustae.
9 tuae 2 Münch.
10 servivimus die übr.
11 Similis.
12 Ps. 134, 18.
13 consolentur die übr.
14 inveniemus dieselben.
15 procurabimus dieselben, beides wahrscheinlich richtig.

dixit: 'Si de hoc metallo procuraveritis[1] ut deum Asclepium[2] faciant, et hos sacrilegii paena constringet[3] et illi magni erunt apud nostram mansuetudinem'.

6. Tunc coeperunt phylosofi contra Claudium, Simpronianum, Nicostratum, Castorium et Simplicium habere altercationem: 'Quare non in arte vestra praeceptis piissimi augusti Dioclitiani oboeditis et facitis voluntatem eius?'* Claudius dixit: 'Nos non blasphemamus creatorem nostrum, et nos ipsos non confundimus, ut rei inveniamur in conspectu eius'. Phylosofi dixerunt: 'Claruit quia christiani estis'. Dixit Castorius: 'Vere christiani sumus'. Tunc phylosofi elegerunt alios artifices quadratarios et fecerunt sculpientes Asclepium ex metallo proconisso. Et protulerunt ante phylosophos post dies triginta et unum. Phylosofi nuntiaverunt Dioclitiano augusto Asclepium perfectum. Et iussit Dioclitianus deferri simulacrum ante conspectum suum. Et cum vidisset simulacrum, miratus est et dixit: 'Hoc artis ingenium ipsorum est, qui nobis in arte sculpturae placuerunt'. Phylosofi dixerunt: 'Sacratissime princeps et semper auguste! Hos quos declarat serenitas vestra in arte quadrataria peritissimos esse, id est Claudium, Simpronianum, Nicostratum*, Castorium et Simplicium, innotescat mansuetudini vestrae, eos sacrilegos christianos esse, et per incantationum carmina omne genus humanum sibi humiliari'. Dioclitianus augustus dixit: 'Si praeceptis iustitiae non oboedierint et vera est locutio suggestionis vestrae, ferant sententiam sacrilegii'. Et iussit cuidam tribuno Lampadio nomine, sub moderatione verborum eos cum phylosofis audiri, dicens: 'Juxta[4] examinationem eos proba, et inter quos inventa fuerit quaerilla falsi testimonii, reatus poena feriatur'. Eodem tempore Lampadius tribunus iussit ante templum Solis in eodem loco tribunal parari, et omnes artifices collegi, et Simpronianum, Claudium, Nicostratum, Castorium et Simplicium, et phylosofos, ad quos publice et clara *voce Lampadius tribunus dixit: 'Domini piissimi principes[5] hoc iubentes[6] dixerunt, ut veritate a nobis cognita inter phylosophos et magistros, Claudium, Simpronianum, Castorium, Nicostratum et Simplicium clarescat, si vera accusatio esset inter partes'. Clamaverunt omnes artifices quadratarii invidiose moniti a filosophis[7]: 'Per salutem piissimi caesaris, tolle sacrilegos, tolle magos!'

* f. 80 col. 2.

* f. 80' col. 1.

* f. 80' col. 2.

---

[1] procuraveretis.
[2] scolafium; Boll. scolaphium.
[3] constringit.
[4] So auch Boll., die übr. iusta examinatione.
[5] die übr. imperatores.
[6] iuuentes.
[7] filosophus.



homines nomine Claudium, Castorium, Simpronianum[1] et Nicostratum, mirificos in arte quadrataria. Hii oculte christiani erant, custodientes mandata dei, et quidquid artis operabantur in sculptura, in nomine domini Jesu Christi sculpebant. Ventum est quodam die inperante Dioclitiano, ut simulacrum Solis cum quadriga ex lapide Taso[2] artifices cum omni argumento, currum, e*quos vel omnia, ex uno[3] lapide sculpirent. Eodem tempore omnes artifices cum phylosophis cogitare coeperunt artis huius delimare sermonem. Et cum incidissent lapidem magnum ex metallo Taso, non conveniebat ars sculpturae secundum praeceptum augusti Dioclitiani, et multis diebus erat contentio inter artifices et phylosophos. *f. 76.

Quodam die convenerunt omnes artifices sexcenti viginti duo cum phylosofis quinque ad textum lapidis et coeperunt venas lapidis perquirere, et erat mira intentio inter artifices et phylosofos. Eodem tempore Simpronianus confidens in fidem quam tenebat, dixit ad coartifices: 'Rogo vos omnes, date mihi fiduciam et ego invenio cum condiscipulos meos Claudium, *Simplicium, Nicostratum et Castorium'. Et quaerens venam metalli coepit sculpire in nomine domini Jesu Christi artem, et bene consequebatur sculptura, et secundum praeceptum augusti facta est sculptura sigilli Solis in pedibus viginti quinque. *f. 76 col. 2.

Hoc autem nuntiatum est Dioclitiano augusto et laetificatus est. Eadem hora ibidem in partis[4] Pannoniae praecepit aedificare templum in loco qui appellatur ad montem pinguem[5]. Et ibidem constituit et posuit simulacrum et deauravit. Et coepit in eodem loco sacrificiis et unguentis et odoribus laetare[6]. et dedit dona magna artificibus. Eodem tempore dilectatus in artem, nimio amore captus praecepit ut ex metallo porfyritico columnas vel capitella columnarum ab artificibus inciderentur. *Et vocavit ad se Claudium, Simpronianum, Nicostratum et Castorium et Simplicium, quos cum gaudio suscipiens dixit ad eos: Desidero peritiam[7] artis vestre capitella columnarum ex monte porfyritico incidi. *f. 76'.

2. Et ex praecepto abierunt cum multitudine artificum et phylosofis. Venientibus autem ad montem porfyreticum qui[8] dicitur igneus, coeperunt incidere lapidem in pedibus XL. Claudius autem omnia in

[1] Andere: Symphorianus.
[2] tasu (unten nicht); die übr. thaso.
[3] hoc in anderen Hss.
[4] Die anderen älteren Hss. haben partes.
[5] pinguiem.
[6] Al. laetari. Benndorf vermuthete litari.
[7] per, was leicht ausfallen konnte, findet sich nur im Tergest. saec. XIV. In den anderen pericia, aber im Bern. mit ausgekratztem m.
[8] Alle übr. in loco qui.

*f. 79' clitiano augusto phylosophi, ut videret opera artificum *et iussit omnia in campo adferri. Et dum illata[1] fuissent, Asclepius[2] non est praesentatus secundum praeceptum Dioclitiani. Et dum nimio amore ipsum requireret, suggestionem dederunt phylosophi dicentes: 'Piissime[3] caesar et semper auguste, qui omnes homines diligis, et es pacis amicus: sciat mansuetudo tua, quia hii[4] quos diligis christiani sunt, et omne quidquid eis imperatum fuerit in nomine Christi faciunt'. Respondit Dioclitianus augustus dicens: 'Si omnia opera eorum in nomine Christi magnifica esse cognoscuntur, non est crudele sed magis gloriosum'. Responderunt phylosofi dicentes: 'Ignoras piissime, quia praecepto[5] pietatis tuae non oboediunt conscientia crudeli, et ideo noluerunt artis munificentiam in aedificatione simulacri dei Asclepii[6] *f. 79' col. 2. ostendere'. Respondit Dioclitianus dicens: *'Deducantur ad me isti viri'. Et cum vocati fuissent Claudius, Simpronianus, Castorius, Nicostratus et Simplicius, dixit ad eos Dioclitianus: 'Scitis quo affectu[7] et gratia vos diligerit mansuetudo nostra et pio amore vos foverim; quare non oboedistis praeceptis nostris, ut sculpiretis de metallo porfyretico deum Asclepium?' Respondit Claudius: 'Pie semper auguste[8]! nos semper oboedivimus pietati vestrae[9], et servimus[10] claritati tuae. Imaginem vero hominis miserrimi numquam faciemus, quia sic scriptum est: Similes[11] illis fiant qui faciunt ea, et omnes qui confidunt in eis[12]'. Tunc exarserunt phylosofi adversus eos, dicentes ad Dioclitianum: 'Piissime semper auguste, vides perfidiam quomodo pietati vestrae superbo sermone locuntur?' Dioclitianus augustus dixit: *f. 80. *'Non execrentur periti artifices, sed magis colantur[13]'. Phylosofi dixerunt: 'Ergo serviant praeceptis pietatis vestrae, aut nos invenimus[14], qui faciant secundum voluntatem clementiae vestrae'. Dioclitianus augustus dixit: 'Inveniuntur doctiores huius artis?' Phylosophi dixerunt: 'Nos procuravimus[15] viros religione suffultos'. Dioclitianus

[1] allata die übr.
[2] Asclepeus.
[3] Piissimae.
[4] hos.
[5] praecepta.
[6] scolafii. Nach ost. steht hier und überall mit Ausnahme des Goth. ein unverständliches imaginem.
[7] effectu.
[8] augustae.
[9] tuae 2 Münch.
[10] servivimus die übr.
[11] Similis.
[12] Ps. 134, 18.
[13] consolentur die übr.
[14] inveniemus dieselben.
[15] procurabimus dieselben, beides wahrscheinlich richtig.

dixit: 'Si de hoc metallo procuraveritis[1] ut deum Asclepium[2] faciant, et hos sacrilegii paena constringet[3] et illi magni erunt apud nostram mansuetudinem'.

6. Tunc coeperunt phylosofi contra Claudium, Simpronianum, Nicostratum, Castorium et Simplicium habere altercationem: 'Quare non in arte vestra praeceptis piissimi augusti Dioclitiani oboeditis et facitis voluntatem eius?'* Claudius dixit: 'Nos non blasphemamus creatorem nostrum, et nos ipsos non confundimus, ut rei inveniamur in conspectu eius'. Phylosofi dixerunt: 'Claruit quia christiani estis'. Dixit Castorius: 'Vere christiani sumus'. Tunc phylosofi elegerunt alios artifices quadratarios et fecerunt sculpientes Asclepium ex metallo proconisso. Et protulerunt ante phylosophos post dies triginta et unum. Phylosofi nuntiaverunt Dioclitiano augusto Asclepium perfectum. Et iussit Dioclitianus deferri simulacrum ante conspectum suum. Et cum vidisset simulacrum, miratus est et dixit: 'Hoc artis ingenium ipsorum est, qui nobis in arte sculpturae placuerunt'. Phylosofi dixerunt: 'Sacratissime princeps et semper auguste! Hos quos declarat serenitas vestra in arte quadrataria peritissimos esse, id est Claudium, Simpronianum, Nicostratum*, Castorium et Simplicium, innotescat mansuetudini vestrae, eos sacrilegos christianos esse, et per incantationum carmina omne genus humanum sibi humiliari'. Dioclitianus augustus dixit: 'Si praeceptis iustitiae non oboedierint et vera est locutio suggestionis vestrae, ferant sententiam sacrilegii'. Et iussit cuidam tribuno Lampadio nomine, sub moderatione verborum eos cum phylosofis audiri, dicens: 'Juxta[4] examinationem eos proba, et inter quos inventa fuerit quaerilla falsi testimonii, reatus poena feriatur'. Eodem tempore Lampadius tribunus iussit ante templum Solis in eodem loco tribunal parari, et omnes artifices collegi, et Simpronianum, Claudium, Nicostratum, Castorium et Simplicium, et phylosofos, ad quos publice et clara *voce Lampadius tribunus dixit: 'Domini piissimi principes[5] hoc iubentes[6] dixerunt, ut veritate a nobis cognita inter phylosophos et magistros, Claudium, Simpronianum, Castorium, Nicostratum et Simplicium clarescat, si vera accusatio esset inter partes'. Clamaverunt omnes artifices quadratarii invidiose moniti a filosophis[7]: 'Per salutem piissimi caesaris, tolle sacrilegos, tolle magos!'

* f. 80 col. 2.
* f. 80' col. 1.
* f. 80' col. 2.

[1] procuraveretis.
[2] scolafium; Boll. scolaphium.
[3] constringit.
[4] So auch Boll., die übr. iusta examinatione.
[5] die übr. imperatores.
[6] iuuentes.
[7] filosophus.

7. Videns autem Lampadius tribunus, quia invidiose clamarent artifices, dixit: 'Causa terminata adhuc non est, quomodo possum dare sententiam?' Phylosofi dixerunt: 'Si non sunt magi, adorent deum caesaris'. Continuo iussit Lampadius tribunus Simproniano, Claudio, Castorio, Nicostrato et Simplicio: 'Adorate deum Solem, ut destruatis consilium phylosoforum'. *Qui respondentes dixerunt: 'Nos numquam adoravimus facturam manuum nostrarum, sed adoramus dominum caeli et terrae, qui est imperator perpetuus et deus aeternus, dominus Jesus Christus'. Phylosofi dixerunt: 'Ecce cognovisti veritatem, renuntia caesari'. Tunc Lampadius iussit eos retrudi in custodia publica. Post dies vero novem invento silentio renuntiavit gestum Dioclitiano augusto. Eodem die et phylosofi accusabant eos invidiose[1] principi dicentes: 'Si hii evaserint, periet cura[2] deorum'. Iratus Dioclitianus augustus dixit: 'Per Solem[3], quod si non sacrificaverint deo Soli secundum morem antiquum, et monitis non oboedierint, diversis et exquisitis eos tormentis consumam'. Mox Lampadius tribunus iussit, ut alia die in eodem loco ante templum *Solis sisterent[4]. Et dixit Lampadius tribunus: 'Introducantur ambae partes, et phylosofi et quadratarii'. Et introductis, Lampadius tribunus dixit: 'Veniant accusatores, et dicant quid eis inpugnandum sit'. Introeuntibus autem phylosofis, nomine Crisolitus phylosofus ad Lampadium tribunum dixit: 'Quod docuit intelligentia tua, quid amplius quaeris cognoscere?' Lampadius tribunus dixit ad Claudium, Nicostratum, Simpronianum, Castorium et Simplicium: 'Quod iusserunt piissimi principes, cognitum vobis est?' Dixerunt hii quinque[5]: 'Nescimus'. Et dixit illis: 'Ut sacrificemus[6] deo Soli et antiquis numinibus[7] detis honorem'. Claudius respondit: 'Nos damus honorem deo omnipotenti et Jesu Christo filio eius, in cuius nomine semper speravimus, *et post tenebras ad lucem venisse confidimus[8]'. Lampadius dixit: 'Et quae lux clara quam dei Solis?' Respondit Claudius: 'Christus qui natus est de spiritu sancto et Maria virgine, qui inluminat solem et lunam et omnem hominem venientem in hunc mundum, qui est[9] vera lux, ubi tenebrae non sunt ullae'. Lampadius tribunus dixit: 'Rogo et commoneo vos, nolite perdere tantum amorem et gratiam principis Dioclitiani. Melius ergo nostis,

*f. 81. — 1 col. 2. — *f. 81'.

[1] invidiosae.
[2] So auch Boll., die übr. cultura.
[3] Die übr. Per magnum deum S.
[4] Die übr. sisterentur.
[5] quique.
[6] Die übr. sacrificetis.
[7] numenibus.
[8] confidemus.
[9] fehlt.

quia piissimus princeps tantum gratus est omnibus hominibus, ut omnes tanto affectu veneretur, quantum fratres et filios, maxime cultores deorum'. Simpronianus una cum sociis dixit: 'Piissimus princeps tantum debet curam habere hominum, ut deum caeli non offendat[1], qui est creator omnium rerum. Nam nos curam habemus, ne pereamus in futuro saeculo, ubi ignis non extinguetur[2]'. *Lampadius tribunus considerans praeceptum Dioclitiani, iterum rettulit gestam rem Dioclitiano. Tunc Dioclitianus artem eorum considerans praecepit[3] Lampadio tribuno dicens: 'Amodo si non consenserint et sacrificaverint deo Soli, verberibus scorpionum eos adflige: si autem consenserint, deduc eos ad mansuetudinem nostram'. *f. 81' col. 2.

8. Post dies vero quinque iterum sedit in eodem loco ante templum Solis, et iussit eos sub voce praeconia introduci, et ostendi[4] eis terrores et genera tormentorum. Quibus ita locutus est, dicens: 'Audite me et evadite tormenta et estote cari et amici nobilium principum, et sacrificate deo Soli. Nam iam loqui non est apud vos sermonibus blandis'. Respondit Claudius una cum sociis cum magna fiducia dicens: *'Nos non paviscimus terrores nec blanditiis frangimur, sed timemus tormenta aeterna. Nam sciat Dioclitianus augustus[5], nos christianos esse et numquam discedere ab eius cultura'. Iratus Lampadius tribunus iussit eos expoliari et scorpionibus mactari, sub voce praeconia dicens: 'Praecepta principum contemnere nolite'. In eadem hora abreptus est Lampadius a daemonio et discerpens se expiravit, sedens in tribunal suum. Hoc audiens uxor eius et familia cucurrerunt ad phylosofos[6] cum mugitu magno, ut devulgaretur Dioclitiano. Hoc cum audisset[7] Dioclitianus, iratus est vehementer, et nimio furore plenus dixit: 'Fiant loculi plumbei, et vivi in eos recludantur, et prohiciantur in fluvio'. Tunc Nicitius[8] quidam togatus, qui adsede*bat Lampadio, fecit praeceptum Dioclitiani augusti, et fecit loculos plumbeos et vivos omnes in eos inclausit. Et praecipitari iussit in fluvio. Sanctus Quirillus episcopus hoc audiens in carcere, afflixit se, et transivit ad deum. Qui passi sunt sub die VI id. Nobembris. *f. 82. *f. 82 col. 2.

9. In ipsis diebus ambulavit Dioclitianus exinde ad Sirme. Post dies vero XL et II quidam Nicodemus christianus levavit loculos cum corpora et posuit in domo sua. Veniens vero Dioclitianus ex Sirmis

[1] offendant Benedictbh.
[2] Die übr. extinguitur.
[3] praecoepit.
[4] Die übr. ostendit.
[5] Dies. imperator tuus.
[6] phylosofus.
[7] et auf der folgenden Zeile wiederholt.
[8] Die übr. Nicetius.

post menses undecim, ingressus est Romam. Et statim iussit in termas Traianas templum Asclepii aedificari et simulacrum fieri ex lapide proconisso. Quod cum factum fuisset, praecepit omnes curas in eodem templo in praegomas[1] aeneas cum caracteribus infigi, *et iussit ut omnes militiae venientes ad simulacrum Asclepii sacrificiis et ad turificandum conpellerentur, maxime urbanae praefecturae milites. Cumque omnes ad sacrificia conpellerentur, quattuor quidam cornicularii[2] conpellebantur ad sacrificandum. Illis autem reluctantibus nuntiatum est Dioclitiano augusto, quos iussit ante ipsud simulacrum ictu plumbatarum deficere. Qui cum diu caederentur, emiserunt spiritum. Quorum corpora iussit in platea canibus iactari[3], quae etiam corpora iacuerunt diebus quinque. Tunc beatus Sevastianus noctu cum Militiadem[4] episcopum collegit corpora et sepelivit in via Labicana[5], miliario ab urbe tertio, cum sanctis aliis in arenario. Quod dum eodem tempore sed post duos annos evenisset, id est[6] sextum idus Nobembris, *et[7] nomina eorum repperire minime potuissent, iussit beatus Militiades[8] episcopus, ut sub nomina sanctorum Claudii, Nicostrati, Simproniani et Castorii[9] anniversaria dies eorum recolatur.

* f. 82' col. 1.

* f. 82' col. 2.

† censualis a gleba actuarius nomine Porfyreus gestam scripsit.

[1] So auch Boll. u. Tergest. praecomas Bern. precogas Salisb. praeconias al., was de Rossi S. 17. 18 erklärt als tabula publice praeposita a praecone, ursprünglich tabula auctionaria.

[2] Hier schieben die übrigen Handschriften die Namen ein: Severus, Severianus, Carpoforus et Victorinus.

[3] iacturi.

[4] Militiade Boll. Melciade al.

[5] Corr. aus Lauicana.

[6] Al. idem. Vergl. oben S. 1290 über de Rossi's verfehlte Lesung venissent. Bern. hat: Contigit autem ut post duos annos nomina eorum reperiri non possent. Tunc b. Melc. ep. iussit ut VI id. Nov. sub etc.

[7] ut.

[8] Melitiades Boll. Melc. al.

[9] Die übr. S. Castorii et Simplicii.

Ausgegeben am 26. November

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei

1896.
XLVIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

26. November. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Engler las: Über die geographische Verbreitung der Zygophyllaceen im Verhältniss zu ihrer systematischen Gliederung.

Die Untersuchung der morphologischen Verhältnisse der Zygophyllaceen ergiebt, dass dieselben eine alte Xerophytenfamilie sind, welche von keiner der nahestehenden Familien, den Rutaceen oder Simarubaceen, direct abzuleiten ist. Die innerhalb der Familie unterschiedenen Unterfamilien sind von verschiedenem Werth, die *Chitonioideae* und *Peganoideae* stehen von den typischen *Zygophylloideae* ziemlich weit ab, etwas mehr nähern sich die *Tetradiclidoideae* und namentlich die *Nitrarioideae* und *Balanitoideae*, welche ebenso wie die altweltlichen *Zygophylloideae* vom nordöstlichen Africa und Arabien aus sich weiter verbreitet haben.

Für die Sectionen der Gattung *Zygophyllum* erweist sich die Art und Weise, in welcher die Spaltung der inneren Membranschicht der verschleimenden Samenepidermiszellen, theils in Spiralfasern, theils in Netzfasern vor sich geht, als sehr charakteristisch. Netzfaserige Structur der inneren Membran der Samenepidermiszellen kommt auch bei den südamericanischen Arten von *Bulnesia* vor, welche Gattung *Zygophyllum* recht nahe steht, während die übrigen americanischen

Gattungen eine andere Beschaffenheit der Samenschale aufweisen. Dass die neuweltlichen Zygophyllaceen aus der Gruppe der *Zygophyllinae* mit den altweltlichen dereinst in Verbindung gestanden haben müssen, wird namentlich durch die Samenbeschaffenheit von *Bulnesia* dargethan.

Die Mittheilung erscheint in den Abhandlungen.

2. Hr. Kohlrausch legt eine Arbeit der HH. Prof. Dr. Fr. Richarz in Greifswald und Dr. Otto Krigar-Menzel in Berlin vor: »Gravitationsconstante und mittlere Dichtigkeit der Erde, bestimmt durch Wägungen«.

Die Mittheilung erfolgt umstehend.

3. Hr. Weber legte vor: Die Berechnung der Lehre. Aus dem Tibetischen übersetzt von E. Schlagintweit.

Gravitationsconstante und mittlere Dichtigkeit der Erde, bestimmt durch Wägungen.

Von

Prof. Dr. FRANZ RICHARZ und Dr. OTTO KRIGAR-MENZEL
in Greifswald in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. KOHLRAUSCH.)

Die in Spandau im Jahre 1884 auf Kosten der Königlichen Akademie der Wissenschaften und mit Unterstützung des Königlich Preussischen Kriegsministeriums, welches die Bleimasse und den Beobachtungsraum zur Verfügung stellte, begonnene Bestimmung der Gravitationsconstante und der mittleren Dichtigkeit der Erde ist nunmehr zu Ende geführt. Nachdem H. VON HELMHOLTZ in der Sitzung vom 23. März 1893[1] bereits die Resultate einer ersten Reihe von Wägungen, aus denen sich die Abnahme der Schwere mit der Höhe ergab, der Akademie vorgelegt hat, geben wir im folgenden einen kurzen Überblick über die ganze Arbeit und theilen das endgültige Resultat derselben mit. In Betreff der ausführlichen Begründungen und Ableitungen, sowie auch der Mittheilung des gesammten Beobachtungsmaterials muss auf die später erscheinende vollständige Veröffentlichung der Arbeit verwiesen werden.

I. Die bei den maassgebenden Versuchen angewandte Methode.

In unserer erwähnten früheren Mittheilung[1] hatten wir zu Eingang das Princip der ursprünglich geplanten Methode aus einander gesetzt. Da bei den definitiven Messungen aber eine wesentlich veränderte Methode zur Ausführung gelangte, wollen wir zunächst deren Sinn in Worten angeben.

Den zur Anwendung kommenden Messapparat haben wir »Doppelwage« genannt; er besteht aus einer gewöhnlichen Wage, an deren beiden Schalen vermittelst je einer Stange von 226^{cm} Länge noch eine zweite, untere Schale hängt.

Ist diese Doppelwage zunächst frei aufgestellt, so kommt für das Gleichgewicht bei Belastung in Betracht, dass die Beschleunigung durch die Schwerkraft am Orte der oberen Wageschalen einen klei-

[1] Diese Berichte 1893. S. 163. S. auch WIED. Ann. 51, S. 559, 1894.

nern Werth hat, als am Orte der unteren. An einem ersten Wägungstage befinden sich die beiden Kilogrammkugeln (vergl. diese Berichte 1893, S. 171) auf den Wageschalen links oben und rechts unten; es werden dann gewöhnliche Gauss'sche Doppelwägungen mit horizontaler Umsetzung der Massen von rechts nach links und umgekehrt angestellt. Die hieraus als Resultat folgende Gewichtsdifferenz rührt her von der Differenz der beiden Massen und von der Differenz der Schwerkraft oben und unten. Am Schluss eines solchen ersten Wägungstages wird die oben befindliche Masse nach unten, die unten befindliche nach oben gebracht, und man führt an einem zweiten Wägungstage wiederum Doppelwägungen mit Vertauschung im gleichen Niveau aus, deren Resultat von demjenigen des ersten Tages verschieden sein muss; denn während die Differenz der Massen unverändert geblieben ist, hat die Differenz der Schwere durch die verticale Umsetzung der Massen ihr Zeichen gewechselt. Subtrahirt man also die Resultate der beiden Tage, so hebt sich die Massendifferenz heraus, und es bleibt übrig die doppelte Abnahme der Schwere zwischen beiden Niveaus. Diess ist der Sinn der Gleichungen (4.) (4'.) (5.) S. 175 und 176 unserer früheren Mittheilung.

Bei den Gravitationsbestimmungen befindet sich zwischen den oberen und unteren Schalen ein nahezu würfelförmiger Bleiklotz von fast 9^{cbm} Inhalt und mehr als 100000^{kg} Masse, welcher den zwischen dem obern und untern Schalenpaar vorhandenen Platz bis auf einen kleinen Spielraum ausfüllt; die beiden erwähnten Verbindungsstangen der Wageschalen gehen durch röhrenförmige Aussparungen in der Mitte des Klotzes hindurch (näheres folgt weiter unten). Durch die Anwesenheit dieser grossen anziehenden Masse erscheint die Schwere am Orte der oberen Wageschalen um die Attraction der Bleimasse vermehrt, am Orte der unteren Wageschalen um dieselbe vermindert. Die Abnahme der Schwerebeschleunigung von unten nach oben erscheint daher um die doppelte Attraction vermindert; die Combination zweier Wägungstage mit ganz denselben Anfangsstellungen und Vertauschungen der Kilogrammkugeln, wie ohne Bleiklotz, ergibt daher jetzt statt der doppelten Abnahme der Schwere mit der Höhe ein um die vierfache Attraction des Bleiklotzes vermindertes Resultat. Aus der Vereinigung der Resultate ohne Bleiklotz und mit Bleiklotz findet man also die reine vierfache Attraction des letztern, befreit von den ungleichen Wirkungen der irdischen Schwere über und unter demselben.

Der Auftrieb der Luft, welcher am Orte der oberen Wageschalen einen erheblich andern Werth haben kann als am Orte der unteren, wurde zum grössten Theil compensirt durch zwei Hohlkugeln

aus Platin von nahezu demselben Volumen wie die Kilogrammkugeln und einer Masse von je $53^{g}318$. Diese befanden sich bei den Wägungen immer auf den von den Vollkugeln unbesetzt gebliebenen Wageschalen und blieben während einer combinirbaren Serie von Wägungstagen immer denselben Vollkugeln zugeordnet. Da die Volumina nicht vollkommen gleich waren, sondern Differenzen bis zu etwa 0.4 cbcm. übrig blieben, war dann noch eine Correction wegen des Auftriebes an dem aus zwei Wägungstagen gewonnenen Resultate anzubringen. Diese ist in der früheren Mittheilung S. 177 durch $\Phi + \Phi'$ bezeichnet. Diese Summe lässt sich am einfachsten und sichersten bestimmen, indem man nicht erst Φ für jeden der beiden Tage aus den Dichtigkeiten der Luft oben und unten einzeln berechnet, vielmehr direct $\Phi + \Phi'$ aus den Thermometer- und Barometerablesungen herleitet; die Luftfeuchtigkeit hat bei den vorliegenden Verhältnissen keinen merklichen Einfluss auf diese Correction.

Aus den Wägungen jedes einzelnen Beobachtungstages ergibt sich eine Grösse, welche wir α genannt haben. Dieselbe ist folgendermaassen zusammengesetzt:

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot [(z_l - z_r)^{\mathrm{I}} - (z_l - z_r)^{\mathrm{II}} + (e^{\mathrm{II}} - e^{\mathrm{I}}) \cdot \omega] \text{ mg} \;\ldots\ldots\; (1.)^{1}$$

Dabei bedeuten z_l und z_r die kleinen Zulagegewichte links und rechts, e ist die aus den Umkehrpunkten ermittelte Einstellung der Wage (Scalenablesung mit Fernrohr, Spiegel am Wagebalken), ω ist der aus der Empfindlichkeit folgende Werth eines Scalentheiles in Milligrammen. Die oberen Indices I und II beziehen sich auf die beiden Kugelstellungen bei der GAUSS'schen Doppelwägung. Nennt man die Beschleunigung der irdischen Schwere unten und oben g_u und g_o, und die absoluten Beträge der Beschleunigungen der Attraction des Bleiklotzes k_u und k_o, und bezeichnet man endlich die auf den zweiten Wägungstag bezogenen Grössen durch ein Häkchen, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Ohne Bleiklotz:} & g_u - g_o \\ \text{Mit Bleiklotz:} & g_u - g_o - (k_o + k_u) \end{array}\right\} = 0.0_3 5183 \cdot \{\alpha + \alpha' + \Phi + \Phi'\} \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \quad (2.)$$

Der Factor $0.0_3 5183$ ist gleich $g/(2\mathfrak{M})$, wo $g = 981^{\text{cm}}.27 \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$ die Schwerebeschleunigung für Spandau und $\mathfrak{M} = 946685^{\text{mg}}$ die Massendifferenz einer Vollkugel und einer Hohlkugel ist. Die α und Φ sind in Milligramm anzugeben.

Für den Fall, dass dem Leser auffallen sollte, dass hier die Summe $\alpha + \alpha'$ in das Resultat eingeht, während bei der wörtlichen Auseinandersetzung von der Differenz der beiden Tagesergebnisse die Rede war, möge gesagt sein, dass diese Formel für diejenigen mit I

[1] In der früheren Mittheilung (S. 176 und 177) fehlt der Factor $\frac{1}{2}$ vor der eckigen Klammer.

bezeichneten Anfangsstellungen gilt, wo stets links oben und rechts unten die Kilogrammkugeln liegen, während bei der Veranschaulichung der Methode ein Verticaltransport am Schluss des ersten Tages angenommen wurde, bei welchem also am zweiten Tage die Kilogramme ihre Anfangsstellung rechts oben und links unten haben. Wir haben, um Schutz vor einseitigen thermischen Fehlerquellen zu haben, auch mit dieser letzteren Anfangsstellung gearbeitet: diess entspricht aber einer Vertauschung der oberen Indices I′ und II′, und x' wechselt dabei sein Vorzeichen.

Um der geschweiften Klammer der vorstehenden Gleichung mehr Anschaulichkeit zu geben, sei gesagt, dass dieselbe den doppelten Werth der Gewichtszunahme bezeichnet, welche die Masse 𝔐 (Vollkugel minus Hohlkugel), befreit vom Auftriebe, beim Transport von oben nach unten erfährt. Dieser Begriff gilt auch bei Anwesenheit des Bleiklotzes, wenn unter Gewicht dabei die Superposition der irdischen Schwere und der Attractionswirkung der Bleimasse verstanden wird. Diese doppelte Zunahme beträgt ohne Bleiklotz etwa $+1^{mg}25$, mit Bleiklotz dagegen $-0^{mg}12$; d. h. die Zunahme der irdischen Schwere wird durch die Massenanziehung um ein weniges übercompensirt und in eine geringe Abnahme verwandelt.

II. Über die experimentelle Ausführung der Versuche.

In Bezug auf die Einrichtung des Beobachtungsraumes, die Anordnung der Apparate, die Construction der Wage von Stückrath und die Beschaffenheit der Gewichtsstücke müssen wir auf die frühere Mittheilung und auf die künftige vollständige Abhandlung verweisen.

Der Bleiklotz hatte die Gestalt einer quadratischen Säule von 200^{cm} Höhe und 210^{cm} horizontaler Kantenlänge, und bestand aus einzelnen Stücken von der Form $10 \times 10 \times 30^{cm}$; diese waren in liegender Stellung unter Vermeidung durchlaufender Verticalfugen zu einem schönen, glattwandigen und geradkantigen Bau zusammengefügt, dessen exacte Begrenzungen bei der genauen Ausmessung des Klotzes sehr zu statten kamen. Wegen der in Schutzröhren eingeschlossenen Verbindungsstangen der unteren mit den oberen Wageschalen mussten in der Mitte des Klotzes durchschnittene Stücke mit halbcylindrischen Aussparungen verwendet werden. Um die saubere Ausführung des Aufbaues hat sich der Mechanikergehülfe Hermann verdient gemacht. Die Bleistücke wurden von der Königlichen Geschützgiesserei in Spandau in zerlegbaren gehobelten Eisenformen gegossen, die Schwundflächen nach dem Erkalten besonders bearbeitet. Dem Augenschein nach ist der Guss durchaus blasenfrei, auch ist die Übereinstimmung der Masse der einzelnen Stücke, welche auf einer empfindlichen Centnerwage gewogen

wurden, eine sehr vollkommene; bei einem Mittel von $34^{kg}.2$ betragen die grössten Abweichungen, welche höchst selten sind, nur $\pm 0^{kg}.2$.

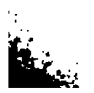
Um die grosse Last dieser Bleimasse zu tragen, wurde ein Fundament gemauert, welches anderthalb Meter tief in der Erde steckt und ein halbes Meter hoch herausragt. Die quadratische Oberfläche von $2^{m}.5$ Kantenlänge ist durch eine eben und horizontal gearbeitete Cementschicht gebildet, welche die Basis für den Bleiklotz bildete. Die unteren Schalen schweben in der Mitte eines im Fundamente dicht unter dessen Oberfläche ausgesparten Kanals, welcher zugleich den Verkehr der Gewichtskugeln bei den automatischen Vertauschungen ermöglicht. Übrigens ist dieser Kanal zur Vermeidung von Luftströmungen durch eine Längsscheidewand getheilt und durch Fallthüren verschlossen.

Da eine Senkung des Fundamentes unter der grossen Belastung zu erwarten war, wurde erstens bei der Aufstellung der Wage und des optischen Beobachtungsapparates jeder directe Zusammenhang der festen Stützpunkte mit dem Fundamente vermieden, und zweitens eine Nivellirungseinrichtung angebracht, welche die Lageveränderung des Fundamentes und Bleiklotzes zu messen erlaubt. Es wurden nämlich drei eiserne Stangen mit den einen Enden auf verschiedene Randpunkte des Fundamentes, mit den anderen auf feste Lager in entfernten, festen Mauernischen aufgesetzt, und die Senkung der betreffenden Randpunkte des Fundamentes aus den Neigungen dieser Stangen mittelst einer Röhrenlibelle ermittelt. Die Senkung der Mitte des Fundamentes betrug 8^{mm}, auch war eine Neigung der verticalen Axe nach rechts vom Beobachter im Betrage von etwa 8 Bogenminuten nachweisbar. Diese nicht unbeträchtlichen Lageänderungen störten indessen die Functionen der verschiedenen Apparattheile in keiner Weise. Nach dem Abbruch des Bleiklotzes zeigte das Fundament wieder eine kleine Hebung von etwa $0^{mm}.7$, welche durch Elasticität des Mauerwerkes oder der unterliegenden Erdschichten erklärbar ist.

III. Mathematischer Ausdruck für die Attraction des Bleiklotzes.

Die Gestalt des Bleiklotzes ist so gewählt, dass derselbe bei vorgeschriebener Masse und bei der Form einer quadratischen Säule ungefähr das Maximum der Attraction für die Gegend der Wageschalen liefert[1]. Diess bietet ausser der grösstmöglichen Ausnutzung der verwendeten Masse noch den allen Maximalformen eigenen Vortheil, dass

[1] Nach LAMPE, Verh. d. Physik. Ges., Berlin 1884, Nr. 114 S. 60, ist das Maximum erreicht, wenn das Verhältniss der Höhe zur Horizontalkante zwischen 0.885 und 0.966 liegt; bei unserm Bleiklotz ist dasselbe 200 : 210, also 0.952.



kleine Variationen der Gestalt ohne merklichen Einfluss auf die Wirkung sind.

Im folgenden geben wir zuerst das Resultat der analytischen Berechnung der Attraction des homogen und ganz massiv gedachten Bleiklotzes von der Dichtigkeit ρ auf die in einer Wagschale ruhende Masse $\mathfrak{M}$ nach dem Newton'schen Gesetze. Dabei bedeutet G die zu bestimmende Gravitationsconstante. Wir legen durch das Centrum der angezogenen kugeligen Masse $\mathfrak{M}$ ein Axensystem, die z-Axe vertical, die x-Axe horizontal und parallel dem Wagebalken, die y-Axe in der übrigbleibenden Richtung; der rechtwinkelig-parallelepipedische Bleikörper fülle den Raum von x_1 bis x_2, von y_1 bis y_2 und von z_1 bis z_2.

Die Verticalbeschleunigung, welche die Attraction auf die Masse $\mathfrak{M}$ äussert, ist dann

$$K = G\cdot\rho\cdot\sum_{\mathfrak{a},\mathfrak{b},\mathfrak{c}=1,2}(-1)^{\mathfrak{a}+\mathfrak{b}+\mathfrak{c}}\cdot\phi(x_{\mathfrak{a}}, y_{\mathfrak{b}}, z_{\mathfrak{c}})\,\ldots\ldots\ldots\,(3.)$$

In der Summe sind für $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ alle möglichen Zusammenstellungen der Indices 1, 2 zu bilden, dieselbe besteht also aus acht Summanden, von denen vier positiv und vier negativ sind. Die zur Abkürzung eingesetzte Function ϕ hat folgende Form:

$$\phi(x, y, z) = x\cdot\log(r-y)+y\cdot\log(r-x)+z\cdot\text{arc tang}\frac{xy}{zr}\,;\,\ldots\,(3^a.)$$

darin ist $r = +\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ zu setzen.

Der vorstehende Ausdruck K bildet die Grundlage für die numerische Berechnung.

Die Dichtigkeit ρ wird berechnet aus der durch Auswägung gefundenen und um das berechnete Gewicht der ausgebohrten Cylinder vermehrten Bleimasse, dividirt durch das Product der drei Kantenlängen. Bei der sehr guten Übereinstimmung der Bleistücke gibt dieses Verfahren zu keinerlei Unsicherheit Anlass. Die Attractionen der in den beiden Hohlcylindern fehlenden Massen, welche aus der Wägung der Hohlstücke ermittelt werden, müssen besonders ermittelt und von der des massiven Klotzes abgezogen werden. Eine analytische Discussion ergibt, dass man einen gegen die Genauigkeit des Hauptresultates zu vernachlässigenden Fehler begeht, wenn man diese Cylinder von etwa 4^{cm} Durchmesser als Massenlinien in den Axen derselben concentrirt denkt. Bezeichnet λ die Längendichtigkeit dieser Massenlinien, so hat die Beschleunigung der Attraction derselben auf die in der Verlängerung der Axe befindliche Masse $\mathfrak{M}$ folgenden Betrag:

$$\mathfrak{k} = G\cdot\lambda\cdot\left(\frac{1}{z_1}-\frac{1}{z_2}\right)\,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\,(4.)$$

und die Verticalcomponente der Beschleunigung, welche von der seitwärts liegenden Massenlinie herrührt, ist

$$\mathfrak{k}' = G \cdot \lambda \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{h^2 + z_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{h^2 + z_2^2}} \right) \ldots\ldots\ldots\ldots (4^a.)$$

Dabei bedeutet h den horizontalen Abstand der beiden Cylinderaxen von einander oder, was dasselbe ist, die Länge des Wagebalkens von einer Seitenschneide bis zur anderen.

Die thatsächliche Attractionsbeschleunigung, welche der zweifach durchbohrte Bleiklotz äussert, ist dann:

$$k = K - (\mathfrak{k} + \mathfrak{k}').$$

Man hat dieselbe für die oberen und für die unteren Wageschalen getrennt zu berechnen, da die Kugelcentra oben und unten nicht gleich weit von dem Bleiklotz abstehen, also verschiedene Zahlen für z_1 und z_2 gelten. Nennen wir, entsprechend der früheren Bezeichnung, diese beiden Attractionen k_o und k_u, so ist:

$$k_o + k_u = K_o + K_u - (\mathfrak{k}_o + \mathfrak{k}'_o + \mathfrak{k}_u + \mathfrak{k}'_u) \ldots\ldots\ldots (5.)$$

In der rechten Seite steckt der gemeinsame Factor G, alle übrigen Bestandtheile derselben sind der Messung zugänglich: ρ und λ lassen sich genauer bestimmen, als das Endresultat der Arbeit; die x_a, y_b, z_c folgen aus den Abmessungen an Bleiklotz und Kugelstellungen bei gelöster Wage; diese Messungen wurden theils mit einem stählernen Bandmaass, theils mit einem Kathetometer ausgeführt, welches die Versuchsstation für Sprengstoffe in Spandau bereitwilligst zur Verfügung stellte. Da mit dem Fernrohr des letztern an jeder Kugel nur ein Rand anvisirt werden konnte, war noch der Radius der Kugeln zu bestimmen, welcher aus dem bekannten Volumen derselben abgeleitet wurde.

Eine analytische Voruntersuchung über die zulässigen Fehler der nöthigen Längenmessungen ergab folgende Bestimmungen: Damit der berechnete Werth von $(k_o + k_u)$ bis auf 1.6 Promille (w. Fehler des Haupt resultats) genau sei, dürfen die Abmessungen folgende Fehler haben:

Horizontale Kanten des Bleiklotzes	0.3 cm
Verticale Kanten des Bleiklotzes	1.0 »
Abstand der Kugelcentra oben bis unten	0.3 »
Höhenlage (Senkung) des Bleiklotzes	4.0 »
Neigung des Bleiklotzes	2 Winkelgrad.

Diese Fehlergrenzen wurden weder von der Lagenänderung des Bleiklotzes, noch von der Unsicherheit der Ausmessungen erreicht.

Die gefundenen Daten sind folgende:

Horizontale Kanten des Bleiklotzes	211.10 cm
Verticale Kanten des Bleiklotzes	200.48 »
Mittlere Höhe der oberen Kugelcentra über dem Bleiklotz	17.051 »

Mittlere Höhe der unteren Kugelcentra unter dem Bleiklotz .... —8.746 cm
Abstand der Seitenschneiden der Wage (h) ... 23.320 »
Dichtigkeit des Bleies (ρ) .... 11.2526 gr/cm³
Längendichtigkeit der Cylinder (λ) .... 149.80 gr/cm.

Daraus kann man auf Grund der vorstehend mitgetheilten Formeln (3.) bis (5.) das numerische Resultat der Attraction aus dem Newton'schen Gravitationsgesetze folgendermaassen berechnen:

$$k_o + k_u = 10594.0 \cdot G \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \quad (6.)$$

Wir haben nun die experimentelle Bestimmung von $k_o + k_u$ aus Wägungen zu besprechen.

IV. Resultate.

Die einzelnen Wägungsresultate aus je zwei Tagen, welche nach Formel (2.) (S. 1307) gefunden werden, zeigen, sowohl ohne wie mit Bleiklotz, einen deutlichen Einfluss der verschiedenen, jeweilig herrschenden Temperaturverhältnisse, dessen Vernachlässigung bei nicht gleichmässiger Vertheilung der Beobachtungen über alle Jahreszeiten den wahren Werth des Resultats verschieben muss (systematischer Fehler), aber auch bei gleichmässiger Vertheilung die Streuung der Einzelwerthe und damit den wahrscheinlichen Fehler des Resultates vergrössert. Dieser Einfluss rührt erstens von der Differenz der Temperatur bei den oberen und den unteren Wageschalen her; wir bezeichnen diese Differenz durch ($\vartheta_o - \vartheta_u$). Dieselbe ist in dem benutzten Local zweimal jährlich für einige Tage im Frühsommer und Spätherbst unmerklich, erreicht aber im Spätsommer Beträge bis zu +0°7 und im Spätwinter ebenso grosse negative Beträge. Wir haben in unserer ersten Mittheilung vom 23. März 1893 (S. 172 und 180–181) schon erwähnt, dass dadurch die Ausführung der ursprünglich geplanten Methode der directen Verticalvertauschungen[1] vereitelt wird. Wir haben zwar jedesmal zu Zeiten der annähernden Gleichheit von ϑ_o und ϑ_u einige derartige Wägungen angestellt, dürfen dieselben jedoch wegen der immerhin wenige Hundertstelgrade betragenden Differenz nicht für die Resultate berücksichtigen, weil die gefundenen Werthe den Einfluss dieser Differenz in auffälliger und regelmässiger Weise zeigen. Die Wirkung dieser Temperaturdifferenzen ist leicht einzusehen: wenn $\vartheta_o > \vartheta_u$ ist (Sommer), so entsteht nach der Verticalvertauschung um die von oben nach unten transportirte wärmere massive Kugel ein aufsteigender Luftstrom und lässt die Kugel zu leicht erscheinen, die von unten nach oben transportirte kältere er-

[1] Diese Berichte 1884, S. 1202.

scheint zu schwer; die Abnahme des Gewichtes mit der Höhe ergibt sich also zu klein. Ist umgekehrt $\vartheta_o < \vartheta_u$ (Winter), so erscheint die Abnahme des Gewichtes mit der Höhe zu gross. Die dünnwandigen Hohlkugeln nehmen die Temperatur der umgebenden Luft ungleich viel schneller an und können deshalb diese Wirkung nicht compensiren. Dieser zuerst bei den Wägungen mit verticaler Vertauschung bemerkte störende Einfluss scheint nun auch bei der oben beschriebenen definitiven Methode, wenn auch in schwächerm Grade hervorzutreten. Die Wägungen verlaufen nämlich so, als ob die Vollkugeln nach der am Schlusse eines Wägungstages ausgeführten verticalen Umsetzung bis zum nächsten Wägungstage noch nicht vollkommen die Temperatur ihrer veränderten Umgebung angenommen hätten. Die Tendenz zu kleinen Sommerwerthen und grossen Winterwerthen ist in der Zusammenstellung der Einzelresultate deutlich zu erkennen.

Ein zweiter Einfluss ist in der zeitlichen Veränderung der Temperatur zu suchen, deren Grösse durch den Differentialquotienten $d\vartheta/dt$ ausgedrückt ist. Auch diese Beeinflussung der Werthe zeigte sich zuerst durch starke Fehler unter Verhältnissen, welche später peinlich vermieden wurden. Sobald nämlich Menschen und Licht in dem Zinkkasten gewesen waren, welcher die Wage und den Raum für den Bleiklotz umschloss, gleicht sich die dadurch herbeigeführte Erwärmung namentlich der oberen Schichten erst nach mehreren Tagen genügend aus, und Wägungen, welche nach einem solchen Besuche des innern Raumes ohne etwa fünftägige Pause unternommen wurden, gaben ein unbrauchbares Resultat. Diese Störungen finden ihre Erklärung darin, dass leider durch den nur für die ursprünglich geplante unverwendbare Methode construirten Vertauschungsmechanismus die Kugeln zur Ausführung der gewöhnlichen GAUSS'schen Vertauschung zwischen rechts und links jedesmal anderthalb Meter weit bis vor die vordere Wand des Bleiklotzes vorgefahren werden müssen, d. h. an einen Ort, welcher bei nicht ausgeglichenen Wärmeverhältnissen andere Temperatur hat als die Wageschalen. Nun kann man zwar während einer glatten Reihe von Wägungstagen das Betreten dieses innern Zinkkastens vermeiden, man kann aber trotz der vielfachen Schutzeinrichtungen, welche in unserer früheren Mittheilung besprochen sind, nicht verhindern, dass bei unvermitteltem Eintreten andauernd heissen oder kalten Wetters selbst in unserm geschützten Locale Temperaturdifferenzen vorkommen zwischen dem Orte der Wageschalen und dem im gleichen Niveau gelegenen Orte, wo die Kugeln vertauscht werden.

Die daraus entspringenden systematischen Fehler der Wägungsresultate haben nun thatsächlich bemerkt werden können, und äussern sich bei den Wägungen ohne und mit Bleiklotz in entgegengesetztem



Mittlere Höhe der unteren Kugelcentra unter dem Bleiklotz .... —8.746 cm
Abstand der Seitenschneiden der Wage (h) ... 23.320 »
Dichtigkeit des Bleies (ρ) .... 11.2526 gr/cm³
Längendichtigkeit der Cylinder (λ) .... 149.80 gr/cm.

Daraus kann man auf Grund der vorstehend mitgetheilten Formeln (3.) bis (5.) das numerische Resultat der Attraction aus dem Newton'schen Gravitationsgesetze folgendermaassen berechnen:

$$k_o + k_u = 10594.0 \cdot G \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \qquad (6.)$$

Wir haben nun die experimentelle Bestimmung von $k_o + k_u$ aus Wägungen zu besprechen.

IV. Resultate.

Die einzelnen Wägungsresultate aus je zwei Tagen, welche nach Formel (2.) (S. 1307) gefunden werden, zeigen, sowohl ohne wie mit Bleiklotz, einen deutlichen Einfluss der verschiedenen, jeweilig herrschenden Temperaturverhältnisse, dessen Vernachlässigung bei nicht gleichmässiger Vertheilung der Beobachtungen über alle Jahreszeiten den wahren Werth des Resultats verschieben muss (systematischer Fehler), aber auch bei gleichmässiger Vertheilung die Streuung der Einzelwerthe und damit den wahrscheinlichen Fehler des Resultates vergrössert. Dieser Einfluss rührt erstens von der Differenz der Temperatur bei den oberen und den unteren Wageschalen her; wir bezeichnen diese Differenz durch $(\vartheta_o - \vartheta_u)$. Dieselbe ist in dem benutzten Local zweimal jährlich für einige Tage im Frühsommer und Spätherbst unmerklich, erreicht aber im Spätsommer Beträge bis zu $+0^\circ\!.7$ und im Spätwinter ebenso grosse negative Beträge. Wir haben in unserer ersten Mittheilung vom 23. März 1893 (S. 172 und 180–181) schon erwähnt, dass dadurch die Ausführung der ursprünglich geplanten Methode der directen Verticalvertauschungen[1] vereitelt wird. Wir haben zwar jedesmal zu Zeiten der annähernden Gleichheit von ϑ_o und ϑ_u einige derartige Wägungen angestellt, dürfen dieselben jedoch wegen der immerhin wenige Hundertstelgrade betragenden Differenz nicht für die Resultate berücksichtigen, weil die gefundenen Werthe den Einfluss dieser Differenz in auffälliger und regelmässiger Weise zeigen. Die Wirkung dieser Temperaturdifferenzen ist leicht einzusehen: wenn $\vartheta_o > \vartheta_u$ ist (Sommer), so entsteht nach der Verticalvertauschung um die von oben nach unten transportirte wärmere massive Kugel ein aufsteigender Luftstrom und lässt die Kugel zu leicht erscheinen, die von unten nach oben transportirte kältere er-

[1] Diese Berichte 1884, S. 1202.

scheint zu schwer; die Abnahme des Gewichtes mit der Höhe ergibt sich also zu klein. Ist umgekehrt $\vartheta_o < \vartheta_u$ (Winter), so erscheint die Abnahme des Gewichtes mit der Höhe zu gross. Die dünnwandigen Hohlkugeln nehmen die Temperatur der umgebenden Luft ungleich viel schneller an und können deshalb diese Wirkung nicht compensiren. Dieser zuerst bei den Wägungen mit verticaler Vertauschung bemerkte störende Einfluss scheint nun auch bei der oben beschriebenen definitiven Methode, wenn auch in schwächerm Grade hervorzutreten. Die Wägungen verlaufen nämlich so, als ob die Vollkugeln nach der am Schlusse eines Wägungstages ausgeführten verticalen Umsetzung bis zum nächsten Wägungstage noch nicht vollkommen die Temperatur ihrer veränderten Umgebung angenommen hätten. Die Tendenz zu kleinen Sommerwerthen und grossen Winterwerthen ist in der Zusammenstellung der Einzelresultate deutlich zu erkennen.

Ein zweiter Einfluss ist in der zeitlichen Veränderung der Temperatur zu suchen, deren Grösse durch den Differentialquotienten $d\vartheta/dt$ ausgedrückt ist. Auch diese Beeinflussung der Werthe zeigte sich zuerst durch starke Fehler unter Verhältnissen, welche später peinlich vermieden wurden. Sobald nämlich Menschen und Licht in dem Zinkkasten gewesen waren, welcher die Wage und den Raum für den Bleiklotz umschloss, gleicht sich die dadurch herbeigeführte Erwärmung namentlich der oberen Schichten erst nach mehreren Tagen genügend aus, und Wägungen, welche nach einem solchen Besuche des innern Raumes ohne etwa fünftägige Pause unternommen wurden, gaben ein unbrauchbares Resultat. Diese Störungen finden ihre Erklärung darin, dass leider durch den nur für die ursprünglich geplante unverwendbare Methode construirten Vertauschungsmechanismus die Kugeln zur Ausführung der gewöhnlichen Gauss'schen Vertauschung zwischen rechts und links jedesmal anderthalb Meter weit bis vor die vordere Wand des Bleiklotzes vorgefahren werden müssen, d. h. an einen Ort, welcher bei nicht ausgeglichenen Wärmeverhältnissen andere Temperatur hat als die Wageschalen. Nun kann man zwar während einer glatten Reihe von Wägungstagen das Betreten dieses innern Zinkkastens vermeiden, man kann aber trotz der vielfachen Schutzeinrichtungen, welche in unserer früheren Mittheilung besprochen sind, nicht verhindern, dass bei unvermitteltem Eintreten andauernd heissen oder kalten Wetters selbst in unserm geschützten Locale Temperaturdifferenzen vorkommen zwischen dem Orte der Wageschalen und dem im gleichen Niveau gelegenen Orte, wo die Kugeln vertauscht werden.

Die daraus entspringenden systematischen Fehler der Wägungsresultate haben nun thatsächlich bemerkt werden können, und äussern sich bei den Wägungen ohne und mit Bleiklotz in entgegengesetztem



Sinne, während der vorher besprochene Einfluss von $(\vartheta_o - \vartheta_u)$ stets denselben Sinn hat. Dieses zunächst verwunderliche Verhalten ist erklärlich, wenn man auf die räumlichen Verhältnisse unserer Versuchsanordnung eingeht: die Wage und die oberen Schalen nämlich sind in einen engen aus schlecht leitendem Holz und Glas bestehenden Kasten eingeschlossen; dringt nun z. B. bei heissem Wetter Wärme in den Zinkkasten ein, so bleibt der Wagekasten thermisch zurück, während der leere Raum des Zinkkastens schneller folgt. Ist aber der grösste Theil des Raumes erfüllt mit der thermisch trägen Bleimasse, so kehren sich die Verhältnisse beim Eindringen der Wärme um; die Wageschalen, welche der Seite der andringenden äusseren Einflüsse näher liegen als die Vertauschungsstation, eilen dieser dann in der Temperatur voraus. Dass nun dergleichen Temperaturveränderungen, denen die Gewichtskugeln während der Umsetzung ausgesetzt werden, die Resultate in ähnlicher Weise beeinflussen müssen, wie die Verschiedenheiten von ϑ_o und ϑ_u, ist einleuchtend und überdiess durch das vorliegende Beobachtungsmaterial bestätigt.

Um die Resultate von diesen trübenden Einflüssen in einer, jede willkürliche Auswahl vermeidenden, einwurfsfreien Weise zu reinigen, wurde angenommen, dass die einzelnen Wägungsresultate Functionen von $(\vartheta_o - \vartheta_u)$, von $d\vartheta_o/dt$ und der Vollständigkeit halber auch von $d\vartheta_u/dt$ seien; wegen der Kleinheit der Abweichungen vom Hauptmittel genügte es folgende lineare Function anzusetzen:

$$p = p_o + a\cdot(\vartheta_o - \vartheta_u) + b\cdot\frac{d\vartheta_o}{dt} + c\cdot\frac{d\vartheta_u}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots (7.)$$

Dabei bedeutet p das einzelne aus zwei Wägungstagen combinirte Resultat; als Einheit für dt wurde ein Tag gewählt; p_o, a, b und c sind Constanten, welche aus sämmtlichen vollgültigen, bei gutem Zustand der Wage gewonnenen Werthen von p nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet wurden. Die Constante p_o gibt dann direct das gereinigte Schlussresultat. Da die thermischen Verhältnisse ohne und mit Bleiklotz wesentlich verschieden sind, war eine gesonderte Ausgleichungsrechnung für die Werthe von $(g_u - g_o)$ ohne Bleiklotz und für $\left(g_u - g_o - (k_o + k_u)\right)$ mit Bleiklotz von vornherein geboten.

Für die Wägungen vor Aufbau und nach Abbruch des Bleiklotzes ergeben sich die Constanten der vorstehenden Gleichungen aus 52 guten Beobachtungen folgendermassen:

$$p_o = +1^{\text{mg}}.2456$$
$$a = -\ 0.0326$$
$$b = +\ 0.0448$$
$$c = +\ 0.0278$$

Um den wahrscheinlichen Fehler des Hauptresultates p_0 zu finden, ist jede einzelne Beobachtung von p mit Hülfe der abgeleiteten Werthe von a, b, c für die speciellen $(\vartheta_o - \vartheta_u)$ und $d\vartheta/dt$ zu corrigiren. Der wahrscheinliche Fehler des Mittels dieser corrigirten p ist dann derjenige von p_0 und ihr Mittelwerth ist selbstverständlich gleich p_0 selbst. So erhält man:

$$p_0 = (+1.2456 \pm 0.0017) \text{ mg}$$

und als wahrscheinlichen Fehler der Einzelbestimmung ± 0.0120. Hätte man die Beobachtungen ohne Ausgleichung einfach zum arithmetischen Mittel vereinigt, so würde man 1.2479 ± 0.0020 erhalten haben.

Ausser den soeben verwendeten 52 Einzelwerthen liegen noch eine Anzahl von Bestimmungen vor, welche bei weniger gutem Zustand der Wage angestellt sind; einem Zustande, in dem die Einstellungen der Wage, welche identisch sein sollten, recht grosse Unterschiede zeigen. Diese Bestimmungen sind daher als minderwerthige zu bezeichnen. Aus ihnen sind zunächst alle diejenigen auszuschliessen, bei welchen eine einseitig wirkende Störung (ausser den in der Ausgleichungsrechnung berücksichtigten) vorlag. Die übrigbleibenden sind mit den oben abgeleiteten Werthen von a, b, c für den Einfluss der Temperaturverhältnisse zu corrigiren. Diese (21) minderwerthigen Reihen geben

$$p_0 = (+1.2431 \pm 0.0045) \text{ mg}$$

mit einem wahrscheinlichen Fehler der Einzelbestimmung von ± 0.0205. Ohne die Ausgleichung würden sie den Werth 1.2429 ± 0.0047 ergeben. Vereinigt man die ausgeglichenen Resultate der besseren und der minderwerthigen Wägungsreihen nach Maassgabe ihrer wahrscheinlichen Fehler, so erhält man als Gesammtresultat für die Abnahme der Schwere mit der Höhe [vergl. Gleichung (2.)]:

$$g_u - g_o = 0.0_3 5183 \cdot (1.2453 \pm 0.0016) \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8.)$$

Für die Attractionswägungen mit Bleiklotz berechnen sich die Constanten der Gleichung (7.) aus 69 bei gutem Zustand der Wage gefundenen Einzelwerthen der doppelten Gewichtsabnahme folgendermaassen:

$$p_0 = -0\overset{\text{mg}}{.}1207$$
$$a = -\ 0.0219$$
$$b = -\ 0.0214$$
$$c = -\ 0.0399$$

Die wahrscheinlichen Fehler der Einzelwerthe und des Resultates p_0 berechnet man ebenso, wie bei dem Resultat ohne Bleiklotz angegeben, und erhält:

$$p_o = (-0.1207 \pm 0.0014)\,\mathrm{mg}$$

mit einem wahrscheinlichen Fehler der Einzelbestimmung von ±0.0115. Das arithmetische Mittel aller p ohne Ausgleichung würde ergeben haben (—0.1222 ± 0.0016) mg. Auch bei 12 minderwerthigen Bestimmungen mit Bleiklotz wurden die gefundenen a, b, c in den Correctionen verwendet, man erhielt dann als ihr Resultat:

$$p_o = (-0.1254 \pm 0.0053)\,\mathrm{mg}.$$

Wahrscheinlicher Fehler der Einzelwerthe ±0.0187; uncorrigirt würde man das Mittel (—0.1252 ± 0.0061) erhalten haben.

Das gute und das minderwerthige Resultat, nach Maassgabe der wahrscheinlichen Fehler vereinigt, geben das Schlussresultat der Wägungen mit Bleiklotz:

$$g_u - g_o - (k_o + k_u) = -0.0_3 5183 \cdot (0.1211 \pm 0.0014) \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2} \quad (9.)$$

Hieraus und aus dem Schlussresultat für $g_u - g_o$ folgt

$$k_o + k_u = +0.0_3 5183 \cdot (1.3664 \pm 0.0021) \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}^2} \quad (10.)$$

Diess ist der experimentell gefundene Werth der Attraction. Der aus dem Newton'schen Gravitationsgesetze berechnete war [Gleichung (6.)]:

$$k_o + k_u = 10594.0 \cdot G.$$

Die Gleichsetzung beider Ausdrücke gibt folgenden Werth der Gravitationsconstante:

$$G = (6.685 \pm 0.011) \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{cm}^3}{\mathrm{gr} \cdot \mathrm{sec}^2} \quad (11.)$$

Alle numerischen Rechnungen, welche zu diesem Resultate führen, sind controlirt, theils durch doppelte Berechnung der Einzelresultate aus den Angaben unserer Protokollbücher, theils durch kritische Proben der nach Gleichung (7.) ausgeführten Ausgleichungsrechnung. Bei allen diesen Zahlenrechnungen waren uns die HH. Cand. astron. Martin Ebell in Berlin und Dr. phil. Walter Leick in Greifswald in anerkennenswerther Weise behülflich.

Um von der Gravitationsconstante auf die mittlere Dichtigkeit der Erde Δ zu kommen, benutzt man die Verbindung, in welcher diese beiden Grössen durch den theoretischen Ausdruck der Schwerebeschleunigung g stehen. Es ist im Meeresniveau:

$$g = \frac{4}{3}\pi \cdot R_p \cdot \Delta \cdot G \cdot \left(1 + \mathfrak{a} - \frac{3}{2}\mathfrak{c}\right) \cdot \left\{1 + \left(\frac{5}{2}\mathfrak{c} - \mathfrak{a}\right)\sin^2 B\right\} \quad (12.)$$

Dabei bedeutet R_p den polaren Halbmesser, $\mathfrak{a}$ die Abplattung der Erde, $\mathfrak{c}$ das Verhältniss von Centrifugalkraft zu Schwerkraft am Aequator und B die geographische Breite. Dieser Ausdruck folgt aus Helmert, Theorien der höheren Geodaesie, Bd. II, S. 96, Gleichung (12.), unter

Benutzung des Theorems von CLAIRAUT und indem die Erdmasse gleich $\frac{4}{3}\pi a^2 R_p \cdot \Delta$ gesetzt wird. Es ist nun nicht einwurfsfrei, in diese Gleichung für g und B die localen Werthe am Beobachtungsort einzusetzen, wie diess von anderen Autoren geschehen ist; denn der specielle Werth von g kann in Folge localer Bodenbeschaffenheit einen abnormen Betrag besitzen. Vielmehr muss man mit obiger Gleichung (12.) diejenige verbinden, welche alle sorgfältigen Pendelmessungen an allen möglichen Orten der Erde (reducirt auf Meereshöhe) berücksichtigt und sich denselben am genauesten anschliesst. Diese empirische Formel, welche g als Function von B darstellt, lautet:

$$g = 978.00 \cdot \{1 + 0.005310 \cdot \sin^2 B\} \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \ldots\ldots (13.)$$[1]

Aus der Gleichsetzung dieses empirischen Werthes mit dem vorstehenden theoretischen folgt, frei von dem Einflusse localer Unregelmässigkeiten der Massenvertheilung im Erdinnern:

$$\frac{4}{3}\pi R_p \cdot \Delta \cdot G \cdot (1 + \mathfrak{a} - \frac{3}{2}\mathfrak{c}) = 978.00 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}.$$

Setzt man:

$$R_p = 635608000^{\text{cm}}$$
$$\mathfrak{a} = 0.0033416$$ [1]
$$\mathfrak{c} = 0.0034672$$ [2]

und G gleich dem von uns gefundenen Werthe, so folgt die mittlere Dichtigkeit der Erde:

$$\Delta = (5.505 \pm 0.009) \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \ldots\ldots\ldots\ldots (14.)$$

Wir führen schliesslich zum bequemen Vergleich noch die durch principiell einwandsfreie Methoden gefundenen Resultate früherer Beobachter an.

Beobachter	Methode	Δ	Wahrsch. Fehler
CAVENDISH	Drehwage	5.45	
REICH	"	5.49 und 5.58	
BAILY	"	5.67	
CORNU und BAILLE	"	5.56 und 5.50	
PH. VON JOLLY	Wage mit langem Gehänge	5.692	±0.068
J. WILSING	Pendelapparat	5.594	±0.032
Derselbe später mit Vermeidung gewisser Fehlerquellen	—	5.577	±0.013
J. H. POYNTING	Wage	5.4934	vergl. die folgenden
C. V. BOYS	Verbesserte Drehwage	5.5270	Bemerkungen

Die ersten fünf der angeführten Bestimmungen sind durch den Einfluss sehr starker Fehlerquellen recht unsicher, diejenigen von

[1] HELMERT, Theorien der höheren Geodaesie, Bd. II, S. 241.

[2] Ebenda S. 84, Gleichung (2*).

Wilsing, Poynting und Boys sind beträchtlich sicherer. Poynting's Resultat ist das Mittel zweier Beobachtungssätze, welche die abgekürzten Zahlen 5.46 und 5.52 ergeben und jeder in sich eine ausgezeichnete Übereinstimmung der Einzelwerthe zeigen. Wenn man daher annehmen würde, dass die beträchtliche Differenz der beiden Gruppenmittel nur auf unsymmetrische Massenvertheilung im Innern der verwendeten gravitirenden Bleikugeln zurückzuführen sei, welch letztere bei beiden Beobachtungssätzen verschiedene Orientirung hatten, und dass in ihrem Mittel sich der Fehler ungleichmässiger Dichtigkeit heraushebe, so würde Poynting's Endresultat einen noch kleinern w. F. haben als unsere Bestimmung. Boys endlich hat von neun gewonnenen Werthen nur zwei ausgewählt und zum Hauptresultat vereinigt, dessen w. F. er auf ± 0.002 schätzt. Wären sämmtliche Werthe nach Maassgabe ihrer inneren w. F. verwendet worden, so würde sich ein kleinerer Werth für Δ und ein erheblich grösserer w. F. des Hauptresultats ergeben haben.

Der wahrscheinliche Fehler unseres Resultats beträgt 1.6 Promille. Der Genauigkeit unserer Wägungen war eine Grenze gesteckt vornehmlich durch Eigenthümlichkeiten in der Anordnung des Vertauschungsmechanismus der Gewichtskugeln, durch Mängel in der Construction der Wage, welche übrigens nach Maassgabe der zu Beginn unserer Versuche vorliegenden Erfahrungen vortrefflich gebaut war (vergl. den Abschnitt »Wage« S. 166 unserer ersten Mittheilung), endlich durch die örtlichen und zeitlichen Differenzen der Temperatur. Alle diese Schädlichkeiten, deren Einfluss sich erst während der Arbeit herausstellte, würden sich bei einer etwaigen Wiederholung der Versuche erheblich herabsetzen lassen, so dass bei einer solchen, unter Benutzung der von uns gewonnenen Erfahrungen, eine beträchtlich vermehrte Sicherheit der Wägungen mit Bestimmtheit zu erwarten wäre.

Ausgegeben am 3. December.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1896.
XLIX.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

3. December. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Brunner las: Der rechtliche Antheil des Todten am eigenen Nachlass in germanischen Rechten.

2. Der Vorsitzende legte den Reisebericht des Hrn. Geh.-Rath Prof. Dr. Richard Förster in Breslau vor über seine behufs handschriftlicher Studien zu Libanius unternommene Orientreise. Die Classe bebeschloss einen Abschnitt daraus: Über einen Palimpsesten des Libanius in Jerusalem in ihren Schriften zu veröffentlichen.

Die Mittheilung erfolgt umstehend.

Über einen Palimpsesten des Libanius in Jerusalem.

Von Prof. Dr. R. Förster
in Breslau.

(Vorgelegt von Hrn. Diels.)

Im 15. Jahrhundert wollte sich ein Mönch, vielleicht in einem Kloster des Sprengels von Kastoria bei Monastir, eine Abschrift der Apostelgeschichte und der Briefe des Neuen Testaments machen. Da es ihm aber am Besten, an Pergament, fehlte, nahm er, was er an Handschriften und beschriebenen Blättern erlangen konnte, schabte die Schrift derselben, soviel er nur konnte, herunter und ging dann an's Abschreiben. Seine Arbeit liegt vor in einem Codex der Bibliothek des griechischen Patriarchats zu Jerusalem[1], welcher jetzt Nr. 57 in der Sammlung der Handschriften des *Τίμιος Σταυρός* trägt. Doch ist er erst 1850 in die Bibliothek des Kreuzklosters bei Jerusalem gelangt, als in diesem eine theologische Schule eingerichtet wurde, und zwar, nach Ausweis des Einbandes, aus dem Kloster Mar Saba. Wie diese Notiz, so verdanke ich auch überhaupt die ersten Mittheilungen über den Codex der grossen Freundlichkeit von Papadopulos Kerameus, welcher vom vormaligen, jetzt auf der Insel Chalke wohnenden, Patriarchen Nikodemos mit der Katalogisirung der sämmtlichen von diesem in der Patriarchatsbibliothek zu Jerusalem vereinigten griechischen Handschriften betraut worden war. Durch die Liberalität der Königlichen Akademie der Wissenschaften und des Königlichen Cultusministeriums, sowie durch das Entgegenkommen des jetzigen Patriarchen Gerasimos, welcher, vormals Professor der Physik an der Schule

[1] Der Bestand an griechischen Handschriften dieser Bibliothek wird vornehmlich gebildet: 1. durch die 1477 Handschriften der eigentlichen Patriarchalbibliothek, 2. durch die 706 Handschriften des Klosters Mar Saba bei Jerusalem, 3. durch die 107 Handschriften des Klosters des Heiligen Kreuzes. Zu diesen kommen noch 850 griechische Handschriften der Bibliothek des ebenfalls dem griechischen Patriarchat gehörigen Klosters des Heiligen Grabes (*μετόχιον τοῦ ἁγίου τάφου*) zu Constantinopel, über welche ein im Jahre 1891/92 vom Archimandriten Phoropulos gemachter alphabetischer Index eine allerdings unvollständige Auskunft giebt.

des Kreuzklosters, sich seine Liebe zu den Wissenschaften auch auf dem Patriarchenstuhl bewahrt hat, ist es mir vergönnt worden, im Februar und März d. J. den Codex an Ort und Stelle einer zwar mühevollen, aber doch auch lohnenden Untersuchung zu unterziehen, so dass ich mich gedrungen fühle, auch an dieser Stelle allen Betheiligten herzlichen Dank zu sagen.

1.

In Bezug auf die äussere Beschaffenheit des Codex verweise ich auf die Beschreibung von Papadopulos in dem gleichzeitig zur Ausgabe gelangenden dritten Bande der *Ἱεροσολυμιτικὴ Βιβλιοθήκη* p. 114–116 und beschränke mich auf die folgenden, seine Angaben theilweise ergänzenden, theilweise berichtigenden Bemerkungen.

Der Codex misst jetzt 22^{cm} in die Höhe, 17 in die Breite. Als Höhe der ursprünglich beschriebenen Fläche ergab sich mir auf fol. 88^v 18, als Breite 13^{cm}. Der geringe Unterschied in beiden Maassen erklärt sich aus der nachträglichen Beschneidung des Codex[1]. Er enthält jetzt, nachdem von den 20 Quaternionen vier (ιβ', ιγ', ις', ιζ') verloren gegangen sind, 184 gezählte Blätter. In Wahrheit sind es 186, da bei der Paginirung zwischen fol. 83/84 und 95/96 zwei Blätter übersehen worden sind, welche Papadopulos nachträglich als 83" und 95" bezeichnet hat. Fol. 1–146 sind Pergamentblätter. Sie beginnen mit den *πράξεις τῶν ἁγίων ἀποστόλων· συγγραφεῖσαι παρὰ τοῦ ἁγίου ἀποστόλου καὶ εὐαγγελιστοῦ λουκᾶ* und enden mit (*ἐπιστολὴ του ἁγίου ἀποστόλου παύλου*) *πρὸς θεσσαλονικεῖς πρώτη*, doch sind durch den Verlust jener 4 Quaternionen der Schluss des Römerbriefs, der erste Brief an die Korinther nebst einem Theil des zweiten und der Anfang des Briefs an die Epheser abhanden gekommen. Das Übrige ist auf Papier geschrieben, und zwar später, nämlich im Jahre 1481 von einem Priester Lazarios, wie aus der Subscription hinter der Apokalypse auf fol. 169^v geschlossen werden darf. Diese lautet mit allen Fehlern: *ταπινοῦ ἐπισκώπου ἰώσήφ·* | *καστωρίας καὶ μολεϊσκου καὶ ἀνασελτζασ:* | *ταπινοῦ ἐπισκώπου ἰώσήφ.* | *ἐν ἔτι ςϡπθ' φευρουαρίου κς* | *κύκλος ἡλίου ιζ κύκλος ιζ. τὸ θεμέλιον ι* | *ἰνδικτιῶνος ιε ἱερεὺς λαζαρίου:* –

Diese 38 Papierblätter sind nicht rescribirt; desgleichen nicht die folgenden Pergamentblätter: 70, 115, 117, 118, 120, 121, 134, 135, 136, 140 und wahrscheinlich auch nicht 103.

[1] Die Spuren dieser Beschneidung treten in theilweiser Beseitigung der ursprünglichen Schrift besonders auf fol. 25^v, 50^v, 55 und 62^v zu Tage.

In den rescribirten Blättern hat Papadopulos vier Bestandtheile ausgesondert:

1. fol. 116 und 119 mit einer Unciale des 9. Jahrhunderts, 25 Zeilen auf der Seite, ein liturgisches Evangelium enthaltend.

2. fol. 91. 92. 100. 101. 133. 136 mit Schrift des 12. Jahrhunderts, zu einem Typikon des Klosters *τῆς Θεοτόκου τῆς Κεχαριτωμένης* in Constantinopel gehörig[1]. Bezüglich der vier ersten Blätter stimme ich bei, während mir fol. 133 und 136 eine andere Hand aufzuweisen und auch inhaltlich nicht zu jenen zu gehören schienen.

3. fol. 106–113. 123–132. 137. 138 mit Schrift des 12. Jahrhunderts. In einer Probe, welche mir Papadopulos seiner Zeit schickte (fol. 124ᵛ), erkannte ich die Worte aus Heliodors Aithiopika VI, 2 p. 160, 8–11 ed. Bekker *κἀκείνη τὴν ἐπιβουλὴν — τὸν δῆμον κατ' αὐτοῦ κινησάντων*. In einer zweiten Probe, welche er im Katalog veröffentlicht (fol. 125ʳ) sind die Worte aus Buch V, 33 p. 155, 12–15 *φειδόμενα. καὶ ἔβαλεν — ῥᾳδίως πρὸς τὴν πυρκαιὰν τοὺς ἐναντίους* zu erkennen.

4. fol. 1–90. 93–99. 102. 104. 105. 122. Da fol. 70 nicht rescribirt ist, ergiebt sich eine Masse von 101 Blättern. Über diese schrieb mir Papadopulos (ausführlicher als im Katalog) das Folgende: *Πολλῶν φύλλων ἡ γραφὴ οἰκτρῶς ἀπεσβέσθη, ἐν ἄλλοις δὲ δυσκόλως διακρίνονται φράσεις τέλειαι, διότι εἰ καὶ ζωηρὰ ἐτηρήθη ἡ παλαιὰ γραφή, ἀλλ' ὁ πρὸς τὴν κατασκευὴν τῆς καινῆς Διαθήκης σπεύδων γραφεὺς ἔγραψε τὸ κείμενον αὐτοῦ ἀντιστρόφως ἐπὶ τῶν αὐτῶν παλαιῶν στίχων· οὕτως ὥστε εἰς τὰς προεξεχούσας μόνον ἄκρας διακρίνονταί τινες λέξεις. Ἀλλ' ὁ αὐτὸς γραφεὺς ἐν οὐκ ὀλίγοις φύλλοις τοῖς περιέργοις τῶν μετ' αὐτὸν εὔνους ἐδείχθη, ἀφεὶς τὰς παλαιὰς γραμμὰς καὶ μικρὸν πορρωτέρω τὰς ἑαυτοῦ διαχαράξας. Ἐν τοῖς φύλλοις οὖν τούτοις καὶ ἐν τοῖς μετώποις, μάλιστα δὲ τοῖς*

[1] Der Vermuthung von Papadopulos, dass diese Blätter zum Codex Par. gr. 384, welcher das von der Kaiserin Irene unterzeichnete Typikon dieses Klosters enthält, gehören, muss ich auf Grund von Mittheilungen und photographischen Nachbildungen zweier Blätter des Codex Parisinus, welche ich der Liebenswürdigkeit von Alfred Jacob verdanke, widersprechen. Das Typikon dieses Codex ist von zwei Händen, deren zweite etwas jünger ist als die erste, geschrieben. Der erste Theil (fol. 1–128) bildet eine geschlossene Masse, so dass, selbst inhaltlich, abgesehen von der Schrift, in ihm kein Platz für die Jerusalemer Blätter wäre. Aber auch der zweite Theil (fol. 129–141), welcher auf fol. 141 mitten im Worte *μονό* (= Analecta Graeca ex MSS. Codicibus eruerunt Monachi Benedictini Congregationis Sancti Mauri, Lutet. Paris. 1688 p. 298, 15) abbricht, weicht in Bezug auf Zeilenbreite, Grösse der Schrift und Form einzelner Buchstaben (*α*, *λ*, *ξ*, *ς*) von den Jerusalemer Blättern so erheblich ab, dass an Zusammengehörigkeit nicht wohl gedacht werden kann. Möglich aber ist, dass die Blätter zu einem der beiden anderen auf Pergament geschriebenen, im Typikon selbst (p. 277 cap. 77, 1) erwähnten Exemplare gehört haben.

ἐπίνω, καλῶς καὶ ταχέως καὶ ἀσφαλῶς ἀνέγνων φράσεις ὅλας. καὶ ἐννοίας τελείας ἠρύσθην, ὅτε καὶ διέγνων ὅτι ὑπ' ὄψει εἶχον παλιμψήστων μελετῶν τοῦ Λιβανίου σειράν, μάλιστα δὲ μέρη ἐκ τοῦ Κορινθίων λόγου, ἐκ τοῦ Κίμωνος[1], *ἐκ τοῦ Νεοκλέους καὶ Θεμιστοκλέους καὶ ἑτέρων· ἀλλὰ προλήψει τινὶ παρασυρείς, ὅτι δηλαδὴ ἄλλος πρὸ ἐμοῦ ἠσχολήθη περὶ τὸν κώδικα ἐκεῖνον, σπεύδων δὲ μᾶλλον πρὸς τὸ οὐσιῶδές μου ἔργον ἢ περὶ κείμενα ἐμοὶ τότε ἀμέσως μὴ συμφέροντα τὴν περαιτέρω τῶν φύλλων τούτων ἔρευναν ἐγκατέλειψα.*

Meine Untersuchung dieser 101 Blätter hat zu folgendem Ergebniss geführt. Auf 40 Blättern (1. 2. 4. 7. 9. 10. 12^r. 13. 14. 15^v. 18. 19. 23. 24^v. 28. 30. 32. 36–38. 39^r. 40^r. 48. 51. 54. 57. 60. 64^v. 65. 68^v. 71. 74. 79. 81. 85. 87. 89. 90. 93. 94. 95^a. 97^v. 98. 114) ist nichts mehr zu lesen, weil die Schrift vollständig abgeschabt worden ist.[2] Die in Resten erhaltene Schrift der 61 Blätter gehört dem Ende des 11. oder dem Anfang des 12. Jahrhunderts an. Besonders ist die sorgfältige rothbraune Schrift auf fol. 41. 56 und 59 deutlich. Auf fol. 31 und 40^v habe ich 30, auf fol. 12^v, 44^r und 59^v 31, auf fol. 33 und 88^v 32 Zeilen gezählt, welche 34 bis 40 Zeilen der Reiske'schen Ausgabe ausmachen. Meist hat der jüngere Schreiber die Rückseite eines Blattes zur Vorderseite und das untere Ende zum oberen gemacht. Das ursprüngliche Verhältniss ist nur auf fol. 88 und 95 erhalten. Auch die ehemalige Reihenfolge der Blätter ist völlig zerstört; nur ausnahmsweise bildet ein Blatt die Fortsetzung des vorangehenden (34/33) oder des folgenden (21/22. 25/26. 42/43). So enthalten die 61 Blätter Stücke aus 21 Declamationen des Libanius. Von diesen ist nur eine (*Δημοσθένης* R. IV, 253–265) ganz, sieben (*Πάτροκλος, Τίμων, Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν, Ποτιδαιᾶται, Πατρὸς ἀπολογία, Φιλάργυρος ἀποκηρύττων, Μάγου κατηγορία*) zum grossen Theile in ihnen enthalten.

Der Inhalt der lesbaren Blätter stellt sich wie folgt:

fol. 3^v *Τίμων* p. 194, 14 *καὶ δημηγόρος* — 197, 1 *τῆσ πολιτείασ*

fol. 5^v *Λαΐς* p. 440, 7 *ἀτο|πίας ῥημάτων* — 442, 21 *ἡμᾶς*

fol. 6^r *Τίμων* p. 197, 2 *τὴν φύσιν* — 198, 5 *τὸν θάνατον:*

fol. 6^v Φθονερὸς τοῦ γείτονος p. 159, 1 – 160, 21 *αὐτῶν*

fol. 8^v *Λαΐς* p. 442, 21 *πεπλημμεληκότων* — 445, 4 *μέχρι*

fol. 11^v Φθονερὸς τοῦ γείτονος p. 160, 21 *κακοῖς* — 163, 7 *πόρρωθεν*

fol. 12^r Θεμιστοκλῆς p. 302, 25 *τί ταῦτα* —? In Zeile 10 las ich noch λαμβάνειν (statt λαβεῖν p. 303, 1).

[1] Beruht auf einem auch im Katalog wiederkehrenden Schreibversehen statt *Τίμωνος*.

[2] Die Spuren des Radirmessers sind besonders auf fol. 42^v. 45^v. 47^v. 48^v. 55^v. [illegible] 61^v. 63^v. 84^v. 90^v. 104^v erkennbar.

fol. 15^r *Νεοκλῆς* p. 382, 13 ...... *ἀλγεῖν ποιούντων* — 383, 16 *εἰδόσιν ὡς*

fol. 16^vr *Τίμων* p. 192, 6 *ἐξεβιάζετο* — 194, 14 *τὸν ὀλύμπιον*

fol. 17^vr *Θεμιστοκλῆς* p. 399, 16 *τὰ ἔργα* — 401, 30 *ὧν ἔπαθον*: ~ Darauf folgt die Überschrift einer neuen Declamation, in deren fünfter Zeile ich *αἰτησάμεν* las, d. i. *αἰτησάμενος* in der *προθεωρία* des *Λόγος πλουσίου φεύγοντος* p. 540, 4, welcher selbst auf fol. 77^v beginnt.

fol. 20^vr *Πάτροκλος* p. 96, 16 *καὶ μενέλαος* — 99, 10 *διὸς* (*τὸν* om.) *ἀπόλλω*

fol. 21^vr *Πατρὸς ἀπολογία* p. 465, 10 *καὶ δὴ τοῦτον* — 467, 29 *κίνδυνος*, doch kann dieses Wort, wie alle vorangehenden bis *ἴσασι* 467, 13, weil von der jüngeren Schrift bedeckt, nicht sicher gelesen, sondern als letztes Wort der Seite nur daraus erschlossen werden, dass fol. 99^v mit den unmittelbar darauf folgenden Worten *δὲ ἦν ἀλῶναι* beginnt.

fol. 22^vr *Πατρὸς ἀπολογία* p. 462, 11 (*καὶ τούτου* weggeschnitten) *χάριν ἔχειν* — 465, 10 *καθῆσθαι*, doch kann auch hier dieses Wort, wie alle vorangehenden bis *ταῦτα τὴν* 464, 29 nicht mehr sicher gelesen, sondern als Schlusswort der Seite nur dadurch vermuthet werden, dass fol. 21^v mit den sich anschliessenden Worten *καὶ δὴ τοῦτον* beginnt.

fol. 25^vr *Παράσιτος ἐπὶ δεῖπνον* p. 151, 27 (*τὸ συμβεβηκός· — ἄνωθεν* weggeschnitten) *εἰπεῖν· ἐπεὶ* — 154, 23 *τῶν θε[ατῶν*

fol. 26^v *Δύσκολος γήμας λάλον* p. 149, 9 *ἐγὼ δὲ* — 150, 4 *λάλον οὐκ ἤνεγκεν*:

fol. 26^vr *Παράσιτος ἐπὶ δεῖπνον* p. 150, 5–151, 27 *ἐπιτρέπει μοι*

fol. 27^vr *Πάτροκλος* p. 88, 7 *ὡς γὰρ εὐτελὲς* — 90, 23 *τοὺς*(?) *θεούς*

fol. 31^vr *Ποτιδαιᾶται* p. 359, 22 *εὐ]σέβειαν* — 362, 2 *ἁπάντων· ὡς*

fol. 33^vr *Φιλαδέλφου ἀπολογία* p. 679, 17 (*τὴν ὀργὴν ἐπράυνεν*?) — 682, 18 *ἀπολογίας οὔσης*

fol. 34^vr *Φιλαδέλφου ἀπολογία* p. 682, 19 *ὅτι ἐμὲ* — 685, 4 *τούς τε*

fol. 35^vr *Ποτιδαιᾶται* p. 362, 2 *τάγε ἐπὶ τοῖς* — 364, 6 *οὐδ' ἃ*

fol. 39^v *Μάγου κατηγορία* p. 738, 6 *ἐπανῆλθε* — 26 *κερδαίνειν*: †††

fol. 39^v *Δημοσθένης βωμόν* p. 253, 6 *ἐξήτησεν ὁ φίλιππος* — 253, 10 *εἰς δόξαν*

fol. 39[r] enthielt die Fortsetzung bis p. 255, 1 Ἑλλήνων, ist jedoch nicht mehr lesbar.

fol. 41[vr] Δύσκολος γήμας λάλον p. 138, 11 στρω]μάτων ἐπυνθάνετο — 141, 12 πάλιν

fol. 42[v] Νεοκλῆς p. 387, 30 τίς· ταῦτα — 388, 9 τῆς ἑορτῆς: Es folgt:

fol. 42[vr] ἐκ τοῦ ἐναντίου ὁ θεμιστοκλῆς: ~ p. 388, 10–390, 17 δυνάμενος

fol. 43[vr] Νεοκλῆς p. 385, 25 τῶν περιεστηκότων — 387, 30 καρπούσθω

fol. 44[vr] Μενέλαος p. 9, 12 ἔχοντες — 12, 22 μάλιστα

fol. 45[vr] Ἀχιλλέως ἀντιλογία p. 65, 15 ἐκεῖνος θεραπεύσει — 68, 11 λήσομεν

fol. 46[vr] Δημοσθένης βωμόν p. 255, 1 προνοίας — 257, 12 πολλὰ τὸν

fol. 47[vr] Τίμων p. 187, 17 οὐκ εἰς τὸ βάραθρον — 189, 28 δικαιότερον

fol. 49[vr] Ποτιδαιᾶται p. 364, 6 νῦν ἀθηναῖοι — 366, 14 διαιροῦντες

fol. 50[vr] Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν p. 233, 14 τυ]ράννωι χαρίζεται — 237, 4 διερευνησάμενοι

fol. 52[v] Φιλάργυρος ἐρασθείς p. 840, 9 ὀρφανὰ μικρὸν — 21 λαβὼν θησαυρόν: Es folgt:

fol. 52[vr] Τίμων ἐρῶν ἀλκιβιάδου κτλ. p. 181, 1–183, 7 στρατεία

fol. 53[vr] Φιλάργυρος ἐρασθείς p. 834, 26 τοὺς θεούς — 836, 22 τὸ μὲν γὰρ ζώνιον

fol. 55[vr] Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν p. 231, 7 ἐμέμ]νητο πρὸς — 233, 14 μόνωι τυ[ράννῳ

fol. 56[vr] Ποτιδαιᾶται p. 357, 7 τε εἰρήνης — 359, 22 θεῶν εὐ[σέβειαν

fol. 58[vr] Δημοσθένης βωμόν p. 262, 22 τῶ βωμῶ — 265, 9 ἐλεήσει

fol. 59[vr] Ποτιδαιᾶται p. 366, 15 ὁ παρατυχὼν — 369, 3 μεγαρέας

fol. 61[vr] Ἀρχίδαμος p. 421, 4 τῆσ ἐμῆσ — 424, 8 ἡ σπάρτη

fol. 62[vr] begann mit den Worten des Δημοσθένης βωμόν p. 260, 4 ἀλλ' εὐθὺς, doch sind diese, wie fast die ganze erste Zeile, weggeschnitten und können als Anfangsworte nur daraus erschlossen werden, dass fol. 78[r], dessen Fortsetzung fol. 62 bildet, mit den vorangehenden Worten ταῦτα τῆς ἐμῆς ψυχῆς schliesst. Auch die zweite Zeile ist unlesbar und erst die dritte Zeile beginnt mit μά]λιστα

λανθάνων ἐποιούμην p. 260, 7. Fol. 62ʳ schliesst mit τῶν πώποτε 262, 21.

fol. 63ᵛʳ Μάγου κατηγορία p. 732, 18 παρὰ τὸν θεὸν βαδίζοντας — 735, 17 οὐκ ἐμὲ σφάττει

fol. 66ᵛʳ Ποτιδαιᾶται p. 354, 3 ἔχουσί τινα — 357, 6 ἐπὶ πολλῆς

fol. 67ᵛʳ Μάγου κατηγορία p. 729, 19 ἦν καθαρὸν — 732, 18 ἡμᾶς παρὰ

fol. 69ᵛʳ Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν p. 237, 5 τὸ κοινὸν — 240, 10 εὔνοιαν: ~

fol. 72ᵛʳ Φιλάργυρος ἀποκηρύττων p. 663, 25 οὐδὲν ἂν τούτων — 666, 8 πάλιν

fol. 73ᵛʳ Φιλάργυρος ἀποκηρύττων p. 658, 22 διαφθαρήσεται — 661, 11 ἔπειθον. καὶ

fol. 75ᵛ Κατὰ μοιχῶν p. 570, 27 τοῦτο ὁ γάμος — 572, 2 προύπεμψεν

fol. 75ʳ beginnt mit dem wiederholten προύπεμψεν, doch ist das Folgende, mit Ausnahme von ἐμαυτὸν p. 572, 10, unsicher, auch die Schlussworte der Seite nicht erkennbar.

fol. 76ᵛʳ Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν p. 228, 18 τουτουσὶ πένητας — 231, 6 ἐπισταμένης

fol. 77ᵛʳ Λόγος πλουσίου φεύγοντος p. 540, 1 Ὁ μὲν εὐσεβὴς ὅδε (dies statt ὦ δικασταὶ) — 542, 28 τῶν βελῶν (?)

fol. 78ᵛʳ Δημοσθένης βωμόν p. 257, 12 οὐκ ἔτ' ὠφελεῖν — 260, 4 ταῦτα τῆς ἐμῆς ψυχῆς

fol. 80ᵛʳ Φιλάργυρος ἀποκηρύττων p. 666, 8 πάλιν ἡμῖν — 669, 4 τροφή:

fol. 82ᵛʳ Ἀχιλλέως ἀντιλογία p. 68, 11 ἀφαιρήσεται — 71, 2 πολλὰ ὧν οὐκ

fol. 83ᵛʳ Ἀχιλλέως ἀντιλογία p. 54, 4 τῶι πρεσβύτηι· — 56, 29 κίνδυνον ταῖς ναυσὶ

fol. 83ᵃᵛʳ Πατρὸς ἀπολογία p. 476, 12 παλαίστραις — 478, 12 καταμέμψομαι: ~ Darauf folgen noch 13 Zeilen, die Überschrift und den Anfang einer Declamation, welche ich mit keiner bekannten identificiren kann, enthaltend. Von ersterer vermochte ich nur den Anfang φιλαργύρου (?) παῖς ..... παραινεῖ, von der Declamation selbst in der ersten Zeile τῶν ἑλλήνων, in der zweiten τί προσηκτο, in der dritten τί γεγένηται zu lesen.

fol. 84ᵛʳ Φιλάργυρος ἀποκηρύττων p. 656, 13 βαρυτέραν — 658, 22 τῷ γαμοῦντι

fol. 86ᵛʳ Μάγου κατηγορία p. 735, 17 σφάττει· — 738, 6 νεκροὺς

fol. 88^{rv} *Φιλαδέλφου ἀποκηρυττομένου ἀπολογία* p. 673, 26 *μὴ πάντα* — 676, 30 *οὐ προ[λελυπημένος*

fol. 95^{rv} *Λαΐς* p. 432, 9 (*φέρε κοινῇ* durch die jüngere, hier rothe, Schrift bedeckt) *τὸ συμφέρον* — 434, 24 *λαμβάνειν*

fol. 96^{vr} *Οἱ ποτιδαιάται ἀλλήλων ἐγεύσαντο κτλ.* p. 348, 11 — 351, 8 *ἡμέτεροι*

fol. 99^{vr} *Πάτροκλος* p. 99, 10 *μὴ γὰρ οἷον* — 102, 8 *ἀψιμαχίαν* (?)

fol. 102^{vr} *Πάτροκλος* p. 85, 17 *τῆσ νίκησ* — 88, 7 *κόρη*

fol. 104^{vr} *Πατρὸς ἀπολογία* p. 467, 29 *δὲ ἦν* — 471, 2 *μειρακίου κάλλος*

fol. 105^{v} *Δημοσθένης βωμόν* p. 265, 9 *τοὺς ἐμοὺς* — 25 *τὸν βωμόν*, doch sind weder die Anfangs- noch die Schlussworte sicher lesbar. Erstere können nur daraus erschlossen werden, dass fol. 58^{r}, an welches sich fol. 105^{v} anschliesst, mit *ἐλεήσει* p. 265, 9 endigt. Sicher sind nur die Worte *πρέσβεις* und *ἔχειν* p. 265, 12, *ἀποστροφήν* 13, *προβούλευμα* und *ψηφίσματα* 16.

fol. 105^{vr} *Φιλαργύρου παῖς τοῦ πατρὸς κτλ.* p. 654, 3 — 656, 13 *ἵνα μοι μὴ*

fol. 122^{vr} *Πάτροκλος* p. 82, 12 *μεταφέρων αἰδεῖσθαι* — 85, 17 *ἀποδοῦναι*.

Dazu kommen noch:

fol. 68^{r}, wo ich in Zeile 5 die Worte *μόλις ἀπαλλαγέντα ὅτι μὲν οὖν τυραννίδος ἔχει* d. i. *Λόγος πλουσίου φεύγοντος* p. 548, 7 f. las;

fol. 97^{r}, wo ich in Zeile 5 *τὰ ἄστεα*, in Zeile 6 *ἐμβαλοῦσα* d. i. *Δύσκολος γήμας λάλον* p. 148, 7 und 8 las, woraus zugleich zu schliessen, dass die letzten Worte der Seite *τὴν ἀηδίαν* (p. 149, 8) waren, an welche sich fol. 26^{v} anschliesst;

fol. 28^{r}, wo ich in Zeile 4 *ἀποχρή* las, was aus *Πρεσβευτικὸς Ὀδυσσέως* p. 29, 19 sein, aber auch zu *ἀποχρήσωνται* ebenda p. 22, 9 oder zu *ἀπροχρήσει* im *Ῥήτορος λόγος* p. 537, 12 ergänzt werden kann.

Gar nicht unterzubringen weiss ich

fol. 24^{r}, wo ich aus Zeile 20 *πολλάκις*, aus Zeile 22 *μαχίμω*

fol. 64^{r}, wo ich aus Zeile 2 *ἥξουσι τῆς* und gegen Ende *οὐδὲ γὰρ ἐφ' ἑκάστην*

fol. 40^{v}, dessen Schrift übrigens kleiner ist als die der anderen Blätter, wo ich aus Zeile 15 *καθήμενον· κατεφρόνει* und aus Zeile 16 *ἄλλοι μὲν πράγμασιν* notirt habe.

Aber auch auf den Blättern, deren Anfangs- und Schlussworte ich mitgetheilt habe, ist bei Weitem nicht Alles sicher lesbar. Verhältnissmässig die geringste Schwierigkeit bereiten die Zeilen der oberen und unteren Ränder, welche von der jüngern Schrift unbe-

deckt geblieben sind und nur durch Beschneiden oder Abgreifen Einbusse erlitten haben. Dann folgen die Blätter 25. 31. 33. 41. 42. 44. 46^{v}. 50^{v}. 56^{v}. 59. 86^{v}. 88^{v}. 122^{r}, auf denen sich der jüngere Schreiber des Schabens enthielt und nur zwischen den Zeilen der ursprünglichen Schrift schrieb. Erst dann kommt die grosse Masse der Blätter, auf denen zwar das Radirmesser gearbeitet, aber zum Glück nicht aufgeräumt hat. Auf den ersten Blick zwar war auf ihnen nichts von einer früheren Schrift zu sehen, und auch die Anwendung eines chemischen Reagens, desselben, welches Studemund im Veronenser Gajus gebraucht hatte, erwies sich als erfolglos. Aber durch die fortgesetzte Untersuchung der bald in's Licht, bald in Schatten versetzten Schriftzüge und unter Benutzung eines wichtigen während der Arbeit entdeckten Hülfsmittels, von welchem alsbald die Rede sein wird, gelang es mir, diese Blätter wenigstens zu einem grossen Theile zu lesen.

Freilich bleibt auch so die Masse des Unsichern, Unlesbaren und Verlorenen gross. Und da wir für die Declamationen des Libanios nur zwei Handschriften von gleich hohem Alter, den Marcianus gr. 439 und den Laurentianus LVII, 44, und auch diese nur für einen Theil der im Palimpsesten enthaltenen Declamationen haben und da letzterer den Laurentianus an Treue entschieden überragt, aber auch dem Marcianus gegenüber eine selbständige Überlieferung bietet, muss der Verlust für beklagenswerth und das Streben, Ersatz zu finden, für durchaus berechtigt gehalten werden.

2.

In den Stunden, in welchen die Lichtverhältnisse das Studium des Palimpsesten unmöglich machten, beschäftigte ich mich mit den übrigen zahlreichen Libaniushandschriften der Patriarchatsbibliothek. Unter diesen erkannte ich bald eine, über welche ich schon vor Jahren durch den inzwischen verstorbenen trefflichen Archimandriten Photios Alexandrides Nachrichten erhalten hatte[1], als die wichtigste. Es ist dies Nr. CVII in der eigentlichen Patriarchalbibliothek, eine Bombycinhandschrift des 14. Jahrhunderts, von den Würmern arg mitgenommen, 32^{cm} hoch, 20 breit, aus κγ Quaternionen, 159 Blättern bestehend, von denen mehrere (25. 39. 42. 43. 47. 156.

[1] Vergl. Sitzungsberichte der Königl. Akad. der Wissensch. 1885 S. 904. Meine Vermuthung, dass diese Handschrift mit derjenigen identisch sei, welche Coxe, Report to Her Majesty's Government on the greek Mss. yet remaining in Libraries of the Levant, London 1858, p. 51 N. 73 fälschlich als Libanii epistolae etc. chart. in fol. sec. XIV bezeichnet, hat sich bestätigt.

157) jetzt lose in dem Bande liegen, die beiden letzten aber (158. 159) zu zwei anderen Handschriften gehören. Fol. 1 trägt die Aufschrift *Λιβανίου σοφιστοῦ μελέται* :—. Darauf folgt der *πίναξ*. Der Codex enthält 29 gezählte, in Wahrheit 31 *μελέται* und *διαλέξεις* des Libanius und Choricius. Ihrer Aufzählung bin ich durch Papadopulos' *Ἱεροσολυμιτικὴ Βιβλιοθήκη* I p. 183 f. überhoben[1].

Bei der Vergleichung bemerkte ich alsbald auffällige Übereinstimmungen mit sicheren Lesarten des Palimpsesten (welchen ich fortan durch P bezeichne, während ich für diesen Codex den Buchstaben S wähle). Und die durchgeführte Untersuchung ergab, dass S von P abhängig sein müsse, da er mit ihm in Lesarten, Umstellungen und Auslassungen fast durchweg übereinstimmt und seine Abweichungen in der Regel Verschlechterungen der Lesarten jenes sind[2]. Da es nicht angängig ist, hier die sämmtlichen Übereinstimmungen und Abweichungen zu verzeichnen, überdies ein Theil derselben im Laufe der Untersuchung zur Besprechung kommt, so beschränke ich mich an dieser Stelle auf die Mittheilung nur weniger besonders auffallender Übereinstimmungen: *μυρίους* statt *πολλούς* p. 228, 24; *ἑώρα* statt *θεάσεται γάρ* p. 237, 24; *νείμων* statt *νεῖμον* p. 366, 10; *ὅδε* statt *ὦ δικασταί* p. 540, 1; *μετείληφε* statt *μετείχετε* p. 541, 10, sowie weniger Stellen, in denen P das Richtige, S das Verkehrte hat: p. 138, 20 *ἐπηγγέλλετο* P, *ἐπηγγείλετο* S; p. 181, 8 *παρ' ὑμῶν ἀποθανεῖν* P, *παρ' ὑμῖν ἀποθανεῖν* S; p. 101, 1 *ἐσωφρόνισαν* P, *ἐσωφρόνησαν* S; p. 659, 5 *ἡσυχῇ* P, *ἡσυχὶ* S.

Es begreift sich ohne Weiteres, wie sehr ich durch diese Beobachtung bei der Entzifferung der erloschenen Schriftzüge von P unterstützt worden bin.

Aber sofort erhebt sich die Frage, ob P die unmittelbare Vorlage für S gewesen ist.

Dafür könnten zwei Gründe, ein negativer und ein positiver, angeführt werden.

[1] Nur Folgendes füge ich zu seiner Beschreibung hinzu. Die Declamation *Δημοσθένης ἀξιοῖ ἐκδίδοσθαι*, welche auf fol. 40ʳ mit den Worten *ὑμῖν Μακεδόνας ὑποπεπτωκότας* (p. 266, 6) beginnt und auf fol. 43ʳ mit *ἀδικήσαντα πλείω* (p. 279, 25) endigt, ist im Text ungezählt geblieben. Die ihr zukommende Zahl *η* hat die folgende Declamation *Δημοσθένους ἀπολογία* (fol. 47–53) erhalten. Desgleichen ist *Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν* übersehen, wovon unten zu reden ist. — Die Überschriften auf fol. 96ʳ und 130ʳ fehlen nicht, sondern lauten wie in der Reiske'schen Ausgabe p. 654 (nur in Zeile 5 steht *διαφύγοι*) und p. 540. Im *πίναξ* ist die *μελέτη· Οὐκ ἀντεῖπε τῷ φιλίππῳ* als *κθ'*, im Text als *λ'* und umgekehrt die *διάλεξις· ἔχει μὲν τὸ ῥόδον* im *πίναξ* als *λ'*, im Text als *κθ'* bezeichnet.

[2] Dahin gehört auch die Weglassung des in P noch häufigen (z. B. *τῷ* 55, 1; *ἀνῄρητο* 96, 24; *σώζεσθαι* 354, 6; *ζώῳ* 308, 2) Iota adscriptum.

Im *πίναξ* von S steht hinter *πλούσιος ἀριστεύσας* (d. i. p. 552) Folgendes: *κδ*: *Νόμος τὸν θορύβου καὶ στάσεως αἴτιον ἀποθνήσκειν* (d. i. *Ῥήτορος ἀπολογία* p. 707, 11) und am Rande von derselben Hand:

τοῦτο ἔλιπεν
ἀπὸ τοῦ βιβλίου
καὶ οὐκ ἐγράφη[1].

Danach ist das *κδ* vor *Νόμος* mit rother Tinte durchstrichen und neben *πλούσιος ἀριστεύσας* gesetzt. Thatsächlich findet sich in P keine Spur von der Declamation *Νόμος τὸν θορύβου*.

In S fehlt der Schluss der *Ποτιδαιᾶται* und der Anfang von *Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν*, indem erstere Declamation auf fol. 62^{v} mit den Worten *μεστούς· τίς δ' ἂν* (p. 371, 26) abbricht und mitten in der Zeile die Worte der zweiten Declamation *τουτουσὶ πένητας, οἳ δεῦρ'* (p. 228, 18)[2] *κτλ.* sich an jene Worte unmittelbar anschliessen. Die nächstliegende Erklärung dieser auffallenden Thatsache ist, dass der Schreiber ein Blatt, welches gerade das Fehlende enthielt, in seiner Vorlage überschlug. Nun fängt fol. 76^{v} in P wirklich mit den Worten *τουτουσὶ πένητας* an, und an sich stände nichts im Wege, auch ein mit *μεστούς· τίς δ' ἂν* schliessendes Blatt in ihm anzunehmen, da fol. 59^{vr} mit *μεγαρέας* p. 369, 3 schliesst, mithin auf dieses Blatt 72 Zeilen der Reiske'schen Ausgabe kämen. Aber es ist unmöglich, das Fehlende, 94 Zeilen Text nebst dem Zwischenraume zwischen dem Schlusse der *Ποτιδαιᾶται* und der Überschrift des *Πλούσιος*, sowie zwischen letzterer und dem Anfange der Declamation, auf Einem Blatte von P unterzubringen. Wollte man aber Überschlagung von zwei Blättern annehmen, so würde man bei der im Ganzen herrschenden Gleichmässigkeit der Schrift und Zeilenzahl und bei dem geringen Zwischenraum zwischen zwei Declamationen die zwei Blätter nicht füllen können, wenn das erste mit *μεστούς· τίς δ' ἂν* begänne. Mithin spricht diese Berechnung eher gegen P und für eine Vorlage, deren Blätter mehr, nämlich etwa 96 Zeilen der Reiske'schen Ausgabe, fassten.

Ferner wäre zwar an sich bei dem überaus trümmerhaften Erhaltungszustande von P nicht bedenklich, dass S nicht weniger als 14 Stücke aufweist, von welchen sich in P keine Spur findet; desgleichen nicht, dass in S vier Declamationen (*Νεοκλῆς, Θεμιστοκλῆς, Φιλαδέλφου ἀποκηρυττομένου ἀπολογία, Μάγου κατηγορία*) fehlen, von welchen

---

[1] Die eingeklammerten Buchstaben beruhen, weil weggeschnitten, auf Ergänzung.

[2] Dass diese Worte zu einer neuen Declamation gehören, blieb dem Schreiber sowohl hier als auch bei Abfassung des *πίναξ*, welcher *Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν* übergeht, auch dem Verfasser des Katalogs, nicht aber Alexandrides verborgen.

Theile in P erhalten sind. Aber diese Thatsachen treten doch in ein anderes Licht dadurch, dass von den sechs Fällen, in welchen sich die Reihenfolge der Declamationen vergleichen lässt, fünf Abweichung und nur einer Übereinstimmung aufweisen. Nämlich nur *Τίμων* folgt in P und S auf *Φιλάργυρος ἐρασθείς*, dagegen *Φθονερὸς τοῦ γείτονος* in P auf *Τίμων*, in S auf *Πατρὸς ἀπολογία*; *Δύσκολος γήμας λάλον* in P auf *Παράσιτος ἐπὶ δεῖπνον*, in S auf *Φθονερὸς τοῦ γείτονος*; *Λόγος πλουσίου φεύγοντος* in P auf *Θεμιστοκλῆς*, in S auf *Ἀρχίδαμος*; *Δημοσθένης βωμόν* in P auf *Μάγου κατηγορία*, in S auf *Ὀρέστης*; *Φιλάργυρος ἀποκηρύττων* (p. 654) in P auf *Δημοσθένης βωμόν*, in S auf *Δύσκολος γήμας λάλον*.

Entscheidend aber fällt gegen P als unmittelbare Vorlage für S eine Reihe Lesarten in's Gewicht. Wenn auch die von P abweichenden Lesarten in S, wie bereits bemerkt, in der Regel auf Versehen beruhen, so bleibt doch eine Anzahl, welche sich als beabsichtigte, kunstgerechte Verbesserungen herausstellen, mithin dem Schreiber von S, welcher seine Arbeit ganz mechanisch besorgte und nicht einmal den Übergang von einer Declamation in die andere merkte, nicht zugetraut werden können. Natürlich rechne ich dahin nicht Verbesserungen, wie *ἀπώλεσαν* statt *ἐπώλεσαν* p. 657, 27; *συνέρρει* statt *συνέρει* p. 659, 2; *ὀπαδός* statt *ὀπαδνός* p. 138, 16: auch nicht *ὑπάρχεις* statt *ὑπάρχοις* p. 443, 17; selbst nicht *ἄξιον* statt *ἄξιοσ* in einem Satze wie p. 232, 25 *ἐγὼ δὲ τὸν μὲν δῆμον, ὅπερ ἀρχόμενος εἶπον τοῦ λόγου, πάσης ἄξιον εὐφημίας ἡγοῦμαι.* Denn dergleichen kam jedem Schreiber, der überhaupt Griechisch konnte, von selbst in die Feder. Anders aber steht es mit folgenden Stellen. Schon *ἐγκεκαλυμμένον* (S) statt *οὐ κεκαλυμμένον* (P) p. 257, 14 ist eine Verbesserung, welche Nachdenken voraussetzt. Noch mehr gilt dies von der Einschiebung der in P fehlenden Negation *οὐκ* und der Verwandlung des Artikels *ὁ* in *οὐ* p. 162, 27 *ὅστις οὖν οὕτω κακοῖς κεχρημένος προστάταις οὐκ ἀγανακτεῖ, νοσεῖ τὴν ψυχὴν οὗτος οὐ λυπούμενος ἐφ' οἷς ἄξιον* und von der Veränderung von *τοὺς δ' αὖ βελτίστους* in *οὐ τοὺς βελτίστους* bald darauf in dem Satze p. 163, 1 *οὐχ ὁρᾶτε τοὺς πονηροὺς εὖ πράττοντας; οὐ τοὺς βελτίστους ἀτυχοῦντας*; desgleichen von der Einschiebung eines *μὲν* hinter *γείτονι* p. 160, 2 und eines *ὡς* vor *ἀναλωθῆναι* p. 354, 19. Was soll man aber gar zu einem Einschiebsel sagen, wie es p. 194, 9 vorliegt, wo Timon sein Verhältniss zu Alkibiades schildert: *τὴν φύσιν δ' οὐδέπω καὶ τήμερον δύναμαι τῶν παιδικῶν κατιδεῖν οὐδὲ τὸν τρόπον. ἐπαινῶ τὸ κάλλος καὶ θαυμάζω τὴν ὥραν. ὁ δὲ ὑπερορᾷ καὶ καταφρονεῖ τῶν ἐγκωμίων τῶν ἐμῶν. τὴν ἀνδρίαν, τοὺς λόγους ἐκπλήττομαι. ὁ δὲ ὑπενόησεν εἰρωνεύεσθαί με τὴν ἡσυχίαν. τῷ τρόπῳ χρῶμαι καὶ τὸν μισάνθρωπον ὑποκρίνομαι καὶ λοιδορῶν αὐτὸν διαρ-*

ῥήγνυμαι. ὁ δ' ἐνταῦθα ἐγέλασε. Hier bietet S allein hinter *τὴν ἡσυχίαν* die Worte *ἄγων, στένων κατ' ἐμαυτόν· ὁ δὲ ἄχθεταί μου τῇ σιωπῇ.* Dass diese Worte nicht dem Geiste des Schreibers von S entsprungen sind, wird schon durch den in *ἄγων* liegenden Fehler sichergestellt. Damit überhaupt eine Construction zu Stande kommt, ist *ἄγω* zu lesen. So schrieb der Urheber der Vorlage, welche S benutzte, vermuthlich an den Rand, weil er an der Structur *εἰρωνεύεσθαι τὴν ἡσυχίαν* Anstoss nahm. Aber er übersah, dass *στένων κατ' ἐμαυτόν*[1] zum *τρόπος* des Misanthropen gehören würde, welcher erst im Folgenden erwähnt wird, und dass zwischen den Aoristen *ὑπενόησεν* und *ἐγέλασε* kein Platz für das Praesens *ἄχθεται* ist.

Sicherheit aber kann dieses Ergebniss, dass S durch ein Mittelglied — wir nennen es fortan x — aus P abgeleitet sei, erst dann erlangen, wenn es sich in die übrigen Thatsachen der Überlieferungsgeschichte einfügt. Und dies ist durchaus der Fall. Wir haben noch zwei Handschriften, welche auf dieselbe Vorlage x zurückgeführt werden müssen. Dies sind der Vaticanus gr. 940 und der Chisianus R. VI, 43.

3.

Der Codex Vaticanus gr. 940 (= V), ein membranaceus in Quart, aus dem Anfange des 14., wenn nicht noch aus dem Ende des 13. Jahrhunderts, enthält auf 104 Blättern 23 *μελέται* des Libanius und zwar dieselben, welche in S auf fol. 1–122 stehen, nur dass die letzte, *Τίμων*, bloss bis zu den Worten *καὶ ἡ συνήθης ἐρημία* p. 186, 3 geht, mit welchen das letzte bereits recht unleserlich gewordene Blatt schliesst. Auch die Reihenfolge der Declamationen ist dieselbe wie in S; desgleichen mit einigen Ausnahmen, über welche alsbald zu reden sein wird, die Lesarten. Ich will hier von den Lesarten, welche V mit PS theilt, nur wenige besonders auffällige hervorheben: *φιλονεικίαν* (übergeschrieben *τιμι*) p. 357, 19; *ἐρρυμένη* p. 140, 5; *τινῶν* statt *τι τῶν* p. 463, 2; einige mehr von denjenigen, welche er nur mit S theilt: *πεπονθώς* (*πεπονθότων* P) p. 253, 1; *πόλει* (*μόνῃ* P) p. 234, 19; *καίτοι* (*καί τι* P) p. 230, 17; *τὸν* (om. P) *φιλότιμον* p. 82, 15: *δεῖ δὴ* (*δὴ δεῖ* P) p. 358, 18; *ἐξήλειπται* (*ἐξαλήλειπται* P) p. 362, 4; *τὰ μιάσματα* (*τὸ μίασμα* P) p. 362, 14; *ἐπιεικέστερα* (*ἐπιεικεστέρων* P) p. 463, 2. Aber er ist frei sowohl von kleineren Versehen von S, wie *ἐσωφρόνησαν* p. 101, 1, indem er mit P *ἐσωφρόνισαν* bietet, als auch von der grossen Interpolation *ἄγων*,

[1] p. 257, 12 steht *στένων ὑπ' ἐμαυτόν.*

στένων κατ' ἐμαυτόν· ὁ δὲ ἄχθεταί μου τῇ σιωπῇ p. 194, 9, welche unserer Annahme gemäss am Rande von x geschrieben war. Auch die Auslassung des Schlusses der *Ποτιδαιᾶται* und des Anfanges des *Πλούσιος ἀξιοῖ ἀποθανεῖν* ist ihm nicht begegnet. Andererseits hat er Versehen, von welchen S frei ist, unter denen besonders Auslassungen in's Gewicht fallen, wie die der Worte *αἰσχυνόμενοι δὲ ἀλλήλους* p. 463, 16 (hervorgerufen durch das vorhergehende *αἰσχυνόμενοι μὲν θεούς*); von *εἰ ταλάντων ἀριθμόν, ἐπέδωκα ἄν· εἰ ἔξοδον, ἦλθον ἄν· εἰ μάχην, ἐμαχόμην ἄν* p. 468, 1–3 (auch durch das vorhergehende *ἠγόρευσα ἄν* hervorgerufen); von *αὐτοῖς* zwischen *ἐπέξεισιν* und *εὐθὺς* p. 355, 10; von *δὲ* p. 357, 12; von *οὖν* p. 11, 6; von *μὲν* p. 23, 19 und 24, 2; von *τῆς* vor *ἀγανακτήσεως* p. 26, 6. Endlich sind ihm auch gewisse Entstellungen der richtigen Lesart allein eigenthümlich, von denen nur die folgenden genannt sein mögen: *οἷόν τε* statt *οἷός τε* p. 8, 9; *γὰρ* statt *δὲ* p. 9, 17; *πόλιν οἰκεῖτε* statt *οἰκεῖτε πόλιν* p. 30, 4; *πανταχῇ* statt *πανταχοῦ* ebenda, und besonders die falsche Wiederholung der Worte *ὧν οὐκ ἐτήρησαν τὰς χάριτας* hinter *ἠσέβηνται* p. 361, 20.

Der andere Codex ist

4.

der Chisianus R. VI, 43 (= C) oder, genauer gesprochen, der erste Theil dieses aus verschiedenen Bestandtheilen zusammengesetzten Codex. Während nämlich die Hauptmasse, fol. 42–264 (Reden des Libanius), durch einen Pergamentcodex aus dem Ende des 11. oder dem Anfang des 12. Jahrhunderts, den Zwillingsbruder des ehemaligen Augustanus, jetzigen Monacensis gr. 483, gebildet wird, sind die später mit ihm verbundenen Theile von verschiedenen Händen des 14. und 15. Jahrhunderts geschrieben. Zu diesen gehört der erste Theil, fol. 1–37^{v}, zu Anfang des 14., wenn nicht noch am Ende des 13. Jahrhunderts, also zu derselben Zeit wie S und V geschrieben. Er enthält:

fol. 1^{r} *Πρεσβευτικὸς πρὸς τρῶας ὑπὲρ τῆς ἑλένης: μενέλαος* (R. 3)

fol. 3^{r} *Πρεσβευτικὸς πρὸς τοὺς τρῶας ὑπὲρ τῆς ἑλένης: ὀδυσσεύς* (R. 15)

fol. 10^{r} *Φιλαργύρου παῖς ἀριστεύσας ᾔτησεν εἰς τὴν δωρεὰν θαλλὸν στεφάνου* (eine jüngere Hand hat *θαλλοῦ στέφανον* übergesetzt) *καὶ ἀποκηρύσσεται παρὰ τοῦ ἰδίου πατρός* (R. 622)

fol. 13^{r} *Δύσκολος γήμας λάλον γυναῖκα ἑαυτὸν προσαγγέλλει* (R. 134)

fol. 16^{v} *Παράσιτος τοῦ τρέφοντος αὐτὸν φιλοσοφήσαντος ἑαυτὸν προσαγγέλλει* (R. 216)

fol. 19^r Ἐξήτησεν ὁ φίλιππος τὸν δημοσθένην. κατέφυγεν ἐπὶ τὸν ἐλέου βωμὸν ὁ δημοσθένης. ἀποσπασθεὶς ἐξεδόθη καὶ ἀφεθεὶς ὑπὸ τοῦ φιλίππου γράφει παρ' ἀθηναίοις ἀνελεῖν τὸν βωμόν (R. 253)

fol. 22^r Τύραννος ᾔτησεν ἐξ ἀστυγείτονος πόλεως μειράκιον ὡραῖον ἀπειλῶν πόλεμον, εἰ μὴ λάβοι. ἐδέξατο τὸν πόλεμον ἡ πόλις. ἐπῆλθεν ὁ τύραννος πολιορκουμένης τῆς πόλεως· ὁ πατὴρ ἀποκτείνας τὸ μειράκιον ἔρριψεν ἀπὸ τοῦ τείχους. ἀπελθόντος τοῦ τυράννου κρίνεται (R. 459)

fol. 26^r Δικάζεται ποσειδῶν ἄρει ὑπὲρ ἀλλιρροθίου (R. 402)

fol. 28^r ἐκ τοῦ ἐναντίου ὁ ἄρης (R. 410)

fol. 30^r Μετὰ τὰ ἐν σαλαμῖνι ἀναλαμβάνειν ἀξιοῖ νεοκλῆς τὸν θεμιστοκλέα· ὁ δὲ ἀντιλέγει (R. 374)

fol. 34^r ἐκ τοῦ ἐναντίου θεμιστοκλῆς (R. 388), schliesst in der Mitte von fol. 37^v.

Hier liegt nur eine Auswahl von Declamationen, noch dazu in etwas veränderter Reihenfolge, vor, aber die Art der Übereinstimmung und Abweichung in den Lesarten von S und V lässt keinen Zweifel, dass, abgesehen von den beiden letzten, in S und V fehlenden Declamationen, x die Vorlage auch für C war.

Was zunächst die Übereinstimmungen betrifft, so sind besonders bemerkenswerth gewisse Auslassungen, welche sich theils auch in P finden, theils den drei Handschriften S V C eigenthümlich sind. Zu den ersteren gehören: εἰς σιγὴν ἀμύθητα ὅσα καὶ λόγον ἐξεύρηκε p. 139, 4; λέγουσα p. 141, 3; οὔτ' p. 149, 20; τῶν p. 149, 26; τι p. 138, 24; μοι p. 260, 2; zu den letzteren: ἓν μὲν οὖν ἐκεῖνο χρὴ πρῶτον ὑμᾶς εἰδότας ὑπάρχειν, ὅτι κἂν αἰκίσασθαι p. 16, 9–10 (durch die Gleichheit der Endung des vorhergehenden χρήσασθαι hervorgerufen und in V und C von einer corrigirenden Hand nachgetragen); δημοσίᾳ μὴ p. 21, 13 (ebenfalls in C später hinzugefügt); ἔχειν p. 30, 21. Die Aufzählung der grossen Masse von Lesarten, in welchen die drei Handschriften mit P übereinstimmen, würde einen zu grossen Raum in Anspruch nehmen. Ich beschränke mich daher auf die Mittheilung von einigen nur den drei Handschriften eigenthümlichen Lesarten: λέγειν statt λόγος p. 8, 11; ἀποστερῆσθαι statt ἀπεστερῆσθαι p. 28, 23; μεταβάλοι (μεταβάλοιτο P) p. 138, 16; ἄρεος (ἄρεῶς P) ebenda; ὀπαδός (ὀπαδνός P) ebenda.

In Bezug auf die Abweichungen aber stellt sich heraus, dass die Lesart der Vorlage in der Regel von zwei Handschriften bewahrt und nur von der dritten entstellt worden ist, wobei das Zahlenverhältniss für V und C ungefähr gleich ist, auf S aber eine grössere Zahl von Versehen kommt.

So geben

	das Ursprüngliche:	das Falsche:
	SV	C
p. 463, 2	τινων ἐπιεικέστερα	τινα ἐπιεικέστερα
3, 4	φόβων	φόβου
11, 6	ἡττόνων	κρειττόνων
12, 20	γνῶναι	κρῖναι
22, 9	ἀποχρήσωνται	ἀποχρήσονται
23, 21	ψέγεσθαι	ψεύδεσθαι
25, 16	ἂν	om.
25, 22	παραδείγμασι	παράδειγμα
27, 8	οἰκείους	οἰκείαν
27, 12	ἐκείνων	ἐκείνους
31, 13	δῆλον πεποιήκαμεν	δεδηλώκαμεν
	SC	V
p. 478, 2	ἐπεγείρας	ἐγείρας
8, 9	οἷός τε	οἷόν τε
9, 17	δὲ	γὰρ
11, 6	οὖν	om.
12, 14	ἁμαρτόντας	ἁμαρτάνοντας
19, 21	παρέχωμεν	παρέχομεν
22, 5	ἀνθρωπίνων	ἀνθρωπίων
22, 17	τὸ μέρος	τῶ μέρει
23, 19	μὲν	om.
29, 18	σαφὲς	σαφῶς
30, 4	οἰκεῖτε πόλιν	πόλιν οἰκεῖτε
30, 4	πανταχοῦ	πανταχῆ
	VC	S
p. 140, 10	προστίθησι	προτίθησι
141, 8	σταῖεν	στῆεν
142, 2	ἀλλ'	ἀλλὰ
142, 12	ὃς	ὡς
143, 24	λαλιστέρα	λαληστέρα
144, 7	δοκοίη	δοκείη
145, 12	παιδεύσας	παιδεύσεις
146, 20	ἡμιτύβιον	ἡμιτύμβιον
148, 14	πτερῶν	πτερὸν
148, 22	κόπτωνται	κόπτονται
465, 27	πιστεύσαντας	ἀριστεύσαντας
467, 14	ἐπεληλύθει	ἐπιλελύθη

	VC	S
p. 478, 4	ἐφεστηκότα	ἀφεστηκότα
17, 5	λαμβάνοντες	λαβόντες
18, 21	κακῶς	καλῶς
18, 25	δὲ	γὰρ
21, 13	μὴν	μὴ
21, 20	συμβαίνει	συμβαίνειν
22, 19	κρείττων	κρεῖττον
23, 20	ἦν	ἦ
25, 9	ἢ	ἡ
25, 9	ἠνώχλει	ἠνόχλει
26, 26	λήσομεν	λύσομεν
27, 23	ἦπου	εἶπου
28, 11	παροινεῖν	παροικεῖν
29, 10	ἀφῃρέθημεν	ἀφαιρήθημεν
29, 11	δίκας προσληψόμενοι	δίκης προληψόμενοι
30, 4	λόγος	λόγοις
30, 25	προσόμοιον	πρὸς ὅμοιον
31, 10	εἴκειν	ἥκειν.

Der andere Fall, dass zwei Handschriften in der verkehrten Lesart gegen die dritte, welche das Richtige hat, übereinstimmen, ist begreiflicher Weise viel seltener, doch stellt sich auch hier dasselbe Zahlenverhältniss heraus wie im ersten Falle.

Allein hat das Richtige:

V

p. 12, 23 ἐπῆν (ὑπῆν SC)
16, 11 ἀπειρημένων (ἀπηρημένων SC)
17, 2 ἀτυχημάτων (ἀδικημάτων SC)
19, 4 τοὺς θεοὺς und αὐτῶν (τὸν θεὸν und αὐτοῦ SC)
26, 6 δυσμενεστάτου (δυσμενέστατος SC)
27, 4 ἑτέροις ὑπάρχειν (ἑτέρους ὑπέχειν SC)
27, 28 ἀλογίας (ἀναλογίας SC);

C

p. 16, 6 ὑπολογίσασθαι (ὑπολογήσασθαι SV)
20, 2 ἐν οὐδενὸς μέρει (ἐν οὐδενὶ μέρει SV)
22, 10 ἐμοὶ (ἐμῇ SV)
22, 11 καλῶν (καλὸν SV)
23, 4 δεξιούμενον (δεξιούμενος SV)
25, 6 ἤ τις γένηται (εἴ τις γίνηται SV)
28, 15 τῆς εὐρώπης (τὴν εὐρώπην SV);

S

p. 461, 13 *ὠφεληκότα* (*ὠφληκότα* VC; erst m² ist in V das *ε* eingeschoben)
147, 8 *ἐρεσχελῶν* (*ἐρεσχηλῶν* VC).

Einen Theil des Richtigen hat S bewahrt, wenn er p. 466, 18 *ἐνενίκηκε* hat, während VC das *ἐ* weggelassen haben. Das Richtige ist *εἰ νενίκηκε*.

Wenn auch nicht direct zu beweisen, so ist es doch recht wahrscheinlich, dass in mehreren von diesen Stellen die falsche von zwei Handschriften gebotene Lesart sich in x fand und die richtige auf einer Verbesserung des Schreibers der dritten Handschrift beruht. Sicher ist dies der Fall p. 138, 20, wo SV *ἐπηγγείλετο*, C *ἐπηγγείλατο* bietet.

In einem Theile der Stellen, in denen jede der drei Handschriften eine besondere Lesart hat, wird x eine Doppellesart gehabt haben. Eine solche wird beinahe über allen Zweifel erhoben p. 24, 7, wo V
πεπονθότων
ἠδικημένων, SC nur *πεπονθότων* haben. Aber sie ist auch sehr wahr-
ή
scheinlich p. 30, 29, wo S *αἰσθήσονται*, C *αἰσθήσονται*, V *ἠσθήσονται*,
αις
und p. 138, 4, wo S *σιγήσεις*, V (wie P) *σιγήσαις*, C *σιγήσεις* hat, und darf auch p. 16, 5 vermuthet werden, wo V *ἔπεισι*, C *ἐπῆν*, S *ἐπῆ·* hat. In einem anderen Theile der Stellen wird sich die Verschiedenheit der Lesart in den drei Handschriften daraus erklären, dass x eine Verderbniss aufwies, welche in der einen Handschrift beibehalten, in den beiden anderen auf verschiedene Weise beseitigt wurde. Und dabei ist es wiederum für die Charakteristik von S nicht gleichgültig zu sehen, dass diese Handschrift es ist, welche den Fehler bewahrt, während C und V ihn zu verbessern suchen. So hat S p. 22, 5 *βεβλημμένον*, was in V zu *βεβλημένον*, in C zu *βεβλαμμένον* geändert ist, und p. 30, 14 *εἰ τὸ μαθεῖν*, wo *εἰ* von V weggelassen, von C in *εἰς* verbessert worden ist.

Die Zahl der Fälle, in denen über die Lesart von x ein Zweifel bleibt, ist demnach sehr gering. Die weitere Vergleichung der Lesarten aber ergiebt, dass x als eine im Ganzen treue Wiedergabe von P zu bezeichnen ist, indem der Schreiber zwar nicht auf die leichte Verbesserung offenbarer Versehen verzichtet, stärkere Eingriffe aber sich nur sehr selten erlaubt und sie als solche dadurch, dass er sie nicht dem Texte selbst einfügte, kenntlich gemacht hat. So tritt x als Ersatz für die verlorenen oder unlesbaren Theile von P ein.

5.

Es erübrigt noch ein kurzes Wort über die letzten Ausläufer des von P ausgegangenen Zweiges der handschriftlichen Überlieferung.

Von den drei Handschriften SVC ist wieder die eine, nämlich V, Vorlage für einen Codex geworden, welcher uns zwar nicht mehr im Original, wohl aber durch zwei im 16. Jahrhundert in Italien aus ihm gemachte Abschriften erhalten ist. Dies sind die beiden Codices Matrit. N–130 und Monac. gr. 96.

Der Matritensis (= Ma), ein chartaceus in folio, enthält auf 243 Blättern vier von verschiedenen Händen des 16. Jahrhunderts herrührende Sammlungen von Schriften des Libanius, nämlich

1. fol. 1r–147v *Λιβανίου σοφιστοῦ μελέται*
2. fol. 148r–165r *λιβανίου σοφιστοῦ λόγος ἀντιοχικός*
3. fol. 166r–182r *λιβανίου ῥήτορος μελέται*
   fol. 182v–184r *Ἐπιστολαὶ λιβανίου σοφιστοῦ*
4. fol. 186r–243 *Λιβανίου σοφιστοῦ ἐπιστολαί.*

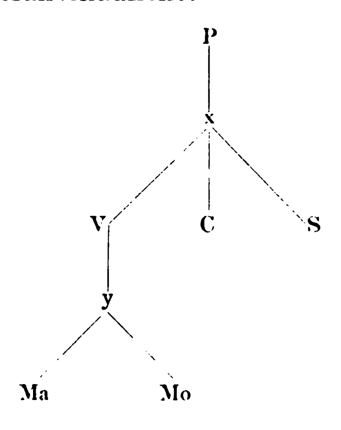
Der erste Theil, welcher uns hier allein angeht, enthält:

1. fol. 1r *Πρεσβευτικὸς πρὸς τοὺς τρῶας ὑπὲρ τῆς ἑλένης-μενέλαος* (R. 3)
2. fol. 5v *Φιλαργύρου παῖς ἀριστεύσας-ἀποκηρύσσεται παρὰ τοῦ ἰδίου πατρὸς* (R. 622)
3. fol. 13 *Πλούσιος ἐν λιμῷ θρέψειν ὑπισχνεῖτο* (R. 227)
4. fol. 18v *Οἱ ποτιδαιάται ἀλλήλων ἐγεύσαντο* (R. 348)
5. fol. 29v *Ἀφαιρεθεὶς ἀχιλλεὺς τῆς βρισηίδος* (R. 80)
6. fol. 43r *Μετὰ τὴν τῆς τροίας ἅλωσιν ὀρέστης* (R. 110)
7. fol. 53v *Μετὰ τὰ ἐν χερωνεία ἔπεμψε φίλιππος* (R. 266)
8. fol. 59v *Μετὰ τὰ ἐν χερωνεία-δημοσθένης ἀποθανεῖν ἀξιοῖ* (R. 817)
9. fol. 65v *Ἐκδοθεὶς φιλίππῳ δημοσθένης* (R. 280)
10. fol. 82v *Διέσωσέ τις ἐμπρησμοῦ γενομένου* (R. 770)
11. fol. 96v *Φθονερὸς τοῦ γείτονος πλουτήσαντος* (R. 159)
12. fol. 107r *Φιλάργυρος ἐρασθεὶς ἑταίρας* (R. 827)
13. fol. 115r *Νόμος τὸν ξενίας ἁλόντα πιπράσκεσθαι* (R. 323)
14. fol. 120v *Ἐγράψατό τις τὸν ἑαυτοῦ πατέρα* (R. 841)
15. fol. 127v *Νόμος τὸν θορύβου καὶ στάσεως* (R. 707)
16. fol. 135r *Νόμος τὸν τύραννον μὴ θάπτεσθαι* (R. 459)
17. fol. 140v *Λοιμὸς ἐπεῖχε τὴν πόλιν* (R. 723).

Der Monacensis (= Mo), ebenfalls ein chartaceus in folio, enthält in seinem ersten Theile (fol. 1–149) dieselben Declamationen in derselben Reihenfolge, nur Nr. 1 ist ausgelassen, und zwischen 11. und 12. finden sich auf fol. 100v *παράσιτος ἐπὶ δεῖπνον κληθεὶς* (R. 150)

und auf fol. 104ᵛ *δύσκολος ὤλισθεν* (R. 612), welche in Ma erst im dritten Theile auf fol. 169ᵛ und 166ʳ folgen. Übereinstimmungen und Abweichungen in den Lesarten sind in der von mir verglichenen 8. Declamation (R. 817–826) derartig, dass beide Handschriften auf dieselbe Vorlage zurückgeführt werden müssen. Als solche wäre V selbst hinzustellen[1], wenn nicht die besondere Übereinstimmung beider Handschriften sowohl in Auslassung als auch in Umstellung gewisser Declamationen die Annahme eines Mittelgliedes (= y) nothwendig machte. In beiden sind nämlich von den in V stehenden Declamationen folgende ausgelassen: *Ὀδυσσεύς* (R. 15), *Ἀχιλλέως ἀντιλογία* (R. 47), *Δημοσθένης βωμόν* (R. 253), *Ἀποκηρυττομένου λόγος* (R. 639), *Δύσκολος γήμας λάλον* (R. 134), *Φιλάργυρος ἀποκηρύττων* (R. 654), *Παράσιτος ἑαυτὸν προσαγγέλλει* (R. 216), *Τίμων* (R. 181) und die folgenden drei Declamationen *Φιλαργύρου παῖς ἀριστεύσας-ἀποκηρύσσεται παρὰ τοῦ ἰδίου πατρός* (R. 622), *Πλούσιος ἐν λιμῷ θρέψειν ὑπισχνεῖτο* (R. 227), *Οἱ Ποτιδαιᾶται ἀλλήλων ἐγεύσαντο* (R. 348) finden sich in dieser Reihenfolge vor dem *Πάτροκλος* (R. 80), dem *Ὀρέστης* (R. 110) und den drei Demosthenes-Declamationen (R. 266. 817. 280). Auch fehlen in V die fünf letzten Declamationen von Ma und Mo. Diese sind aus einer anderen Vorlage übernommen.

Das Gesammtergebniss der Untersuchung wird daher durch das folgende Stemma veranschaulicht:



[1] Besonders fällt in's Gewicht die Übereinstimmung in der oben (S. 1334, 13) erwähnten falschen Wiederholung der Worte *ὧν οὐκ ἐτήρησαν χάριτας* hinter *ἠσέβηνται* p. 361, 20.

Ausgegeben am 10. December.

1896.
L.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

3. December. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

Hr. Frobenius las die umstehend folgende Abhandlung: Über die Primfactoren der Gruppendeterminante.



Über die Primfactoren der Gruppendeterminante.

Von G. Frobenius.

Die Theorie der Charaktere einer Gruppe, deren Grundlagen ich in meiner letzten Arbeit entwickelt habe, erfordert zu ihrer weiteren Ausgestaltung die Untersuchung einer Determinante, deren Grad der Ordnung der Gruppe gleich ist. Nach dem Vorgange von Dedekind, der zuerst ihre Bedeutung für die Theorie der Gruppen erkannt und meine Aufmerksamkeit auf sie gelenkt hat, nenne ich sie die der Gruppe entsprechende *Gruppendeterminante*. Die h Elemente $A, B, C, \cdots$ der Gruppe $\mathfrak{H}$ benutze ich als Indices für h unabhängige Variabele $x_A, x_B, x_C, \cdots$. Indem ich diese Bezeichnung wähle, treffe ich die Festsetzung, dass, wenn $L = MN$ ist, auch $x_L = x_{MN}$ sein soll. Aus diesen h Grössen, die durch einen Index von einander unterschieden sind, bilde ich h^2 Grössen, die mit zwei Indices versehen sind, indem ich $x_{P,Q} = x_{PQ^{-1}}$ setze. Sind $G_1, G_2, \cdots G_h$ die h Elemente von $\mathfrak{H}$ in irgend einer bestimmten Reihenfolge, so betrachte ich die Matrix $(x_{P,Q}) = (x_{PQ^{-1}})$, deren h Zeilen man erhält, indem man für P der Reihe nach die h Elemente $G_1, G_2, \cdots G_h$ setzt, und deren h Spalten man erhält, indem man für Q dieselben h Elemente in derselben Reihenfolge setzt. Diese Matrix besitzt gewisse, durch die Constitution der Gruppe $\mathfrak{H}$ bedingte Symmetrieeigenschaften. In jeder Zeile finden sich die h Variabelen sämmtlich und ebenso in jeder Spalte. Die verschiedenen Zeilen (Spalten) unterscheiden sich von einander nur durch die Anordnung der Variabelen. Die Gruppendeterminante, die der Gruppe $\mathfrak{H}$ entspricht, ist die Determinante dieser Matrix

$$\Theta = |x_{P,Q}| = |x_{PQ^{-1}}|.$$

Addirt man zu den Elementen der ersten Zeile die aller anderen Zeilen, so werden jene Elemente alle gleich $\Sigma x_R = \xi$. Daher ist die ganze Function h^{ten} Grades Θ der h Variabelen $x_A, x_B, x_C, \cdots$ durch die lineare Function ξ theilbar. Mithin zerfällt Θ, von dem trivialen Falle $h = 1$ abgesehen, stets in Factoren niedrigeren Grades. Die Anzahl k der verschiedenen irreducibelen Factoren oder Primfactoren von

Θ ist gleich der Anzahl der Classen conjugirter Elemente, worin die Elemente von $\mathfrak{H}$ zerfallen. Ist f der Grad eines solchen Primfactors Φ, so ist Θ durch die f^{te} und durch keine höhere Potenz von Φ theilbar. Der Grad f ist ein Divisor der Ordnung h. Durch eine lineare Substitution lässt sich Φ in eine Function von f^2, aber nicht von weniger Variabelen transformiren, und wenn man jeden Primfactor von

$$\Theta = \Pi\,\Phi^f$$

in dieser Weise umformt, so sind die $\Sigma f^2 = h$ neuen Variabelen alle unter einander unabhängig. Setzt man immer diejenigen Variabelen x_R einander gleich, deren Indices Elemente derselben Classe sind, so wird

$$\Phi = \xi^f$$

die f^{te} Potenz einer linearen Function ξ von k unabhängigen Variabelen, und die k linearen Functionen, die so aus den k Primfactoren von Θ entspringen, sind linear unabhängig. Aus den Coefficienten der linearen Function ξ ergiebt sich ein Charakter χ der Gruppe $\mathfrak{H}$, und aus seinen k Werthen $\chi(R)$ lassen sich die Coefficienten der Primfunction Φ sämmtlich berechnen. Die Theorie der allgemeinen Gruppendeterminante, worin die h Grössen x_R unbeschränkt veränderlich sind, wird so auf die Theorie der speciellen Gruppendeterminante zurückgeführt, worin die Veränderlichkeit dieser Grössen durch die Bedingungen $x_{BA} = x_{AB}$ beschränkt ist. Die Berechnung dieser Determinante h^{ten} Grades aber

$$\Theta = \Pi\,\xi^{f^2}$$

lässt sich auf die einer Determinante k^{ten} Grades

$$\left| \sum_\gamma \frac{1}{h_\alpha} h_{\alpha\beta\gamma}\, x_\gamma \right| = \Pi\,\xi$$

reduciren, worin der lineare Factor ξ, der in Θ zur Potenz f^2 erhoben vorkommt, nur einfach enthalten ist. Die Definition der positiven ganzen Zahlen $h_{\alpha\beta\gamma}$ und die Entwicklung ihrer Beziehungen zu den Charakteren bildet den Hauptinhalt meiner Arbeit *Über Gruppencharaktere*, Sitzungsberichte 1896, die ich im Folgenden mit *Ch.* citiren werde.

Ganz analoge Eigenschaften, wie ein solcher Primfactor Φ einer Gruppendeterminante, hat die ganze Function $2^{\varrho\,\text{ten}}$ Grades von $2^{2\varrho}$ Variabelen, die ich in meiner Arbeit *Über Thetafunctionen mehrerer Variabelen* (Crelle's Journal Bd. 96) untersucht habe, auf die ich dort aber nicht durch die Betrachtung der Gruppe der zwischen den Thetafunctionen bestehenden Relationen, sondern durch das für diese Functionen geltende Additionstheorem geführt worden bin. Sonst ist die Gruppen-

determinante bisher nur für den Fall commutativer Gruppen untersucht worden, wo ihre Primfactoren sämmtlich linear sind. Für einige besonders einfache, nicht commutative Gruppen hat DEDEKIND im Jahre 1886 die Determinante Θ durch Rechnung in Primfactoren zerfällt, und seine interessanten Ergebnisse, die er mir vor kurzem mitgetheilt hat, haben mich veranlasst, die Zerlegung der Gruppendeterminante in Primfactoren allgemein für eine beliebig gegebene Gruppe zu untersuchen.

§ 1.

Die Determinante der Matrix h^{ten} Grades

$$(1.)\qquad (x_{P,Q}) = (x_{PQ^{-1}}) = (x)$$

bezeichne ich mit

$$(2.)\qquad |x_{P,Q}| = |x_{PQ^{-1}}| = \Theta(x_E, x_A, x_B, x_C, \cdots) = \Theta(x_R) = \Theta(x) = \Theta.$$

Unter E verstehe ich immer das Hauptelement. In dem Zeichen $\Theta(x_R)$ bedeutet R ein veränderliches Element, für das die h Elemente $E, A, B, C, \cdots$ der Gruppe $\mathfrak{H}$ zu setzen sind. Bei Anwendung der Bezeichnung (x) oder $\Theta(x)$ ist x ein leeres Zeichen, das erst dadurch eine Bedeutung erhält, dass daran die Indices $E, A, B, C, \cdots$ angehängt werden.

Nun sei $y_E, y_A, y_B, y_C \cdots$ ein zweites System von h unabhängigen Variabelen. Aus ihnen bilde ich die Matrix

$$(3.)\qquad (y_{P,Q}) = (y_{PQ^{-1}}) = (y).$$

Ihre Zeilen (Spalten) erhält man, indem man für $P(Q)$ die h Elemente $G_1, G_2, \cdots G_h$ von $\mathfrak{H}$ in derselben Reihenfolge setzt, in der sie bei der Bildung der Matrix (1.) benutzt sind.

Aus jenen beiden Systemen von je h Variabelen x_R und y_R bilde ich ein drittes System z_R, indem ich

$$(4.)\qquad z_A = \Sigma\, x_R y_S \qquad (RS = A)$$

setze. In dieser Summe sind für R die h Elemente von $\mathfrak{H}$ zu setzen, und jedes Element R ist mit dem Elemente $S\ (= R^{-1}A)$ zu verbinden, das der Bedingung $RS = A$ (nicht $SR = A$) genügt, so dass auch S die h Elemente von $\mathfrak{H}$ durchläuft, jedes Mal verbunden mit $R = AS^{-1}$. Dann ergiebt sich durch Zusammensetzung der beiden Matrizen (1.) und (3.), welche die hier vorausgesetzten, durch die Constitution der Gruppe $\mathfrak{H}$ bedingten Symmetrieeigenschaften besitzen, die Matrix

$$(5.)\qquad (z_{P,Q}) = (z_{PQ^{-1}}) = (z) = (x)(y)$$

mit denselben Symmetrieeigenschaften. Denn es ist

$$z_{P,Q} = \sum_R x_{P,R}\, y_{R,Q} = \sum_R x_{PR^{-1}}\, y_{RQ^{-1}}.$$

Setzt man in dieser Summe $R = SQ$, so durchläuft S gleichzeitig mit R die h Elemente von $\mathfrak{H}$, nur in einer anderen Reihenfolge, und es wird nach (4.)

$$z_{P,Q} = \sum_S x_{PQ^{-1}S^{-1}}\, y_S = z_{PQ^{-1}}.$$

Derselbe Satz gilt, wenn man beliebig viele derartige Matrizen zusammensetzt. Sind z. B. $z_E, z_A, z_B, z_C, \cdots$ h beliebige Grössen, und setzt man

$$v_A = \sum x_R\, y_S\, z_T, \qquad (RST = A)$$

so ist die Matrix $(v_{PQ^{-1}}) = (v) = (x)(y)(z)$ aus den drei Matrizen (x), (y) und (z) in dieser Reihenfolge zusammengesetzt. Setzt man die Matrix (x) n Mal mit sich selbst zusammen, so möge sich die Matrix

$$(x_{P,Q})^n = (x)^n = (x^{(n)}_{PQ^{-1}}) = (x^{(n)})$$

ergeben. Dann ist

$$(6.) \qquad x^{(n)}_R = \sum x_{R_1} x_{R_2} \cdots x_{R_n}. \qquad (R_1 R_2 \cdots R_n = R)$$

Demnach besitzt auch jede Function der Matrix (x) die hier vorausgesetzten Symmetrieeigenschaften, z. B. die zu (x) *adjungirte Matrix*. (*Über lineare Substitutionen und bilineare Formen*, CRELLE's Journal Bd. 84 S. 7), ebenso die *Hauptmatrix* (Einheitsmatrix)

$$(x)^0 = (\varepsilon_{P,Q}) = (\varepsilon_{PQ^{-1}}) = (\varepsilon),$$

wo $\varepsilon_R = 0$ ist, ausser wenn $R = E$ ist, und $\varepsilon_E = 1$ ist.

Nun seien $\Phi, \Phi', \Phi'', \cdots$ die verschiedenen in

$$(7.) \qquad \Theta = \Phi^e \Phi'^{e'} \Phi''^{e''} \cdots = \Pi\, \Phi^e$$

aufgehenden unzerlegbaren Functionen (Primfunctionen), und seien $f, f', f'' \cdots$ die Grade dieser ganzen homogenen Functionen der h Variabelen $x_E, x_A, x_B, x_C, \cdots$. In der Gruppendeterminante Θ sind die Elemente der Diagonale und nur diese gleich x_E. Daher reducirt sich Θ auf x^h_E, wenn man alle Variabelen ausser x_E gleich Null setzt, und folglich reducirt sich dann auch Φ auf die f^{te} Potenz von x_E. Daher kann man den noch unbestimmten constanten Factor von Φ so wählen, dass in dieser Function x^f_E den Coefficienten 1 hat.

Nach dem Multiplicationstheorem der Determinanten folgt aus den Gleichungen (2.) und (5.) die Relation

$$(8.) \qquad \Theta(z) = \Theta(x)\, \Theta(y).$$

Daraus ergiebt sich für jeden Primfactor von Θ

$$\Phi = \Phi(x_E, x_A, x_B, x_C, \cdots) = \Phi(x_R) = \Phi(x)$$

die analoge Relation

$$(9.)\qquad \Phi(z) = \Phi(x)\Phi(y), \text{ wenn } (z) = (x)(y)$$

ist, durch welche die Function Φ unabhängig von ihrer Beziehung zur Gruppendeterminante Θ charakterisirt werden kann. Denn zerlegt man die rechte Seite der Gleichung (8.) in Primfactoren, so folgt daraus, dass $\Phi(z)$ in das Product einer Function $\Lambda(x)$ der h Variabelen x_R allein und einer Function $\mathrm{M}(y)$ der h Variabelen y_R allein zerfällt. Setzt man dann in der Gleichung $\Phi(z) = \Lambda(x)\,\mathrm{M}(y)$ $y_R = \varepsilon_R$, so wird $z_R = x_R$, also $\Phi(x) = \Lambda(x)\,\mathrm{M}(\varepsilon)$. Ebenso ist $\mathrm{M}(y) = \Lambda(\varepsilon)\,\Phi(y)$ und $\Lambda(\varepsilon)\,\mathrm{M}(\varepsilon) = \Phi(\varepsilon) = 1$.

Umgekehrt muss jede unzerlegbare ganze homogene Function Φ von $x_E, x_A, x_B, \cdots$, die der Bedingung (9.) genügt, ein Factor der Gruppendeterminante $\Theta(x)$ sein. Denn setzt man in dieser Gleichung für (y) die zu (x) adjungirte Matrix, so wird $z_R = \varepsilon_R\Theta(x)$, also

$$\Phi(z) = \Theta(x)^f = \Phi(x)\Phi(y),$$

wo y_A eine ganze Function der h Variabelen x_R ist. Daher muss die Function $\Phi(x)$, weil sie unzerlegbar ist, ein Factor von $\Theta(x)$ sein.

Mit Hülfe der Relation (9.) lassen sich alle Eigenschaften der Determinanten, die aus dem Multiplicationstheorem fliessen, auf die Primfactoren der Gruppendeterminante übertragen, namentlich die Eigenschaften, welche ich in meiner im Folgenden mit *V.* citirten Arbeit *Über vertauschbare Matrizen* (S. 601 dieses Bandes) entwickelt habe.

§ 2.

Jeder Primfactor $\Phi(x)$ der Gruppendeterminante genügt der Bedingung

$$(1.)\qquad \Phi(z) = \Phi(x)\Phi(y),$$

falls

$$(2.)\qquad z_C = \Sigma\, x_A\, y_B \qquad (AB = C)$$

gesetzt wird. Mit Hülfe dieser Beziehung lassen sich die linearen Factoren

$$(3.)\qquad \Phi(x) = \Sigma\, \chi(A) x_A$$

vollständig bestimmen. Denn aus der Gleichung

$$(\Sigma\, \chi(A)\, x_A)\,(\Sigma\, \chi(B)\, y_B) = (\Sigma\, \chi(C)\, z_C) = \Sigma\, \chi(AB)\, x_A\, y_B$$

ergiebt sich für die Coefficienten $\chi(A)$ dieser Functionen die Relation

$$(4.)\qquad \chi(AB) = \chi(A)\chi(B).$$

Mithin ist $\chi(E) = 1$, $\chi(A)\chi(A^{-1}) = 1$ und allgemeiner $\chi(ABCD\cdots) = \chi(A)\chi(B)\chi(C)\chi(D)\cdots$, und folglich

$$\chi(B^{-1}A^{-1}BA) = \chi(B^{-1})\chi(A^{-1})\chi(B)\chi(A) = 1.$$

Das Element F, das sich mittelst der Gleichung

$$BA = ABF \tag{5.}$$

aus A und B ergiebt, nenne ich nach Dedekind den *Commutator* von A und B. Demnach ist $\chi(F) = 1$ für jeden Commutator F von irgend zwei Elementen der Gruppe $\mathfrak{H}$. Ist T ein beliebiges Element von $\mathfrak{H}$, und ist

$$T^{-1}AT = A', \qquad T^{-1}BT = B', \qquad T^{-1}FT = F',$$

so ist auch $B'A' = A'B'F'$. Ist also F ein Commutator, so ist auch jedes mit F conjugirte Element F' ein solcher. Theilt man die Elemente von $\mathfrak{H}$ in Classen conjugirter Elemente, so werden die Commutatoren von den sämmtlichen Elementen einiger dieser Classen gebildet. Die von ihnen erzeugte Gruppe $\mathfrak{G}$ ist daher eine invariante Untergruppe von $\mathfrak{H}$. (Sie kann auch gleich $\mathfrak{H}$ sein oder auch gleich der Hauptgruppe $\mathfrak{E}$, das letztere stets und nur dann, wenn $\mathfrak{H}$ eine commutative Gruppe ist.) Ist G ein Element von $\mathfrak{G}$, so giebt es solche Commutatoren $F, F', F'', \cdots$ (die nicht verschieden zu sein brauchen), dass $G = FF'F''\cdots$ ist. Daher ist $\chi(G) = \chi(F)\chi(F')\chi(F'')\cdots = 1$. Nun sei

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{G}A + \mathfrak{G}B + \mathfrak{G}C + \cdots,$$

seien also $A, B, C, \cdots$ die (mod. $\mathfrak{G}$) verschiedenen Elemente von $\mathfrak{H}$. Ihre Anzahl ist $\frac{h}{g}$, wenn g die Ordnung von $\mathfrak{G}$ ist. Die $\frac{h}{g}$ Complexe $\mathfrak{G}A = A\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}B = B\mathfrak{G}, \cdots$ bilden eine Gruppe, die mit $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{G}}$ bezeichnet wird. Ist $\mathfrak{G}$ die Commutatorgruppe, so ist $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{G}}$ eine commutative (Abel-sche) Gruppe, und damit $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{G}}$ eine commutative Gruppe sei, ist nothwendig und hinreichend, dass $\mathfrak{G}$ durch die Commutatorgruppe theilbar ist. Denn sind $\mathfrak{G}A$ und $\mathfrak{G}B$ zwei Elemente von $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{G}}$, so giebt es in $\mathfrak{G}$ ein solches Element F, dass $BA = ABF$ ist, also auch $\mathfrak{G}BA = \mathfrak{G}ABF$. Nun ist $\mathfrak{G}ABF = (\mathfrak{G}A)(\mathfrak{G}B)(\mathfrak{G}F)$ und $\mathfrak{G}F = \mathfrak{G}$, also

$$(\mathfrak{G}B)(\mathfrak{G}A) = (\mathfrak{G}A)(\mathfrak{G}B).$$

Diese Eigenschaften der Commutatorgruppe hat Dedekind im Jahre 1880 gefunden. Veröffentlicht aber sind sie zuerst von Miller, *The regular substitution groups whose order is less than 48.* Quarterly Journal of Math. 1896, vol. 28, p. 266.

Ist G irgend ein Element von $\mathfrak{G}$, so ist $\chi(GA) = \chi(G)\chi(A) = \chi(A)$. Daher hat $\chi(R)$ für alle Elemente R des Complexes $\mathfrak{G}A$ denselben

Werth. Mithin kann man auch die Zahl $\chi(A)$ dem Complexe $\mathfrak{G}A$ zuordnen. Da diese Complexe eine commutative Gruppe bilden, und die ihnen zugeordneten Zahlen $\chi(A)$ die Eigenschaft (4.) haben, so bilden die Zahlen $\chi(A), \chi(B), \chi(C), \cdots$ einen Charakter der commutativen Gruppe $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{G}}$. Für eine solche giebt es bekanntlich immer $\frac{h}{g}$ verschiedene Charaktere, deren Werthe sämmtlich Einheitswurzeln sind. Ist ψ einer derselben, und setzt man für jedes in dem Complexe $\mathfrak{G}A$ enthaltene Element R $\chi(R) = \psi(\mathfrak{G}A)$, so ist für jedes Element G der Gruppe $\mathfrak{G}$ $\chi(G) = 1$, und es gilt für je zwei Elemente von $\mathfrak{H}$ die Gleichung (4.). Ferner ist dann die Function (3.), deren Coefficienten diese Werthe $\chi(A)$ sind, ein linearer Factor der Gruppendeterminante Θ. Denn setzt man $y_R = \chi(R)\, x_R$, so ist

$$y_{PQ^{-1}} = \chi(PQ^{-1})\, x_{PQ^{-1}} = \chi(P)\chi(Q^{-1})\, x_{PQ^{-1}},$$

und mithin ist $|y_{PQ^{-1}}| = |x_{PQ^{-1}}|$. Diese Determinante enthält aber den Factor $\Sigma y_R = \Sigma \chi(R)\, x_R = \Phi$, und zwar nur in der ersten Potenz. Denn addirt man die Elemente aller Zeilen zu denen der ersten Zeile, so werden dieselben alle gleich $\Sigma y_R = \Phi$, und wenn man dann den Factor Φ aufhebt, alle gleich 1. Zieht man nun die Elemente der ersten Spalte von denen der folgenden ab, so erkennt man, dass $\Theta : \Phi$ nur von den Differenzen $y_B - y_A$ abhängt. Mithin kann dieser Quotient nicht noch einmal durch die Summe Σy_R theilbar sein.

Folglich ist die Anzahl der linearen Factoren der Gruppendeterminante gleich dem Quotienten aus der Ordnung der Gruppe und der Ordnung ihrer Commutatorgruppe, und jeder lineare Factor ist nur in der ersten Potenz in Θ enthalten.

Diesen Satz hat DEDEKIND durch Induction gefunden. Einen Linearfactor, nämlich Σx_R, giebt es immer. Der entsprechende Charakter, $\chi(R) = 1$ für jedes Element R, heisst der *Hauptcharakter*. Ist $\mathfrak{G} = \mathfrak{H}$, so giebt es keinen anderen Linearfactor. Dies muss stets eintreten, wenn $\mathfrak{H}$ eine einfache Gruppe ist, deren Ordnung eine zusammengesetzte Zahl ist.

§ 3.

Man wähle jetzt eine beliebige ganze Zahl $f \leqq h$ und versuche eine ganze Function f^{ten} Grades Φ der h Variabelen $x_E, x_A, x_B, \cdots$ zu bilden, die der Bedingung (9.) § 1 genügt. In dieser muss der Coefficient von x_E^f gleich 1 sein. Denn setzt man $y_R = \varepsilon_R$, so wird $z_R = x_R$, also $\Phi(x) = \Phi(x)\Phi(\varepsilon)$, und mithin ist $\Phi(\varepsilon) = 1$. $\Phi(\varepsilon)$ ist aber der Coefficient von x_E^f in $\Phi(x)$. Ich bezeichne nun, wenn R von E verschieden ist, den Coefficienten von $x_E^{f-1} x_R$ in $\Phi(x)$ mit $\chi(R)$, setze aber

$$(1.)\qquad \chi(E) = f.$$

Für jedes Element R ist dann $\chi(R)$ der Coefficient von x_E^{f-1} in $\frac{\partial\Phi}{\partial x_R}$. Ist u eine Variabele, so setze ich zur Abkürzung

$$\Phi(x+u\varepsilon) = \Phi(x_E+u,\, x_A,\, x_B,\, x_C,\, \cdots).$$

Das Zeichen u, das eine veränderliche Grösse bezeichnet, ist hier scharf zu unterscheiden von den leeren Zeichen x und ε, die erst durch Anhängen der Indices $E, A, B, C, \cdots$ eine Bedeutung erhalten. Ist nun

$$(2.)\qquad \Phi(x+u\varepsilon) = u^f + \Phi_1 u^{f-1} + \Phi_2 u^{f-2} + \cdots + \Phi_f,$$

so ist Φ_n eine ganze homogene Function n^{ten} Grades der h Variabelen $x_E, x_A, x_B, x_C, \cdots$, und zwar ist $\Phi_f = \Phi$ und

$$(3.)\qquad \Phi_n = \frac{1}{(f-n)!}\,\frac{\partial^{f-n}\Phi}{\partial x_E^{f-n}}, \qquad \frac{\partial\Phi_{n+1}}{\partial x_E} = (f-n)\Phi_n.$$

Endlich ist

$$(4.)\qquad \Phi_1 = \Sigma\,\chi(R)\,x_R.$$

Die h Constanten $\chi(R)$ betrachte ich als die Werthe einer Function χ. Ist Φ unzerlegbar, so nenne ich χ den *Charakter* f^{ten} *Grades* der Gruppe $\mathfrak{H}$, welcher der Primfunction f^{ten} Grades Φ entspricht.

Ist speciell $\Sigma\,\psi(R)x_R$ ein linearer Factor von Θ, so heisst $\psi(R)$ ein Charakter ersten Grades von $\mathfrak{H}$. Dafür ist, wie oben gezeigt, die Relation

$$\psi(A)\,\psi(B) = \psi(AB)$$

die nothwendige und hinreichende Bedingung. Setzt man $\psi(R)x_R = y_R$, so ist $\Theta(y) = \Theta(x)$. Ist also $\Phi(x)$ ein Primfactor f^{ten} Grades von $\Theta(x)$, so ist auch $\Phi(y)$ ein solcher. In diesem ist der Coefficient von $x_E^{f-1}x_R$ gleich $\chi(R)\psi(R)$. Es gilt also der Satz:

Ist $\chi(R)$ ein Charakter f^{ten} Grades und $\psi(R)$ ein Charakter ersten Grades von $\mathfrak{H}$, so ist auch $\chi(R)\psi(R)$ ein Charakter f^{ten} Grades von $\mathfrak{H}$.

Dieser neue Charakter ist gleich $\chi(R)$, wenn $\psi(R)$ der *Hauptcharakter* ist. Er braucht aber auch in anderen Fällen nicht von $\chi(R)$ verschieden zu sein, nämlich, wenn $\chi(R) = 0$ ist für jedes solche Element R, wofür $\psi(R)$ von 1 verschieden ist.

Seien $u_1, u_2, \dots u_f$ die f Werthe von $-u$, wofür

$$(5.)\qquad \Phi(x+u\varepsilon) = (u+u_1)(u+u_2)\cdots(u+u_f)$$

verschwindet. Seien $a, r_1, r_2, \dots r_f$ Constanten und

$$g(u) = a(u+r_1)(u+r_2)\cdots(u+r_f)$$

eine ganze Function von u. Dann ist auch, falls man die Variabele u durch die Matrix (x) ersetzt,

$$(y) = g((x)) = a((x)+v_1(\varepsilon))((x)+v_2(\varepsilon))\cdots((x)+v_n(\varepsilon)).$$

Mithin findet man durch wiederholte Anwendung der Relation (9.) § 1

$$\Phi(y) = a^f\Phi(x+v_1\varepsilon)\Phi(x+v_2\varepsilon)\cdots\Phi(x+v_n\varepsilon).$$

Setzt man hier

$$\Phi(x+v\varepsilon) = (u_1+v)(u_2+v)\cdots(u_f+v),$$

so ergiebt sich der Satz: Ist die Matrix $(y) = g((x))$ eine ganze Function der Matrix (x), so ist

$$\Phi(y) = g(u_1)g(u_2)\cdots g(u_f).$$

Ersetzt man hier $g(u)$ durch $g(u)+v$, wo v ein Parameter ist, behält aber die Abkürzung (y) für $g((x))$ bei, so ergiebt sich die Gleichung

$$\Phi(y+v\varepsilon) = (v+g(u_1))(v+g(u_2))\cdots(v+g(u_f)).$$

Ist z. B. $g(u) = u^n$, so ist

$$\Phi(x^{(n)}+v\varepsilon) = (v+u_1^n)(v+u_2^n)\cdots(v+u_f^n).$$

Durch Vergleichung der Coefficienten von v^{f-1} erhält man daraus nach (4.)

$$S_n = \sum_R \chi(R)x_R^{(n)}, \tag{6.}$$

wo S_n die Summe der n^{ten} Potenzen der f Grössen $u_1, u_2, \cdots u_f$ ist. Nach Formel (6.) § 1 kann man dafür auch schreiben

$$S_n = \sum_{R_1, R_2, \cdots R_n} \chi(R_1R_2\cdots R_n)x_{R_1}x_{R_2}\cdots x_{R_n}, \tag{7.}$$

wo jeder der n Summationsbuchstaben $R_1, R_2, \cdots R_n$ unabhängig von den anderen die h Elemente von $\mathfrak{H}$ durchläuft.

Aus den Potenzsummen S_n kann man aber die Coefficienten Φ_n der Function (2.) berechnen nach der Formel

$$(-1)^n\Phi_n = \sum \frac{(-1)^{a+b+c+\cdots}\, S_1^a S_2^b S_3^c\cdots}{1^a2^b3^c\cdots a!\,b!\,c!\cdots}, \qquad (a+2b+3c+\cdots = n) \tag{8.}$$

wo $a, b, c, \cdots$ alle ganzen Zahlen ($\geqq 0$) durchlaufen, die der Bedingung $a+2b+3c+\cdots = n$ genügen. Diese Formel gilt auch, wenn $n > f$ ist, falls dann $\Phi_n = 0$ gesetzt wird. Mit ihrer Hülfe werden wir die Functionen $\Phi_2, \Phi_3, \cdots$ und besonders $\Phi_f = \Phi$ darstellen. Die Coefficienten von Φ sind ganze Functionen der h Constanten $\chi(R)$, deren Coefficienten rationale Zahlen sind. Wählt man $n > f$, so ergeben sich aus jener Formel Relationen, denen die h Grössen $\chi(R)$ genügen müssen. Ehe ich aber zu diesen Rechnungen übergehe, muss ich eine wichtige Eigenschaft der Function $\chi(R)$ vorausschicken.

Elemente, so hat y_R für alle Elemente einer Classe denselben Werth, etwa für die Elemente R der ρ^{ten} Classe den Werth $y_R = y_\rho$. Ist k die Anzahl der Classen, so seien die k Variabelen $y_0, y_1, \cdots y_{k-1}$, die den k Classen $(0), (1), \cdots (k-1)$ entsprechen, von einander unabhängig. Da nun $y_{Q^{-1}P} = y_{PQ^{-1}}$ ist, so ist die Matrix $(y_{PQ^{-1}})$ mit der Matrix $(x_{PQ^{-1}})$ vertauschbar. Jede Matrix (x), welche die in § 1 definirten Symmetrieeigenschaften besitzt, ist mit jeder anderen Matrix (y) vertauschbar, deren Elemente ausserdem noch den Bedingungen (2.) genügen. Sind daher u, v, w Variabele, so ist die Determinante

$$|ux_{PQ^{-1}} + vy_{PQ^{-1}} + w\varepsilon_{PQ^{-1}}| = \Pi(\Phi(ux + vy + w\varepsilon)^r)$$

ein Product von linearen Functionen von u, v, w, und mithin ist auch

$$(3.)\quad \Phi(ux + vy + w\varepsilon) = (u_1 u + v_1 v + w)(u_2 u + v_2 v + w) \cdots (u_f u + v_f v + w),$$

wo $u_1, v_1, \cdots u_f, v_f$ von u, v, w unabhängig sind. Den Coefficienten von w kann man in jeder dieser f linearen Functionen gleich 1 voraussetzen, weil die linke Seite für $u = v = 0$ gleich w^f wird. Setzt man $v = 0$ und $u = 1$, so erhält man

$$(4.)\quad \Phi(x + w\varepsilon) = (u_1 + w)(u_2 + w) \cdots (u_f + w),$$

setzt man $u = 0$ und $v = 1$,

$$(5.)\quad \Phi(y + w\varepsilon) = (v_1 + w)(v_2 + w) \cdots (v_f + w).$$

Daher hängen $u_1, u_2, \cdots u_f$ nur von den h Variabelen x_R ab und haben dieselbe Bedeutung wie in § 3, während $v_1, v_2, \cdots v_f$ nur von den k Variabelen y_ρ abhängen.

Da $\Phi(x)$ unzerlegbar ist, so ist auch $\Phi(x + w\varepsilon)$ als Function von w irreducibel, d. h. dieser Ausdruck kann nicht als Product zweier ganzen Functionen von w dargestellt werden, deren Coefficienten rationale Functionen der k unabhängigen Variabelen x_R sind. Betrachtet man die k Grössen y_ρ als constant, so ist auch v_1 eine Constante, und mithin ist auch

$$\Phi(x_E + v_1 + w, x_A, x_B, \cdots) = (u_1 + v_1 + w)(u_2 + v_1 + w) \cdots (u_f + v_1 + w)$$

als Function von w irreducibel. Diese Function hat aber mit der Function

$$\Phi(x + y + w) = (u_1 + v_1 + w)(u_2 + v_2 + w) \cdots (u_f + v_f + w)$$

den linearen Factor $u_1 + v_1 + w$ gemeinsam. Folglich müssen beide Functionen identisch sein. Setzt man $w = 0$ und $v_1 = \eta$, so ist also

$$(6.)\quad \Phi(x_E + y_E, x_A + y_A, x_B + y_B, \cdots) = \Phi(x_E + \eta, x_A, x_B, \cdots),$$

wo η nur von den Variabelen y_R abhängt. Setzt man die Variabelen x_R alle gleich Null ausser $x_E = u$, so erhält man

$$\chi(AB) = \chi(BA). \tag{13.}$$

Theilt man also die h Elemente von $\mathfrak{H}$ in Classen conjugirter Elemente, so hat $\chi(R)$ für alle Elemente R einer Classe denselben Werth.

Nunmehr wende ich mich zur Berechnung der Functionen Φ_n mit Hülfe der Formel (8.). Zunächst ist nach (6.)

$$\Phi_1 = S_1 = \Sigma \chi(A) x_A,$$

$$2\Phi_2 = S_1^2 - S_2 = \Sigma \big(\chi(A)\chi(B) - \chi(AB)\big) x_A x_B,$$

$$6\Phi_3 = S_1^3 - 3S_1S_2 + 2S_3 = \Sigma \big(\chi(A)\chi(B)\chi(C) - \chi(A)\chi(BC) - \chi(B)\chi(AC) - \chi(C)\chi(AB) + \chi(ABC) + \chi(ACB)\big) x_A x_B x_C.$$

Ich setze daher

$$\chi(A, B) = \chi(A)\chi(B) - \chi(AB) \tag{14.}$$

$$\chi(A, B, C) = \chi(A)\chi(B)\chi(C) - \chi(A)\chi(BC) - \chi(B)\chi(AC) - \chi(C)\chi(AB) + \chi(ABC) + \chi(ACB).$$

Dieser Ausdruck ist symmetrisch in A, B, C, weil $\chi(ABC)$ bei cyklischer Vertauschung der Elemente A, B, C nach (13.) ungeändert bleibt. Das allgemeine Bildungsgesetz der Coefficienten der Function

$$n!\,\Phi_n(x) = \sum_{R_1, R_2, \cdots R_n} \chi(R_1, R_2, \cdots R_n) x_{R_1} x_{R_2} \cdots x_{R_n} \tag{15.}$$

ist etwas complicirt: Seien $A, B, C, D, F, G, H, \cdots L, M$ irgend n verschiedene oder gleiche unter den h Elementen von $\mathfrak{H}$. Man bilde die $n!$ Permutationen von n Symbolen und zerlege jede derselben in cyklische Factoren. Setzt man dann für die n Symbole die n Elemente $A, B, C, \cdots L, M$, so sei etwa

$$(ABCD)(FGH)\cdots(LM) \tag{16.}$$

eine dieser $n!$ Permutationen. Man ordne ihr das Product

$$\pm\chi(ABCD)\chi(FGH)\cdots\chi(LM) \tag{17.}$$

zu, wo das Vorzeichen + oder − zu wählen ist, je nachdem die Permutation (16.) gerade oder ungerade ist. In der Permutation (16.) bedeutet das Zeichen (FGH), dass die drei Symbole F, G, H cyklisch vertauscht werden sollen, in dem Ausdruck (17.) aber bedeutet FGH das Product der drei Elemente F, G, H.

Eine gegebene Permutation kann nur in einer Weise als Product von cyklischen Factoren dargestellt werden. Doch kann man die einzelnen Cyklen beliebig anordnen und innerhalb eines jeden Cyklus, ohne dass er seine Bedeutung ändert, die Symbole cyklisch vertauschen. Andere Umstellungen aber sind nicht zulässig. So ist die Permutation (16.) gleich

$$(GHF)\ (ML) \cdots (CDAB).$$

In dem entsprechenden Producte (17.) sind aber dieselben Änderungen gestattet, denn $\chi(ABCD)$ bleibt ungeändert, wenn man die Elemente A, B, C, D cyklisch vertauscht. Die Summe der den $n!$ Permutationen entsprechenden $n!$ Producte sei

$$(18.)\qquad \chi(A, B, C, \cdots L, M) = \Sigma^{(n)}(\pm \Pi\chi).$$

Diese Function bleibt ungeändert, wenn man die n Elemente

$$A, B, C, \cdots L, M$$

beliebig unter einander vertauscht. Besteht die Permutation (16.) aus l Cyklen, so ist sie gerade oder ungerade, je nachdem $n-l$ gerade oder ungerade ist. Daher kann man auch schreiben

$$(19.)\qquad (-1)^n\chi(A, B, C, \cdots L, M) = \Sigma^{(n)}(\Pi-\chi).$$

Z. B. ist, gleichgültig ob die durch A, B, C, D bezeichneten Elemente verschieden sind oder nicht,

$$(20.)\qquad \chi(A, B, C, D) =$$
$$\chi(A)\chi(B)\chi(C)\chi(D) - \chi(B)\chi(C)\chi(AD) - \chi(A)\chi(C)\chi(BD) - \chi(A)\chi(B)\chi(CD)$$
$$-\chi(A)\chi(D)\chi(BC) - \chi(B)\chi(D)\chi(AC) - \chi(C)\chi(D)\chi(AB)$$
$$+\chi(BC)\chi(AD) + \chi(AC)\chi(BD) + \chi(AB)\chi(CD)$$
$$+\chi(A)\chi(BCD) + \chi(B)\chi(ACD) + \chi(C)\chi(ABD) + \chi(D)\chi(ABC)$$
$$+\chi(A)\chi(BDC) + \chi(B)\chi(ADC) + \chi(C)\chi(ADB) + \chi(D)\chi(ACB)$$
$$-\chi(ABCD) - \chi(ACBD) - \chi(BACD) - \chi(BCAD) - \chi(CABD) - \chi(CBAD).$$

Ich bilde nun die Summe

$$(-1)^n \Sigma\chi(A, B, C, \cdots L, M)\ x_A\, x_B\, x_C \cdots x_L\, x_M,$$

worin jeder der n Summationsbuchstaben $A, B, C, \cdots L, M$ unabhängig von den anderen die h Elemente von $\mathfrak{H}$ durchläuft. Der Ausdruck $(-1)^n\chi(A, B, C, \cdots L, M)$ ist eine Summe von $n!$ Producten $\Pi(-\chi)$. Die Permutation der n Symbole, aus welcher eins dieser Producte gebildet ist, möge aus a Cyclen von 1 Symbole, b von 2 Symbolen, c von 3 Symbolen u. s. w. bestehen, so dass $a+2b+3c+\cdots = n$ ist. Multiplicirt man dann dies Product $\Pi(-\chi)$ mit $x_A\, x_B\, x_C \cdots x_L\, x_M$ und summirt, so erhält man nach (7.)

$$(-1)^{a+b+c+\cdots} S_1^a S_2^b S_3^c \cdots.$$

Dies Glied ergiebt sich so oft, als es Permutationen giebt, die sich in der angegebenen Art als Product von cyklischen Factoren darstellen lassen, also (Cauchy. *Comptes rendus* tom. 21, p. 604)

$$\frac{n!}{1^a 2^b 3^c \cdots a!\, b!\, c! \cdots}$$

Mal. Mithin ist die betrachtete Summe gleich

$$n!\sum \frac{(-1)^{a+b+c+\cdots}}{1^a 2^b 3^c \cdots} \frac{S_1^a S_2^b S_3^c \cdots}{a!\, b!\, c! \cdots} = n!(-1)^n \Phi_n.$$

Damit ist die Formel (15.) bewiesen. Ist also $n > f$, so ist

$$(21.)\qquad \chi(R_1, R_2, \cdots R_n) = 0 \qquad (n > f).$$

In jedem der $(n+1)!$ Producte der Summe $\chi(R, R_1, R_2, \cdots R_n)$ stelle man den Factor, der das mit R bezeichnete Element enthält, an die erste Stelle, und in diesem Factor selbst stelle man mit Hülfe einer cyklischen Vertauschung R an die erste Stelle. Dann nehme man zuerst die Producte, die den Factor $\chi(R)$ enthalten, dann die, worin auf R das Element R_1 folgt, dann die, worin auf R das Element R_2 folgt u. s. w. Auf diese Weise erhält man die Recursionsformel

$$(22.)\qquad \chi(R, R_1, R_2, R_3, \cdots R_n) = \chi(R)\chi(R_1, R_2, R_3, \cdots R_n)$$
$$-\chi(RR_1, R_2, R_3, \cdots R_n) - \chi(R_1, RR_2, R_3, \cdots R_n) - \chi(R_1, R_2, RR_3, \cdots R_n)$$
$$- \cdots - \chi(R_1, R_2, R_3, \cdots RR_n).$$

Daraus geht hervor, dass, wenn für einen Werth von n die Grössen $\chi(R_1, R_2, \cdots R_n)$ sämmtlich verschwinden, dasselbe auch für jeden grösseren Werth von n eintreten muss. Speciell ist

$$(23.)\qquad \chi(E, R_1, R_2, \cdots R_n) = (f-n)\chi(R_1, R_2, \cdots R_n).$$

§ 4.

Differentiirt man die Gleichung $\Phi(z) = \Phi(x)\Phi(y)$ nach y_A, so erhält man

$$\sum_R \frac{\partial \Phi(z)}{\partial z_R} x_{RA^{-1}} = \Phi(x) \frac{\partial \Phi(y)}{\partial y_A},$$

und wenn man $y_R = \varepsilon_R$ setzt,

$$(1.)\qquad \sum_R \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x_R} x_{RA^{-1}} = \chi(A)\Phi(x).$$

Differentiirt man aber jene Gleichung nach x_A, so findet man auf demselben Wege

$$(2.)\qquad \sum_R \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x_R} x_{A^{-1}R} = \chi(A)\Phi(x).$$

In diesen Gleichungen ersetze ich x_E durch $x_E - u$. Dann ergiebt sich daraus, da

$$\frac{\partial l \Phi(x - u\varepsilon)}{\partial u} = \frac{1}{u - u_1} + \cdots + \frac{1}{u - u_f} = \sum_n^{\infty} {}_0 \frac{S_n}{u^{n+1}}$$

ist, die Recursionsformel

$$(3.)\qquad \frac{1}{n+1}\frac{\partial S_{n+1}}{\partial x_A} = \frac{1}{n}\sum_R \frac{\partial S_n}{\partial x_R} x_{RA^{-1}} = \frac{1}{n}\sum_R \frac{\partial S_n}{\partial x_R} x_{A^{-1}R}, \qquad (n > 0)$$

aus der sich ein neuer Beweis für die Formel (7.) § 3 ableiten lässt. Differentiirt man die Gleichung (1.) nach x_S, multiplicirt sie dann mit $x_{SB^{-1}}$ und summirt nach S, so erhält man die Gleichung

$$\sum_{R,K} \frac{\partial^2\Phi}{\partial x_R\,\partial x_K}\, x_{RA^{-1}}\, x_{KB^{-1}} = (\chi(A)\chi(B) - \chi(BA))\,\Phi,$$

aus der sich direct die Formel (13.) § 3 ergiebt. Ebenso ist allgemein, wenn $A, B, \cdots M$ irgend n Elemente von $\mathfrak{H}$ sind,

$$\sum_{R,K,\cdots V} \frac{\partial^n\Phi}{\partial x_R\,\partial x_K\cdots\partial x_V}\, x_{RA^{-1}}\, x_{KB^{-1}}\cdots x_{VM^{-1}} = \chi(A\,.\,B\,.\cdots M)\,\Phi$$

Hier mache ich von jenen Relationen eine andere Anwendung. Setzt man

$$y_{R^{-1}} = \frac{\partial\Phi(x-u\varepsilon)}{\partial x_R},$$

so lauten sie

$$\sum_R y_{PR^{-1}}(x_{RQ^{-1}} - u\varepsilon_{RQ^{-1}}) = \sum_R (x_{PR^{-1}} - u\varepsilon_{PR^{-1}})\, y_{RQ^{-1}} = \chi(QP^{-1})\,\Phi(x-u\varepsilon).$$

Ich setze noch $\chi(R^{-1}) = \chi'(R)$ und bezeichne die Matrix $(\chi'(PQ^{-1}))$ kurz mit (χ'). Dann drückt diese Formel die folgende Beziehung zwischen Matrizen aus

(4.) $$(y)((x) - u(\varepsilon)) = ((x) - u(\varepsilon))(y) = (\chi')\,\Phi(x-u\varepsilon).$$

Mithin ist $(y)(x) = (x)(y)$. Ist also, nach Potenzen von u entwickelt, $(y) = (p) + (q)u + (r)u^2 + \cdots$, so ist (x) mit jeder der Matrizen $(p), (q), (r), \cdots$ vertauschbar. Entwickelt man nun in der Relation (4.) auch $\Phi(x-u\varepsilon)$ nach Potenzen von u, so müssen die Coefficienten der einzelnen Potenzen von u auf beiden Seiten übereinstimmen. Die so erhaltenen Gleichungen füge man wieder zusammen, nachdem man sie, statt mit den Potenzen der Variabelen u, mit den entsprechenden Potenzen der Matrix (x) multiplicirt hat. Dies Verfahren führt zu demselben Resultate, wie wenn man direct in der Gleichung (4.) die Variabele u durch die Matrix (x) ersetzt. (Ausführlicher ist diese Schlussweise entwickelt [illegible].) Dann ergiebt sich $(\chi')\Phi(x - (x)\varepsilon) = 0$ oder deutlicher [illegible] $= 0$ und noch ausführlicher nach (2.) § 3

(5.) [illegible] $= 0.$

Multiplicirt man noch mit [illegible], so erhält man

(6.) [illegible] $= 0.$

Setzt man $u =$ [illegible] und bestimmt man den Coefficienten von x_S^f, so findet man

(7.) [illegible] $= 0.$

wo

$$(8.)\qquad \vartheta_n(S) = \frac{1}{n!}\chi(S, S, \cdots S)$$

der Coefficient von x_S^n in Φ_n ist, also von A unabhängig ist. Speciell ist $\vartheta_1(S) = \chi_0(S)$ und $\vartheta_f(S) = \vartheta(S)$. Setzt man in der Function $\Phi(x_E + u, x_A, x_B, \cdots x_S, \cdots)$ alle Variabelen gleich Null ausser u und x_S, so wird

$$(9.)\qquad \Phi(u, 0, 0, \cdots x_S, 0, \cdots) = u^f + \vartheta_1(S)u^{f-1}x_S + \vartheta_2(S)u^{f-2}x_S^2 + \cdots + \vartheta_f(S)x_S^f.$$

Daher ist $\vartheta_n(E) = \binom{f}{n}$.

§ 5.

Die bisherigen Ergebnisse habe ich allein aus der Relation (9.) § 1 abgeleitet, ohne dabei die Unzerlegbarkeit von Φ und den Exponenten e der Potenz von Φ zu benutzen, durch welche die Gruppendeterminante Θ theilbar ist. Jede der h Variabelen x_R kommt in jeder Zeile und in jeder Spalte von Θ einmal vor, im Ganzen also an h Stellen. An jeder dieser h Stellen ist ihr aber dieselbe Unterdeterminante complementär, wie ich *Ch.* § 6 gezeigt habe. Ist also $\Theta_{P,Q}$ die Unterdeterminante, die dem Elemente $x_{P,Q}$ in der Determinante $\Theta = |x_{P,Q}|$ complementär ist, so ist

$$(1.)\qquad \Theta_{P,Q} = \frac{1}{h}\frac{\partial\Theta}{\partial x_{PQ^{-1}}} = \Theta_{PQ^{-1}},$$

falls man $h\Theta_R = \frac{\partial\Theta}{\partial x_R}$ setzt. Die Unterdeterminanten von Θ bilden demnach eine Matrix, welche dieselben Symmetrieeigenschaften hat, wie die Matrix (x). Nach den bekannten Relationen zwischen den Elementen einer Determinante und den ihnen complementären Unterdeterminanten ist

$$\sum_R x_{P,R}\Theta_{Q,R} = \sum_R x_{R,P}\Theta_{R,Q} = \varepsilon_{P,Q}\Theta$$

oder

$$(2.)\qquad \sum_R x_{AR}\frac{\partial\Theta}{\partial x_R} = \sum_R x_{RA}\frac{\partial\Theta}{\partial x_R} = \varepsilon_A h\Theta.$$

Nach (7.) § 1 ist $\Theta = \Phi^e\Psi$, wo Ψ zu Φ theilerfremd ist. Mithin ist

$$\sum_R x_{AR}\left(e\frac{\partial l\Phi}{\partial x_R} + \frac{\partial l\Psi}{\partial x_R}\right) = \varepsilon_A h$$

oder

$$\sum_R x_{AR}\left(e\Psi\frac{\partial\Phi}{\partial x_R} + \Phi\frac{\partial\Psi}{\partial x_R}\right) = \varepsilon_A h\Phi\Psi.$$

Da Ψ zu Φ theilerfremd ist, so ist folglich $\sum x_{AR}\frac{\partial\Phi}{\partial x_R}$ durch Φ theilbar,

In Folge der Eigenschaft (13.) § 3 ist die Matrix (χ') mit jeder Matrix (x) vertauschbar. Ich setze

$$(2.)\qquad \frac{h}{e}\,\xi_A = \Sigma\,\chi(R^{-1})\,x_S = \Sigma\,\chi(S^{-1})\,x_R\,, \qquad (RS = A)$$

und bilde aus den Grössen $\xi_{PQ^{-1}}$ die Matrix (ξ). Dann ist

$$((x) + u(\varepsilon))\,(\frac{e}{h}\,\chi') = (\xi) + u(\frac{e}{h}\,\chi')$$

und mithin nach (9.) § 1

$$\Phi(x + u\varepsilon) = \Phi(\xi + u\frac{e}{h}\,\chi').$$

Nach Gleichung (6.) § 6 ist aber

$$\Phi(\xi + u\frac{e}{h}\,\chi') = \Phi(\xi + u\varepsilon),$$

weil der den Grössen $y_R = \frac{e}{h}\chi'(R)$ entsprechende Werth von η nach (8.) § 5 gleich 1 ist. Folglich ist

$$(3.)\qquad \Phi(x + u\varepsilon) = \Phi(\xi + u\varepsilon).$$

Ist dagegen Φ' ein von Φ verschiedener Primfactor der Gruppendeterminante, f' sein Grad und ψ der entsprechende Charakter, so ist nach (7.) § 6

$$\Phi'(y_R + u\varepsilon_R) = (u + \eta')^{f'}, \qquad (y_{BA} = y_{AB})$$

wo $f'\eta' = \Sigma\,\psi(R)\,y_R$ ist. Setzt man also $y_R = \frac{e}{h}\chi'(R)$, so ist nach (8.) § 5 $\eta' = 0$. Demnach ist nach (6.) § 6 für h unabhängige Variabele z_R

$$\Phi'(uz + \frac{e}{h}\chi') = \Phi'(uz) = u^{f'}\Phi'(z).$$

Sei $(z) = (x)^{-1}$, also $(z)\,(x) = (\varepsilon)$ und $\Phi(z)\Phi(x) = 1$. Dann ist

$$\Phi'(x)\ \Phi'\left(uz + \frac{e}{h}\chi'\right) = u^{f'},$$

und daher, weil $(x)\big(u(z) + (\frac{e}{h}\,\chi')\big) = u(\varepsilon) + (\xi)$ ist,

$$(4.)\qquad \Phi'(\xi + u\varepsilon) = u^{f'}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen, die nur specielle Fälle einer allgemeineren Formel sind, ergiebt sich nach (7.) § 1

$$(5.)\qquad \left|\,\xi_{PQ^{-1}} + u\varepsilon_{PQ^{-1}}\,\right| = \Phi(x + u\varepsilon)^e\ u^{h-ef}$$

und für $x_R = \varepsilon_R$

$$(6.)\qquad \left|\frac{e}{h}\chi(PQ^{-1}) + u\varepsilon_{PQ^{-1}}\right| = (u + 1)^{ef}\ u^{h-ef}.$$

Für $A = E$ ist

$$(8.)\qquad \sum_R \chi(R)\chi(R^{-1}) = \frac{hf}{e}, \qquad \sum_R \chi(R)\psi(R^{-1}) = 0.$$

Daraus fliesst die Folgerung, dass die Werthe $\chi(E)$, $\chi(A)$, $\chi(B)$, $\cdots$ des Charakters χ den entsprechenden Werthen $\psi(E)$, $\psi(A)$, $\psi(B)\cdots$ des Charakters ψ nicht proportional sein können. Bezeichnet man die Matrix $(\chi(PQ^{-1}))$ kurz mit (χ), so kann man die Relationen (7.) auch auf die Form

$$(9.)\qquad (\tfrac{e}{h}\chi)^2 = (\tfrac{e}{h}\chi), \qquad (\chi)(\psi) = 0$$

bringen.

§ 6.

Gleichzeitig mit P durchläuft auch P^{-1} die h Elemente von $\mathfrak{H}$, nur in einer anderen Reihenfolge. Daher ist

$$|x_{P,Q}| = |x_{P^{-1},Q^{-1}}| = |x_{Q^{-1},P^{-1}}|,$$

also

$$(1.)\qquad |x_{PQ^{-1}}| = |x_{Q^{-1}P}|.$$

In jeder dieser beiden Determinanten erhält man die Zeilen, indem man für P, die Spalten, indem man für Q die Elemente $G_1, G_2, \cdots G_h$ von $\mathfrak{H}$ setzt. Sind also x_R und y_R zwei Systeme von je h Variabelen, so ist

$$|x_{PQ^{-1}}| = \Pi(\Phi(x)^e), \qquad |y_{Q^{-1}P}| = \Pi(\Phi(y)^e).$$

Die beiden Matrizen $(x_{PQ^{-1}})$ und $(y_{Q^{-1}P})$ sind aber mit einander vertauschbar, es ist

$$\sum_R x_{PR^{-1}}\, y_{Q^{-1}R} = \sum_S y_{S^{-1}P}\, x_{SQ^{-1}}.$$

Denn setzt man $SQ^{-1} = PR^{-1}$, also $S = PR^{-1}Q$, so durchläuft S gleichzeitig mit R die h Elemente von $\mathfrak{H}$, und es ist auch $S^{-1}P = Q^{-1}R$. Seien $a_1, a_2, a_3, \cdots$ die h Wurzeln der (charakteristischen Gleichung der) Matrix $(x_{PQ^{-1}})$, also die Wurzeln der Gleichung $|x_{PQ^{-1}} - u\varepsilon_{PQ^{-1}}| = 0$, und $b_1, b_2, b_3, \cdots$ die h Wurzeln der Gleichung $|y_{Q^{-1}P} - u\varepsilon_{PQ^{-1}}| = 0$, also auch der Gleichung $|y_{PQ^{-1}} - u\varepsilon_{PQ^{-1}}| = 0$. Dann lassen sich (*V.*, S. 602, III) diese beiden Reihen von je h Wurzeln einander so zuordnen, dass $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \cdots$ die Wurzeln der Matrix $(x_{PQ^{-1}} + y_{Q^{-1}P})$ werden.

Auf diesen allgemeinen Satz komme ich später (§ 10) zurück. Hier mache ich jetzt die Voraussetzung, dass für je zwei Elemente von $\mathfrak{H}$

$$(2.)\qquad y_{BA} = y_{AB}$$

ist. Theilt man also die h Elemente von $\mathfrak{H}$ in Classen conjugirter

Elemente, so hat y_R für alle Elemente einer Classe denselben Werth, etwa für die Elemente R der ϱ^{ten} Classe den Werth $y_R = y_\varrho$. Ist k die Anzahl der Classen, so seien die k Variabelen $y_0, y_1, \cdots y_{k-1}$, die den k Classen $(0), (1), \cdots (k-1)$ entsprechen, von einander unabhängig. Da nun $y_{QP} = y_{PQ^{-1}}$ ist, so ist die Matrix $(y_{PQ^{-1}})$ mit der Matrix $(x_{PQ^{-1}})$ vertauschbar. Jede Matrix (x), welche die in § 1 definirten Symmetrieeigenschaften besitzt, ist mit jeder anderen Matrix (y) vertauschbar, deren Elemente ausserdem noch den Bedingungen (2.) genügen. Sind daher u, v, w Variabele, so ist die Determinante

$$\left|u x_{PQ^{-1}} + v y_{PQ^{-1}} + w \varepsilon_{PQ^{-1}}\right| = \Pi(\Phi(ux + vy + w\varepsilon)^f)$$

ein Product von linearen Functionen von u, v, w, und mithin ist auch

$$(3.) \quad \Phi(ux + vy + w\varepsilon) = (u_1 u + v_1 v + w)(u_2 u + v_2 v + w) \cdots (u_f u + v_f v + w),$$

wo $u_1, v_1, \cdots u_f, v_f$ von u, v, w unabhängig sind. Den Coefficienten von w kann man in jeder dieser f linearen Functionen gleich 1 voraussetzen, weil die linke Seite für $u = v = 0$ gleich w^f wird. Setzt man $v = 0$ und $u = 1$, so erhält man

$$(4.) \quad \Phi(x + w\varepsilon) = (u_1 + w)(u_2 + w) \cdots (u_f + w),$$

setzt man $u = 0$ und $v = 1$,

$$(5.) \quad \Phi(y + w\varepsilon) = (v_1 + w)(v_2 + w) \cdots (v_f + w).$$

Daher hängen $u_1, u_2, \cdots u_f$ nur von den h Variabelen x_R ab und haben dieselbe Bedeutung wie in § 3, während $v_1, v_2, \cdots v_f$ nur von den k Variabelen y_ϱ abhängen.

Da $\Phi(x)$ unzerlegbar ist, so ist auch $\Phi(x + w\varepsilon)$ als Function von w irreducibel, d. h. dieser Ausdruck kann nicht als Product zweier ganzen Functionen von w dargestellt werden, deren Coefficienten rationale Functionen der k unabhängigen Variabelen x_R sind. Betrachtet man die k Grössen y_ϱ als constant, so ist auch v_1 eine Constante, und mithin ist auch

$$\Phi(x_A + v_1 + w, x_B, \cdots) = (u_1 + v_1 + w)(u_2 + v_1 + w) \cdots (u_f + v_1 + w)$$

als Function von w irreducibel. Diese Function hat aber mit der Function

$$\Phi(x + y + w) = (u_1 + v_1 + w)(u_2 + v_2 + w) \cdots (u_f + v_f + w)$$

den linearen Factor $u_1 + v_1 + w$ gemeinsam. Folglich müssen beide Functionen identisch sein. Setzt man $w = 0$ und $v_1 = \nu$, so ist also

$$(6.) \quad \Phi(x_A + y_A, x_B + y_B, \cdots) = \Phi(x_E + \nu, x_B, x_C, \cdots),$$

wo ν nur von den Variabelen y_ϱ abhängt. Setzt man die Variabelen x_R alle gleich Null ausser $x_E = u$, so erhält man

$$\Phi(y_E + u, y_A, y_B, \cdots) = (u+\eta)^f, \qquad (y_{BA} = y_{AB}) \tag{7.}$$

und daraus durch Vergleichung der Coefficienten von u^{f-1}

$$f\eta = \Sigma\chi(R)y_R. \tag{8.}$$

So ergiebt sich der Satz:

Ist für je zwei Elemente A und B der Gruppe $\mathfrak{H}$ $x_{BA} = x_{AB}$, so wird die Primfunction f^{ten} Grades $\Phi(x)$ gleich der f^{ten} Potenz einer linearen Function $\xi = \frac{1}{f}\Sigma\chi(R)x_R$.

Für alle Elemente R der ρ^{ten} Classe, deren Anzahl $h_R = h_\rho$ sei, hat $\chi(R)$ denselben Werth χ_ρ. Ist $x_{BA} = x_{AB}$, so hat auch x_R für diese h_ρ Elemente denselben Werth x_ρ. Daher ist $\Sigma\chi(R)x_R = \Sigma h_\rho\chi_\rho x_\rho$. Ist Φ' ein von Φ verschiedener Primfactor von Θ, und $\psi(R)$ der ihm entsprechende Charakter, so können nach § 5 die k Grössen ψ_ρ den k Grössen χ_ρ nicht proportional sein, und mithin können die beiden linearen Functionen $\Sigma h_\rho\psi_\rho x_\rho$ und $\Sigma h_\rho\chi_\rho x_\rho$ sich nicht etwa nur um einen constanten Factor unterscheiden. Wendet man nun den obigen Satz auf jeden Primfactor von Θ an, so erhält man

$$|x_{PQ^{-1}}| = \Pi\left(\frac{1}{f}\sum_R\chi(R)x_R\right)^{ef} = \Pi(\xi^{ef}). \qquad (x_{BA} = x_{AB}) \tag{9.}$$

Jedem Primfactor Φ der Determinante (7.) § 1, worin die h Variabelen x_R von einander unabhängig sind, entspricht ein Linearfactor ξ der Determinante (9.), worin $x_{BA} = x_{AB}$ gesetzt ist. Sind die k Variabelen x_ρ unabhängig, so entsprechen zwei verschiedenen Primfactoren jener Determinante zwei wesentlich verschiedene Linearfactoren der Determinante (9.). Ist f der Grad der Primfunction Φ, und e der Exponent der in Θ aufgehenden Potenz von Φ, so ist $g = ef$ der Exponent der Potenz des entsprechenden Linearfactors ξ, wodurch die Determinante (9.) theilbar ist.

Vergleicht man das erhaltene Resultat mit der Formel (22.), *Ch.* § 5, so erkennt man, dass die Grössen χ_ρ, welche dort auf einem ganz anderen Wege als die Charaktere der Gruppe $\mathfrak{H}$ eingeführt sind, mit den hier definirten Grössen $\chi(R)$ völlig übereinstimmen, und ebenso die Zahlen $g = ef$. Nur waren dort die beiden Factoren e und f von g willkürlich gelassen, während sie hier einzeln eine bestimmte Bedeutung haben. Man könnte daher jetzt von allen dort entwickelten Eigenschaften der Charaktere Gebrauch machen. Indessen ziehe ich es vor, die Ergebnisse jener Arbeit von dem hier gewählten Ausgangspunkt aus noch einmal abzuleiten.

§ 7.

Wenn man die Gleichung (6.) § 6 nach y_ϱ differentiirt und dann die k Variabelen $y_\varkappa$ alle gleich Null setzt, so findet man

$$\sum_{(\varrho)}{}' \frac{\partial\Phi(x)}{\partial x_R} = \frac{h_\varrho \chi_\varrho}{f} \frac{\partial\Phi(x)}{\partial x_E},$$

wo der Summationsbuchstabe R die h_ϱ Elemente der ϱ^{ten} Classe durchläuft. Ist A ein festes Element, und ersetzt man für jedes R die Variabele x_R durch x_{AR}, so ändert sich Φ nach (10.) § 3 nur um einen constanten, von Null verschiedenen Factor. Mithin ist auch

$$\sum_{(\varrho)}{}' \frac{\partial\Phi(x)}{\partial x_{AR}} = \frac{h_\varrho \chi_\varrho}{f} \frac{\partial\Phi(x)}{\partial x_A}, \tag{1.}$$

wo wieder R die h_ϱ Elemente der Classe (ϱ) durchläuft. Vergleicht man die Coefficienten von x_E^{f-1}, so erhält man

$$\Sigma' \chi(AS) = \frac{h_B}{f} \chi(A)\,\chi(B), \tag{2.}$$

wo S die h_B mit B conjugirten Elemente durchläuft. Direct erhält man diese Relation, indem man für die Function (7.) § 6 den Ausdruck $S_2(y) = \Sigma\, \chi(PQ)\, y_P y_Q = f\eta^2$ berechnet. Setzt man $S = R^{-1}BR$ und für R alle h Elemente von $\mathfrak{H}$, so wird S jedem Elemente der Classe von B gleich und zwar jedem $\frac{h}{h_B}$ Mal. Daher ist (*Ch.* § 5, (5.))

$$h\chi(A)\chi(B) = f \sum_R \chi(AR^{-1}BR). \tag{3.}$$

Zu demselben Resultate gelangt man direct von der Formel (9.) § 6 aus auf dem *Ch.* S. 1001 angegebenen Wege, also mittelst derselben Schlüsse, die in § 1 zu der Formel (9.) geführt haben.

Die Anzahl der verschiedenen Primfactoren der Gruppendeterminante Θ sei l. Diese l Functionen Φ und die ihnen entsprechenden Charaktere χ mögen durch obere Indices $\lambda = 0, 1, \cdots l-1$ von einander unterschieden werden. Nun ist in der Entwicklung der Determinante $\Theta(x+u\varepsilon)$ nach Potenzen von u der Coefficient von u^{h-1} gleich $h x_E$. Ersetzt man daher in dem Producte

$$\Theta = \prod_\lambda \left(\Phi^{(\lambda)\, e^{(\lambda)}}\right) \tag{4.}$$

x_E durch $x_E + u$ und vergleicht dann die Coefficienten von x_E^{h-1}, so erhält man

$$\sum_\lambda e^{(\lambda)} \chi^{(\lambda)}(R) = h\varepsilon_R. \tag{5.}$$

Nun ist nach (8.) § 5 und (3.)

$$\sum_R \chi(S^{-1}R^{-1}SR) = \frac{h}{f}\chi(S)\chi(S^{-1}), \qquad \sum_S \chi(S)\chi(S^{-1}) = \frac{hf}{e},$$

und mithin für jeden Werth von λ

$$\sum_{R,S} \frac{e^{(\lambda)}}{h} \chi^{(\lambda)}(S^{-1}R^{-1}SR) = h,$$

und folglich, da dieser Werth von λ unabhängig ist,

$$\sum_{\lambda} \sum_{R,S} \frac{e^{(\lambda)}}{h} \chi^{(\lambda)}(S^{-1}R^{-1}SR) = hl.$$

Jetzt kehre ich die Reihenfolge der beiden Summationen um. Dann ist nach (5.)

$$\sum_{\lambda} \frac{e^{(\lambda)}}{h} \chi^{(\lambda)}(S^{-1}R^{-1}SR) = 0,$$

ausser wenn $S^{-1}R^{-1}SR = E$, also $SR = RS$ ist; dann ist die Summe gleich 1. Daher ist hl gleich der Anzahl der Lösungen der Gleichung $SR = RS$. Diese aber ist, wie ich *Ch.* S. 987 durch die einfachsten Betrachtungen gezeigt habe, gleich hk, und folglich ist $l = k$.

Die Anzahl der verschiedenen Primfactoren der Gruppendeterminante ist gleich der Anzahl der Classen conjugirter Elemente, worin die Elemente der Gruppe zerfallen.

Durchläuft R die Classe (α), so durchläuft R^{-1} die inverse Classe, die ich mit (α') bezeichne. Daher sind die Gleichungen (8.) § 5 identisch mit

$$(6.) \qquad \sum_{\alpha} h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_{\alpha'}^{(\varkappa)} = \frac{hf^{(\varkappa)}}{e^{(\varkappa)}}, \qquad \sum_{\alpha} h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_{\alpha'}^{(\lambda)} = 0.$$

Demnach sind die beiden Matrizen des k^{ten} Grades

$$(7.) \qquad \left(\frac{h_\alpha}{h} \chi_\alpha^{(\varkappa)}\right), \qquad \left(\frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} \chi_{\alpha'}^{(\varkappa)}\right)$$

complementär und folglich bestehen auch die Gleichungen

$$\sum_{\varkappa} \frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_{\alpha'}^{(\varkappa)} = \frac{h}{h_\alpha}, \qquad \sum_{\varkappa} \frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_{\beta}^{(\varkappa)} = 0.$$

Setzt man also $h_{\alpha\beta} = h_\alpha$ oder 0, je nachdem $(\beta) = (\alpha')$ ist oder nicht, so ist

$$(8.) \qquad \sum_{\varkappa} \frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_\beta^{(\varkappa)} = \frac{h\, h_{\alpha\beta}}{h_\alpha h_\beta}.$$

Diese Gleichung erhält man unmittelbar aus der Relation (2.). Ist nämlich $\chi(A) = \chi_\alpha$ und $\chi(B) = \chi_\beta$, so lautet diese

$$\sum_{S}' \chi^{(\varkappa)}(AS) = \frac{h_\beta}{f^{(\varkappa)}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_\beta^{(\varkappa)},$$

wo S die h_β Elemente der β^{ten} Classe durchläuft. Daher ist

$$\sum_{\varkappa} \sum_{S}' \frac{e^{(\varkappa)}}{h} \chi^{(\varkappa)}(AS) = \frac{h_\beta}{h} \sum_{\varkappa} \frac{e^{(\varkappa)}}{f^{(\varkappa)}} \chi_\alpha^{(\varkappa)} \chi_\beta^{(\varkappa)}.$$

(9.) $$\frac{\partial S_n}{\partial x_R} = n \sum_{R_1, R_2, \cdots R_{n-1}} \chi(RR_1R_2 \cdots R_{n-1})\, x_{R_1} x_{R_2} \cdots x_{R_{n-1}}$$

oder nach (6.) § 1 und (7.) § 8

(10.) $$\frac{\partial S_n}{\partial x_R} = n \sum_S \chi(RS)\, x_S^{(n-1)} = \frac{nh}{e}\, \xi_{R^{-1}}^{(n-1)},$$

wo $\xi_R^{(n)}$ aus den Grössen ξ_R in derselben Weise gebildet ist wie $x_R^{(n)}$ aus den Grössen x_R. Speciell ist

(11.) $$\frac{\partial S_n}{\partial x_E} = n\, S_{n-1}.$$

Setzt man diese Ausdrücke in die obige Relation ein, so erhält man, falls man noch R durch R^{-1} ersetzt,

$$\Psi_1 \frac{e}{h} \chi(R^{-1}) + 2\Psi_2\, \xi_R + 3\Psi_3\, \xi_R^{(2)} + \cdots + f\Psi_f \xi_R^{(f-1)} = 0.$$

Setzt man $R = PQ^{-1}$, so wird dies eine Gleichung zwischen Matrizen, die, mit (x) multiplicirt, lautet

$$(\xi)\,\Psi_1 + 2(\xi)^2\,\Psi_2 + 3(\xi)^3\,\Psi_3 + \cdots + f(\xi)^f\,\Psi_f = 0.$$

Ich habe aber in § 8 gezeigt, dass die Gleichung niedrigsten Grades, der die Matrix (ξ) genügt, vom Grade $f+1$ ist. Der zweite Factor des Ausdrucks (8.) kann also nicht für jedes System von f Elementen verschwinden, und mithin muss

(12.) $$e = f$$

sein.

§ 10.

Sind x_R und y_R zwei Systeme von je h Variabelen, so ist nach § 6 die Matrix $(x_{PQ^{-1}})$ mit der Matrix $(y_{Q^{-1}P})$ vertauschbar, und folglich ist die Determinante

(1.) $$|u x_{PQ^{-1}} + v y_{Q^{-1}P} + w \varepsilon_{PQ^{-1}}|$$

ein Product von h linearen Functionen der drei Variabelen u, v, w von der Form $ua_\alpha + vb_\alpha + w$. Hier sind $a_1, a_2, a_3 \cdots$ die h Wurzeln der Matrix $(x_{PQ^{-1}})$ und $b_1, b_2, b_3, \cdots$ die der Matrix $(y_{Q^{-1}P})$ oder, was nach § 6 dasselbe ist, der Matrix $(y_{PQ^{-1}})$. Es fragt sich nun, in welcher Weise die Wurzeln dieser beiden Matrizen einander zugeordnet werden müssen, damit $ua_\alpha + vb_\alpha + w$ ein Linearfactor der Determinante (1.) sei. Ich setze

$$\sum_R x_R \chi(RS^{-1}) = \frac{h}{e}\, \xi_S, \qquad \sum_R y_R \chi(RS^{-1}) = \frac{h}{e}\, \eta_S,$$

ferner

$$(x_{PQ^{-1}}) = (x), \qquad (\xi_{PQ^{-1}}) = (\xi), \qquad (y_{Q^{-1}P}) = (\bar{y}), \qquad (\eta_{Q^{-1}P}) = (\bar{\eta}),$$

wobei immer P die Zeilen und Q die Spalten der Matrix bezeichnet.

genügen. Dieselben haben daher k Systeme von Lösungen

$$\chi_\alpha = \chi_\alpha^{(\varkappa)}, \qquad (\varkappa = 0, 1, \cdots k-1)$$

aber nicht mehr. Denn sind $x_0, x_1, \cdots x_{k-1}$ Variabele und setzt man

$$(12.) \qquad \sum_\alpha h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} x_\alpha = f^{(\varkappa)} \xi^{(\varkappa)},$$

so folgt aus (11.)

$$h_\alpha \chi_\alpha^{(\varkappa)} \xi^{(\varkappa)} = \sum_\beta (\sum_\gamma h_{\alpha\beta'\gamma} \chi_\gamma) \chi_\beta^{(\varkappa)}$$

oder

$$\sum_\beta ((\sum_\gamma h_{\alpha\beta'\gamma} x_\gamma) - h_{\alpha\beta'} \xi^{(\varkappa)}) \chi_\beta^{(\varkappa)} = 0.$$

Folglich verschwindet die Determinante

$$(13.) \qquad |(\sum_\gamma h_{\alpha\beta'\gamma} x_\gamma) - h_{\alpha\beta'} r|, \qquad (\alpha, \beta = 0, 1, \cdots k-1)$$

die eine ganze Function k^{ten} Grades von r ist, für die k Werthe $r = \xi^{(\varkappa)}$, die unter einander verschieden sind (vergl. DEDEKIND, *Zur Theorie der aus n Haupteinheiten gebildeten complexen Grössen.* Göttinger Nachrichten 1885, S. 146).

Die Gleichungen (11.) bestimmen die Grössen $\frac{\chi_\alpha}{f}$. Alsdann liefert die Gleichung (6.)

$$\frac{h}{ef} = \sum h_\alpha \frac{\chi_\alpha}{f} \frac{\chi_{\alpha'}}{f}$$

zu jedem der k Werthsysteme $\frac{\chi_\alpha}{f}$ den entsprechenden Werth von $ef = g$. Nach § 3 ist demnach zur vollständigen Berechnung der k Primfunctionen Φ weiter nichts mehr erforderlich, als die positiven ganzen Zahlen e und f, deren Product g bereits bekannt ist, einzeln zu bestimmen. Diese Aufgabe, von allen die Gruppendeterminante betreffenden Fragen die schwierigste, wird in § 9 durch den Satz gelöst, dass stets $e = f = \sqrt{g}$ ist. Nimmt man dazu aus § 12 das Resultat, dass χ_α und $\chi_{\alpha'}$ conjugirte complexe Grössen sind, so folgt aus (7.), dass die Matrix

$$(14.) \qquad \left(\sqrt{\frac{h_\alpha}{h}}\, \chi_\alpha^{(\varkappa)}\right)$$

der conjugirten complexen Matrix complementär ist.

§ 8.

In der Gleichung (7.) § 6 gebe ich den Variabelen y_R die Werthe $\chi(R^{-1}) = \chi'(R)$, die der Bedingung $y_{BA} = y_{AB}$ nach (13.) § 3 genügen. Dann ist nach (8.) § 5 $\eta = \frac{h}{e}$, und mithin ist

$$(1.) \qquad \Phi(\frac{e}{h}\chi') = 1.$$

In Folge der Eigenschaft (13.) § 3 ist die Matrix (χ') mit jeder Matrix (x) vertauschbar. Ich setze

$$\frac{h}{e}\,\xi_A = \Sigma\,\chi(R^{-1})\,x_S = \Sigma\,\chi(S^{-1})\,x_R, \qquad (RS = A) \tag{2.}$$

und bilde aus den Grössen $\xi_{PQ^{-1}}$ die Matrix (ξ). Dann ist

$$((x) + u(\varepsilon))\left(\frac{e}{h}\,\chi'\right) = (\xi) + u\left(\frac{e}{h}\,\chi'\right)$$

und mithin nach (9.) § 1

$$\Phi(x + u\varepsilon) = \Phi\left(\xi + u\frac{e}{h}\,\chi'\right).$$

Nach Gleichung (6.) § 6 ist aber

$$\Phi\left(\xi + u\frac{e}{h}\,\chi'\right) = \Phi(\xi + u\varepsilon),$$

weil der den Grössen $y_R = \frac{e}{h}\,\chi'(R)$ entsprechende Werth von η nach (8.) § 5 gleich 1 ist. Folglich ist

$$\Phi(x + u\varepsilon) = \Phi(\xi + u\varepsilon). \tag{3.}$$

Ist dagegen Φ' ein von Φ verschiedener Primfactor der Gruppendeterminante, f' sein Grad und ψ der entsprechende Charakter, so ist nach (7.) § 6

$$\Phi'(y_R + u\varepsilon_R) = (u + \eta')^{f'}, \qquad (y_{BA} = y_{AB})$$

wo $f'\eta' = \Sigma\,\psi(R)\,y_R$ ist. Setzt man also $y_R = \frac{e}{h}\,\chi'(R)$, so ist nach (8.) § 5 $\eta' = 0$. Demnach ist nach (6.) § 6 für h unabhängige Variabele z_R

$$\Phi'\left(uz + \frac{e}{h}\,\chi'\right) = \Phi'(uz) = u^{f'}\,\Phi'(z).$$

Sei $(z) = (x)^{-1}$, also $(z)\,(x) = (\varepsilon)$ und $\Phi(z)\,\Phi(x) = 1$. Dann ist

$$\Phi'(x)\;\Phi'\left(uz + \frac{e}{h}\,\chi'\right) = u^{f'},$$

und daher, weil $(x)\left(u(z) + (\frac{e}{h}\,\chi')\right) = u(\varepsilon) + (\xi)$ ist,

$$\Phi'(\xi + u\varepsilon) = u^{f'}. \tag{4.}$$

Aus diesen beiden Gleichungen, die nur specielle Fälle einer allgemeineren Formel sind, ergiebt sich nach (7.) § 1

$$\left|\,\xi_{PQ^{-1}} + u\,\varepsilon_{PQ^{-1}}\,\right| = \Phi(x + u\varepsilon)^e\;u^{h-ef} \tag{5.}$$

und für $x_R = \varepsilon_R$

$$\left|\,\frac{e}{h}\,\chi(PQ^{-1}) + u\,\varepsilon_{PQ^{-1}}\,\right| = (u + 1)^{ef}\;u^{h-ef}. \tag{6.}$$

Daher verschwindet die charakteristische Determinante der Matrix (ξ) für die $f+1$ Werthe $u = 0, u_1, u_2, \cdots u_f$. Weil nämlich die Gruppendeterminante $\Theta(x)$ stets den linearen Factor $\Sigma\, x_R$, und zwar nur in der ersten Potenz, enthält, so ist nothwendig $h-ef>0$, falls man den trivialen Fall $h=1$ ausschliesst.

Nun sei $G((\xi)) = 0$ die Gleichung niedrigsten Grades, der die Matrix (ξ) genügt (*V.* § 1, VI). Dann muss die ganze Function $G(u)$, die ein Theiler der charakteristischen Determinante $|\xi_{PQ^{-1}} - u\varepsilon_{PQ^{-1}}|$ ist, für jede Wurzel der Matrix (ξ), also für jeden der $f+1$ Werthe $u = 0, u_1, u_2, \cdots u_f$ verschwinden und mithin durch $u\Phi(x-u\varepsilon)$ theilbar sein. Da ferner die Matrix (χ') mit jeder Matrix (x) vertauschbar ist, so ist nach (9.) § 5

$$(7.)\qquad (\xi)^n = \left((\tfrac{e}{h}\chi')(x)\right)^n = (\tfrac{e}{h}\chi')^n (x)^n = (\tfrac{e}{h}\chi')(x)^n.$$

Multiplicirt man daher die Relation (5.) § 4 mit (x), so erhält man

$$(8.)\qquad (\xi)^{f+1} - (\xi)^f\Phi_1 + (\xi)^{f-1}\Phi_2 - \cdots + (-1)^f(\xi)\Phi_f = 0,$$

wo nach (3.)

$$(9.)\qquad \Phi_n = \Phi_n(x) = \Phi_n(\xi)$$

ist, oder kürzer

$$(\xi)\,\Phi(x-(\xi)\varepsilon) = 0.$$

Mithin ist $u\Phi(x-u\varepsilon)$ durch $G(u)$ theilbar, also gleich $G(u)$, und folglich ist (8.) die Gleichung niedrigsten Grades, der die Matrix (ξ) genügt.

Ohne die Relation (5.) § 4 zu benutzen, kann man diesen Satz auch so einsehen: Die Function $G(u)$ wird erhalten, indem man die Determinante h^{ten} Grades $(\xi_{PQ^{-1}} - u\varepsilon_{PQ^{-1}})$ durch den grössten gemeinsamen Divisor ihrer Unterdeterminanten $(h-1)^{\text{ten}}$ Grades dividirt. Sind die h Variabelen x_R unabhängig, so folgt aus der Gleichung (1.) § 5, dass die Unterdeterminanten $(h-1)^{\text{ten}}$ Grades von $\Theta(x)$ alle durch $\Phi(x)^{e-1}$ theilbar sind. Daher sind die Unterdeterminanten von $\Theta(\xi-u\varepsilon)$ alle durch $\Phi(\xi-u\varepsilon)^{e-1} = \Phi(x-u\varepsilon)^{e-1}$, also auch durch $(u-u_1)^{e-1}$, theilbar und nicht durch eine höhere Potenz von $u-u_1$, weil sonst $\Theta(\xi-u\varepsilon)$ durch eine höhere als die e^{te} Potenz von $u-u_1$ theilbar sein müsste. Mittelst derselben Sätze ergiebt sich aus den Gleichungen (9.), § 5 und (6.), dass der Rang der Matrix (χ) gleich ef ist, wie ich *Ch.* § 5 ausführlicher gezeigt habe. Daher ist auch der Rang der Matrix

$$(10.)\qquad (\xi) = (\tfrac{e}{h}\chi')(x) = (x)(\tfrac{e}{h}\chi')$$

gleich ef. Folglich verschwinden $h-ef$ Elementartheiler der charakteristischen Determinante von (ξ) für $u=0$, und weil das Product

derselben nach (6.) gleich u^{h-ef} ist, so muss jeder von ihnen linear sein. Mithin enthält der grösste gemeinsame Divisor der Unterdeterminanten $(h-1)^{\text{ten}}$ Grades jener Determinante den Factor u genau in der $(h-ef-1)^{\text{ten}}$ Potenz, und demnach muss

$$(-1)^f G(u) = u\,\Phi(x-u\varepsilon)$$

sein.

§ 9.

Nach diesen Vorbereitungen wende ich mich nun zum Beweise des Fundamentalsatzes der Theorie der Gruppendeterminanten:

Der Exponent der Potenz, worin die Gruppendeterminante einen Primfactor enthält, ist dem Grade des Factors gleich.

Den Fall $f = 1$ habe ich bereits in § 2 erledigt. Wegen der Schwierigkeit des allgemeinen Beweises schicke ich noch die besonderen Fälle $f = 2$ und 3 voraus.

Ist $f = 2$, so ist

$$2\Phi(x) = S_1^2 - S_2, \tag{1.}$$

und der entsprechende Charakter χ genügt den Relationen $\chi(A, B, C) = 0$ oder

$$\chi(A)\chi(B)\chi(C) - \chi(A)\chi(BC) - \chi(B)\chi(AC) - \chi(C)\chi(AB) + \chi(ABC) + \chi(ACB) = 0. \tag{2.}$$

In dieser Gleichung ersetze ich B durch BC^{-1} und summire dann nach C über die h Elemente von $\mathfrak{H}$ (oder man summire in (2.) über alle Elemente B, C, die der Bedingung $BC = B'$ genügen, wo B' ein festes Element ist). Mit Hülfe der Formeln (7.) § 5 und (3.) § 7 findet man

$$\frac{h}{e}\chi(A)\chi(B) - h\chi(A)\chi(B) - \frac{h}{e}\chi(AB) - \frac{h}{e}\chi(AB) + h\chi(AB) + \frac{h}{f}\chi(A)\chi(B) = 0,$$

also weil $f = 2$ ist,

$$\left(\frac{h}{e} - \frac{h}{f}\right)\left(\chi(A)\chi(B) - 2\chi(AB)\right) = 0.$$

Daher ist $e = f$, weil nicht für je zwei Elemente

$$\chi(A)\chi(B) - 2\chi(AB) = 0$$

sein kann. Denn sonst erhielte man, indem man diese Gleichung mit $x_A x_B$ multiplicirt und nach A und B summirt, $S_1^2 - 2S_2 = 0$. Nach (1.) wäre also $4\Phi = S_1^2$, während Φ unzerlegbar ist.

Ist $f = 3$, so ist

$$6\Phi = S_1^3 - 3S_1S_2 + 2S_3, \tag{3.}$$

und der entsprechende Charakter genügt den Relationen $\chi(A, B, C, D) = 0$ ((20.) § 3). Ersetzt man darin C durch CD^{-1} und summirt dann nach D, so erhält man

$$\frac{h}{e}(\chi(A)\chi(B)\chi(C)-\chi(B)\chi(AC)-\chi(A)\chi(BC)-\chi(A)\chi(BC)-\chi(B)\chi(AC)$$
$$-\chi(C)\chi(AB)+\chi(ABC)+\chi(ACB)+\chi(ABC)+\chi(ABC)+\chi(ACB)+\chi(ACB))$$
$$+h(-\chi(A)\chi(B)\chi(C)+\chi(C)\chi(AB)+\chi(A)\chi(BC)+\chi(B)\chi(AC)-\chi(ABC)-\chi(ACB))$$
$$+\frac{h}{f}(\chi(A)\chi(B)\chi(C)+\chi(A)\chi(B)\chi(C)-\chi(B)\chi(AC)-\chi(A)\chi(BC)-\chi(C)\chi(AB)$$
$$-\chi(C)\chi(AB))=0,$$

also wenn man den Factor h durch $3\frac{h}{f}$ ersetzt,

$$(4.)\quad \left(\frac{h}{e}-\frac{h}{f}\right)(\chi(A)\chi(B)\chi(C)-2\chi(A)\chi(BC)-2\chi(B)\chi(AC)-\chi(C)\chi(AB)$$
$$+3\chi(ABC)+3\chi(ACB))=0.$$

Wäre nun der zweite Factor immer Null, so erhielte man, indem man mit $x_A x_B x_C$ multiplicirt und summirt, $S_1^3-5S_1S_2+6S_3=0$, und indem man mittelst dieser Gleichung S_3 aus (3.) eliminirt, $9\Phi=S_1(S_1^2-2S_2)$, während Φ unzerlegbar ist. Daher ist $e=f=3$.

Im allgemeinen Falle genügt der Charakter χ den Relationen

$$\chi(A, B, C, \cdots Q, R, S)=0,$$

wo $A, B, \cdots R, S$ irgend $f+1$ Elemente sind, oder kurz

$$\Sigma^{(f+1)}(\Pi-\chi)=0.$$

In jedem der $(f+1)!$ Glieder dieser Summe ersetze ich R durch RS^{-1} und summire dann noch S. Jedes Glied entspricht einer gewissen Permutation von $f+1$ Symbolen, die in cyklische Factoren zerlegt ist. In Bezug auf diese Permutation unterscheide ich drei Fälle:

1. R und S kommen in zwei verschiedenen Cyklen der Permutation vor, z. B.

$$(-\chi(ABCD\cdots FR))(-\chi(S))(-\chi(G\cdots K))\cdots.$$

Ersetzt man R durch RS^{-1} und summirt dann nach S, so erhält man nach (7.) § 5

$$-\frac{h}{e}(-\chi(ABCD\cdots FR))(-\chi(G\cdots K))\cdots.$$

Dasselbe Resultat ergiebt sich in derselben Weise aus dem Gliede

$$(-\chi(BCD\cdots FR))(-\chi(SA))(-\chi(G\cdots K))\cdots$$

und aus

$$(-\chi(CD\cdots FR))(-\chi(SAB))(-\chi(G\cdots K))\cdots$$

u. s. w. und schliesslich aus

$$(-\chi(R))(-\chi(SABCD\cdots F))(-\chi(G\cdots K))\cdots,$$

aber aus keinem anderen Gliede. Ist also r die Anzahl der Elemente $ABCD\cdots FR$, so erhält man auf diesem Wege

derselben nach (6.) gleich u^{h-ef} ist, so muss jeder von ihnen linear sein. Mithin enthält der grösste gemeinsame Divisor der Unterdeterminanten $(h-1)^{\text{ten}}$ Grades jener Determinante den Factor u genau in der $(h-ef-1)^{\text{ten}}$ Potenz, und demnach muss

$$(-1)^f G(u) = u\Phi(x-u\varepsilon)$$

sein.

§ 9.

Nach diesen Vorbereitungen wende ich mich nun zum Beweise des Fundamentalsatzes der Theorie der Gruppendeterminanten:

Der Exponent der Potenz, worin die Gruppendeterminante einen Primfactor enthält, ist dem Grade des Factors gleich.

Den Fall $f = 1$ habe ich bereits in § 2 erledigt. Wegen der Schwierigkeit des allgemeinen Beweises schicke ich noch die besonderen Fälle $f = 2$ und 3 voraus.

Ist $f = 2$, so ist

$$(1.)\qquad 2\Phi(x) = S_1^2 - S_2,$$

und der entsprechende Charakter χ genügt den Relationen $\chi(A.B,C) = 0$ oder

$$(2.)\qquad \chi(A)\chi(B)\chi(C)-\chi(A)\chi(BC)-\chi(B)\chi(AC)-\chi(C)\chi(AB)+\chi(ABC)+\chi(ACB) = 0.$$

In dieser Gleichung ersetze ich B durch BC^{-1} und summire dann nach C über die h Elemente von $\mathfrak{H}$ (oder man summire in (2.) über alle Elemente B, C, die der Bedingung $BC = B'$ genügen, wo B' ein festes Element ist). Mit Hülfe der Formeln (7.) § 5 und (3.) § 7 findet man

$$\frac{h}{e}\chi(A)\chi(B)-h\chi(A)\chi(B)-\frac{h}{e}\chi(AB)-\frac{h}{e}\chi(AB)+h\chi(AB)+\frac{h}{f}\chi(A)\chi(B) = 0,$$

also weil $f = 2$ ist,

$$\left(\frac{h}{e}-\frac{h}{f}\right)(\chi(A)\chi(B)-2\chi(AB)) = 0.$$

Daher ist $e = f$, weil nicht für je zwei Elemente

$$\chi(A)\chi(B)-2\chi(AB) = 0$$

sein kann. Denn sonst erhielte man, indem man diese Gleichung mit $x_A x_B$ multiplicirt und nach A und B summirt, $S_1^2-2S_2 = 0$. Nach (1.) wäre also $4\Phi = S_1^2$, während Φ unzerlegbar ist.

Ist $f = 3$, so ist

$$(3.)\qquad 6\Phi = S_1^3-3S_1S_2+2S_3,$$

und der entsprechende Charakter genügt den Relationen $\chi(A,B,C,D) = 0$ ((20.) § 3). Ersetzt man darin C durch CD^{-1} und summirt dann nach D, so erhält man

$$\frac{h}{e}(\chi(A)\chi(B)\chi(C)-\chi(B)\chi(AC)-\chi(A)\chi(BC)-\chi(A)\chi(BC)-\chi(B)\chi(AC)$$
$$-\chi(C)\chi(AB)+\chi(ABC)+\chi(ACB)+\chi(ABC)+\chi(ABC)+\chi(ACB)+\chi(ACB))$$
$$+h(-\chi(A)\chi(B)\chi(C)+\chi(C)\chi(AB)+\chi(A)\chi(BC)+\chi(B)\chi(AC)-\chi(ABC)-\chi(ACB))$$
$$+\frac{h}{f}(\chi(A)\chi(B)\chi(C)+\chi(A)\chi(B)\chi(C)-\chi(B)\chi(AC)-\chi(A)\chi(BC)-\chi(C)\chi(AB)$$
$$-\chi(C)\chi(AB))=0,$$

also wenn man den Factor h durch $3\frac{h}{f}$ ersetzt,

$$(4.)\quad \left(\frac{h}{e}-\frac{h}{f}\right)(\chi(A)\chi(B)\chi(C)-2\chi(A)\chi(BC)-2\chi(B)\chi(AC)-\chi(C)\chi(AB)$$
$$+3\chi(ABC)+3\chi(ACB))=0.$$

Wäre nun der zweite Factor immer Null, so erhielte man, indem man mit $x_A x_B x_C$ multiplicirt und summirt, $S_1^3-5S_1S_2+6S_3=0$, und indem man mittelst dieser Gleichung S_3 aus (3.) eliminirt, $9\Phi = S_1(S_1^2-2S_2)$, während Φ unzerlegbar ist. Daher ist $e=f=3$.

Im allgemeinen Falle genügt der Charakter χ den Relationen

$$\chi(A,B,C,\cdots Q,R,S)=0,$$

wo $A,B,\cdots R,S$ irgend $f+1$ Elemente sind, oder kurz

$$\Sigma^{(f+1)}(\Pi-\chi)=0.$$

In jedem der $(f+1)!$ Glieder dieser Summe ersetze ich R durch RS^{-1} und summire dann noch S. Jedes Glied entspricht einer gewissen Permutation von $f+1$ Symbolen, die in cyklische Factoren zerlegt ist. In Bezug auf diese Permutation unterscheide ich drei Fälle:

1. R und S kommen in zwei verschiedenen Cyklen der Permutation vor, z. B.

$$(-\chi(ABCD\cdots FR))(-\chi(S))(-\chi(G\cdots K))\cdots.$$

Ersetzt man R durch RS^{-1} und summirt dann nach S, so erhält man nach (7.) § 5

$$-\frac{h}{e}(-\chi(ABCD\cdots FR))(-\chi(G\cdots K))\cdots.$$

Dasselbe Resultat ergiebt sich in derselben Weise aus dem Gliede

$$(-\chi(BCD\cdots FR))(-\chi(SA))(-\chi(G\cdots K))\cdots$$

und aus

$$(-\chi(CD\cdots FR))(-\chi(SAB))(-\chi(G\cdots K))\cdots$$

u. s. w. und schliesslich aus

$$(-\chi(R))(-\chi(SABCD\cdots F))(-\chi(G\cdots K))\cdots,$$

aber aus keinem anderen Gliede. Ist also r die Anzahl der Elemente $ABCD\cdots FR$, so erhält man auf diesem Wege

(5.) $$-\frac{h}{e}\Sigma^{(f)} r(\Pi-\chi).$$

Die $f!$ Glieder dieser Summe sind in analoger Weise wie die der Summe (19.) § 3 aus den $f!$ Permutationen der f Elemente $A, B, C, \cdots Q, R$ gebildet. Nur erhält in dieser Summe, worin das Element R bevorzugt ist, jedes Glied $(\Pi-\chi)$ noch einen Zahlenfactor r. Dieser ist gleich der Anzahl der Elemente des Cyklus, worin R vorkommt (vergl. (4.)).

2. R und S kommen beide in demselben Cyklus der Permutation vor, und zwar folgt S in dem Cyklus unmittelbar auf R (es kann also auch S das erste und R das letzte Element des Cyklus sein), z. B.

$$(-\chi(AB\cdots FRS))(-\chi(G\cdots K))\cdots.$$

Ersetzt man R durch RS^{-1} und summirt dann nach S, so erhält man

$$h(-\chi(AB\cdots FR))(-\chi(G\cdots K))\cdots,$$

und zwar jedes Glied nur einmal, also im Ganzen

(6.) $$h\Sigma^{(f)}(\Pi-\chi).$$

3. R und S kommen beide in demselben Cyklus vor, ohne dass S unmittelbar auf R folgt, z. B.

$$(-\chi(A\cdots RBCD\cdots FS))(-\chi(G\cdots K))((-\chi(L\cdots N))\cdots.$$

Ersetzt man R durch RS^{-1} und summirt dann nach S, so erhält man nach (3.) § 7

$$-\frac{h}{f}(-\chi(A\cdots R))(-\chi(BCD\cdots F))(-\chi(G\cdots K))(-\chi(L\cdots N))\cdots.$$

Dasselbe Resultat ergiebt sich in derselben Weise aus dem Gliede

$$(-\chi(A\cdots RCD\cdots FBS))(-\chi(G\cdots K))(-\chi(L\cdots N))\cdots,$$

das durch cyklische Vertauschung der zwischen R und S stehenden Elemente $BCD\cdots F$ aus dem obigen hervorgeht. Die Anzahl der cyklischen Vertauschungen, die man so ausführen kann, ist gleich der Anzahl der Elemente $BCD\cdots F$. Ferner ergiebt sich dasselbe Resultat aus dem Gliede

$$(-\chi(A\cdots RG\cdots KS))(-\chi(BCD\cdots F))(-\chi(L\cdots N))\cdots.$$

Auch hier kann man noch die zwischen R und S stehenden Elemente $G\cdots K$ cyklisch vertauschen, was auf so viele Arten möglich ist, wie die Anzahl der Elemente $G\cdots K$ beträgt.

Dasselbe Resultat ergiebt sich aus dem Gliede

$$(-\chi(A\cdots RL\cdots NS))(-\chi(BCD\cdots F))(-\chi(G\cdots K))\cdots$$

u. s. w., im Ganzen also auf so viele Arten, wie die Anzahl der Ele-

mente $BCD \cdots FG \cdots KL \cdots N \cdots$ beträgt und nicht auf mehr Arten, also auf $f-r$ Arten, wenn, wie oben, die Anzahl der Elemente $A \cdots R$ mit r bezeichnet wird. Demnach erhält man

$$(7.) \qquad -\frac{h}{f}\Sigma^{(f)}(f-r)(\Pi-\chi).$$

Vereinigt man die drei Ausdrücke (5.), (6.) und (7.), so ergiebt sich die Gleichung

$$(8.) \qquad \left(\frac{h}{f}-\frac{h}{e}\right)(\Sigma^{(f)} r(\Pi-\chi)) = 0\,.$$

Mithin ist $e = f$, wenn man zeigen kann, dass nicht für je f Elemente $AB \cdots QR$

$$\Sigma^{(f)} r(\Pi-\chi) = 0$$

ist. Multiplicirt man diese Gleichung mit $x_A x_B \cdots x_Q x_R$ und summirt nach jedem der f Elemente $A, B, \cdots Q, R$, so erhält man eine Relation zwischen $S_1, S_2, \cdots S_f$. Diese ist nicht identisch (ohne Rücksicht auf die Bedeutung von $S_1, S_2, \cdots S_f$) erfüllt, da sie in Bezug auf S_f linear ist und der Coefficient von S_f eine nicht verschwindende ganze Zahl ist. Ich werde aber zeigen, dass $S_1, S_2, \cdots S_f$ f unabhängige Functionen der h Variabelen x_R sind, dass also zwischen ihnen keine Relation besteht, deren Coefficienten von den Variabelen x_R unabhängig sind. Daraus folgt dann, dass auch $\Phi_1, \Phi_2, \cdots \Phi_f$ unabhängig sind, und ebenso $u_1, u_2, \cdots u_f$.

Bestände zwischen den f Functionen $S_1, S_2, \cdots S_f$ der h unabhängigen Variabelen x_R eine Gleichung, so würde sich, indem man sie nach x_R differentiirt, eine Relation der Form

$$\Psi_1 \frac{\partial S_1}{\partial x_R} + \Psi_2 \frac{\partial S_2}{\partial x_R} + \cdots + \Psi_f \frac{\partial S_f}{\partial x_R} = 0$$

ergeben, wo $\Psi_1, \Psi_2, \cdots \Psi_f$ ganze Functionen der h Variabelen sind, die von R unabhängig sind. Nun ist aber

$$S_n = \sum_{R_1, R_2, R_3, \ldots R_n} \chi(R_1 R_2 R_3 \cdots R_n)\, x_{R_1} x_{R_2} x_{R_3} \cdots x_{R_n}$$

und folglich

$$\frac{\partial S_n}{\partial x_R} = \sum_{R_2, R_3, \cdots R_n} \chi(R R_2 R_3 \cdots R_n)\, x_{R_2} x_{R_3} \cdots x_{R_n}$$

$$+ \sum_{R_1, R_3, \cdots R_n} \chi(R_1 R R_3 \cdots R_n)\, x_{R_1} x_{R_3} \cdots x_{R_n} + \cdots$$

$$+ \sum_{R_1, R_2, \cdots R_{n-1}} \chi(R_1 R_2 \cdots R_{n-1} R)\, x_{R_1} x_{R_2} \cdots x_{R_{n-1}},$$

also da $\chi(ABC \cdots F)$ bei cyklischer Vertauschung der Elemente ungeändert bleibt,

$$(9.)\qquad \frac{\partial S_n}{\partial x_R} = n \sum_{R_1, R_2, \cdots R_{n-1}} \chi(RR_1R_2 \cdots R_{n-1})\, x_{R_1} x_{R_2} \cdots x_{R_{n-1}}$$

oder nach (6.) § 1 und (7.) § 8

$$(10.)\qquad \frac{\partial S_n}{\partial x_R} = n \sum_S \chi(RS)\, x_S^{(n-1)} = \frac{nh}{e}\, \xi_{R^{-1}}^{(n-1)},$$

wo $\xi_R^{(n)}$ aus den Grössen ξ_R in derselben Weise gebildet ist wie $x_R^{(n)}$ aus den Grössen x_R. Speciell ist

$$(11.)\qquad \frac{\partial S_n}{\partial x_E} = n\, S_{n-1}.$$

Setzt man diese Ausdrücke in die obige Relation ein, so erhält man, falls man noch R durch R^{-1} ersetzt,

$$\Psi_1 \frac{e}{h} \chi(R^{-1}) + 2\Psi_2\, \xi_R + 3\Psi_3\, \xi_R^{(2)} + \cdots + f\Psi_f \xi_R^{(f-1)} = 0.$$

Setzt man $R = PQ^{-1}$, so wird dies eine Gleichung zwischen Matrizen, die, mit (x) multiplicirt, lautet

$$(\xi)\, \Psi_1 + 2(\xi)^2 \Psi_2 + 3(\xi)^3 \Psi_3 + \cdots + f(\xi)^f \Psi_f = 0.$$

Ich habe aber in § 8 gezeigt, dass die Gleichung niedrigsten Grades, der die Matrix (ξ) genügt, vom Grade $f+1$ ist. Der zweite Factor des Ausdrucks (8.) kann also nicht für jedes System von f Elementen verschwinden, und mithin muss

$$(12.)\qquad e = f$$

sein.

§ 10.

Sind x_R und y_R zwei Systeme von je h Variabelen, so ist nach § 6 die Matrix $(x_{PQ^{-1}})$ mit der Matrix $(y_{Q^{-1}P})$ vertauschbar, und folglich ist die Determinante

$$(1.)\qquad \left| u x_{PQ^{-1}} + v y_{Q^{-1}P} + w \varepsilon_{PQ^{-1}} \right|$$

ein Product von h linearen Functionen der drei Variabelen u, v, w von der Form $ua_\alpha + vb_\alpha + w$. Hier sind $a_1, a_2, a_3 \cdots$ die h Wurzeln der Matrix $(x_{PQ^{-1}})$ und $b_1, b_2, b_3, \cdots$ die der Matrix $(y_{Q^{-1}P})$ oder, was nach § 6 dasselbe ist, der Matrix $(y_{PQ^{-1}})$. Es fragt sich nun, in welcher Weise die Wurzeln dieser beiden Matrizen einander zugeordnet werden müssen, damit $ua_\alpha + vb_\alpha + w$ ein Linearfactor der Determinante (1.) sei. Ich setze

$$\sum_R x_R \chi(RS^{-1}) = \frac{h}{e}\, \xi_S, \qquad \sum_R y_R \chi(RS^{-1}) = \frac{h}{e}\, \eta_S,$$

ferner

$$(x_{PQ^{-1}}) = (x), \qquad (\xi_{PQ^{-1}}) = (\xi), \qquad (y_{Q^{-1}P}) = (\bar{y}), \qquad (\eta_{Q^{-1}P}) = (\bar{\eta}),$$

wobei immer P die Zeilen und Q die Spalten der Matrix bezeichnet.

Dann ist

$$(\frac{e}{h}\chi')(x) = (x)(\frac{e}{h}\chi') = (\xi), \qquad (\frac{e}{h}\chi')(\bar{y}) = (\bar{y})(\frac{e}{h}\chi') = (\bar{\eta}).$$

Die k verschiedenen Charaktere χ unterscheide ich durch obere Indices $\chi^{(\varkappa)}$ $(\varkappa = 0, 1, \cdots k-1)$. Die dem Charakter $\chi^{(\varkappa)}$ entsprechenden Matrizen (ξ) und $(\bar{\eta})$ bezeichne ich mit $(\xi^{(\varkappa)})$ und $(\bar{\eta}^{(\varkappa)})$. Sind dann $\varkappa$ und λ verschieden, so folgt aus (9.) § 5

$$(2.)\quad (\xi^{(\varkappa)})(\xi^{(\lambda)}) = 0, \quad (\bar{\eta}^{(\varkappa)})(\bar{\eta}^{(\lambda)}) = 0, \quad (\xi^{(\varkappa)})(\bar{\eta}^{(\lambda)}) = 0, \quad (\bar{\eta}^{(\varkappa)})(\xi^{(\lambda)}) = 0.$$

Nach Gleichung (5.) § 7 ist

$$\sum_{\varkappa}(\frac{e^{(\varkappa)}}{h}\chi') = (\varepsilon)$$

und mithin

$$\sum(\xi^{(\varkappa)}) = (x), \qquad \sum_{\varkappa}(\bar{\eta}^{(\varkappa)}) = (y).$$

Entwickelt man also das Product der k Matrizen

$$\prod_{\varkappa}\Big(u(\xi^{(\varkappa)}) + v(\bar{\eta}^{(\varkappa)}) + w(\varepsilon)\Big)$$

nach Potenzen von w, so erhält man

$$w^{k}(\varepsilon) + w^{k-1}\big(u(x) + v(y)\big),$$

während die übrigen Glieder nach (2.) verschwinden. Zwischen den Determinanten dieser Matrizen ergiebt sich daher die Beziehung

$$(3.)\quad \prod_{\varkappa}|u\,\xi^{(\varkappa)}_{PQ^{-1}} + v\,\eta^{(\varkappa)}_{Q^{-1}P} + w\,\varepsilon_{PQ^{-1}}| = w^{h(k-1)}|u\,x_{PQ^{-1}} + v\,y_{Q^{-1}P} + w\,\varepsilon_{PQ^{-1}}|$$

(vergl. die analoge Entwicklung V. S. 610). Irgend einer der k Factoren der linken Seite sei

$$(4.)\qquad |u\,\xi_{PQ^{-1}} + v\,\eta_{Q^{-1}P} + w\,\varepsilon_{PQ^{-1}}|.$$

Wie die rechte Seite zeigt, ist diese Determinante gleich einer Potenz von w, multiplicirt mit einer Anzahl der linearen Factoren $ua_\alpha + vb_\alpha + w$ der Determinante (1). Andererseits kann man die Determinante (4.) als einen speciellen Fall der Determinante (1.) betrachten: Die Wurzeln der Matrix (ξ) sind nach (5.) § 8 die f Wurzeln $u_1, u_2, \cdots u_f$ der Gleichung $\Phi(x-u\varepsilon) = 0$, jede e Mal gezählt, und ausserdem $(h-ef)$ Mal gezählt die Zahl 0. Ebenso sind die Wurzeln der Matrix $(\bar{\eta})$, die Zahl 0 und die Wurzeln $v_1, v_2, \cdots v_f$ der Gleichung $\Phi(y-v\varepsilon) = 0$. Daher ist die Determinante (4.) ein Product von linearen Factoren $au + bv + w$, wo a eine der $f+1$ Grössen $0, u_1, u_2, \cdots u_f$ und b eine der $f+1$ Grössen $0, v_1, v_2, \cdots v_f$ ist. Eine Combination, wie $a = u_1$, $b = 0$, kann aber, wie die rechte Seite der Gleichung (3.) zeigt, nicht vorkommen. Abgesehen von einer Potenz von w enthält daher die Determinante (4.)

nur noch lineare Factoren der Form $u u_\alpha + v v_\beta + w$, worin u_α eine der f Grössen $u_1, u_2 \cdots u_f$ und v_β eine der f Grössen $v_1, v_2, \cdots v_f$ ist. Nun ist

$$u(\xi) + v(\overline{\eta}) = (\frac{e}{h}\chi')(u(x) + v(\overline{y})),$$

und daher hat diese Matrix den Rang ef. Mithin enthält die Determinante den Factor w mindestens in der Potenz $h - ef$, aber auch in keiner höheren, weil dies nach (5.) § 8 nicht einmal für $v = 0$ der Fall ist. Die übrigen ef Linearfactoren sind demnach alle von der Form $u u_\alpha + v v_\beta + w$. Sei $u u_1 + v v_1 + w$ einer derselben. Betrachtet man die h Grössen y_R, also die f Grössen v_β als constant, so hat die Determinante (4.), als Function von w betrachtet, mit der irreducibelen Function $\Phi(u x_E + v v_1 + w, u x_A, u x_B, \cdots)$ den Linearfactor $u u_1 + v v_1 + w$ gemeinsam. Folglich hat sie alle Factoren $u u_\alpha + v v_1 + w$ ($\alpha = 1, 2, \cdots f$) mit ihr gemeinsam. Ebenso erkennt man, dass die Determinante die f^2 linearen Functionen

$$u u_\alpha + v v_\beta + w \qquad (\alpha, \beta = 1, 2, \cdots f)$$

sämmtlich enthält, und jeden gleich oft. Kommt jeder Factor m Mal vor, so ist $ef = mf^2$, also $e = fm$. Auf diese Weise kann man daher, ohne das Resultat des § 9 zu benutzen, nachweisen, dass e durch f theilbar ist. Nach diesem ist aber $e = f$, und mithin ist $m = 1$, also

$$(5.) \qquad \left| u\,\xi_{PQ^{-1}} + v\,\eta_{Q^{-1}P} + w\,\varepsilon_{PQ^{-1}} \right| = w^{h-ef} \prod_{\alpha,\beta}{}_1^f (u u_\alpha + v v_\beta + w).$$

Durch diese Betrachtung ist nun die Art bestimmt, wie man die Wurzeln der beiden Matrizen (x) und (y) einander zuordnen muss, um die linearen Factoren der Determinante (1.) zu erhalten. Sind Φ und Φ' zwei verschiedene Primfactoren von Θ, so ist jede Wurzel der Gleichung $\Phi(x - w\varepsilon) = 0$ mit jeder Wurzel der Gleichung $\Phi(y - w\varepsilon) = 0$ zu combiniren, aber mit keiner Wurzel der Gleichung $\Phi'(y - w\varepsilon) = 0$. Die Allgemeinheit der erhaltenen Formel wird nicht vermindert, wenn man $u = v = 1$ und $w = 0$ setzt. Ist

$$(6.) \qquad \Psi(x, y) = \prod_{\alpha,\beta}{}_1^f (u_\alpha + v_\beta)$$

die Resultante der beiden Functionen $\Phi(x - \varepsilon w)$ und $\Phi(y + \varepsilon w)$ der Variabelen w, so ist

$$(7.) \qquad \left| x_{PQ^{-1}} + y_{Q^{-1}P} \right| = \Pi\, \Psi(x, y).$$

Könnte man direct beweisen, dass diese Determinante, als Function der $2h$ unabhängigen Variabelen x_R, y_R betrachtet, keinen mehrfachen Factor besitzt, so wäre damit für die Gleichung $e = f$ ein neuer Beweis geliefert. Setzt man die h Grössen $y_R = 0$, so wird $\Psi(x, y) = \Phi(x)^f$.

Auf diesem Wege erlangt man eine tiefere Einsicht in den Grund der merkwürdigen Erscheinung, dass die Gruppendeterminante jeden Primfactor in einer Potenz enthält, deren Exponent dem Grade des Factors gleich ist.

Von besonderem Interesse ist der specielle Fall, wo $y_R = -x_R$ ist. Dann ist die Determinante

$$|x_{PQ^{-1}} - x_{Q^{-1}P} + w\varepsilon_{PQ^{-1}}| = w^s \Pi \Psi, \tag{8.}$$

wo

$$\Psi = \prod_{\alpha > \beta} \left(w - (u_\beta - u_\alpha)^2\right) \tag{9.}$$

und

$$s = \Sigma f \tag{10.}$$

ist. Der Gleichung $\Psi = 0$ genügen also die Quadrate der Differenzen der Wurzeln der Gleichung $\Phi(x - w\varepsilon) = 0$. Ich will nun zeigen, dass die für $w = 0$ verschwindenden Elementartheiler jener Determinante alle linear sind, oder, was dasselbe ist, dass der Rang r der Matrix

$$(x_{PQ^{-1}} - x_{Q^{-1}P}) \tag{11.}$$

gleich

$$r = h - s \tag{12.}$$

ist. Nach Formel (8.) ist $r \geq h - s$. Da die beiden Matrizen (x) und $(x)^n$ mit einander vertauschbar sind, so ist

$$x_A^{(n+1)} = \Sigma\, x_R x_S^{(n)} = \Sigma\, x_R^{(n)} x_S \qquad (RS = A)$$

oder

$$x_A^{(n+1)} = \sum_R x_{AR^{-1}} x_R^{(n)} = \sum_R x_R^{(n)} x_{R^{-1}A},$$

also

$$\sum_R (x_{AR^{-1}} - x_{R^{-1}A})\, x_R^{(n)} = 0.$$

Setzt man für A der Reihe nach alle h Elemente von $\mathfrak{H}$, so ist

$$\sum_R (x_{AR^{-1}} - x_{R^{-1}A})\, y_R = 0 \tag{13.}$$

ein System von h linearen Gleichungen zwischen den h Unbekannten y_R. Der Rang der von ihren Coefficienten gebildeten Matrix ist r. Mithin bildet das vollständige System ihrer Lösungen eine Matrix vom Range $h - r$, und der Rang irgend eines Systems ihrer Lösungen, z. B. des Systems

$$y_R = x_R^{(n)} \qquad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

ist $\leq h - r$. Enthält die charakteristische Determinante $|x_{PQ^{-1}} - u\varepsilon_{PQ^{-1}}|$ der Matrix (x) irgend einen Linearfactor $u - u_1$ in der e^{ten} Potenz, so enthält ihn nach § 8 der grösste gemeinsame Divisor ihrer Unterdeterminanten $(h-1)^{\text{ten}}$ Grades in der $(e-1)^{\text{ten}}$ Potenz. Folglich ist die

Gleichung niedrigsten Grades, der die Matrix (x) genügt, vom Grade $\Sigma f = s$, nämlich $G((x)) = 0$, wo

$$(-1)^s G(u) = \Pi\,\Phi(x - u\varepsilon)$$

ist. Daher sind die Matrizen $(x)^0, (x)^1, \cdots (x)^{s-1}$ linear unabhängig, also sind auch die s Lösungen

$$(14.)\qquad y_R = x_R^{(n)} \qquad (n = 0, 1, 2, \cdots s-1)$$

unabhängig, und mithin ist $s \leq h - r$. Folglich ist $r = h - s$, und die Grössen (14.) bilden ein vollständiges System unabhängiger Lösungen der h linearen Gleichungen (13.), unter denen r unabhängig sind.

§ 11.

Nach den Gleichungen (9.) § 8 ist

$$(1.)\qquad \Phi(x) = \Phi(\xi),\quad \Phi_n(x) = \Phi_n(\xi).\quad S_n(x) = S_n(\xi),$$

also

$$(2.)\qquad n!\ \Phi_n(x) = \sum_{R_1, R_2, \cdots R_n} \chi(R_1, R_2, \cdots R_n)\,\xi_{R_1}\xi_{R_2}\cdots\xi_{R_n}$$

und

$$(3.)\qquad S_n(x) = \sum_{R_1, R_2, \cdots R_n} \chi(R_1 R_2 \cdots R_n)\,\xi_{R_1}\xi_{R_2}\cdots\xi_{R_n}.$$

Eine andere Darstellung ergiebt sich aus den Formeln (10.) § 9, nämlich

$$(4.)\qquad \frac{e}{h} S_n(x) = \xi_E^{(n)} = \sum_{R_1, R_2, \cdots R_n} \xi_{R_1}\xi_{R_2}\cdots\xi_{R_n}. \qquad (R_1 R_2 \cdots R_n = E)$$

Demnach lassen sich die Functionen S_n und Φ_n und speciell Φ selbst durch die h Variabelen

$$(5.)\qquad \xi_S = \frac{e}{h} \sum_R \chi(RS^{-1})\,x_R$$

ausdrücken, unter denen nur ef unabhängig sind, weil nach § 8 der Rang der Matrix, die von den Coefficienten dieser h linearen Functionen der h Variabelen x_R gebildet wird, gleich ef ist. Führt man diese Umformung für jeden Primfactor von Θ aus, so wird die Gruppendeterminante durch

$$(6.)\qquad \Sigma\, ef = h$$

neue Variabele ausgedrückt.

Man transformire jede der k Primfunctionen $\Phi, \Phi', \cdots$ einzeln durch eine lineare Substitution in eine Function von möglichst wenig neuen Variabelen. Ist ihre Anzahl für $\Phi, \Phi', \cdots$ gleich $g, g', \cdots$, so ist $g \leq ef$, $g' \leq e'f', \cdots$. Es könnte dann sein, dass sich die Functionen $\Phi, \Phi', \cdots$ insgesammt durch noch weniger als $g + g' + \cdots$ neue Variabele darstellen liessen, lineare Verbindungen der h unabhängigen Variabelen x_R. Wäre dies der Fall, oder wäre $g < ef$, oder $g' < e'f', \cdots$,

so liesse sich Θ durch eine lineare Substitution in eine Function von weniger als h Variabelen transformiren. Nun ist aber

$$\sum_R \frac{\partial l\Theta}{\partial x_R} x_{RA^{-1}} = \varepsilon_A h.$$

Differentiirt man diese Gleichung nach $x_{B^{-1}}$, so erhält man

$$\sum_R \frac{\partial^2 l\Theta}{\partial x_R \partial x_{B^{-1}}} x_{RA^{-1}} = -\frac{\partial l\Theta}{\partial x_{B^{-1}A}} = -\frac{h}{\Theta}\Theta_{B^{-1}, A^{-1}}$$

und mithin

$$\left|\frac{\partial^2 l\Theta}{\partial x_P \partial x_{Q^{-1}}}\right| \left|x_{PQ^{-1}}\right| = \left(-\frac{h}{\Theta}\right)^h \left|\Theta_{P,Q}\right|,$$

also

$$\left|\frac{\partial^2 l\Theta}{\partial x_P \partial x_{Q^{-1}}}\right| = \frac{(-h)^h}{\Theta^2} \tag{7.}$$

Könnte man aber Θ durch eine lineare Substitution in eine Function von weniger als h Variabelen transformiren, so müsste diese Determinante verschwinden. Folglich lässt sich Φ durch ef, aber nicht durch weniger als ef Variabele ausdrücken, die lineare Verbindungen der h Variabelen x_R sind, und die ef Variabelen von Φ, die $e'f'$ von $\Phi', \cdots$ sind alle von einander unabhängig.

In einer besonders einfachen Weise lässt sich Φ' durch die Variabelen ξ_R darstellen. Dazu benutze ich den folgenden Determinantensatz (vergl. meine Arbeit *Über das* PFAFF*'sche Problem,* CRELLE's Journal Bd. 82: § 4, I):

Ist r der Rang der Matrix

$$a_{\alpha\beta}, \qquad (\alpha, \beta, = 1, 2, \cdots n)$$

so verhalten sich die Determinanten r^{ten} Grades, die sich aus den Elementen von r Spalten dieser Matrix bilden lassen, wie die entsprechenden Determinanten r^{ten} Grades, die sich aus den Elementen von irgend r anderen Spalten dieser Matrix bilden lassen.

Dabei heissen zwei Determinanten entsprechende, wenn zu ihrer Bildung dieselben Zeilen und zwar in derselben Reihenfolge benutzt sind. Derselbe Satz gilt, wenn man die Zeilen und die Spalten vertauscht. Er lässt sich so verallgemeinern:

Ist die Matrix $(c_{\alpha\beta})$ aus den beiden Matrizen $(a_{\alpha\beta})$ und $(b_{\alpha\beta})$ zusammengesetzt, und ist r der Rang der Matrix $(a_{\alpha\beta})$, so verhalten sich die Determinanten r^{ten} Grades, die sich aus den Elementen von r Spalten der Matrix $(a_{\alpha\beta})$ bilden lassen, wie die entsprechenden Determinanten r^{ten} Grades, die sich aus den Elementen von irgend r Spalten der Matrix $(c_{\alpha\beta})$ bilden lassen.

Der Rang der Matrix

$$c_{\alpha\beta} = a_{\alpha 1} b_{1\beta} + a_{\alpha 2} b_{2\beta} + \cdots + a_{\alpha n} b_{n\beta}$$

ist dann höchstens gleich r. Eine Bedeutung hat aber dieser Satz nur, wenn der Rang von $(c_{\alpha\beta})$ gleich r ist. Dies muss der Fall sein, wenn die Determinante n^{ten} Grades $(b_{\alpha\beta})$ von Null verschieden ist.

Mit dem Zeichen

$$\left| a \begin{matrix} \alpha_1 \, \alpha_2 \cdots \alpha_r \\ \beta_1 \, \beta_2 \cdots \beta_r \end{matrix} \right|$$

bezeichne ich die Determinante r^{ten} Grades, gebildet aus den Elementen der Zeilen $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_r$ und der Spalten $\beta_1, \beta_2, \cdots \beta_r$ der Matrix $(a_{\alpha\beta})$, in der angegebenen Reihenfolge. Dann ist also das Verhältniss

$$\left| a \begin{matrix} \rho_1 \, \rho_2 \cdots \rho_r \\ \alpha_1 \, \alpha_2 \cdots \alpha_r \end{matrix} \right| : \left| c \begin{matrix} \rho_1 \, \rho_2 \cdots \rho_r \\ \beta_1 \, \beta_2 \cdots \beta_r \end{matrix} \right|$$

von der Wahl der Indices $\rho_1, \rho_2 \cdots \rho_r$ unabhängig.

Ist wieder $(c_{\alpha\beta}) = (a_{\alpha\beta})(b_{\alpha\beta})$, und ist r der Rang der Matrix $(b_{\alpha\beta})$, so verhalten sich die Determinanten r^{ten} Grades, die sich aus den Elementen von r Zeilen der Matrix $b_{\alpha\beta}$ bilden lassen, wie die entsprechenden Determinanten r^{ten} Grades, die sich aus den Elementen von irgend r Zeilen der Matrix $(c_{\alpha\beta})$ bilden lassen.

Diesen Satz wende ich auf die Matrix

$$(\xi) = (\tfrac{e}{h}\chi')(x) = (x)(\tfrac{e}{h}\chi') \tag{8.}$$

an. Der Rang der Matrix (χ') ist $g = ef$, ebenso der der Matrix (ξ). Daher gilt der obige Satz sowohl für die Zeilen, wie für die Spalten, und es ist

$$\left| \xi \begin{matrix} A_1 A_2 \cdots A_g \\ B_1 B_2 \cdots B_g \end{matrix} \right| = \left(\frac{e}{h}\right)^g \left| \chi' \begin{matrix} A_1 A_2 \cdots A_g \\ B_1 B_2 \cdots B_g \end{matrix} \right| \Psi,$$

wo Ψ von der Wahl der Elemente $A_1, A_2, \cdots A_g, B_1, B_2, \cdots B_g$ unabhängig ist. Vergleicht man in den Relationen

$$|\xi_{PQ^{-1}} + u\varepsilon_{PQ^{-1}}| = \Phi(x+u\varepsilon)^r u^{h-g}, \quad \left| \frac{e}{h}\chi'(PQ^{-1}) + u\varepsilon_{PQ^{-1}} \right| = (u+1)^g u^{h-g}$$

die Coefficienten von u^{h-g}, so ergiebt sich: Die Summe aller Hauptunterdeterminanten r^{ten} Grades ist für die Matrix (ξ) gleich $\Phi(x)^e$ und für die Matrix $(\frac{e}{h}\chi')$ gleich 1. Folglich ist $\Psi = \Phi^e$, also

$$\left| \xi \begin{matrix} A_1 A_2 \cdots A_g \\ B_1 B_2 \cdots B_g \end{matrix} \right| = \left(\frac{e}{h}\right)^g \left| \chi \begin{matrix} B_1 B_2 \cdots B_g \\ A_1 A_2 \cdots A_g \end{matrix} \right| \Phi(x)^e. \tag{9.}$$

Wählt man die $2g$ Elemente $A_1, B_1, \cdots A_g, B_g$ so, dass die hierin auftretende Determinante g^{ten} Grades der Matrix (χ) von Null verschieden ist, so ist die entsprechende Determinante der Matrix (ε) bis auf einen constanten Factor gleich Φ^e. Unter den von Null verschiedenen Determinanten r^{ten} Grades dieser beiden Matrizen giebt es auch Hauptunterdeterminanten (worin $B_1 = A_1, \cdots B_g = A_g$ ist), weil die Summe aller Hauptunterdeterminanten g^{ten} Grades nicht verschwindet.

In derselben Weise ergiebt sich die allgemeinere Formel

$$(10.)\qquad \left|\xi_{PQ^{-1}}+\eta_{Q^{-1}P}\right| = \left(\frac{e}{h}\right)^g \left|\chi(QP^{-1})\right| \Psi(x,y), \qquad \begin{pmatrix} P=A_1, A_2, \cdots A_g \\ Q=B_1, B_2, \cdots B_g \end{pmatrix}$$

wo $\Psi(x,y)$ dieselbe Bedeutung hat, wie in der Gleichung (6.) § 10.

§ 12.

Die Ermittlung der k Primfactoren, worin die Gruppendeterminante zerfällt, ist auf die Bestimmung der Constanten $\chi_\alpha^{(\varkappa)}$ zurückgeführt, die von der Auflösung einer Gleichung k^{ten} Grades abhängt. Ich will nun die algebraische und arithmetische Natur dieser Grössen näher untersuchen. Zunächst bestimme ich den algebraischen Körper, dem diese Zahlen angehören.

Sei $\mathfrak{G}$ eine Untergruppe von $\mathfrak{H}$, g ihre Ordnung, sei $h = gn$ und H die zu $\mathfrak{G}$ gehörige Gruppendeterminante. Seien $E, A, B, \cdots$ die g Elemente von $\mathfrak{G}$, und $L, M, \cdots$ die nicht in $\mathfrak{G}$ enthaltenen Elemente von $\mathfrak{H}$. Setzt man dann in Θ die Variabelen $x_L, x_M, \cdots$ alle gleich Null, so wird, wie ich *Ch.* § 7, (10.) gezeigt habe,

$$(1.)\qquad \Theta = \mathrm{H}^n.$$

Daher sind die Coefficienten derjenigen Glieder von Θ, die nur von $x_E, x_A, x_B, \cdots$ abhängen, den Coefficienten der entsprechenden Glieder von H^n gleich.

Ist $\mathfrak{G}$ eine commutative Gruppe, so ist H ein Product von g linearen Factoren

$$\mathrm{H} = (\Sigma\, \psi_1(R)x_R)(\Sigma\, \psi_2(R)x_R)\cdots,$$

und die Charaktere $\psi_1(R), \psi_2(R), \cdots$ sind alle vom ersten Grade, also Einheitswurzeln. Speciell ist $\psi_1(E) = \psi_2(E) = \cdots = 1$. Ist demnach Φ ein Primfactor f^{ten} Grades von Θ, so wird diese Function, wenn man darin $x_L = x_M = \cdots = 0$ setzt, gleich dem Producte von f dieser linearen Factoren, etwa

$$(2.)\qquad \Phi = (\Sigma\, \psi_1(R)x_R)(\Sigma\, \psi_2(R)x_R)\cdots(\Sigma\, \psi_f(R)x_R).$$

Ersetzt man x_E durch $x_E - u$, so erkennt man, dass die f Wurzeln der Gleichung $\Phi(x-u\varepsilon) = 0$, falls man $x_L = x_M = \cdots = 0$ setzt, ganze lineare Functionen der Variabelen $x_E, x_A, x_B, \cdots$ werden, etwa

$$(3.)\qquad u_\lambda = \sum_\lambda \psi_\lambda(R)x_R, \qquad (\lambda = 1, 2, \cdots f)$$

deren Coefficienten Einheitswurzeln sind. Ist also A eins der Elemente von $\mathfrak{G}$, so ist der Coefficient von $x_E^{f-1}x_A$ in $\Phi(x)$ gleich

$$(4.)\qquad \chi(A) = \psi_1(A) + \psi_2(A) + \cdots + \psi_f(A),$$

und diese Gleichung gilt auch für $A = E$. Sind ferner A und B

zwei Elemente von $\mathfrak{G}$, so ist, weil ψ_λ ein Charakter ersten Grades ist, $\psi_\lambda(AB) = \psi_\lambda(A)\psi_\lambda(B)$ und mithin

$$(5.)\qquad \chi(AB) = \psi_1(A)\psi_1(B) + \psi_2(A)\psi_2(B) + \cdots + \psi_f(A)\psi_f(B).$$

Daher hat die Matrix $(\chi(PQ^{-1}))$, die für die Gruppe $\mathfrak{H}$ den Rang ef hat, höchstens noch den Rang f, falls P und Q nur die Elemente von $\mathfrak{G}$ durchlaufen.

Ist A irgend ein Element von $\mathfrak{H}$, und m seine Ordnung, so bilden die Potenzen von A eine commutative Gruppe der Ordnung m. Wählt man diese für $\mathfrak{G}$, so werden die m Charaktere $\psi_1(A) = \rho_1$, $\psi_2(A) = \rho_2, \cdots$ alle m^{te} Wurzeln der Einheit. Mithin ist

$$(6.)\qquad \chi(A) = \rho_1 + \rho_2 + \cdots + \rho_f, \qquad \chi(A^n) = \rho_1^n + \rho_2^n + \cdots + \rho_f^n$$

für jeden Werth von n. Für $n = m-1$ folgt daraus, dass $\chi(A)$ und $\chi(A^{-1})$ conjugirt complexe Grössen sind (*Ch.* § 3).

Ist A ein Element der m^{ten} Ordnung und χ ein Charakter f^{ten} Grades, so lässt sich $\chi(A)$ als eine Summe von f m^{ten} Wurzeln der Einheit darstellen.

Dieselben sind einzeln dadurch bestimmt, dass $\chi(A^n)$ gleich der Summe ihrer n^{ten} Potenzen ist. Setzt man in Φ alle Variabelen gleich Null ausser $x_E, x_A, x_{A^2}, \cdots x_{A^{m-1}}$, so wird nach (2.)

$$\Phi = (x_E + \rho_1 x_A + \rho_1^2 x_{A^2} + \cdots + \rho_1^{m-1} x_{A^{m-1}}) \cdots (x_E + \rho_f x_A + \rho_f^2 x_{A^2} + \cdots + \rho_f^{m-1} x_{A^{m-1}}).$$

Setzt man daher in Φ alle Variabelen gleich Null, ausser x_E und x_A, so wird

$$(7.)\qquad \Phi(x_E, x_A, 0, 0, \cdots) = (x_E + \rho_1 x_A)(x_E + \rho_2 x_A) \cdots (x_E + \rho_f x_A)$$

und mithin nach (9.) § 4

$$(8.)\qquad u^f + \vartheta_1(A) u^{f-1} + \vartheta_2(A) u^{f-2} + \cdots + \vartheta_f(A) = (u + \rho_1)(u + \rho_2) \cdots (u + \rho_f).$$

Speciell ist, da $\vartheta_f(A) = \vartheta(A)$ ist,

$$(9.)\qquad \vartheta(A) = \rho_1 \rho_2 \cdots \rho_f.$$

Wendet man die Formel (1.) auf die Gruppe $\mathfrak{G}$ an, die von den Potenzen von A gebildet wird, so erhält man

$$\Theta = \Big(\prod_\rho (x_E + \rho x_A + \rho^2 x_{A^2} + \cdots + \rho^{m-1} x_{A^{m-1}})\Big)^{\frac{h}{m}},$$

wo ρ alle m^{ten} Wurzeln der Einheit durchläuft. Setzt man also in Θ alle Variabelen gleich Null, ausser x_E und x_A, so wird

$$(10.)\qquad \Theta(x_E, x_A, 0, 0, \cdots) = (x_E^m + (-x_A)^m)^{\frac{h}{m}}.$$

Folglich ist, wie ich in § 3 auf anderem Wege gezeigt habe, der Coefficient von x_A^h in Θ gleich

$$(11.)\qquad \prod \vartheta(A)^e = (-1)^{h - \frac{h}{m}}.$$

Sei B ein zweites Element von $\mathfrak{H}$, und seien $\sigma_1, \sigma_2, \cdots \sigma_f$ die f dem Charakter $\chi(B)$ entsprechenden Einheitswurzeln, also

$$(12.)\quad \chi(B) = \sigma_1 + \sigma_2 + \cdots + \sigma_f, \qquad \chi(B^n) = \sigma_1^n + \sigma_2^n + \cdots + \sigma_f^n.$$

Sind nun A und B mit einander vertauschbar, so erzeugen sie eine Gruppe $\mathfrak{G}$. Daher kann man die Formel (5.) anwenden und erkennt: Die Einheitswurzeln der beiden Systeme lassen sich einander so zuordnen, dass

$$(13.)\quad \chi(AB) = \rho_1\sigma_1 + \cdots + \rho_f\sigma_f, \qquad \chi(A^rB^s) = \rho_1^r\sigma_1^s + \cdots + \rho_f^r\sigma_f^s$$

wird. Setzt man in der Primfunction Φ, die dem Charakter χ entspricht, alle Variabelen gleich Null, ausser x_E, x_A und x_B, so erhält man nach (2.)

$$(14.)\quad \Phi(x_E, x_A, x_B, 0, 0, \cdots) = (x_E + \rho_1 x_A + \sigma_1 x_B) \cdots (x_E + \rho_f x_A + \sigma_f x_B),$$

wodurch zugleich die Zuordnung der Einheitswurzeln bestimmt ist.

Um für die entwickelten Sätze ein Beispiel zu geben, betrachte ich ein invariantes Element B der Gruppe $\mathfrak{H}$, d. h. ein solches, das mit jedem Elemente R von $\mathfrak{H}$ vertauschbar ist. In der Formel (3.) § 7 ist dann $R^{-1}BR = B$, und mithin, falls A irgend ein anderes Element von $\mathfrak{H}$ ist,

$$\chi(A)\chi(B) = f\chi(AB).$$

Alle invarianten Elemente von $\mathfrak{H}$ bilden eine commutative Gruppe $\mathfrak{G}$. Setzt man für jedes Element G derselben $\chi(G) = f\psi(G)$, so ist demnach für je zwei Elemente A und B von $\mathfrak{G}$ $\psi(A)\psi(B) = \psi(AB)$. Mithin ist $\psi(G)$ ein Charakter von G, also eine Einheitswurzel ρ. Ferner ist $\psi(G^n) = \psi(G)^n$, also $\chi(G) = f\rho$ und $\chi(G^n) = f\rho^n$. Für ein invariantes Element G von $\mathfrak{H}$ sind folglich die f in der Formel (6.) auftretenden Einheitswurzeln alle einander gleich.

Zu demselben Resultate führt die Bemerkung, dass ein invariantes Element A für sich allein eine Classe conjugirter Elemente bildet. Setzt man daher in Φ alle Variabelen gleich Null ausser x_E und x_A, so wird Φ nach Formel (7.) § 6 die f^{te} Potenz einer linearen Function von x_E und x_A, und folglich ist nach Formel (7.) $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_f$.

Nun sei wieder A ein beliebiges Element von $\mathfrak{H}$, und sei m seine Ordnung. Ist ρ eine primitive m^{te} Wurzel der Einheit, so sind die Grössen $\rho_1, \rho_2, \cdots \rho_f$ in der Formel (6.) alle Potenzen von ρ, und daher ist $\chi(A)$ eine Zahl des Körpers $K(\rho)$, der von allen rationalen Functionen von ρ gebildet wird. Unter den mit A conjugirten Elementen der Gruppe $\mathfrak{H}$ können sich auch Potenzen von A befinden, A^r, A^s, $A^t \cdots$. Ihre Exponenten sind zu m theilerfremd und bilden eine Gruppe, d. h. einer unter ihnen ist $\equiv rs \pmod{m}$, wenn r und s irgend zwei von ihnen sind. Da A und A^r conjugirt sind, so ist $\chi(A) = \chi(A^r)$, also

$\rho_1 + \cdots + \rho_f = \rho_1^r + \cdots + \rho_f^r$. Drückt man $\chi(A)$ durch ρ aus, so bleibt demnach diese Zahl ungeändert, falls man ρ durch ρ^r ersetzt. Diejenigen Zahlen des Körpers $K(\rho)$, die ungeändert bleiben, falls man ρ durch ρ^r oder ρ^s, oder $\rho^t, \cdots$ ersetzt, bilden einen Körper $\mathrm{A}(\rho)$, einen Divisor von $\mathrm{K}(\rho)$. Die Zahl $\chi(A)$ gehört folglich diesem Körper $\mathrm{A}(\rho)$ an.

Ist z. B. $\mathfrak{H}$ die symmetrische Gruppe des Grades n, also $h = n!$, so ist A mit jeder Potenz A^r conjugirt (ähnlich), deren Exponent r zu m theilerfremd ist. Daher sind die Charaktere der symmetrischen Gruppe sämmtlich ganze rationale Zahlen (vergl. die Beispiele $n = 4$ und 5, *Ch.* § 8).

In dem Körper $\mathrm{A}(\rho)$ ist $\chi(A)$ als Summe von Einheitswurzeln eine *ganze* algebraische Zahl. Eine solche ist aber auch jeder Coefficient von Φ, also auch von Φ_n. Denn wenn in einem Producte $\Theta = \Phi\Psi$ von zwei ganzen Functionen von beliebig vielen Variabeln, deren Coefficienten algebraische Zahlen sind, alle Coefficienten ganze algebraische Zahlen sind, so ist auch das Product aus jedem Coefficienten von Φ und jedem von Ψ eine ganze algebraische Zahl (vergl. Dedekind, *Über einen arithmetischen Satz von Gauss.* Prager Math. Ges. 1892). Sind $A, B, C, \cdots$ verschiedene Elemente von $\mathfrak{H}$ und ist $r + s + t + \cdots = n$, so hat $x_A^r x_B^s x_C^t \cdots$ in Φ_n den Coefficienten

$$(15.) \qquad \frac{1}{r!\,s!\,t!\cdots}\,\chi(A, \cdots A, B, \cdots B, C, \cdots C, \cdots).$$

Folglich ist dieser Ausdruck eine ganze algebraische Zahl. Wendet man denselben Satz auf die Factoren des Productes (9.) § 6 an, so erkennt man, dass auch

$$(16.) \qquad \frac{h_\alpha \chi_\alpha}{f}$$

eine ganze algebraische Zahl ist. Folglich ist auch nach (6.) § 7

$$\sum \frac{h_\alpha \chi_\alpha}{f}\, \chi_{\alpha'} = \frac{h}{e}$$

eine ganze Zahl. Daher ist die Zahl $e = f$ ein Divisor der Ordnung h.

Ausgegeben am 10. December.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.

1896.
LI.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

10. December. Gesammtsitzung.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

1. Hr. Joh. Schmidt las: Über *μία ἴα* und über lateinische Nominative Singularis auf *-s* aus *-tos*.

2. Hr. Schulze legte eine Abhandlung des Hrn. Dr. Richard Heymons, Assistenten am Zoologischen Institute in Berlin vor: Ein Beitrag zur Entwickelungsgeschichte der *Insecta apterygota*.

Die Mittheilung erfolgt umstehend.

Am 26. November d. J. verstarb das correspondirende Mitglied der physikalisch-mathematischen Classe Hr. Benjamin Apthorp Gould in Cambridge Mass. U.S.A.



Ein Beitrag zur Entwickelungsgeschichte der Insecta apterygota.

Von Dr. Richard Heymons,
Assistent am Zoologischen Institut in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Schulze.)

Die Untersuchungen über die Entwickelungsvorgänge im Ei der Insecten haben sich seit dem Erscheinen der älteren grundlegenden Arbeiten von Zaddach[1], Weismann[2], Brandt[3] u. a. bereits auf Vertreter beinahe aller wichtigeren Insectenordnungen erstreckt. Die bisherigen Beobachtungen haben ergeben, dass ungeachtet der Formenmannigfaltigkeit, trotz der ausserordentlichen Verschiedenheit der Insecten im ausgebildeten Zustande doch die Embryonalentwickelung stets nach den gleichen Grundgesetzen sich zu vollziehen pflegt.

Fast allgemein treffen wir bei den Insecten grosse, dotterreiche Eier an, an deren Oberfläche, oder in deren Innerm der Embryo sich entwickelt. Letzterer wird regelmässig im Verlaufe der Entwickelung von zwei Hüllmembranen, von Amnion und Serosa, überwachsen.

Gerade das Vorhandensein dieser beiden Embryonalhüllen darf als eine besondere Eigenthümlichkeit der Hexapoden betrachtet werden. Diese letzteren treten hierdurch in einen Gegensatz zu allen anderen Arthropoden, deren Embryonen, wenn man von den Scorpioniden absieht, nicht im Besitze von Embryonalhäuten sind.

Wenngleich nun die Keimhüllen für die Insecten im allgemeinen durchaus als typisch und charakteristisch betrachtet werden dürfen, so sind doch auch bei den Hexapoden gewisse Fälle festgestellt worden, in denen die embryonalen Hüllmembranen vermisst wurden. Es gilt diess gerade für die am tiefsten stehenden und am einfachsten orga-

[1] Zaddach, G. Untersuchungen über die Entwickelung und den Bau der Gliederthiere. Berlin 1854.

[2] Weismann, A. Die Entwickelung der Dipteren im Ei. Zeitschrift f. wiss. Zoologie Bd. 13. 1866.

[3] Brandt, A. Beiträge zur Entwickelungsgeschichte der Libelluliden und Hemipteren. Mém. Acad. Imp. Sc. de St. Pétersbourg. Tom. 13. 1869.

nisirten Repraesentanten der Insectenclasse, wie beispielsweise für die *Collembola*. Nach den Untersuchungen von ULJANIN[1] und LEMOINE[2] musste das Fehlen von Embryonalhäuten bei diesen Thieren jedenfalls schon als sehr wahrscheinlich angesehen werden, und nach eigenen Untersuchungen, die ich an *Orchesella rufescens* angestellt habe, kann ich bestätigen, dass hier ein Amnion durchaus fehlt. In dieser Hinsicht vermitteln also gewissermaassen die flügellosen Poduriden den Übergang zu den gleichfalls der Keimhüllen entbehrenden flügellosen Myriopoden.

Hieraus geht hervor, dass die Entwickelung der Embryonalhäute innerhalb der Classe der Insecten selbst vor sich gegangen sein muss, und es liegt gewiss nahe die Frage aufzuwerfen, bei welcher Abtheilung dieser Thiere zum ersten Male die Embryonalhäute zur Ausbildung gelangt sind.

Nach dem Vorgange des bekannten Wiener Entomologen F. BRAUER werden die Insecten gegenwärtig zumeist in zwei grosse Gruppen eingetheilt, in die ähnlich wie die Myriopoden primär flügellosen *Apterygota* und in die flügeltragenden *Pterygota*, bei denen höchstens secundär eine Rückbildung der Flügel eintreten kann.

Von Seiten mancher Forscher ist nun die Vermuthung ausgesprochen worden, dass die *Apterygota* gleichzeitig auch *Insecta anamnia* wären, und dass die Embryonalhäute somit eine Neuerwerbung und eine Eigenthümlichkeit der pterygoten (bez. amnioten) Insecten darstellten. Ein derartiges Verhalten ist beispielsweise von WHEELER[3] für wahrscheinlich angesehen worden.

Solche Annahmen mussten indessen stets aus dem Grunde etwas unbefriedigendes behalten, weil die in vieler Hinsicht sich an die höheren Insecten bereits anschliessenden flügellosen Thysanuren bisher noch niemals in Bezug auf ihre Eientwickelung untersucht worden waren. Um diese Lücke auszufüllen, habe ich im vergangenen Sommer die Embryologie von *Lepisma saccharina* L. studirt und theile darüber folgendes mit.

Die Eier von *Lepisma* sind von länglich eiförmiger Gestalt und besitzen einen Längsdurchmesser von etwa 1^{mm}. Mit Hülfe eines Legebohrers, den das Weibchen besitzt, werden sie in Ritzen und Spalten eingeschoben oder auch gänzlich frei abgelegt. An der Eischale ist ein zartes Exochorion und ein resistentes, festes Endochorion zu unterscheiden.

---

[1] ULJANIN, W. N. Sur le développement des Podurelles. Archives Zool. expér. 1875, 1876.

[2] LEMOINE, V. Recherches sur le développement des Podurelles. Ass. Franç. pour l'avancement des Sciences. Congrès de la Rochelle 1882.

[3] WHEELER, W. M. A contribution to Insect Embryology. Journ. of Morph. Vol. 8. 1893.

Die Furchung des Eies ist nicht total, wie diess für Myriopoden und Poduriden angegeben wurde, sondern superficiell, und schliesst sich hiermit an den Furchungstypus bei höheren Insecten an. Das Resultat der Furchung ist eine einfache Blastodermschicht, welche die Eioberfläche bedeckt und den central gelegenen Dotter einschliesst, in welchem die Dotterzellen sich befinden.

An der Ventralseite des Eies legt sich der Keimstreifen an. Derselbe ist im Verhältniss zur Grösse des Eies sehr klein und besteht aus dicht an einander gedrängten Zellen, während der ausserembryonale Bezirk des Eies von grossen flachen (Serosa-) Zellen bedeckt wird.

Die in der Entwickelung begriffene Embryonalanlage gibt die Veranlassung dazu, dass in der unmittelbaren Nachbarschaft des Körpers der Dotter zuerst verflüssigt und resorbirt wird. Der Keimstreifen beginnt jedenfalls sich etwas einzukrümmen, seine Bauchseite wird concav, seine Rückenseite convex, und der ganze Embryonalkörper sinkt etwas in die allmählich nachgebende Dottermasse ein.

Das Einsinken in den Dotter macht rasche Fortschritte, es dauert nicht lange, so ist der Keimstreifen gänzlich von der Oberfläche verschwunden und wird von der allseitig nachwachsenden Serosa vollständig überdeckt.

Mit der äusseren Serosa hat die Embryonalanlage den Zusammenhang jedoch nicht verloren. Je tiefer der Körper einsinkt, desto stärker wird die zellige Verbindung, welche zwischen ihm und der Serosa bestehen blieb, in die Länge gezogen, bis schliesslich nur eine dünne Haut noch erhalten bleibt, welche ringsum von den Rändern des eingesunkenen Keimstreifens zur oberflächlichen Serosa hinzieht. Diese zellige Verbindungshaut stellt das Amnion dar.

Obwohl wir in *Lepisma* also einen Vertreter der *Insecta apterygota* vor Augen haben, so gelangen trotzdem Keimhüllen, Amnion und Serosa zur Entwickelung.

Vergleicht man die Bildung der Embryonalhäute bei *Lepisma* mit derjenigen höherer Insecten, so ergeben sich allerdings bemerkenswerthe Differenzen.

Der Keimstreifen wird nicht erst von zwei vorderen und einer hinteren Amnionfalte umwachsen, sondern sinkt schon frühzeitig, ähnlich wie bei den Diplopoden, unter Ausprägung einer ventralen Krümmung in die Dottermasse ein.

Das Amnion liegt nicht wie bei anderen Insecten dem Körper an, sondern erstreckt sich von den Körperrändern zur Oberfläche des Eies. Hiermit steht in Verbindung, dass auch die Amnionhöhle selbst, nicht wie es in der Regel der Fall zu sein pflegt, einen schmalen Spalt darstellt, sondern dass dieselbe bei *Lepisma* dem weiten Raum ent-

spricht, der sich zwischen dem Keimstreifen und der Oberfläche des Eies befindet. Dieser Raum ist von einer farblosen Flüssigkeit erfüllt, welche man bereits am lebenden Ei als hellen Fleck durch die Eischale schimmern sieht.

Der wichtigste Unterschied im Vergleich zu anderen Insecten beruht indessen wohl darin, dass es bei *Lepisma* überhaupt nicht zu einer vollständigen Trennung von Amnion und Serosa kommt. Die Serosa zieht sich nämlich nicht vollständig zusammen, sondern lässt eine kleine kreisförmige Öffnung frei. Da die letztere den directen Zugang zur Amnionhöhle darstellt, so bezeichne ich sie als Amnionporus. Von den Rändern des Amnionporus geht das Amnion aus.

Das Austreten der Amnionflüssigkeit aus dem Amnionporus wird dadurch verhindert, dass von der gesammten Oberfläche der Serosa eine chitinöse Membran producirt wird. Diese letztere bildet an dem Amnionporus einen diesen verschliessenden Pfropfen.

Die Ausbildung des Körpers selbst erinnert bei *Lepisma* an die Entwickelungsprocesse bei Orthopteren. Der Körper wächst innerhalb des Dotters in die Länge und das Abdominalende zeigt dabei eine ventrale Knickung. Ist die Entwickelung weit genug gediehen, so öffnet sich der Amnionporus. Die Serosa zieht sich auf dem Rücken zusammen und bildet ein Dorsalorgan, welches an dasjenige der Blattiden (*Periplaneta*) erinnert. Das Amnion liefert, nachdem der Körper aus der Amnionhöhle getreten ist, in bekannter Weise die provisorische Bekleidung für den Dotter. Der Embryo umwächst sodann die Nährsubstanz, und es wird dann sein Abdomen gegen Kopf und Thorax eingeschlagen (ventrale Krümmung).

Am Schlusse der Entwickelung entsteht am Kopfe ein cuticularer Eizahn, der erst einige Tage nach dem Ausschlüpfen abgeworfen wird. Ähnlich wie diess bei *Thermophila furnorum* der Fall ist, besitzen die jungen Thiere anfangs noch keine Styli, welche erst später aus kleinen zelligen Verdickungen hervorgehen, die sich an der Stelle der abgeflachten Extremitätenanlagen der hinteren Abdominalsegmente erheben. —

Das wichtigste Resultat meiner hier in Kürze mitgetheilten Untersuchungen besteht in dem Nachweis der Embryonalhüllen bei einem Vertreter der Thysanuren.

Die *Insecta apterygota* sind demnach nicht ausschliesslich *Insecta anamnia*. Der Besitz eines Amnions darf nicht als eine specielle Eigenthümlichkeit der *Pterygota* betrachtet werden, es tritt dasselbe vielmehr bereits bei den Thysanuren, allerdings in noch unvollkommenerer Weise auf (fehlender Verschluss der Amnionhöhle).

Die Serosa und das aus der Serosa hervorgehende Dorsalorgan ist gleichfalls schon vorhanden. Diese Gebilde zeigen sich allerdings bereits bei den Collembolen vorbereitet. In dieser Hinsicht habe ich besonders Untersuchungen an *Orchesella* angestellt. Der Keimstreifen bleibt hier oberflächlich und erstreckt sich beinahe über die ganze Medianlinie des Eies. Von der auswachsenden Embryonalanlage wird die nicht an der Körperbildung theilnehmende Blastodermpartie auf einen kleinen, vor dem Kopf gelegenen Bezirk zusammengedrückt und als »Dorsalorgan« in den Dotter eingestülpt, wo sie der Rückbildung dann anheimfällt.

Auch die Furchung des Eies ist von Interesse. Nach den bisherigen Mittheilungen zu urtheilen, konnte man vermuthen, dass die Furchung der *Apterygota* eine totale wäre. Derartige Angaben sind besonders für Poduriden gemacht worden. Ich habe indessen einen Vertreter der letzteren gefunden (*Tetradontophora gigas*), bei welchem die Furchung sicher eine superficielle ist. Das gleiche gilt, wie wir gesehen haben, für *Lepisma saccharina*.

Es ergibt sich hiermit, dass die *Insecta apterygota* den *Insecta pterygota* hinsichtlich ihrer Entwickelung nicht unvermittelt gegenüberstehen. Es ist vielmehr ein allmählicher Übergang vorhanden, der von einfacheren, in ihrer Entwickelung an die Myriopoden erinnernden Formen (*Collembola*, möglicher Weise auch Japygiden u. a.), zu höheren und vollkommeneren hinleitet. Dieser Übergang wird durch die Lepismiden (*Lepisma* und verwandte Formen) vermittelt, welche auch in ihrer Körperorganisation den *Orthoptera genuina* bereits sehr nahe stehen.

Ausgegeben am 17. December.

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.



1896.
LII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

---

17. December. Sitzung der physikalisch-mathematischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Auwers.

1. Hr. Schwarz hielt einen Vortrag: Zur Theorie der Minimalflächen, deren Begrenzung ein von n geradlinigen Strecken gebildetes n-Seit ist. Der Inhalt des Vortrages, welcher eine von Hrn. Weierstrass aufgefundene Beweismethode betrifft, wird an anderer Stelle veröffentlicht werden.

2. Hr. Planck legte die umstehend folgende Mittheilung vor: Beobachtung elektrischer Resonanz an Wärmestrahlen von grosser Wellenlänge, von dem Professor an der technischen Hochschule in Charlottenburg Hrn. Dr. H. Rubens und Hrn. E. F. Nichols.

Beobachtung elektrischer Resonanz an Wärmestrahlen von grosser Wellenlänge.

Von Prof. H. Rubens und E. F. Nichols
in Berlin.

(Vorgelegt von Hrn. Planck.)

In einer kürzlich erschienenen Abhandlung[1] haben wir eine Methode beschrieben, welche es ermöglicht, ohne Anwendung einer Spectralanordnung einigermaassen homogene Strahlen von grosser Wellenlänge zu erzeugen. Der dieser Methode zu Grunde liegende Gedanke ist folgender.

Lässt man die von einer Wärmequelle ausgehenden Strahlen an der Oberfläche eines Körpers reflectiren, so weisen die reflectirten Strahlen im allgemeinen eine wesentlich andere spectrale Zusammensetzung auf als die auffallenden. Insbesondere werden diejenigen Strahlen bei der Reflexion stark bevorzugt, welche einem Spectralgebiet angehören, für welches der reflectirende Körper starke Absorption und in Folge dessen metallische Reflexion besitzt. Nach mehrmaliger Reflexion an Oberflächen der gleichen Substanz sind daher von den Strahlen der Wärmequelle nur noch diejenigen in merklichem Betrag vorhanden, welche einem solchen Absorptionsgebiet entsprechen. So behält man nach vierfacher Reflexion an Flussspathflächen von den ursprünglichen Strahlen der Wärmequelle nur noch diejenigen übrig, welche einer Wellenlänge von ungefähr $22-28\mu$ entsprechen, während die Intensität aller übrigen unter das beobachtbare Maass herabgesunken ist. Die spectrale Vertheilung der Intensität innerhalb dieses von den reflectirten Strahlen eingenommenen Spectralgebiets ist eine derartige, dass ein stark ausgeprägtes Maximum bei $\lambda = 24.4\mu$ eintritt und von da aus ein stärkerer Abfall nach Seite der kürzeren, ein sanfterer nach Seite der längeren Wellen erfolgt. Der bei weitem grösste Theil der reflectirten Strahlen unterscheidet sich demgemäss

[1] Naturw. Rundsch. 11. Jahrg. Nr. 43, 1896.

in Bezug auf seine Wellenlänge von der dem Energiemaximum entsprechenden Strahlung um weniger als 10 Procent.

In Folge der relativ grossen Wellenlänge dieser Strahlen schien es uns nicht aussichtslos, mit Hülfe derselben Versuche über elektrische Resonanz anzustellen, welche wir im folgenden beschreiben wollen.

Diese Versuche bilden eine vollkommene Analogie zu den im Jahre 1893 von Hrn. A. Garbasso ausgeführten Untersuchungen[1] über Reflexion elektrischer Wellen an Holzplatten, auf deren Oberfläche eine grössere Zahl gleichmässig vertheilter paralleler elektrischer Resonatoren befestigt ist. Hr. Garbasso beobachtete, dass eine starke Reflexion der elektrischen Strahlen nur dann stattfand, wenn die Periode dieser Resonatoren mit der Schwingungsdauer des Erregers in Übereinstimmung war. War diese Bedingung nicht erfüllt, so ergab die Resonatorenplatte nur geringe Reflexionswirkung. Diese Versuche wurden mit elektrischen Wellen von 43^{cm} und 70^{cm} Länge ausgeführt.

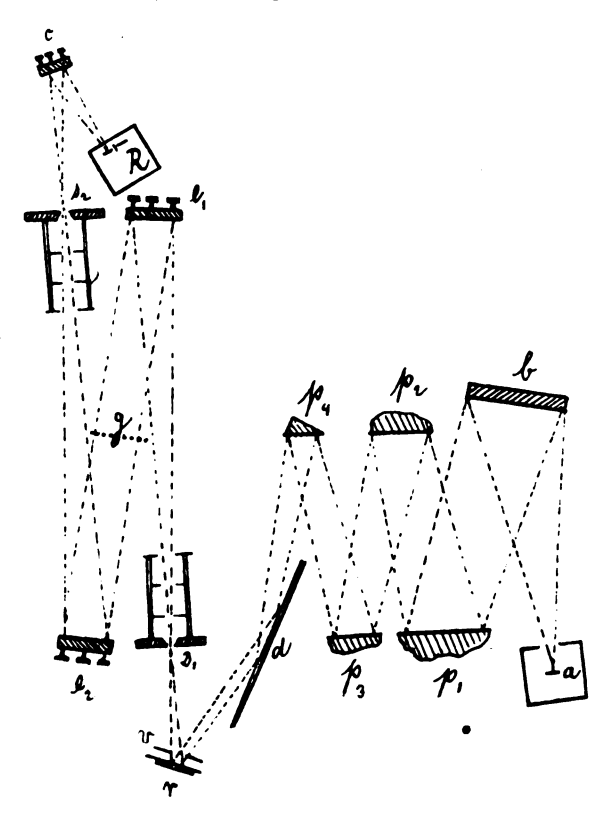
Entsprechend der im Vergleich hiermit sehr geringen Wellenlänge unserer Wärmestrahlen bildet die Herstellung hierzu passender Resonatorenplatten eine grosse Schwierigkeit, welche wir erst nach Anstellung vieler, meist vergeblicher Versuche überwunden haben. Wir verfuhren schliesslich folgendermaassen.

Eine Anzahl auf chemischem Wege frisch versilberter ebener Glasplatten wurde auf der Theilmaschine mit Hülfe eines mit Diamantspitze versehenen Stichels in Gitter verwandelt, welche 100 Striche pro Millimeter enthielten. Die Breite der Striche wurde hierbei möglichst derjenigen der übrig bleibenden Silberstreifen gleich gemacht, so dass sowohl die Striche als die Silberstreifen je 5μ breit waren. Es lässt sich diess durch sorgfältige Auswahl der Spitze und genaue Regulirung des Drucks für Silberschichten von gleichmässiger Cohaerenz in jedem einzelnen Falle mit genügender Genauigkeit erreichen. Die so erhaltenen Gitter wurden dann, wiederum mit Hülfe der Theilmaschine, durch Striche, welche senkrecht zu den ersten geführt waren, in Resonatoren von verschiedener, aber für jedes einzelne Gitter möglichst gleicher Länge zerschnitten. Genauere Angaben über die Länge und Breite der Resonatoren, sowie über die Anzahl derselben pro Quadratcentimeter finden sich für die verschiedenen Platten in der weiter unten gegebenen Tabelle.

Die Versuchsanordnung, deren wir uns bei der Ausführung der Reflexionsversuche bedienten, ist in der beigegebenen Figur schematisch dargestellt. *a* bedeutet das Zirkonblättchen eines Linnemann'schen Brenners, *b* einen innen versilberten Hohlspiegel, welcher die von *a* ausgehenden

[1] A. Garbasso. Accad. delle Scienze di Torino. Vol. XXVIII, 1893.

Strahlen schwach convergent macht, so dass sie sich auf dem Spalt s_1 des Spectrometers vereinigen. p_1 p_2 p_3 und p_4 sind Flussspathstücke mit eben angeschliffener und polirter Fläche, an welchen die Strahlen unter ungefähr 15° Incidenz reflectirt werden. Nach dem Verlassen der Fläche p_4 erfolgt die Polarisation der Strahlen durch Reflexion an der Glasplatte d unter einem Incidenzwinkel von 69°, welcher als der Polarisationswinkel des Glases für Strahlen von dieser Wellenlänge anzusehen ist[1]. Hiernach werden die Strahlen an den zu untersuchenden Resonatorenplatten r bez. an einem zum Vergleich dienenden Silberspiegel reflectirt. Eine genau gearbeitete Schlittenführung, auf deren Construction wir hier nicht eingehen wollen, gestattet es, die Vertauschung der zu untersuchenden Resonatorenplatte mit dem Vergleichsspiegel automatisch vorzunehmen. Um den Ein-



fluss der Grösse und Form der Resonatorenplatten und des Spiegels auf die Beobachtungen zu beseitigen, wurde ein kreisförmiges Diaphragma v in den Strahlengang eingeschaltet, welches die wirksame Fläche eines jeden der untersuchten Spiegel in der gleichen Weise begrenzte. Nach Reflexion an r vereinigen sich die Strahlen zu einem Bilde des Zirkonblättchens auf dem Spalt s_1 des Spiegelspectrometers s_1 e_1 e_2 s_2, welches mit einem Drahtgitter g versehen werden kann. Dieses dient zur Bestimmung der Wellenlänge der angewandten Strahlen und wird bei Anstellung der Reflexionsversuche entfernt. Die aus dem feststehenden Ocularspalt s_2 austretenden divergenten Strahlen werden schliesslich mit Hülfe des Hohlspiegels c von kurzer Brennweite auf dem einen

[1] Der Brechungsexponent (n) der Glasplatte d für diese Strahlen wurde aus dem Reflexionsvermögen (ϱ) derselben mit Hülfe der Fresnel'schen Formel ermittelt. Es ergab sich $\varrho = 20.2$ Procent, $n = 2.62$. Man hat das Recht, hier die Fresnel'sche Formel anzuwenden, da Glas in dünnen Schichten diese Strahlen in merklichem Betrag hindurchlässt.

Flügel eines nach Angabe des einen von uns[1] construirten Radiometers vereinigt. Das Radiometerfenster bestand bei diesen Versuchen aus einer etwa $2\frac{1}{2}^{mm}$ dicken Chlorsilberplatte. Die selective Absorption derselben bewirkt, dass das Maximum der beobachteten Strahlung von 24.4μ auf 23.7μ verschoben wird.

Mit Hülfe dieser Versuchsanordnung war es uns möglich, das Reflexionsvermögen unserer Resonatorenplatten mit demjenigen des metallischen Silbers für polarisirte Wärmestrahlen von 23.7μ mittlerer Wellenlänge zu vergleichen. Die von dem Silberspiegel reflectirte Strahlung haben wir als innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler mit der einfallenden als gleich angenommen. Der Grund für die Berechtigung dieser Annahme liegt einmal in der von uns früher nachgewiesenen Eigenschaft des Silbers, welches eine beständige Zunahme des Reflexionsvermögens mit wachsender Wellenlänge aufweist und bereits bei $\lambda = 3\mu$ über 98 Procent, bei 4μ über 99 Procent der auffallenden Strahlung reflectirt[2]. Andererseits haben wir das Reflexionsvermögen des Silbers mit demjenigen anderer Metalle für Strahlen von der mittleren Wellenlänge 23.7μ sorgfältig verglichen, und die Beobachtung gemacht, dass alle untersuchten Metalle innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler das gleiche Reflexionsvermögen ergaben. Die folgende Tabelle enthält die bezüglichen Zahlen. Das Reflexionsvermögen des Silbers ist darin = 100.0 gesetzt. Auch sind vergleichsweise die Reflexionsvermögen für grünes Licht $\lambda = 0.50\mu$ hinzugefügt, wie sie früher von dem einen von uns beobachtet wurden[3].

Metall	Reflexionsvermögen $\lambda = 23.7\mu$	Reflexionsvermögen $\lambda = 0.50\mu$
Silber	100.0	88.3
Gold	99.8	56.1
Platin	100.0	—
Kupfer	100.7	54.8
Eisen	99.5	57.7
Nickel	100.3	61.0
Messing	100.0	—
Spiegelmetall	100.1	—

Es ist hiernach in hohem Maasse wahrscheinlich, dass nicht nur Silber, sondern auch die übrigen Metalle und Legirungen den theoretischen Grenzwerth des Reflexionsvermögens von 100.0 für Strahlen von der Wellenlänge 23.7μ bereits mit grosser Annäherung erreicht haben.

---

[1] E. F. Nichols, diese Berichte 1896 S. 1184.
[2] H. Rubens, Wied. Ann. 37, S. 249, 1889 und E. F. Nichols, oben S. 1188.
[3] H. Rubens a. a. O. S. 265.

Zur Untersuchung gelangten im ganzen 5 Resonatorenplatten, wovon eine, ein noch unzerschnittenes Gitter, Resonatoren von praktisch unendlich grosser Länge enthielt. Die übrigen 4 Platten waren mit Resonatoren versehen, deren Länge angenähert um den gleichen Betrag (6μ) von Platte zu Platte variirte. Die Grösse der in Resonatoren abgetheilten Fläche betrug auf jeder Platte $(1^{cm}.5)^2 = 2.25$ qcm. Dass nicht eine grössere Zahl von Resonatorenplatten zur Untersuchung herangezogen wurde, was in mancher Beziehung wünschenswerth gewesen wäre, liegt an der grossen Schwierigkeit der Herstellung solcher Praeparate, welche hauptsächlich in der ungleichmässigen Cohaerenz der Silberschichten ihren Grund hat. Bei weitem der grösste Theil der nach der oben beschriebenen Methode hergestellten Resonatorenplatten erwies sich nach der Fertigstellung als unbrauchbar, weil entweder der Stichel nicht an allen Stellen das Silber durchgeschnitten hatte oder das Metall an manchen Stellen völlig entfernt war. Auch bei den schliesslich zur Untersuchung gelangten Platten waren die Resonatoren keineswegs an allen Stellen intact; jedoch war die Zahl der zerstörten oder beschädigten Resonatoren bei den mit I bis IV einschliesslich bezeichneten Platten zu gering, um einen merklichen Einfluss auf das Resultat hervorbringen zu können. Bei Platte V dagegen waren nahezu 10 Procent der gesammten Resonatoren zerstört, so dass hier zweifellos die gemessenen Reflexionswerthe zu klein ausgefallen sind.

Eine zweite Ursache, welche ebenfalls in dem Sinne wirkt, das Reflexionsvermögen der Resonatorenplatte V in beiden Lagen zu klein erscheinen zu lassen, ist die hier auftretende Beugung, von welcher die Resonatorenplatten I bis IV incl. vollkommen frei sind. Die Länge der Resonatoren auf Platte V, vermehrt um die Strichbreite, überschreitet nämlich bereits die mittlere Wellenlänge der auffallenden Strahlen um einen kleinen Betrag, so dass hier die Beugungsbilder erster Ordnung auftreten. Um die Energie dieser gebeugten Strahlen muss daher die beobachtete Intensität der reflectirten Strahlen zu klein ausfallen.

Bei sämmtlichen 5 Platten wurde das Reflexionsvermögen in zwei verschiedenen Lagen beobachtet, nämlich erstens wenn die Längsrichtung der Resonatoren mit der Schwingungsrichtung der elektrischen Componente der Strahlung zusammenfiel, und zweitens wenn diese beiden Richtungen einen rechten Winkel mit einander bildeten[1]. Über die Ergebnisse dieser Versuche und über die charakteristischen Daten der einzelnen Resonatorenplatten gibt die folgende Tabelle Aufschluss[2].

[1] Die Schwingungsrichtung der elektrischen Componente ist hierbei senkrecht zur Polarisationsebene angenommen.

[2] Die Intensität der auffallenden Strahlung ist hier gleich 100 gesetzt.

Nr. der Resonatorenplatte:	I	II	III	IV	V
Zahl der Resonatoren pro Quadratcentimeter	1.10^3	1000.10^3	572.10^3	400.10^3	333.10^3
Länge (l) der Resonatoren	∞	6.5 μ	12.4 μ	18.0 μ	24.4 μ
Breite (b) der Resonatoren	5.4 μ	4.6 μ	5.3 μ	5.1 μ	5.5 μ
Reflexionsvermögen, elektrische Componente senkrecht zur Längsrichtung	40.8	38.3	42.7	40.7	36.1
Reflexionsvermögen, elektrische Componente parallel zur Längsrichtung	83.7	41.8	65.8	49.5	62.5

Wir können die hier erhaltenen Werthe für das Reflexionsvermögen der Resonatorenplatten als zusammengesetzt ansehen aus zwei Bestandtheilen, von welchen der eine von der Reflexion der Resonatoren selbst, der andere von derjenigen des Glases herrührt. Dieser letztere Theil ist keineswegs unbedeutend und beträgt in dem vorliegenden Fall 24.7 Procent, wie durch wiederholte Versuche an Glasplatten von gleichem Material festgestellt wurde. Um das Reflexionsvermögen der von ihrer Unterlage befreiten Resonatoren von der Glasreflexion zu trennen, können wir folgenden Weg einschlagen.

Es sei α das beobachtete Reflexionsvermögen der Resonatorenplatte in Procenten der auffallenden Strahlung, so entfallen hiervon β Procent auf die Reflexion an den Resonatoren und γ Procent auf diejenige des Glases. Es ist dann

$$\alpha = \beta + \gamma.$$

Von den nicht an den Resonatoren reflectirten $100 - \beta$ Procenten der auffallenden Strahlung werden am Glas 24.7 Procent reflectirt, man erhält somit

$$\gamma = (100 - \beta)\, 0.247$$

und folglich

$$\beta = \frac{\alpha - 24.7}{0.753}.$$

Diese Überlegung setzt allerdings voraus, dass erstens die Resonatoren die Strahlung nicht merklich absorbiren und dass zweitens die Reflexion von den Resonatoren und der Glasfläche unabhängig von einander vor sich geht, was beides nicht erwiesen ist. Die Formel gilt daher nur für die Grenzen $\beta = 0$ und $\beta = 100$ vollkommen streng und darf dazwischen vorläufig nur als Interpolationsformel angesehen werden, welche die Verhältnisse in erster Annäherung richtig darstellt. Wendet man die Formel zur Umrechnung der in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Werthe von α an, so erhält man für β folgende Werthe:

Nr. der Resonatorenplatte:	I	II	III	IV	V
β_1 elektrische Componente ⊥ zur Längsrichtung der Resonatoren	21.4	18.1	23.9	21.3	15.3
β_2 elektrische Componente ∥ zur Längsrichtung der Resonatoren	78.4	22.7	54.5	32.9	50.2

Ein Blick auf diese Tabelle lässt zunächst erkennen, dass die Zahlen der ersten Horizontalreihe, welche das Reflexionsvermögen der Resonatoren enthält, wenn der elektrische Vector senkrecht zur Längsdimension der Resonatoren gerichtet ist, sich nur um relativ geringe Beträge von einander unterscheiden. Sämmtliche Werthe liegen innerhalb der Grenzen 23.9 und 15.3 Procent und, wenn man von der Resonatorenplatte V absieht, deren Reflexionsvermögen aus oben angegebenen Gründen zu klein ausfallen muss, sogar zwischen 23.9 und 18.1 Procent. Dagegen weisen die Zahlen der zweiten Horizontalreihe, welche das Reflexionsvermögen der Resonatoren bedeuten, wenn diese mit dem elektrischen Vector gleiche Richtung besitzen, sehr beträchtliche Unterschiede auf, und zwar sowohl unter einander als auch gegenüber den Zahlen der ersten Reihe. Das Ergebniss der Vergleichung lässt sich in die folgenden drei Sätze zusammenfassen.

1. Sämmtliche Resonatoren besitzen ein stärkeres Reflexionsvermögen, wenn die Richtung des elektrischen Vectors mit ihrer Längsrichtung übereinstimmt, als im umgekehrten Falle.

2. Die Resonatoren der Platten I, III und V reflectiren die auffallende Strahlung erheblich stärker als diejenigen der Platten II und IV, wenn die Richtung des elektrischen Vectors der Längsausdehnung der Resonatoren parallel ist (im andern Falle ist der Unterschied gering).

3. Das stärkste Reflexionsvermögen zeigen unter diesen Bedingungen die Resonatoren der Platte I, welche im Vergleich mit der Wellenlänge als unendlich lang anzusehen sind ($l = 600\lambda$)[1].

Mit den Forderungen der elektromagnetischen Theorie des Lichts sind diese Resultate in durchaus befriedigender Weise in Einklang zu bringen. Die unendlich langen Resonatoren der Platte I sind unter allen Umständen als vollkommen resonanzfähig zu betrachten, da für jede auffallende Strahlengattung die Zahl der auf jedem Resonator sich bildenden Knoten und Bäuche so gross ist, dass die Gesammtlänge mit genügender Annäherung als ein ganzzahliges Vielfaches eines einzigen Knotenabstandes angesehen werden kann.

Ferner ist es in Übereinstimmung mit der bisher an elektrischen Resonatoren der beschriebenen Art gemachten Erfahrung, dass dieselben eine bessere Resonanz zeigen, wenn ihre Länge einem ganzzahligen Vielfachen einer halben Wellenlänge angenähert gleich ist, als wenn jene ein ungerades Vielfaches der Viertelwellenlänge beträgt[2].

---

[1] Dass Gitter aus parallelen Drähten für durchgehende ultrarothe Strahlung qualitativ gleichartige Polarisationswirkung aufweisen, haben Hr. du Bois und der eine von uns (H. Rubens) bereits im Jahre 1892 gezeigt (diese Berichte 1892 S. 1129), doch waren die damals erzielten Effecte in Folge der kleinen Wellenlänge erheblich geringer.

[2] A. Righi, Rendic. della R. Accad. dei Lincei (5) 2 p. 333 und p. 505, 1893.

Die Länge der Resonatoren auf den Platten II, III, IV und V ist aber nahezu gleich 1, 2, 3 und 4 Viertelwellenlängen.

Dass die beobachteten Resonanzerscheinungen nicht mit noch grösserer Deutlichkeit hier zu Tage treten, lässt sich in folgender Weise begründen.

In erster Linie ist zu vermuthen, dass die Resonatoren der Platten III und V nicht genügend genau abgestimmt sind. Eine exacte Berechnung für die Länge maximaler Resonanz ist für Resonatoren der beschriebenen Art nicht durchgeführt. Auch würde bei der Berechnung ihrer Periode der Einfluss der benachbarten Resonatoren auf einander nicht unberücksichtigt bleiben dürfen. Ein zweiter Grund liegt in der grossen Dämpfung, welche Resonatoren dieser Form in Folge ihrer relativ grossen Capacität und geringen Selbstinduction nothwendig besitzen. Ein dritter Grund ist in der unvollkommenen Polarisation der Strahlen zu suchen, welche in Folge ihrer Convergenz nicht sämmtlich genau unter dem Polarisationswinkel an der Glasplatte *d* reflectirt werden. Ein vierter endlich beruht auf der Inhomogenität der angewandten Strahlung. Es erscheint uns daher nicht zweifelhaft, dass sich unter günstigeren Bedingungen noch erheblich schärfere Resonanzwirkungen mit Wärmestrahlen erreichen lassen, doch halten wir die Thatsache selbst durch die beschriebenen Versuche als sicher festgestellt.

Ausgegeben am 28. Januar 1897.

1896.
LIII.

SITZUNGSBERICHTE

DER

KÖNIGLICH PREUSSISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

ZU BERLIN.

17. December. Sitzung der philosophisch-historischen Classe.

Vorsitzender Secretar: Hr. Diels.

Hr. Hirschfeld las: Über Clodius Albinus.

Ausgegeben am 28. Januar 1897.



VERZEICHNISS DER EINGEGANGENEN DRUCKSCHRIFTEN.

(Die Schriften, bei denen kein Format angegeben ist, sind in Octav. — Die mit * bezeichneten Schriften sind mit Unterstützung der Akademie erschienen, die mit † bezeichneten durch Ankauf erworben.)

Nova Acta Academiae Caesareae Leopoldino-Carolinae Germanicae naturae curiosorum. T. 55—64. Halle 1891/94. 4.

Leopoldina. Amtliches Organ der Kais. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher. Heft 32. N. 1—6. 8—11. Halle 1896. 4.

Katalog der Bibliothek der Kais. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher. Von O. Grulich. Lief. 3—7. Halle 1896.

Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der Kgl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XIX. Abth. 1. — *Der philosophisch-philologischen Classe.* Bd. 20. Abth. 2. — *Der historischen Classe.* Bd. XXI. Abth. 2. München 1896. 4.

Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der Kgl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München. 1895. Heft 3. 1896. Heft 1.2. — *Der philos.-philol. und der histor. Classe.* 1895. Heft 4. 1896. Heft 1.2. München 1895/96.

Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Bd. 40. Vom Jahre 1894 und 1895. — *Mathematisch-physikalische Classe. Philologisch-historische Classe.* N. F. Bd. I. N. 1. 2. 3. Göttingen 1895/96. 4.

Nachrichten von der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. — *Philol.-hist. Classe.* 1896. Heft 1—3. — *Math.-phys. Classe.* 1895. Heft 4. 1896. Heft 1—3. — *Geschäftliche Mittheilungen.* 1896. Heft 1. 2. Göttingen 1895/96.

Abhandlungen der math.-phys. Classe der Kgl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Bd. XXIII. N. 1—5. Leipzig 1896. — *Philol.-hist. Classe.* Bd. XVII. N. 1—5. Leipzig 1895/96. 4.

Berichte über die Verhandlungen der Kgl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Philol.-hist. Classe. 1895. III. IV. 1896. I. — *Math.-phys. Classe.* 1895. V. VI. 1896. I—III. Leipzig 1896.

Zur fünfzigjährigen Jubelfeier der Kgl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig am 1. Juli 1896. Leipzig.

Preussische Statistik. Herausgegeben vom Kgl. Statistischen Bureau in Berlin. N. 136. 138. 139. 141. Berlin 1896. 4.

Zeitschrift des Kgl. Preussischen Statistischen Bureaus. Jahrg. 35. 1895. 4. Vierteljahrsheft. Jahrg. 36. 1896. 1—3. Vierteljahrsheft. Berlin 1895/96. 4.

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1890. Dargestellt von der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin. — *1894.* Jahrg. 50. Abth. 2. Jahrg. 46. Abth. 1—3. — *1895.* Jahrg. 51. Abth. 1. 3. Braunschweig 1896.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd. 25. Jahrg. 1893 und 1894. Heft 1—2. Berlin 1896.

†*Journal für die reine und angewandte Mathematik.* Gegründet von A. L. Crelle 1826. Bd. 116. Heft 1—4. Berlin 1896. 4.

Berichte der Deutschen Chemischen Gesellschaft. Jahrg. 28. N. 19. 20. Jahrg. 29. N. 1—10. Berlin 1896.

Landwirthschaftliche Jahrbücher. Zeitschrift für wissenschaftliche Landwirthschaft. Bd. 24 (1895). Ergänzungsband III. Bd. 25 (1896). Heft 1—6. Ergänzungsband I. II. Berlin 1896.

Nachtrag zum Verzeichniss der in der Formerei der Kgl. Museen zu Berlin verkäuflichen Gipsabgüsse. (Berlin 1893.)

Der Oderstrom, sein Stromgebiet und seine wichtigsten Nebenflüsse. Herausgegeben vom Bureau des Ausschusses zur Untersuchung der Wasserverhältnisse in den der Überschwemmungsgefahr besonders ausgesetzten Flussgebieten. Bd. I—III. Abth. 1—3. [Nebst] Tabellen, Anlagen und Kartenbeilagen. Berlin 1896. 8. 4 und Fol.

Zeitschrift für das Berg-, Hütten- und Salinenwesen im Preussischen Staate. Bd. 43. Statistische Lieferung 2. 3. Bd. 44. Heft 1—4. Mit einem Atlas enthaltend die Tafeln I—XXXIII. Statistische Lieferung 1. Berlin 1895/96. 4 u. fol.

Zeitschrift der Deutschen geologischen Gesellschaft. Bd. 47. Heft 3. 4. Bd. 48. Heft 1. 2. Berlin 1895/96.

Berliner Astronomisches Jahrbuch für 1898. Berlin 1896.

Jahrbuch der Kgl. Preussischen geologischen Landesanstalt und Bergakademie zu Berlin für das Jahr 1894. Bd. XV. Berlin 1895.

Jahresbericht des Directors des Kgl. Geodätischen Instituts für die Zeit von April 1895 bis April 1896. Potsdam 1896.

Veröffentlichungen des Kgl. Preussischen Geodätischen Instituts und Centralbureaus der Internationalen Erdmessung. — Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft auf zweiundzwanzig Stationen von der Ostsee bei Kolberg bis zur Schneekoppe. — Die Europäische Längengradmessung im 52. Grad Breite von Greenwich bis Warschau. II. Heft. Berlin 1896.

Verhandlungen der vom 25. September bis 12. October 1895 in Berlin abgehaltenen Elften Allgemeinen Conferenz der Internationalen Erdmessung. I. Theil: Sitzungsberichte. II. Theil: Specialberichte. Berlin 1896. 4.

Bericht über die Thätigkeit des Kgl. Preussischen Meteorologischen Instituts im Jahre 1895. Berlin 1896.

Nuntiaturberichte aus Deutschland nebst ergänzenden Actenstücken. Abth. III. 1572—1585. 3. Bd. Herausg. durch das Kgl. Preussische Historische Institut in Rom u. die Kgl. Preussische Archiv-Verwaltung. Berlin 1896.

Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Bd. 10. Potsdam 1896. 4.

**Acta Borussica.* — Denkmäler der Preussischen Staatsverwaltung vom 18. Jahrhundert. Herausgegeben von der Kgl. Akademie der Wissenschaften. — Die einzelnen Gebiete der Verwaltung. Getreidehandelspolitik. Bd. I. Die Getreidehandelspolitik der Europäischen Staaten vom 13. bis zum 18. Jahrhundert. Darstellung von W. Naudé. Berlin 1896. 2 Ex.

**Commentaria in Aristotelem Graeca* edita consilio et auctoritate Academiae litterarum Reg. Borussicae. Vol. XXI. Pars II. — Anonymi et Stephani in artem rhetoricam commentaria ed. Hugo Rabe. Berolini 1896.

**Corpus inscriptionum Etruscarum* administrante Danielsson ed. Carolus Pauli. [Fasc. V. VI.] Lipsiae (1896). 4. 2 Ex.

Monumenta Germaniae historica. — Auctorum antiquissimorum Tom. XIII. Pars III. — *Chronica minora saec. IV. V. VI. VII* ed. Th. Mommsen. Vol. III. Fasc. III. Berolini 1896. 4. — *Legum sectio IV. Constitutiones et acta publica imperatorum et regum.* Tom. II.

Hannoverae 1896. 4. *Poetarum latinorum medii aevi* T. III. P. II. Fasc. II. Berolini 1896.

Jahrbuch des Kais. Deutschen Archaeologischen Instituts. Bd. X. 1895. Heft 4. Bd. XI. 1896. Heft 1. 2. Berlin 1896. 4.

Mittheilungen des Kais. Deutschen Archaeologischen Instituts. — Römische Abtheilung. Bd. X. Fasc. 3. 4. Bd. XI. Fasc. 1. 2. Rom 1896.

Mittheilungen des Kais. Deutschen Archaeologischen Instituts. — Athenische Abtheilung. Bd. XX. Heft 3. 4. Bd. XXI. Heft 1. 2. Athen 1895/96.

**Etruskische Spiegel.* Herausgegeben von Eduard Gerhard. Bd. V. Im Auftrage des Kais. Deutschen Archaeologischen Instituts bearbeitet von A. Klügmann und G. Körte. Heft 14. Berlin 1896. 4. 2 Ex.

Zeitschrift für afrikanische und oceanische Sprachen. Mit besonderer Berücksichtigung der deutschen Kolonien. Jahrg. II. Heft 1—4. Berlin 1896.

Mittheilungen aus der Zoologischen Station zu Neapel. Bd. 12. Heft 2. 3. Berlin 1896.

Fauna und Flora des Golfes von Neapel und der angrenzenden Meeres-Abschnitte. Herausgegeben von der Zoologischen Station zu Neapel. Monographie 22: Nemertinen von Otto Bürger. Berlin 1895. 4.

Die Thätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der Zeit vom 1. April 1895 bis 1. Februar 1896. Berlin 1896. Sep.-Abdr.

Mittheilungen aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Abth. II. (9 Sep.-Abdr. a. d. Zeitschr. für Instrumentenkunde, der Zeitschr. für anorganische Chemie und der Elektrotechnischen Zeitschrift. 1896.).

Übersicht über die Geschäftsthätigkeit der Aichungsbehörden während des Jahres 1895. Herausgegeben von der Kais. Normal-Aichungs-Commission. Berlin 1896. 4.

Chronik der Kgl. Akademie der Künste zu Berlin. 1. October 1894 bis 1. October 1895. Berlin 1895.

Mittheilungen aus dem Telegraphen-Ingenieurbüreau des Reichs-Postamts. II. (April 1892 bis Ende 1895.) Berlin 1896.

Zweiter Jahresbericht des Psychologischen Vereins zu Berlin. 1894. 95. Berlin.

Sitzungsberichte der Gesellschaft Naturforschender Freunde zu Berlin. Jahrg. 1895. Berlin 1895.

Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte. XVIII. Jahrg. 1895. Hamburg 1896. 4.

Deutsche Seewarte. — Resultate meteorologischer Beobachtungen von deutschen und holländischen Schiffen für Eingradfelder des Nordatlantischen Oceans. Quadrat 151 a/b. Herausgegeben von der Direction. N. 15. Hamburg 1896. 4. — *Tabellarische Wetterberichte.* 1896. Jahrg. XXI. N. 1—274. Hamburg 1896. 4.

18. Jahresbericht über die Thätigkeit der Deutschen Seewarte für das Jahr 1895. Beiheft I zu den »Annalen der Hydrographie und maritimen Meteorologie«. 1896. Hamburg 1896.

Deutsches Meteorologisches Jahrbuch für 1894. Beobachtungssystem der Deutschen Seewarte. — Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen an 10 Stationen II. Ordnung und an 45 Signalstellen, sowie stündliche Aufzeichnungen an 2 Normal-Beobachtungs-Stationen. Jahrg. XVII. Herausgegeben von der Direction der Seewarte. Hamburg 1895. 4.

Deutsche überseeische meteorologische Beobachtungen. Gesammelt und herausgegeben von der Deutschen Seewarte. Heft VII. [Berlin 1896.] 4.

Anzeiger des Germanischen Nationalmuseums. Jahrg. 1895. Nürnberg 1895.

Mittheilungen aus dem Germanischen Nationalmuseum. Jahrg. 1895. Nürnberg 1895.

Atlas zum Katalog der im Germanischen Museum vorhandenen, zum Abdruck bestimmten geschnittenen Holzstöcke vom XV.—XVIII. Jahrhundert. XII Tafeln. Nürnberg 1896. Gr. Fol.

Die Venusdurchgänge 1874 und 1882. Bericht über die deutschen Beobachtungen. Bd. VI. Berlin 1896. 4.

Catalog der Astronomischen Gesellschaft. Abth. I. *Catalog der Sterne bis zur 9. Grösse zwischen 80° nördlicher und 2° südlicher Declination für das Aequinoctium 1875.* 11. Stück. Zone +15° bis +20°. Leipzig 1896. 4.

Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. Jahrg. 30. Heft 4. Leipzig 1895. — *Generalregister der Jahrgänge 1—25* von A. v. Tillo. Supplementheft zu Jahrg. 29. Leipzig 1895.

Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Bd. 49. Heft 4. Bd. 50. Heft 1—3. Leipzig 1895.

Abhandlungen für die Kunde des Morgenlandes. Herausgegeben von der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft. Bd. X. Nr. 3. Leipzig 1896.

Schriften der Physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg i. Pr. Jahrg. 36. 1895. Königsberg 1895. 4.

Mittheilungen des Coppernicus-Vereins für Wissenschaft und Kunst zu Thorn. XI. Heft. Thorn 1896.

36. 42. Jahresbericht des Coppernicus-Vereins für Wissenschaft und Kunst zu Thorn für die Geschäftsjahre 1889/90—1895/96. Thorn 1895/96.

Schriften der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig. N. F. Bd. IX. Heft 1. Danzig 1896.

Mittheilungen aus dem Naturwissenschaftlichen Verein für Neu-Vorpommern und Rügen in Greifswald. Jahrg. 27. 1895. Berlin 1896.

72. Jahresbericht der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. [Nebst] Ergänzungsheft. Breslau 1896.

Zeitschrift der historischen Gesellschaft für die Provinz Posen. Jahrg. IX. Heft 3 u. 4. 1894. Jahrg. X. Heft 1—4. 1895. Jahrg. XI. Heft 1 u. 2. 1896. Posen 1895.

Sonder-Veröffentlichungen der historischen Gesellschaft für die Provinz Posen. III. Das Jahr 1793. Urkunden und Aktenstücke zur Geschichte der Organisation Südpreussens. Herausgegeben unter der Redaction von R. Prümers. Posen 1895.

Verhandlungen des Botanischen Vereins der Provinz Brandenburg. Jahrg. 37. 1895. Berlin 1895.

Helios. Abhandlungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaften. Organ des naturwissenschaftlichen Vereins des Regierungsbezirks Frankfurt. Jahrg. 13. N. 7—12. 1896. Frankfurt a. O.

Societatum Litterae. Verzeichniss der in den Publicationen der Akademien aller Länder erscheinenden Einzelarbeiten. 1895. Jahrg. IX. N. 10—12. 1896. Jahrg. X. N. 1—6. Frankfurt a. O.

Neues Lausitzisches Magazin. Bd. 72. Heft 1. Görlitz 1896.

Festschrift zum 550. Gedenktage des Oberlausitzer Sechsstädtebündnisses am 21. August 1896. Herausgegeben von der Oberlausitzischen Gesellschaft der Wissenschaften. Theil I: *Codex diplomaticus Lusatiae superioris II.* Görlitz 1896.

Jahresbericht und Abhandlungen des Naturwissenschaftlichen Vereins in Magdeburg. 1894 II. Halbjahr—1896. Magdeburg 1896.

Verzeichniss der auf der Kgl. vereinigten Friedrichs-Universität Halle-Wittenberg im Sommerhalbjahr 1896 zu haltenden Vorlesungen. Halle a. S. 1896.

Astronomische Nachrichten. Bd. 139. N. 3313—3336. Bd. 140. N. 3337—3360. Bd. 141. N. 3361—3384. Kiel 1896. 4.

Wissenschaftliche Meeresuntersuchungen. Herausgegeben von der Commission zur wissenschaftlichen Untersuchung der deutschen Meere in Kiel und der biologischen Anstalt auf Helgoland. N. F. Bd. I. Heft 2. Bd. II. Heft 1. Abth. 1. Kiel und Leipzig 1896. 4.

Mittheilungen des deutschen Seefischereivereins. Bd. XII. N. 1—9. Hannover 1896.

Neues Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtskunde. Bd. XXI. Heft 2. 3. Bd. XXII. Heft 1. Hannover und Leipzig 1896.

Jahrbücher der Kgl. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt. N. F. Heft 22. Erfurt 1896.

Abhandlungen und Bericht 41 des Vereins für Naturkunde zu Cassel über das Vereinsjahr 1895/96. Cassel 1896.

Abhandlungen, herausgegeben von der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft. Bd. 19. Heft 2—4. Bd. 22 nebst Anhang. Frankfurt a. M. 1895/96. 4.

Bericht über die Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft in Frankfurt a. M. 1896. Frankfurt a. M.

Jahresbericht des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M. für das Rechnungsjahr 1894/95. Frankfurt a. M. 1896.

Verhandlungen des Naturhistorischen Vereins der Preussischen Rheinlande, Westfalens und des Regierungsbezirkes Osnabrück. Jahrg. 52. Zweite Hälfte. Jahrg. 53. Erste Hälfte. Bonn 1895/96.

Sitzungsberichte der Niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde zu Bonn. 1895. Zweite Hälfte. 1896. Erste Hälfte. Bonn 1895/96.

Bonner Jahrbücher. Jahrbücher des Vereins von Alterthumsforschern im Rheinlande. Heft 98. 99. Bonn 1895/96.

Jahrbuch des Kgl. Sächsischen Meteorologischen Instituts 1894. Jahrg. XII. 2. Hälfte oder 3. Abth. 1895. Jahrg. XIII. 1. 2. Abthl. Zugl. Deutsches Meteorol. Jahrbuch für 1895. Chemnitz 1895/96. 4.

Abhandlungen des Kgl. Sächsischen Meteorologischen Instituts. Heft 1. Leipzig 1896. 4.

Vorläufige Mittheilung der Beobachtungsergebnisse von 12 Stationen II. Ordnung in Sachsen. December 1895 — Juli 1896. Wissensch. Beibl. der Leipziger Zeitung.

†*Hedwigia.* Organ für Kryptogamenkunde. Bd. 35. 1896. Heft 1—5. Dresden 1896.

Abhandlungen und Berichte des Kgl. Zoologischen und Anthropologisch-Ethnographischen Museums zu Dresden. 1892/93. 1894/95. (Bd. V.) Herausgegeben von A. B. Meyer. Berlin 1894/95. 4.

Publicationen aus dem Kgl. Ethnographischen Museum zu Dresden. Herausgegeben von A. B. Meyer. Bd. X. Dresden 1895. 2.

Zeitschrift für Naturwissenschaften. Organ des naturwissenschaftlichen Vereins für Sachsen und Thüringen. 68. Bd. 5. und 6. Heft. 69. Bd. 1. und 2. Heft. Leipzig 1895/96.

Preisschriften, gekrönt und herausgegeben von der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig. — N. XII. XIII *der math.-naturw. Section.* — N. XIX. XX *der histor.-nationalökonom. Section.* Leipzig 1895/96.

Zeitschrift für physikalische Chemie. Bd. XX. Heft 1—4. Bd. XXI. Heft 1. 2. Leipzig 1896.

Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten. Jahrg. XIII. 1895. Nebst Beiheft. Hamburg 1896. 8. und 4.

Mittheilungen aus dem Naturhistorischen Museum in Hamburg. VIII. Jahrg. Beiheft zum Jahrbuch der Hamburgischen wissenschaftl. Anstalten. XIII. 1895. Hamburg 1896.

Mittheilungen der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg. Bd. III. Heft 6. Hamburg 1896.

Verhandlungen des Vereins für naturwissenschaftliche Unterhaltung zu Hamburg 1894/95. Bd. IX. Hamburg 1896.

Abhandlungen, herausgegeben vom Naturwissenschaftlichen Vereine zu Bremen. Bd. XIV. Heft 1. 3. Bremen 1895/96.

Bremisches Jahrbuch. Herausgegeben von der Historischen Gesellschaft des Künstlervereins. Bd. 17. 18. Bremen 1895/96.

Deutsches Meteorologisches Jahrbuch für 1895. Freie Hansestadt Bremen. — Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen vom Jahre 1895. Jahrg. VI. Bremen 1896. — Meteorologische Station I. Ordnung in Aachen. Ergebnisse der Meteorologischen Beobachtungen. Jahrg. I. Aachen 1896. 4.

Geognostische Jahreshefte. 8. Jahrg. 1895. Herausgegeben von der geognostischen Abtheilung des Kgl. Bayerischen Oberbergamtes in München. Cassel 1896.

Sitzungsberichte der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. Jahrg. 1895. N. 1—9. Würzburg 1896.

Verhandlungen der Physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. N. F. 29. Bd. 1895. Würzburg 1896.

Sitzungsberichte der Physikalisch-medicinischen Societät in Erlangen. Heft 27. 1895. Erlangen 1896.

Hochschul-Nachrichten. W. S. 1895/96. S. S. 1896. W. S. 1896/97. N. 63—75. (München 1895/96.) 4.

Verhandlungen des Historischen Vereines der Oberpfalz und von Regensburg. Bd. 40 der neuen Folge. Regensburg 1896.

Archiv des Historischen Vereins von Unterfranken und Aschaffenburg. Bd. 37 u. 38. Würzburg 1895/96.

Jahres-Bericht des Historischen Vereins von Unterfranken und Aschaffenburg für 1894. 1895. Würzburg 1895/96.

Beilage zur Allgemeinen Zeitung. Ausgabe in Wochenheften. Jahrg. 1896. Heft 1—52. München 1896. 4.

37. Plenarversammlung der historischen Commission bei der Kgl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bericht des Secretariats. (München 1896.)

Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. Jahrg. 52. Stuttgart 1896.

Württembergische Vierteljahrshefte für Landesgeschichte. N. F. Jahrg. IV. 1895. Heft 1—4. Stuttgart 1896.

Bibliothek des Litterarischen Vereins in Stuttgart. 104—107. Tübingen 1895.

Neue Heidelberger Jahrbücher. Herausgegeben von dem historisch-philosophischen Vereine zu Heidelberg. Jahrg. VI. Heft 1. 2. Heidelberg 1896.

Veröffentlichungen der Grossherzoglichen Sternwarte zu Karlsruhe. Heft V. Karlsruhe 1896. 4.

Zeitschrift der Gesellschaft für Beförderung der Geschichts-, Alterthums- und Volkskunde von Freiburg, dem Breisgau und den angrenzenden Landschaften. Bd. XII. Freiburg i. Br. 1895.

Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften, des Ackerbaues und der Künste im Unter-Elsass. Monatsbericht. Bd. 30. 1896. Heft N. 1—8. Strassburg.

Deutsches Meteorologisches Jahrbuch für 1894. Beobachtungssystem von Elsass-Lothringen. — Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im Reichsland Elsass-Lothringen im Jahre 1894. Strassburg 1896. 4.

Annalen der Kaiserlichen Universitäts-Sternwarte in Strassburg. Bd. I. Carlsruhe 1896. 4.

18. Jahresbericht des Vereins für Erdkunde zu Metz für das Vereinsjahr 1895/96. Metz 1896.

**Politische Correspondenz* FRIEDRICH's *des Grossen.* Bd. 22. Berlin 1895. 2 Ex.

**Ergebnisse der Plankton-Expedition der Humboldt-Stiftung.* — Bd. II. E. b. *Die Pyrosomen der Plankton-Expedition.* Von OSWALD SEELIGER. — Bd. II. F. e. *Die Acephalen der Plankton-Expedition.* Von HEINRICH SIMROTH. — Bd. II. H. f. *Die Polykladen der Plankton-Expedition.* Von MARIANNE PLEHN. — Bd. II. E. c. *Die Appendicularien der Plankton-Expedition.* Von H. LEHMANN. — Kiel und Leipzig 1895/96. 4. (Je 2 Ex.)

*COHEN, E., und W. DEECKE. *Über Geschiebe aus Neu-Vorpommern und Rügen.* 1891. Sep.-Abdr. — Erste Fortsetzung. Berlin 1896.

*ALTMANN, WILHELM. *Die Urkunden Kaiser Siegmunds (1410—1437).* 1. Lief. Innsbruck 1896. 4.

*ASCHERSON, PAUL. *Synopsis der mitteleuropäischen Flora.* Bd. I. Lief. 1. 2. Leipzig 1896.

*BUCHENAU, FRANZ. *Flora der ostfriesischen Inseln.* Leipzig 1896. 2 Ex.

*CHUN, CARL. *Atlantis.* Biologische Studien über pelagische Organismen. — Bibliotheca zoologica. Original-Abhandlungen aus dem Gesammtgebiete der Zoologie. Herausgegeben von R. LEUCKART und C. CHUN. Heft 19. Stuttgart 1896. 4.

*FINKE, HEINRICH. *Acta concilii Constanciensis.* Bd. I. Münster i. W. 1896.

*GEBHARDT, BRUNO. *WILHELM VON HUMBOLDT als Staatsmann.* Bd. 1. Bis zum Ausgang des Prager Congresses. Stuttgart 1896.

*GRUBE, WILHELM. *Die Sprache und Schrift der Jučen.* Leipzig 1896. 2 Ex.

*JAHN, G. *Zum Verständniss des Sibawaihi* 2. Eine Abwehr. Berlin 1896.

*KLEBAHN, H. *Beiträge zur Kenntniss der Auxosporenbildung.* I. *Rhopalodia gibba* (EHRENB.) O. MÜLLER. Berlin 1896. Sep.-Abdr.

LAEHR, HEINRICH. *Die Litteratur der Psychiatrie, Neurologie und Psychologie im XVIII. Jahrhundert.* 2. Aufl. Berlin 1895. 4.

*SCHMITZ, WILHELM. *Miscellanea Tironiana.* Aus dem Codex Vaticanus Latinus reginae Christianae 846 (Fol. 99—114) herausgegeben. Leipzig 1896. 4. 2 Ex.

*SCHÖNE, HERMANN. *Apollonius von Kitium.* Illustrirter Commentar zu der Hippokratischen Schrift *Περὶ ἄρθρων.* Leipzig 1896. 4. 2 Ex.

*WEBER, C. A. *Über die diluviale Flora von Fahrenkrug in Holstein.* 1893. 5 Sep.-Abdr.

* ———. I. *Über die fossile Flora von Honerdingen und das nordwestdeutsche Diluvium.* II. *Zur Kritik interglacialer Pflanzenablagen.* 1896. 5 Sep.-Abdr.

*WERNICKE, CARL. *Atlas des Gehirns.* Abth. I. Breslau 1897. 4.

CURTIUS, E., und J. A. KAUPERT. *Karten von Attika,* auf Veranlassung des Kais. Deutschen Archaeologischen Instituts, mit erläuterndem Text herausgegeben. Erläuternder Text zu Heft VII—VIII von ARTHUR MILCHHOEFER. Berlin 1895. 4.

†JACOB und WILHELM GRIMM. *Deutsches Wörterbuch.* Fortgesetzt von M. HEYNE. Bd. IX. Lief. 6—8. Leipzig 1896.

Anonymus Londinensis. Auszüge eines Unbekannten aus Aristoteles-Menon's Handbuch der Medicin. Deutsche Ausgabe von H. BECKH [und] F. SPÄT. Berlin 1896.

MOLTKE's Militärische Werke. I. Militärische Correspondenz. Zweiter Theil. — Dritter Theil. Abth. I. II. — Berlin 1896.

BAHRFELDT, EMIL. *Das Münzwesen der Mark Brandenburg unter den Hohenzollern bis zum Grossen Kurfürsten von 1415 bis 1640.* Text und Tafeln. Berlin 1895. 4.

BECHMANN, AUGUST VON. *Der churbayerische Kanzler Alois Freiherr von Kreittmayr.* Festrede. München 1896. 4.

BEILSTEIN, F. *Handbuch der organischen Chemie.* 3. Aufl. Lief. 58—60. (Bd. II. Lief. 33—35.) Lief. 61—69. (Bd. III. Lief. 1—9.) Hamburg und Leipzig 1896.

BORGGREVE, B. R. *Über das Wesen der X-Strahlen.* Berlin 1896. 4. Sep.-Abdr.

BREMER, OTTO. *Zur Kritik des Sprachatlas.* 1896. Sep.-Abdr. Leipzig.

BRILL, A., und M. NOETHER. *Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Functionen in älterer und neuerer Zeit.* Bericht, erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Berlin 1893. Sep.-Abdr.

CHROUST, ANTON. *Abraham von Dohna. Sein Leben und sein Gedicht auf den Reichstag von 1613.* München 1896.

COHEN, ERNST. *Studien zur chemischen Dynamik.* Nach J. H. VAN'T HOFF's Études de dynamique chimique bearbeitet. Amsterdam und Leipzig 1896.

COHN, FERDINAND. *NATHANAEL PRINGSHEIM.* Nachruf. Berlin 1895. Sep.-Abdr. 2 Ex.

COHN, LEOPOLDUS. *Philonis Alexandri opera quae supersunt.* Vol. 1. Berolini 1896.

Curtze, Maximilian. *Ein Beitrag zur Geschichte der Physik im 14. Jahrhundert.* Stockholm 1896. Sep.-Abdr.

Dove, Karl. *Südwest-Afrika.* Kriegs- und Friedensbilder aus der deutschen Colonie. Berlin 1896.

Ebeling, A. *Über die magnetischen Arbeiten der II. Abtheilung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.* Berlin 1896. Sep.-Abdr.

Ende, Hermann. *Die deutsche Kunst seit Neubegründung des deutschen Kaiserthums.* Rede zur Feier des Allerhöchsten Geburtstages Sr. Majestät des Kaisers und Königs am 27. Januar 1896. Berlin 1896.

Engel, Bernhard. *Die mittelalterlichen Siegel des Thorner Rathsarchivs mit besonderer Berücksichtigung des Ordenslandes.* 2. Theil: Privatsiegel. Thorn 1895. 4.

Friedlaender, Benedict, und Immanuel Friedlaender. *Absolute oder relative Bewegung?* Berlin 1896.

Galle. *Einige Zusätze zu den im Jahre 1857 herausgegebenen »Grundzüge der Schlesischen Klimatologie«.* 1895. Sep.-Abdr.

Goldammer, D. A. *Einige Bemerkungen über die Natur der X-Strahlen.* 1896. Sep.-Abdr.

——————. *Bemerkungen über die analytische Darstellung des periodischen Systems der Elemente.* 1896. Sep.-Abdr.

Hagen, B. *Anthropologische Studien aus Insulinde.* Veröffentlicht durch die Kgl. Akad. d. Wissenschaften zu Amsterdam. Amsterdam 1890. 4.

Hirth, Friedrich. *Die Insel Hainan nach Chao Ju-kua.* Berlin 1896. Sep.-Abdr.

——————. *Über fremde Einflüsse in der chinesischen Kunst.* München und Leipzig 1896.

Hoevell, G. W. W. C., Baron von. *Einige weitere Notizen über die Formen der Götterverehrung auf den Süd-Wester- und Süd-Oster-Inseln.* Sep.-Abdr. aus: »Internationales Archiv für Ethnographie«, Bd. VIII. 1895. [Leiden.] 4.

van't Hoff, J. H. *Studies in chemical dynamics.* Rev. and enlarged by Ernst Cohen, transl. by Thomas Ewan. Amsterdam und London 1896.

Jachmann. *Ein Denkmal der Erinnerung für seine Freunde.* Liegnitz 1892. Sep.-Abdr.

Kantstudien. Philosophische Zeitschrift. Herausgegeben von Hans Vaihinger. Bd. I. Heft 1. Hamburg und Leipzig 1896.

Koelliker, Albert. *Über den Fornix longus sive superior des Menschen.* Zürich 1896. Sep.-Abdr.

——————. *Handbuch der Gewebelehre des Menschen.* Bd. II. Hälfte 2. Leipzig 1896.

Koenigsberger, Leo. *Hermann von Helmholtz's Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik und Mechanik.* Rede zum Geburtsfeste des Höchstseligen Grossherzogs Karl Friedrich und zur akademischen Preisvertheilung am 22. November 1895. Heidelberg 1895. 4.

Lampe, E. *Rede bei der Feier des 25jährigen Gedenktages der Proklamirung des Deutschen Reiches am 18. Januar 1896 in der Aula der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin.* Berlin 1896.

Lehmann, Karl. *Das Langobardische Lehnrecht.* Göttingen 1896. 2 Ex.

Leman. *Über die Einrichtung und den Gebrauch von Praecisionsmaassstäben.* Vortrag. Berlin 1896. 4. Sep.-Abdr.

Lepsius, Richard. *Der Rheinstrom und seine Überschwemmungen.* Rede zur Feier des Geburtstages Sr. Kgl. Hoheit des Grossherzogs Ernst Ludwig am 25. November 1895 in der Aula der Technischen Hochschule zu Darmstadt. Darmstadt 1895.

Leydig, F. *Fortgesetzte Studien zur Kenntniss der Zirbel und Parietalorgane.* Frankfurt a. M. 1896. 4. Sep.-Abdr.

Löwenthal, Eduard. *Der letzte Grund der Dinge und die Entstehung der beseelten und geistigen Organismen.* Berlin 1896.

Menzel, Adolph. *Das Werk Adolph Menzel's 1885—1895.* Nachtrag zum Hauptwerk. München o. J. Gr. Folio.

Mewes, Rudolf. *Die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Schwerkraftstrahlen und deren Wirkungsgesetze.* Berlin 1896.

Meyer, A. B., und R. Parkinson. *Album von Papua-Typen.* Neu-Guinea und Bismarck-Archipel. Dresden 1894. 4.

Müller-Breslau, Heinrich. *Vom Kriege hinter der Front 1870—71.* Festvortrag zur Feier des Geburtstages Seiner Majestät des Kaisers und Königs Wilhelm II. in der Aula der Kgl. Technischen Hochschule zu Berlin am 26. Januar 1896. Berlin 1896.

Noether, M. *Arthur Cayley.* Leipzig 1895. Sep.-Abdr.

——————. *Note über die Siebensysteme von Kegelschnitten, welche durch die Berührungspunkte der Doppeltangenten einer ebenen Curve vierter Ordnung gehen.* Leipzig 1895. Sep.-Abdr.

——————. *Consecutive und coincidirende Elemente einer algebraischen Curve.* Leipzig 1893. Sep.-Abdr.

Pestalozzi's sämmtliche Werke. Unter Mitwirkung von H. Morf und O. Hunziker herausgegeben von L. W. Seyffarth. Bd. XIX. Lief. 1 der neuen Folge. Liegnitz 1895.

Pestalozzi-Studien. Monatsschrift, herausgegeben von L. W. Seyffarth. Jahrg. I. Heft 3. Liegnitz 1896.

Recklinghausen, Friedrich von. *Die Adenomyome und Cystadenome der Uterus- und Tubenwandung, ihre Abkunft von Resten des Wolff'schen Körpers.* Berlin 1896.

Riem, Joh. *Über eine frühere Erscheinung des Kometen 1881 III Tebbutt.* Göttingen 1896.

Rosenbusch, H. *Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine.* II. Bd. Mikroskopische Physiographie der massigen Gesteine. Zweite Hälfte. Stuttgart 1896.

Rück, Karl. *Willibald Pirkheimer's Schweizerkrieg.* Nach Pirkheimer's Autographum im Britischen Museum herausgegeben. München 1895.

Schlagintweit, Emil. *Die Berechnung der Lehre.* Eine Streitschrift zur Berichtigung der buddhistischen Chronologie, verfasst im Jahre 1591 von Sureçamatibhadra. Aus dem Tibetischen übersetzt. München 1896. 4. Sep.-Abdr.

Schwickert, Joh. Jos. *Ein Triptychon klassischer kritisch-exegetischer Philologie.* Leipzig und Würzburg 1896.

Seyffarth, L. W. *Pestalozzi in Preussen.* Vortrag. 3. verm. Aufl. Liegnitz 1895.

——————. *Pestalozzi und Anna Schulthess.* Vortrag. Liegnitz 1895.

——————. *Frau Pestalozzi, Anna, geb. Schulthess.* Ein Lebensbild. Liegnitz 1896.

——————. *Pestalozzi in seiner weltgeschichtlichen Bedeutung.* Nach Vorträgen. Liegnitz 1896.

Speckmann, G. *Über unbestimmte Gleichungen.* Leipzig und Dresden 1895.

Staude, Otto. *Die Focaleigenschaften der Flächen zweiter Ordnung.* Leipzig 1896.

Stenzel, G. *Nachträgliche Bemerkungen zur »Gattung Tubicaulis Cotta«.* [1896.] Sep.-Abdr.

Sturm, Rudolf. *Die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie in synthetischer Behandlung.* Theil III. Leipzig 1896.

Tannert, A. C. *Der Sonnenstoff als Zukunftslicht und Kraftquelle.* Neisse 1896.

Tischer, Ernst. *Über die Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz.* Leipzig 1896. 4.

Die Vegetation der Erde. Sammlung pflanzengeographischer Monographien, herausg. von A. Engler und O. Drude. I. Grundzüge der Pflanzenverbreitung auf der iberischen Halbinsel. Von Moritz Willkomm. Leipzig 1896.

Virchow, Rudolf. *Hundert Jahre allgemeiner Pathologie.* Berlin 1895. Sep.-Abdr.

———. *Rassenbildung und Erblichkeit.* Berlin 1896. Sep.-Abdr.

Wegner, Gustav. *Kant-Lexikon.* Ein Handbuch für Freunde der Kant'schen Philosophie. Berlin 1893.

Winkler, Heinrich. *Die sprache der zweiten columne der dreisprachigen inschriften und das altaische.* Breslau [1896]. 4.

Winkler, Heinrich. *Germanische Casussyntax.* I. Berlin 1896.

Wittstock, A. *Das ästhetische Erziehungs-System.* Ein Grundriss. Leipzig 1896.

Ziegler, Julius, und Walter König. *Das Klima von Frankfurt am Main.* Frankfurt 1896.

Anzeiger der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Math.-naturw. Classe. 32. Jahrg. 1895. N. 19—27. 33. Jahrg. 1896. N. 1—25. — *Philos.-hist. Classe.* 32. Jahrg. 1895. N. 19—27. 33. Jahrg. 1896. N. 1—12. 14—18. 20—24. Wien 1895/96.

Denkschriften der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Math.-naturw. Classe. Bd. 62. Wien 1895. 4.

Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wissenschaften. Math.-naturw. Classe. Bd. 104. Jahrg. 1895. — *Philos.-hist. Classe.* Bd. 132. 133. Jahrg. 1895. Wien 1895.

Die attischen Grabreliefs. Herausgegeben im Auftrage der Kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien. Lief. 8. Textbogen 26—28. Taf. 176—200. Berlin 1896. Fol.

Fontes rerum austriacarum. Österreichische Geschichts-Quellen. Herausgegeben von der Historischen Commission der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Abth. II. *Diplomata et acta.* Bd. 48. 1. Hälfte. Wien 1896.

Venezianische Depeschen vom Kaiserhofe. Herausgegeben von der Historischen Commission der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. Bd. III. Bearbeitet von Gustav Turba. Wien 1895.

Jahrbuch der K. K. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1895. Bd. 45. Heft 2—4. Jahrg. 1896. Bd. 46. Heft 1. Wien 1896.

Abhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt. XVIII. Bd. 1. Heft. Wien 1895. 4.

Verhandlungen der K. K. Geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1895. N. 14—18. Jahrg. 1896. N. 1—19. Wien 1895/96.

Jahrbücher der K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus. Jahrg. 1893. N. F. Bd. 30. Wien 1896. 4.

Mittheilungen der K. K. Central-Commission zur Erforschung und Erhaltung der Kunst- und historischen Denkmale. Bd. 22. Heft 1—4. Neue Folge der Mittheilungen der K. K. Central-Commission zur Erforschung und Erhaltung von Baudenkmalen. 1896. Wien und Leipzig. 4.

Verhandlungen der K. K. Zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Jahrg. 1896. Bd. 46. Heft 1—12. Wien 1896.

Archiv für österreichische Geschichte. Bd. 82. 83. 1. Hälfte. Wien 1895/96.

Mittheilungen der Anthropologischen Gesellschaft in Wien. Bd. 25. (Der neuen Folge 15. Bd.) Heft 4—6. Bd. 26. (Der neuen Folge 16. Bd.) Heft 1—5. Wien 1895/96. 4.

Mittheilungen der K. K. Geographischen Gesellschaft in Wien. 1895. Bd. 38. (Der neuen Folge 28). Wien 1895.

Mittheilungen der Section für Naturkunde des Österreichischen Touristen-Club. Jahrg. 8. N. 1—3. 5—11. Wien 1896. 4.

Schriften des Vereines zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien. Bd. 36. Vereinsjahr 1895/96. Wien 1896.

Verhandlungen der österreichischen Gradmessungs-Commission. Protokolle über die am 9. April und 24. Juni 1895 abgehaltenen Sitzungen. Wien 1895.

Publicationen der v. Kuffner'schen Sternwarte in Wien. IV. Bd. Wien 1896. 4.

Publicationen für die Internationale Erdmessung. — Astronomische Arbeiten des K. K. Gradmessungs-Bureau (ausgef. unter der Leitung des Hofrathes Theodor von Oppolzer. Nach dessen Tode herausgegeben von Edmund Weiss und Robert Schram). Bd. VII. Längenbestimmungen. Wien-Prag-Leipzig 1895. 4.

Jahrbuch der Wiener K. K. Krankenanstalten. Herausgegeben von der K. K. N.-Ö. Statthalterei. Jahrg. II. III. 1893. 1894. Wien 1894. 1896.

Jahrbuch der K. K. Universität Wien für das Studienjahr 1894/95. Wien 1896.

Bericht über die volksthümlichen Universitätsvorträge im Studienjahr 1895/96. Wien 1896.

Die feierliche Inauguration des Rectors der Wiener Universität für das Studienjahr 1895/96. 1896/97. Wien 1895/96.

Öffentliche Vorlesungen an der K. K. Universität zu Wien im Sommer-Semester 1895. Im Winter-Semester 1895/96. Im Sommer-Semester 1896. Wien 1895/96.

Übersicht der Akademischen Behörden, Professoren, Privatdocenten u. s. w. an der Universität zu Wien für das Studienjahr 1895/96. 1896/97. Wien 1895/96.

54. *Jahresbericht des Museum Francisco-Carolinum.* Nebst der 48. Lief. der Beiträge zur Landeskunde von Österreich ob der Enns. Linz 1896.

Jahresbericht der Kgl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften für das Jahr 1895. Prag 1896.

Sitzungsberichte der Kgl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften. Math.-naturw. Classe. Jahrg. 1895. I. II. — *Classe für Philosophie, Geschichte und Philologie.* Jahrg. 1895. Prag 1896.

Mittheilung N. 6 der Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst und Litteratur in Böhmen.]Prag 1896.]

Rechenschaftsbericht, erstattet vom Vorstand der Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst und Litteratur in Böhmen in der Vollversammlung am 14. December 1895. Prag 1896.

Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der K. K. Sternwarte zu Prag im Jahre 1895. Jahrg. 56. Prag 1896. 4.

Abhandlungen des deutschen naturwissenschaftlich-medicinischen Vereins für Böhmen »Lotos«. I. Bd. I. Heft. Prag 1896. 4.

Prager Studien aus dem Gebiete der classischen Alterthumswissenschaft. Herausgegeben mit Unterstützung des K. K. Ministeriums für Cultus und Unterricht. Heft V. Unsignirte Vasen des Amasis... von Ludwig Adamek. Prag 1895.

Bibliothek deutscher Schriftsteller aus Böhmen. Herausgegeben im Auftrage der Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst und Litteratur in Böhmen. Bd. IV. Johann Mathesius, Leichenreden. Prag, Wien und Leipzig 1896.

Die feierliche Installation des Rectors der K. K. Deutschen Carl-Ferdinands-Universität in Prag für das Studienjahr 1895/96 am 16. November 1895. Prag 1895.

Ordnung der Vorlesungen an der K. K. Deutschen Carl-Ferdinands-Universität zu Prag im Sommersemester 1896. Prag.

Personalstand der K. K. Deutschen Carl-Ferdinands-Universität in Prag zu Anfang des Studienjahres 1895/96. Prag.

Beiträge zur Kunde steiermärkischer Geschichtsquellen. Herausgegeben vom Historischen Vereine für Steiermark. 27. Jahrg. Graz 1896.

Mittheilungen des Naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark. Jahrg. 1891—1894. Graz 1892/95.

Verzeichniss der akademischen Behörden, Lehrer und Beamten an der K. K. Carl-Franzens-Universität zu Graz im Studienjahr 1895/96 [und] 1896/97. Graz.

Vorlese-Ordnung an der K. K. Carl-Franzens-Universität in Graz für das Sommersemester 1896. Graz. 4.

Carinthia I. Mittheilungen des Geschichtsvereines für Kärnten. Jahrg. 85. N. 1—5. Jahrg. 86. N. 1—6. Klagenfurt 1895/96.

Festschrift zum hundertjährigen Geburtstage Gottlieb's *Freiherrn* von Ankershofen *und zur fünfzigjährigen Jubelfeier des Geschichts-Vereines für Kärnten.* Klagenfurt 1896.

Jahres-Bericht des Geschichtsvereines für Kärnten in Klagenfurt für 1894 und Voranschlag für 1895. — Desgl. für 1895 und Voranschlag für 1896. Klagenfurt 1895/96.

Mittheilungen des Musealvereines in Krain. Jahrg. VIII. Heft 1—6. Laibach 1895/96.

Zeitschrift des Ferdinandeums für Tirol und Vorarlberg. 3. Folge. Heft 40. Innsbruck 1896.

Archivio Trentino pubblicato della direzione della biblioteca di Trento. Anno 12. Fasc. II. Trento 1896.

Jahresbericht des Vereines für Siebenbürgische Landeskunde für das Vereinsjahr 1895/96. Hermannstadt 1896.

Archiv des Vereins für Siebenbürgische Landeskunde. N. F. Bd. 26. Heft 1. 3. Hermannstadt 1896.

Verhandlungen und Mittheilungen des Siebenbürgischen Vereines für Naturwissenschaften zu Hermannstadt. Jahrg. 45. Hermannstadt 1896.

Der siebenbürgische Verein für Naturwissenschaften in Hermannstadt nach seiner Entstehung, seiner Entwicklung und seinem Bestande. Hermannstadt 1896.

Wissenschaftliche Mittheilungen aus Bosnien und der Herzegowina. Herausgegeben vom Bosnisch-Herzegowinischen Landesmuseum in Sarajevo. Bd. 3. Wien 1895.

†*Haupt-Katalog der Armenischen Handschriften.* Herausgegeben von der Wiener Mechitaristen-Congregation. Bd. I. Die Armenischen Handschriften in Österreich. 2. Buch. Katalog der Armenischen Handschriften in der Mechitaristen-Bibliothek zu Wien von Jacobus Dashian. Wien 1895. 4.

Erläuterungen zur geologischen Karte des böhmischen Mittelgebirges. Blatt 1 (Tetschen). Von J. E. Hibsch. Bearbeitet mit Unterstützung der Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst und Litteratur in Böhmen. Wien 1896.

Wettstein, R. von. *Monographie der Gattung Euphrasia.* Arbeiten des Botanischen Instituts der K. K. Deutschen Universität in Prag. N. IX. Herausgegeben mit Unterstützung der Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst und Litteratur in Böhmen. Leipzig 1896. 4.

Ettingshausen, C. v. *Beiträge zur Kenntniss der Kreideflora Australiens.* Wien 1895. 4. Sep.-Abdr.

Heller, August. *Katalog der Elischer'schen* Goethe*-Sammlung.* Budapest 1896.

Kuhn, Moritz. *Unmittelbare und sinngemässe Aufstellung der »Energie« als mechanischen Hauptbegriffes und darauf gestützte, folgerichtige Ableitung der übrigen grundlegenden Begriffe der Physik.* Wien 1896. Sep.-Abdr.

Lartschneider, J. *Die Steissbeinmuskeln des Menschen.* Wien 1895. 4. Sep.-Abdr.

Lippert, Julius. *Social-Geschichte Böhmens in vorhussitischer Zeit.* Bd. 1. Wien 1896.

Mazelle, E. *Beziehungen zwischen den mittleren und wahrscheinlichsten Werthen der Lufttemperatur.* Wien 1895. 4. Sep.-Abdr.

Messner, Paul. *Joseph Messner.* Ein Lebensbild. Lobzów bei Krakau. [O. J.]

Schüller, Rich. *Geschichte des Schässburger Gymnasiums.* (Wissenschaftliche Beilage zum Schulprogramm des evangelischen Gymnasiums A. B. in Schässburg 1895/96.) Schässburg 1896.

Weiss, Johann. *Die musikalischen Instrumente in den heiligen Schriften des alten Testamentes.* Festschrift der K. K. Carl-Franzens-Universität in Graz aus Anlass der Jahresfeier am 15. November 1895. Graz 1895.

Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Krakau. 1895. N. 9. 1896. N. 1—7. Krakau 1895/96.

Akademia Umiejętności w Krakowie. Sprawozdanie komisyi fizyograficznej obejmujące pogląd na czynności dokonane w ciągu roku 1893. 1894 oraz Materyały dla fizyografii Krajowej. T. 29. 30. Kraków 1894. 1895.

Archivum do dziejów literatury i oświaty w Polsce wyd. przez komisyą Akademii Umiejętności w Krakowie. T. VIII. W Krakowie 1895.

Pamiętnik Akademii Umiejętności w Krakowie. Wydział matematyczno-przyrodniczy. Tomu 18. Zeszyt III. W Krakowie 1893. 4.

Rozprawy Akademii Umiejętności. Wydz. hist.-filoz. Serya II, tomu 6. 7. — Wydz. filologiczny Serya II, tomu 7. 9. — Wydz. matematyczno-przyrodniczy tomu 7. 8. 9. W Krakowie 1895.

Rocznik Akademii Umiejętności w Krakowie. Rok 1894/5. W Krakowie 1895.

Atlas geologiczny Galicyi. Zeszyt V. Opracował W. Szajnocha. Kraków 1895. qu. fol.

Atlas geologiczny Galicyi. Tekst do zeszytu piątego. Opracowany przez W. Szajnocha. Kraków 1895.

Balzer, Oswald. *Genealogia Piastów.* W Krakowie 1895. 4.

Prusík, Frant. Xav. *Staročeské Alexandreidy rýmované.* Upravil a výkladem opatřil —. Sešit 1. 2. V. Praze 1894/96.

Wodecki, Franciszek. *Księga Wszechświata i sposób jej czytania.* [Le livre de l'Univers et la manière de le lire]. Kraków 1896.

Wydawnictwa Akademii Umiejętności w Krakowie. Biblioteka pisarzów polskich. (Tomu 30) Mikołaja Reja Zwierzyniec 1562. Wydał W. Brucknalski. Kraków 1895.

Zbiór wiadomości do antropologii Krajowej wydawany staraniem komisyi antropologicznej Akademii Umiejętności w Krakowie. T. 18. W Krakowie 1895.

Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd. XIII. Erste Hälfte. Berlin. Budapest 1896.

Jahresbericht der Kgl. Ungarischen Geologischen Anstalt für 1893. Budapest 1895.

Ungarische Revue. Heft 6—10. 1895. October—December. Budapest 1895.

Monumenta Hungariae juridico-historica. — Corpus statutorum. T. IV. P. 1. Budapestini 1896.

Monumenta Hungariae historica. Sect. II. Vol. 34. Budapest 1896.

Monumenta comitialia regni Transylvaniae. Vol. XVIII. = *Monumenta Hungariae historica.* Budapest 1895.

Rapport sur les travaux de l'Académie hongroise des sciences en 1895, présenté par le Secrétaire général C. Szily. Budapest 1896.

Magyar Tud. Akadémiai Almanach. 1896. Budapest.

Archaeologiai Értesitö. Uj folyam. Kötet XV. Szam 4. 5. 1893. Kötet XVI. Szam 1. 2. 1896. Budapest 1895/96.

Archaeologiai Közlemények. Kötet XVIII. XIX. Budapest 1895. 4.

Mathematikai és természettudományi Értesitö. Kötet XIII. Füzet 3—5. Kötet XIV. Füzet 1. 2. Budapest 1895/96.

Mathematikai és természettudományi Közlemények. Kötet XXVI. Szam 3—5. Budapest 1895.

Értekezések a bölcseleti tudományok köréböl. Kötet III. Szam 3. Budapest 1896.

Értekezések a nyelv-és széptudományok köréböl. Kötet XVI. Füzet 6. 7. Budapest 1895/96.

Értekezések a társadalmi tudományok köréböl. Kötet XI. Szam 11. Budapest 1896.

Értekezések a történeti tudományok köréböl. Kötet XVI. Szam 6. 7. Budapest 1895/96.

Nyelvtudományi Közlemények. Kötet XXV. Füzet 3. 4. 1895. Kötet XXVI. Füzet 1. 2. 1896. Budapest 1895/96.

A Mag. Tud. Akadémia kiadásában megjelent munkák és folyóiratok czimjegyzéke 1831—1895. Budapest 1896.

Régi magyar költök tára. Vol. VI. Budapest 1896.

Török-magyarkori történelmi emlékek II. osztály: Irok. Török történetirók. Kötet II. Budapest 1896.

Megyei monografiák. Kötet II. Budapest 1895.

Földtany Közlöny. Geologische Mittheilungen. Zeitschrift der Ungarischen Geologischen Gesellschaft. Kötet 25. 1895. Füzet 6—12. Kötet 26. 1896. Füzet 1—10. Budapest 1895/96.

Fraknói, Vilmos. *Mátyás király levelei. Külügyi osztály.* Kötet II. 1480—1490. Budapest 1895.

Munkácsi, Bernat. *A votjáknyelv szótára.* [Lexicon linguae Votiacorum.] Fasc. IV. Budapest 1896.

Starohrvatska Prosvjeta. God I. Br. 3. 4. God. II. Br. 1—3. U Kninu 1895/96.

Rad jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosci. Knjiga 125. Filol.-hist. zaredi. 44. Knjiga 126. Mat.-prirod. zaredi. 21. U Zagrebu 1896.

Ljetopis jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti za godinu 1895. X. svez. U Zagrebru 1896.

Viestnik hrvatskoga archeološkoga društva. Nove Serije. Godina I. 1895. Urednik Josip Brunšmid. U Zagrebu 1895/96. 4.

Philosophical Transactions of the Royal Society of London for the year 1895. Vol. 186. P. I. (A.B.) P. II. (A.B.) London 1895/96. 4.

The Royal Society, 30th Nov. 1895. [London 1896.] 4.

Proceedings of the Royal Society. Vol. 59. N. 353–358. Vol. 60. N. 359–364. [London] 1896.

Catalogue of Scientific Papers (1874—83). Compiled by the Royal Society of London. Vol. XI. London 1896. 4.

Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. XIV. P. 3. N. 89. London 1896.

Royal Institution of Great Britain. List of the members, officers and professors 1895. London 1895.

Report of the British Association for the Advancement of Science, held at Ipswich in September 1895. London 1895.

Monthly Notices of the R. Astronomical Society. Vol. 56. N. 3—10. General Index to Volumes 30 to 52, 1869—92. Vol. 57. N. 1. London 1896.

Memoirs of the Royal Astronomical Society. Vol. 51. 1892—95. London 1895. 4.

Reduction of Greenwich Meteorological Observations. P. III. Temperature of the air 1841 to 1890. London 1895. 4.

Astronomical and magnetical and meteorological observations made at the Royal Observatory, Greenwich, in the year 1893, under the direction of W. H. M. Christie. London 1896. 4.

Results of Astronomical and Meteorological Observations made at the Radcliffe Observatory, Oxford, in the years 1888—89. Vol. 46. Oxford 1896.

Proceedings of the London Mathematical Society. Vol. 36. N. 533. 534. Vol. 37. N. 535—568. London [1895/96].

List of members of the London Mathematical Society. 14th November 1895. London 1895.

The Quarterly Journal of the Geological Society. Vol. 52. P. 1—3. N. 205—208. London 1896.

List of the Geological Society of London. November 2nd 1896. [London 1896.]

Geological Literature added to the Geological Society's Library during the year ended December 31st 1895. London 1896.

Journal of the R. Microscopical Society. 1896. P. 1—5. London 1896.

Journal of the Chemical Society. Vols. LXIX. LXX. N. 398—409. Supplementary Number, containing Title-pages, contents, and indexes. 1895. Vols. 57 u. 58. (P. I u. II.) London 1896.

Proceedings of the Chemical Society. N. 158—171. London 1896.

A List of the Officers and Fellows of the Chemical Society. Corrected to April 1896. London 1896.

The Jubilee of the Chemical Society of London. Record of the Proceedings together with an account of the history and development of the Society 1841—1891. London 1896.

The Journal of the Linnean Society. Vol. 31. *Botany* N. 215—217. Vol 25. *Zoology* N. 162. London 1896.

Transactions of the Linnean Society of London. 2nd Ser. *Botany.* Vol. V. P. 3. 4. 2nd Ser. *Zoology.* Vol. VI. P. 4. 5. London 1896. 4.

Proceedings of the Linnean Society of London. From November 1894 to June 1896. London 1896.

List of the Linnean Society of London. 1895/96. London 1895.

Transactions of the Zoological Society of London. Vol. XIV. P. 1. 2. London 1896. 4.

Proceedings of the Zoological Society of London for the year 1896. P. 3. London 1896.

List of the Vertebrated Animals now or lately living in the gardens of the Zoological Society of London. Ninth edition. London 1896.

General Index of the first twenty volumes of the Journal (Zoology), and the zoological portion of the Proceedings, November 1838 to 1890, of the Linnean Society. London 1896.

Proceedings of the General meetings for scientific business of the Zoological Society of London for the year 1895. P. 1—4. *For the year 1896.* P. 1. 2. London 1896.

International Catalogue Conference. Acta. [London 1896.] 4.

Catalogue of the Birds in the British Museum. Vol. 27. 25. 24. London 1895/96.

Catalogue of the Fossil Bryozoa in the Department of Geology, British Museum. The Jurassic Bryozoa by J. W. Gregory. London 1896.

Catalogue of the Snakes in the British Museum. Vol. III. London 1896.

Catalogue of the Fossil Fishes in the British Museum. P. III. London 1895.

Catalogue of the Madreporarian Corals in the British Museum. Vol. II. London 1896. 4.

Catalogue of the Mesozoic Plants in the Department of Geology, British Museum. The Wealden Flora. P. II. London 1895.

Catalogue of the Sanscrit Manuscripts in the Library of the India Office. P. V. London 1896.

†*Annals and Magazine of Natural History.* Ser. VI. Vol. 17. N. 97—103. Vol. 18. N. 104—108. London 1896.

The Geographical Journal. 1896. Vol. VII. N. 1—6. Vol. VIII. N. 1—6. London 1896.

The Kew Observatory, Richmond, Surrey. 1895. — Report of the Kew Observatory Committee of the Royal Society for the year ending December 31, 1895. London 1896. Sep.-Abdr.

The Sanskrit Critical Journal of the Oriental Nobility Institute. Vol. 25. N. 9. 11. 12. Oct.—Dec. [1895]. Vol. 26. N. 1. Jan. N. 4. 5. 7. 9. June—Sept. [1896]. Woking 1895/96.

Transactions of the Cambridge Philosophical Society. Vol. XVI. P. I. Cambridge 1896. 4.

Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Vol. IX. P. 1—3. Cambridge 1895/96.

Proceedings of the Birmingham Natural History and Philosophical Society. Vol. IX. P. II. Session 1894 and 1895. Birmingham 1895.

Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society 1895/96. Ser. IV. Vol. 10. N. 1—3. Vol. 41. P. 1. Manchester.

Complete List of the Members and Officers of the Manchester Literary and Philosophical Society. Manchester 1896.

The Manchester Museum, Owen's College. Report of the keeper of the Museum for the year 1896. Manchester 1896.

Proceedings of the Literary and Philosophical Society of Liverpool. 79—84. Session. 1889—95. N. 44—49. London-Liverpool 1890/95.

Proceedings of the Royal Physical Society of Edinburgh. Session 1894/95. Edinburgh 1895.

Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. Session 1894/95. Vol. 20. (Pp. 481—546.) Session 1895/96. Vol. 21. N. 1. 2. (Pp. 1—160.) Edinburgh 1895/96.

Transactions of the Royal Society of Edinburgh. Vol. 37. P. III. IV. 1893/95. Vol. 38. P. I. II. 1894/95. Edinburgh 1894/95. 4.

14. Annual Report of the Fishery Board for Scotland, being for the year 1895. P. III. Edinburgh 1896.

Proceedings of the Philosophical Society of Glasgow. 1894/95. Vol. 26. Glasgow 1895.

University of Aberdeen. Catalogue of the Books added to the Library in King's College, March 1894 to March 1895. Aberdeen 1895.

The Aberdeen University Calendar for the year 1896/97. Aberdeen 1896.

The Scientific Transactions of the R. Dublin Society. (Ser. II.) Vol. V. 5—12. Vol. VI. 1. Dublin 1894/96. 4.

Transactions of the R. Irish Academy. Vol. 30. P. 18—20. Dublin 1896. 4.

Proceedings of the R. Irish Academy. Ser. III. Vol. 3. N. 4. 5. Dublin 1895/96.

List of the members of the Royal Irish Academy. 1895/1896. Dublin 1895/96.

R. Irish Academy. Todd Lecture Series. Vol. VI. Dublin 1895.

The Scientific Proceedings of the R. Dublin Society. Vol. VIII. (N. S.) P. III. 1894. P. 4. 1895. Dublin 1894/95.

Budge, E. A. Wallis. *Some account of the Collection of Egyptian Antiquities in the possession of Lady Meux.* Second edition. London 1896. 4.

*Fausböll, V. *The Jātakă together with its commentary, being tales of the anterior births of Gotama Buddha.* Vol. VI. London 1896. 2 Ex.

Fletcher, L. *British Museum (Natural History). Mineral Department.* An introduction to the study of rocks. [London] 1896.

Hooker, J. D. *The Flora of British India.* P. 21. 22. London 1896.

Lister, Arthur. *Guide to the British Mycetozoa exhibited in the department of Botany, British Museum (Natural History).* [London] 1895.

Cayley, Arthur. *The collected Mathematical papers.* Vol. IX. X. XI. Cambridge 1896.

Journal of the Asiatic Society of Bengal. N. S. Vol. 64. P. II. N. 3. 1895. Vol. 65. P. II. N. 1. 2. 1896. Edited by the Natural History Secretary. — Vol. 64. P. II. N. 3. 4. 1895. Vol. 65. P. I. N. 1. 2. 1896. Edited by the Philological Secretary. — Vol. 64. P. I. II. (Natural History.) Title page and Index for 1895. — Vol. 62. P. III. (Anthropology). Title page and Index for 1893. Calcutta 1895/96.

Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. N. IX. X. 1895. N. I. V. 1896. Calcutta 1896.

Annual Address delivered to the Asiatic Society of Bengal [by A. Pedler]. Calcutta 1896.

Report of the Director of the Botanical Survey of India for the year 1895/96. [Calcutta 1896.] Fol.

Archæological Survey of India. South-Indian Inscriptions. Tamil inscriptions ... ed. and transl. by E. Hultzsch, Vol. II. P. III. Suppl. to the first and second volume. Madras 1895. Fol.

Archæological Survey of India. — The Moghul architecture of Fathpur-Sikri: described and illustrated by Edmund W. Smith. P. I. Allahabad 1894. 4.

Progress Report of the Archæological Survey of Western India, for the months May 1894 to August 1895. (Bombay.)

Annual Progress Report of the Archæological Survey Circle, North-Western Provinces and Oudh, for the year ending 30th June 1895. Roorkee (1895). 4.

Records of the Botanical Survey of India. Vol. I. N. 5—7. Calcutta 1895/96.

Records of the Geological Survey of India. Vol. 29. P. 1—3. 1896. Calcutta.

Memoirs of the Geological Survey of India. Vol. XXVII. P. I. Calcutta 1895.

Memoirs of the Geological Survey of India. Palaeontologia Indica. Series XIII. Vol. II. P. 1. Series XV. Vol. II. P. 2. Calcutta 1895. 4.

Notices of Sanskrit Manuscripts. Vol. XI. Calcutta 1895.

A fifth Report of operations in search of Sanscrit Mss. in the Bombay Circle. April 1892 to March 1895. Bombay 1896.

A Descriptive Catalogue of Sanskrit Manuscripts in the Library of the Calcutta Sanskrit College. Prepared by Hrishikeśa Śâstri and Siva Chandra Gui. N. [1]. 2—5. (1892.) 1894 to 96. Calcutta 1892/96.

Government of Bengal. Public works department. — List of ancient monuments in Bengal. Revised and corrected up to 31st August 1895. Calcutta 1896. 4.

Reports on Sanskrit Manuscripts in Southern India. By E. Hultzsch. N. 1. Madras 1895.

Report by Mr. C. J. Rodgers on the Sangla Tibba. (Lahore 1896.)

A Catalogue of the Persian Books and Manuscripts in the Library of the Asiatic Society of Bengal. Compiled by Maulavi Mirza Ashraf Ali. Fasc. III. Calcutta 1895. 4.

Epigraphia Indica. P. II—IV. (Vol. IV.) Dec. 1895. March, June 1896. Calcutta. 4.

Bibliotheca Indica. New Series. N. 860—876. 878. 879. Calcutta 1895/96.

University of Madras. The Calendar for 1896/97. Madras 1896.

A Collection of Prakrit and Sanskrit Inscriptions. Published by the Bhavnagar Archæological Department under the auspices of His Highness Raol Shri Takhtsingji ... Maharaja of Bhavnagar. Bhavnagar. 4.

Madras Government Museum. Bulletin. Madras 1896. 4.

The Madras Journal of Literature and Science for the sessions 1889/94. (Madras) 1894. 2 Ex.

Madras Observatory daily meteorological means by C. Michie Smith. Madras 1896. 4.

Alphabetical Index of Manuscripts in the Government Oriental Mss. Library, Madras. Sanskrit, Telugue, Tamil ... Madras 1895. Fol.

The Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science, Halifax. Nova Scotia. Session of 1893—94. Vol. 8. P. 4. Session of 1894—95. Vol. 9. P. 1. Halifax, N. 1895/96.

Proceedings and Transactions of the Royal Society of Canada. Ser. II. Vol. 1. Ottawa 1895.

Geological Survey of Canada. G. M. Dawson, Director. — Annual Report. (New Series.) Vol. VII. 1894. Ottawa 1896.

Geological Survey of Canada. G. M. Dawson, Director. — Contributions to Canadian Palæontology. Vol. II. P. I. Canadian fossil insects ... by Samuel H. Scudder. Ottawa 1895.

Archæological Report 1894/95. Toronto 1896.

Transactions of the Canadian Institute. Vol. IV. P. 2. Toronto 1895.

The University of Toronto Quarterly. Vol. II. N. 1—4. Toronto 1895/96.

Clark, J. M. *The functions of a great university.* Toronto 1895.

Annual Report of the Institute of Jamaica, for the year ended 31st March, 1896. Jamaica 1896. Fol.

Results of Meridian Observations of stars, made at the Royal Observatory, Cape of Good Hope, in the years 1888 and 1889. Results .... 1890 and 1891: under the direction of David Gill. London 1895. 4.

Report of Her Majesty's Astronomer at the Cape of Good Hope to the Secretary of the Admiralty for the year 1895. London 1896. 4.

Cape of Good Hope. Report of the Geodetic Survey of South Africa executed by Morris, in the years 1883—92, under the direction of David Gill. Cape Town 1896. 4.

Transactions of the South African Philosophical Society. Vol. VIII. P. II. 1892—1895. (Cape Town.) London.

Report of the sixth meeting of the Australian Association for the Advancement of Science held at Brisbane, Queensland, Jan. 1895. Sydney.

Journal and Proceedings of the Royal Society of New South Wales. 1894. Vol. 28. 1895. Vol. 29. Sydney.

Records of the Australian Museum. Vol. II. N. 7. Sydney 1896.

Australian Museum. Report of Trustees for the year 1895. Sydney 1896.

Report of the Trustees of the Public Library, Museums, and National Gallery of Victoria, for 1894/95. Melbourne 1895/96.

Transactions of the Royal Society of Victoria. Vol. IV. 1895. Melbourne 1895. 4.

Department of Agriculture, Victoria. — Systematic arrangement of Australian Fungi, ... by D. Mc Alpine. Melbourne 1895.

Annual Report of the Secretary for mines and water supply to the Honorable Henry Foster, Minister of mines ... during the year 1895. Melbourne. 4.

von Mueller, Baron Ferd. *Select extra-tropical plants, readily eligible for industrial culture or naturalisation* ... Edition 9. Melbourne 1895.

Transactions of the Royal Society of South Australia. Vol. 19. P. II. Dec. 1895. Vol. 16. P. III. June 1896. Vol. 20. P. I. Sept. 1896. Adelaide 1895/96.

Meteorological Observations made at the Adelaide Observatory, and other places in South Australia ... during the year 1891. 92. 93. Adelaide 1894. 96. 4.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences. Tables second sem. 1895—1896. Premier sem. Second sem. N. 1—26. Paris. 4.

†*Académie des Inscriptions et Belles-lettres.* Comptes rendus des séances de l'année 1895. Sér. IV. T. 23. Bulletin de Nov.—Déc. 1896. Sér. IV. T. 24. Bulletin de Janv.—Juill. Paris 1895/96.

Mémoires de l'Académie des Inscriptions et Belles-lettres. T. XXII (Table des matières). T. XXIII. P. 1. Suppl. T. XXV. P. 1. 2. T. XXVI. P. 1. 2. T. XXVII. P. 1. 2. T. XXVIII. P. 1. 2. T. XXIX. P. 1. 2. T. XXX. P. 1. 2. T. XXXI. P. 1. 2. T. XXXII. P. 1. Planches. P. 2. T. XXXIII. P. 1. 2. T. XXXV. P. 1. 2. Paris 1875/93. 4 et 2.

Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Inscriptions et Belles-lettres de l'Institut de France. Sér. I. T. VII. P. 1. 2. T. VIII. P. 1. 2. T. IX. P. 1. 2. T. X. P. 1. Sér. II. T. V. P. 1. 2. T. VI. P. 1. Paris 1865/83. 4.

Mémoires de l'Académie des Sciences morales et politiques. T. XII. XIII. XIV. P. 1. 2. T. XV—XIX. Paris 1865/96. 4.

Le centenaire de l'Institut 1795—1895. (25 Octobre.) Paris 1896.

Corpus inscriptionum Semiticarum. Pars I. T. I. Fasc. 2—4. Pars I. T. II. Fasc. 1. Pars II. T. I. Fasc. 1. 2. Pars IV. T. I. Fasc. 1. 2. — Tabulae: Pars I. T. I. Fasc. 2—4. Pars I. T. II. Fasc. 1. Pars II. T. 1. Fasc. 1. 2. Pars IV. T. I. Fasc. 1. 2. Parisiis 1889/92. 4 et 2.

Collection des Ordonnances des rois de France. — Catalogue des Actes de François Ier. T. I—VI. Paris 1887/94.

Notices et Extraits des Manuscripts de la Bibliothèque nationale et autres Bibliothèques. T. XV. (Tables.) T. XVIII. P. 2. Planches. T. XX. P. 1. T. XXI. P. 1. T. XXII.

P. 1. 2. T. XXIII. P. 1. 2. T. XXIV. P. 1. 2. T. XXV. P. 1. 2. T. XXVI. P. 1. 2. T. XXVII. P. 2. 1. Fasc. 1. Planches P. 1. Fasc. 1. 2. T. XXVIII. P. 1. 2. T. XXIX — XXXIII. P. 1. 2. T. XXXIV. P. 1. T. XXXV. P. 1. Paris 1870 — 1896. 4 et 2.

†*Annales de Chimie et de Physique.* Sér. VII. 1896. T. 7—9. Paris 1896.

Annales des Ponts et Chaussées. Mémoires et documents. Sér. VII. Année V. Cah. 11. 12. Année VI. Cah. 1—9. Personel. 1896. Paris 1895/96.

Annales des Mines. Sér. IX. T. VIII. Livr. 12 de 1895. T. IX. Livr. 1—6 de 1896. T. X. Livr. 7—9 de 1896. Paris 1895/96.

Bulletin du Muséum d'histoire naturelle. Année 1895. N. 8. Année 1896. N. 1—5. Paris 1895/96.

Nouvelles Archives du Muséum d'histoire naturelle. Sér. III. T. 6. 7. Paris 1894/95. 4.

Mémoires de la Société zoologique de France pour l'année 1895. T. VIII. Paris 1895.

Bulletin de la Société zoologique de France pour l'année 1895. T. 20. Paris 1895.

Bulletin de la Société géologique de France. Sér. III. T. 23. 1895. N. 8. T. 24. 1896. N. 1—10. Paris 1895/96.

Compte rendu des séances de la Société Géologique de France. Année 1895. Sér. III. T. 23. N. 1—18. (Paris.)

Bulletin de la Société de Géographie. Sér. VII. T. 16. Trimestre 4. 1895. T. 17. Trimestre 1. 2. 1896. Paris 1895/96.

Société de Géographie. Comptes rendus des séances. 1896. N. 1—16. Paris [1896].

Bulletin de la Société philomatique de Paris. Sér. VIII. T. VII. N. 4. 1894/95. T. VIII. N. 1. 1895/96. Paris 1895/96.

Compte rendu sommaire de séance de la Société philomatique de Paris. 1896. N. 6 — 19 (Janv.—Juill.). 1896. N. 1—4 (Oct.—Dec.). Paris 1896.

La Feuille des Jeunes Naturalistes. Sér. III. Année 26. N. 303—314. Paris 1896.

Feuille des Jeunes Naturalistes. — Catalogue de la Bibliothèque par Adrien Dollfus. Fasc. N. 17: Mammifères. Paris 1896.

Bulletin de l'Académie de Médecine. Sér. III. T. 35. (Année 60.) N. 1—50. Paris 1896.

Bulletin de la Société mathématique de France. T. 23. N. 10. T. 24. N. 1—7. Paris 1895/96.

Répertoire bibliographique des sciences mathématiques. Sér. II — IV. Fiches 101 à 400. Paris 1895/96.

Journal de l'École polytechnique. Sér. II. Cah. 1. Paris 1895. 4.

Annales du Musée Guimet. T. 27. Paris 1895. 4.

——————. Revue de l'histoire des religions. Année XIV. T. 31. N. 2. 3. T. 32. N. 1—3. Paris 1895.

——————. Bibliothèque d'études. T. V. Paris 1895.

Bulletin archéologique du comité des travaux historiques et scientifiques. Année 1894. Livr. 2. Année 1895. Livr. 1. 2. Paris 1894/95.

†*Revue archéologique.* Sér. III. T. 27. Nov.—Déc. 1895. T. 28. Janv.—Juin 1896. T. 29. Juill.—Oct. 1896. Paris 1895/96.

Revue scientifique. Sér. IV. T. 5. Premier Sem. N. 1—26. T. 6. Deuxième Sem. N. 1—26. Paris 1896. 4.

Polybiblion. Revue bibliographique universelle. Partie littéraire. Sér. II. T. 43. Livr. 1—6. T. 44. Livr. 1—6. Partie technique. Sér. II. T. 22. Livr. 1—12. Paris 1896.

Travaux et mémoires du Bureau international des poids et mesures. T. XI. Paris 1895. 4.

Comité international des poids et mesures. — Procès-verbaux des séances de 1894. Paris 1895.

Inventaire sommaire des archives du département des affaires étrangères. — Mémoires et documents. Fonds France et Fonds divers. Supplément. Paris 1896.

Bulletin de la Société Linnéenne de Normandie. Sér. IV. Vol. 9. Fasc. 2. 3. Caen 1896.

Mémoires de la Société Linnéenne de Normandie. Vol. 18. (Sér. II. Vol. 2.) Fasc. 2. 3. Caen 1895. 4.

Mémoires de la Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg. T. 29. (Sér. III. T. 9.) Paris-Cherbourg 1892/95.

Précis analytique des travaux de l'Académie des Sciences et Belles-Lettres et Arts de Rouen pendant l'année 1893/94. Rouen 1895.

Bulletin de la Société d'études scientifiques d'Angers. Nouv. Sér. — Année XXIV. — 1894. Angers 1895.

Ville d'Angers. Congrès scientifique à l'occasion de l'exposition nationale de 1895. Angers 1895.

Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de l'Ouest de la France. T. 1—5. 1891—94. T. 6. Trim. 1. 2. Nantes 1891/96.

Union géographique du Nord de la France. Siège à Douai. Bulletin. T. XVI. 4. Trim. 1895. T. XVII. 1. 2. Trim. 1896. Douai.

Mémoires de l'Académie de Stanislas 1894. Année 145. Sér. V. T. 12. Nancy 1895.

Mémoires de la Société d'émulation du Doubs. Sér. VI. Vol. 9. 1894. Besançon 1895.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles-lettres et Arts de Lyon. — Sciences et lettres. Sér. III. T. 3. Lyon 1895.

Annales de la Société Linnéenne de Lyon. Année 1894/95. T. 41. 42. Lyon-Paris 1894/95.

Annales de la Société d'agriculture, sciences et industrie de Lyon. Sér. VII. T. 2. 3. Lyon-Paris 1895/96.

Annales de l'Université de Lyon. — A. Waddington, La république des Provinces-Unies La France et Les Pays-Bas Espagnols de 1630 à 1650. T. I. — Étienne Barral, Recherches sur quelques dérivés surchlorés du phénol et du benzine. — Paul Regnaud, Phonétique historique et comparée du Sanscrit et du Zend. — C. Appleton, Histoire de la compensation en droit romain. Paris 1895. — M. Gérard, La botanique à Lyon avant la révolution. — Émile Legouis, La jeunesse de William Wordsworth 1770—1798. — Léon Autonne, Sur la représentation des courbes gauches algébriques. Paris 1896. — Ch. Renel, L'évolution d'un mythe açvins et dioscures. Paris 1896.

Bulletin d'histoire ecclésiastique et d'archéologie religieuse des diocèses de Valence, Gap, Grenoble. Année 15. Livr. 1—6. Livr. suppl. 1895. Valence.

Annales de la Faculté des sciences de Marseille. T. IV. Fasc. 4. T. V. Fasc. 1—4. T. VI. Fasc. 1—3. T. VII. Marseille 1895/96. 4.

Annales de l'Institut colonial de Marseille. Publiées sous la direction de Ed. Heckel. Année III. Vol. 2. (1895.) Lille 1895.

Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse. T. IX. Année 1895. T. X. Année 1896. Paris 1895/96. 4.

Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Sér. IV. T. V. (1895.) [Nebst] Appendice au tome V. (1894.) Paris-Bordeaux 1895/96.

Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux. Sér. II. Année 19. N. 1—22. Bordeaux 1896.

Bulletin de la Société Les amis des Sciences et Arts de Rochechouart. Revue scientifique, archéologique et agricole. T. V. N. 1—6. Rochechouart 1895/96.

Académie d'Hippone. Comptes rendus des réunions. Année 1894/95. Bone 1894/95.

Bulletin de l'Académie d'Hippone. (1894.) Bulletin N. 27. Bone 1895.

Mémoires publiés par les membres de la Mission archéologique française au Caire. T. X. Fasc. III. T. XIX. Fasc. II. T. XVIII. Livr. I. 16 planches. Paris 1895/96. 4 und Fol.

Cauchy, Augustin. Oeuvres complètes. Publiées sous la direction scientifique de l'Académie des Sciences ... Sér. II. T. 10. Paris 1895. 4.

FERMAT. *Oeuvres,* publiées par les soins de M. M. PAUL TANNERY et CHARLES HENRY. T. 3. Paris 1896. 4.

DENIFLE, H., et AEM. CHATELAIN. *Inventarium codicum manuscriptorum Capitali Dertusensis.* Parisiis 1896. Extr.

PARIS, GASTON. *Extraits de la chanson de Roland.* 5. édition. Paris 1896.

——————. *Récits extraits des poètes et prosateurs du moyen-âge mis en français moderne.* Paris 1896.

Nouveau dictionnaire de géographie universelle. Ouvrage commencé par M. VIVIEN DE SAINT-MARTIN et continué par LOUIS ROUSSELET. Supplément 1—4. Paris 1895/96. 4.

WEIL, HENRI. *Un péan delphique à Dionysos.* Bulletin de Correspondance hellénique. Paris [1896]. Extr.

BECH, M. *Théorie moléculaire du récepteur BELL.* Paris [1896].

BLADÉ, JEAN-FRANÇOIS. *Des prétentions primatiales des métropolitains de Vienne, Bourges et Bordeaux, sur la province ecclésiastique d'Auch.* Auch 1896.

BOUSSINESQ, M.-J. *Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section.* Paris 1897. 4.

DENIKER, J. *Bibliographie des travaux scientifiques (sciences mathématiques, physiques et naturelles) publiés par les Sociétés savantes de la France.* T. I. Livr. 1. Paris 1895. 4.

FABRE, AUGUSTE. *Développement en série des racines d'une équation.* (Association française pour l'avancement des sciences... Congrès de Caen.) Paris 1894.

GAUTIER, J.-E. et GUSTAVE JÉQUIER. *Fouilles de Licht.* Paris 1896. Sep.-Abdr.

KONT, J. *La Hongrie littéraire et scientifique.* Paris 1896.

LAFON, M.-A. *Amphithéatre de Fourvière.* Lion 1896.

MAUROY, VICTOR. *Dieu et les universaux.* Paris 1896.

SAINT-LAGER. *La vigne du mont Ida et le Vaccinium.* Paris 1896.

——————. *Les nouvelles flores de France.* Paris 1894.

——————. *Les Gentianella du groupe grandiflora.* [Lyon 1894.] Sep.-Abdr.

DE SLANE. *Catalogue des manuscripts arabes.* (Bibliothèque nationale. Département des manuscripts.) Paris 1883—1895. 4.

VIAL, LOUIS-CHARLES-ÉMILE. *L'amour dans l'univers. L'inversion dans la création.* Paris 1896.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par ALBERT I, prince souverain de Monaco, publ. sous sa direction avec le concours de M. JULES RICHARD, docteur ès-sciences, chargé des travaux zoologiques à bord. Fasc. X. Monaco 1896. 4.

ALBERT Ier, Prince de Monaco. *Sur la deuxième campagne scientifique de la »Princesse Alice«.* — Extrait des Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. T. 121. Séance du 30 Décembre 1895. 4.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno 292. 1895. Ser. V. Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Vol. III. P. 2. Notizie degli Scavi: Nov.—Dec. 1895. Indice topografico per l'anno 1895. Vol. IV. P. 2. Notizie degli Scavi. Genn.—Ott. 1896. Roma 1895/96.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno 293. 1896. Ser. V. — Rendiconti. Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. V. Fasc. 1—12. 1° Sem. Fasc. 1—7. 2° Sem. Roma 1896. 4.

Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. Classe di scienze morali, storiche e filologiche. Ser. V. Vol. IV. Fasc. 11. 12 e Indice del volume. — Vol. V. Fasc. 1—10. Roma 1895/96.

Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno 293. 1896. Rendiconto dell' adunanza solenne del 7 giugno 1896. Roma 1896. 4.

Annuario della R. Accademia dei Lincei 1896. Roma 1896.

Atti dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei. Anno 49. Sess. III—VII. Roma 1896. 4.

Bollettino del R. Comitato geologico d' Italia. Anno 1895. N. 4. Anno 1896. N. 1—3. Roma 1895/96.

R. Ufficio Geologico. — Memorie descrittive della Carta geologica d' Italia. Vol. 9. Descrizione geologica della Calabria dell' Ingegnere E. Cortese. Roma 1895.

Annali dell' Ufficio centrale meteorologico e geodinamico italiano. Ser. II. Vol. 13. P. II. 1891. Roma 1896. 4.

Statistica delle Biblioteche. P. II. Roma 1896.

Archivio della R. Società Romana di storia patria. Vol. 18. Fasc. 3—4. Vol. 19. Fasc. 1—2. Roma 1895/96.

Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino. Vol. 31. Disp. 1—15. 1895/96. Torino 1895/96.

Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino. Ser. II. T. 45. 46. Torino 1896. 4.

Accademia Reale delle scienze di Torino. — Osservazioni meteorologiche fatte nell' anno 1895 all' Osservatorio della R. Università di Torino. Torino 1896.

R. Istituto Lombardo di Scienze e lettere. — Rendiconti. Ser. II. Vol. 27. Milano 1895.

Memorie del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere. Classe di scienze matematiche e naturali. Vol. 17. Fasc. 5. 6. Vol. 18. Fasc. 1. — Classe di lettere, scienze storiche e morali. Vol. 19. Fasc. 2. 3. Milano 1895/96. 4.

R. Osservatorio astronomico di Brera in Milano. Osservazioni meteorologiche eseguite nell' anno 1895 col riassunto composto sulle medesime da E. Pini. (Milano 1895.) 4.

Commentari dell' Ateneo di Brescia per l' anno 1895. Brescia 1895.

Atti del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Ser. VII. T. VI. Disp. 4—10 e app. T. VII. Disp. 1—4. Venezia 1894/95.

Memorie del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. Vol. 25. N. 4—7. Venezia 1895. 4.

Temi di premio proclamati dal R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti nella solenne adunanza del 24 maggio 1896. Venezia 1896.

Carraro, Antonio. *R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.* Indice generale dei lavori pubblicati dall' anno accademico 1840–41 di fondazione, al 1893–94. Vol. I. II. Venezia 1896.

Bullettino della Società Veneto-Trentina di scienze naturali. Anno 1896. T. VI. N. 2. Padova.

Atti della Società Veneto-Trentina di scienze naturali, residente in Padova. Anno 1896. Padova 1896.

Atti e memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova. Anno 296. 1894—95. Nuova Serie. — Vol. XI. Padova 1895.

Memorie dell' Accademia di Verona. Vol. 71. Ser. III. Fasc. 1—3. Vol. 72. Ser. III. Fasc. 1. 2. Verona 1895/96.

Giornale della Società di letture e conversazioni scientifiche di Genova. Anno 17. Fasc. 4. Anno 18. Fasc. 1—3. Genova 1895/96.

Annali del Museo civico di storia naturale di Genova. Ser. II. Vol. 16. Genova 1896.

Memorie della Regia Accademia di scienze, lettere ed arti in Modena. Ser. II. Vol. 11. Modena 1895. 4.

Memorie della R. Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna. Ser. V. T. 5. Bologna 1894. 4.

Atti della R. Accademia Lucchese di scienze, lettere ed arti. T. 28. Lucca 1895.

Pubblicazioni del R. Istituto di Studi superiori pratici ed di perfezionamento in Firenze. — *Sezione di Filosofia e Filologia.* Adolfo Faggi, La filosofia dell' inconsciente meta-

fisica e morale. Camillo Martinati, Notizie storico-biografiche intorno al Conte Baldassare Castiglioni. Firenze 1890. — *Sezione di Scienze fisiche e naturali.* Vittorio Marchi, Sull' origine e decorso dei peduncoli cerebellari. Giuseppe Ristori, Sopra i resti di un coccodrillo. Firenze 1890/91. — *Sezione di Medicina e Chirurgia.* Alfonso Minuti, Sul lichene rosso. Archivio di Anatomia normale e patologica, diretto dal G. Pellizari. Vol. V. Fasc. 1. 2. Firenze 1889/90.

Annali dell' Università di Perugia. Facoltà di medicina. — Atti e rendiconti dell' Accademia medico-chirurgica di Perugia. Vol. 7. Fasc. 4. Vol. 8. Fasc. 1 e 2. Perugia 1895/96.

Atti della Società Toscana di scienze naturali, residente in Pisa. Processi verbali. Vol. 10. Pisa 1895/97.

Atti della R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Ser. IV. Vol. VII. Fasc. 9—10. Suppl. al Fasc. 10 del Vol. VI. P. 2. Indice Vol. VI. VII. — Vol. VIII. Fasc. 1—3. Siena 1895/96.

R. Accademia dei Fisiocritici in Siena. Processi verbali delle adunanze. Anno accad. 204. N. 6. Anno accad. 205. N. 1. 3. 4. Siena 1896.

Società Reale di Napoli. Atti della Reale Accademia di archeologia, lettere e belle arti. Vol. 17. 1893—1896. Napoli 1896. 4.

Società Reale di Napoli. Rendiconto delle tornate e dei lavori dell' Accademia di archeologia, lettere e belle arti. Nuova Serie. — Anno IX. Giugno a Dicembre 1895. Anno X. Gennaio a Marzo 1896. Napoli 1895/96.

Società Reale di Napoli. Rendiconto dell' Accademia delle scienze fisiche e matematiche. Ser. III. Vol. 1. Fasc. 12. 1895. Vol. 2. Fasc. 1—3. 5—11. 1896. Napoli 1895/96.

Società Reale di Napoli. Rendiconto delle tornate e dei lavori dell' Accademia di scienze morali e politiche. Anno 34. Gennaio a Dicembre 1895. Napoli 1895.

Atti del R. Istituto d' incoraggiamento di Napoli. Ser. IV. Vol. 8. Napoli 1895.

Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. T. X. Anno 1896. Fasc. 1—5. Palermo 1896.

Annuario del Circolo matematico di Palermo 1896. [Palermo 1896.]

Bollettino delle pubblicazioni italiane. 1896. N. 241—264. Indici 1894. 1895. Firenze 1895/96.

Le opere di Galileo Galilei. Edizione nazionale sotto gli auspicii di Sua Maestà il Re d' Italia. Vol. V. Firenze 1895. 4.

Onoranze a Galileo Galilei nel terzo centenario dalla sua prelezione nell' Università di Padova. Dicembre 1892. Narrazione e Documenti. Padova 1896.

Il manoscritto Messicano Vaticano 3773 riprodotto in fotocromografia a spese di S. E. il Duca di Loubat a cura della Biblioteca Vaticana. Roma 1896.

Schiaparelli, G. V. *Osservazioni astronomiche e fisiche sull' asse di rotazione e sulla topografia del planeta Marte fatte nella R. specola di Brera in Milano coll' equatoriale di Merz.* Memoria quarta. (Memorie della Classe di scienze fisiche. Vol. II. Ser. V. R. Accademia dei Lincei.) Roma 1896. 4.

d'Altemps, Alberto. *Spiegazione del Sistema Schedale Altemps.* Torino 1890.

Miscellanea per le nozze Biadego Bernardinelli. Verona 1896.

Omboni, Giovanni. *Di un criterio facile, proposto dal Prof. J. Agostini per i pronostici del tempo.* Padova 1896.

Pamphilj, Alfonso Doria. *Lettere di D. Giovanni d'Austria a D. Giovanni Andrea Doria I,* pubbl. per cura del Principe ... Roma 1896. 4.

Parlatore, Filippo. *Flora Italiana,* continuata da Teodoro Caruel. Indice generale. Firenze 1896.

Pennisi Mauro, Antonino. *Sintesi cosmica ossia dimostrazione dell' unità psico-fisica della natura e del suo oggetto in rapporto alle relazioni che l' uomo ha con sè, col prossimo e col mondo.* Acireale 1896.

———. *Programma di associazione all' opera «La rivelazione dell' ente», nuovamente rifatta.* Acireale 1896.

Vecchi, Stanislao. *Per la diffusione dei disegni axonometrici.* Parma 1893. 4.

R. Stazione bacologica sperimentale. — IX. Verson, E., ed E. Bisson. *Sviluppo postembrionale degli organi genitali accessori nella femmina del B. Mori.* Padova 1896.

Zapiski Imp. Akademii Nauk. Mémoires de l'Académie Imp. des Sciences de St.-Pétersbourg. Ser. VIII. Classe physico-mathématique. Vol. I. N. 9. Vol. II. N. 1—9. Vol. III. N. 1—6. Vol. IV. N. 1. Classe historico-philologique. Vol. I. N. 1. 2. St.-Pétersbourg 1894/95. 4.

Izvěstija Imp. Akademii Nauk. Bulletin de l'Académie Imp. des Sciences de St.-Pétersbourg. Sér. V. T. 3. N. 1. S.-Peterburg 1895.

Zapiski istoriko-filolog. fakulteta Imp. S.-Peterb. Universiteta. [Theil] 35. 36. 38. S.-Peterburg 1895/96.

Vostočnyja zamětki. Sbornik statej i izslědovanii professorov i prepodavatelej fakulteta wostočnych jazykow imper. S.-Peterburgskago Universiteta. St. Peterburg 1895.

Bulletins du Comité géologique St.-Pétersbourg. 1895. XIV. 6—9. Suppl. au T. XIV. 1896. XV. 1—4. St.-Pétersbourg 1896.

Trudy geologiceskago komiteta. Mémoires du Comité géologique. T. X. N. 2. 4. T. XIII. N. 2. S. Peterburg 1895. 4.

Travaux de la Section Géologique du cabinet de Sa Majesté. (Ministère de la maison de l'empereur). Vol. I. Livr. 1—3. Vol. II. Livr. 1. S. Peterburg 1895/96.

Zapiski imp. S.-Peterburgskago mineralogičeskago obščestva. Verhandlungen der Kaiserl. Russischen Mineralogischen Gesellschaft. Ser. II. Bd. 33. Lief. 1. St. Petersburg 1895.

Materialy dlja geologii Rossii. Izd. imp. mineralog. obščestva. Materialien zur Geologie Russlands. Herausgegeben von der Kais. Mineralogischen Gesellschaft. Bd. 17. St. Petersburg 1895.

nalen des Physikalischen Observatoriums. Jahrg. 1894. T. 1. 2. Herausgegeben von H. Wild. St. Petersburg 1895. 4.

Jahresbericht des Physikalischen Central-Observatoriums für 1894. Der Akademie abgestattet von H. Wild. St. Petersburg 1895. 4.

Acta Horti Petropolitani. T. XIV. Fasc. 1. T. XV. Fasc. 1. St. Petersburg 1895/96.

Scripta Botanica Horti Universitatis Imp. Petropolitanae. T. IV. Fasc. 2. T. V. Fasc. 1. 2. T. VI. St. Petersburg 1895/96.

Archiv biologičeskich nauk. Archives des sciences biologiques. T. IV. N. 2—4. S.-Peterburg 1895/96.

Travaux de la Société des Naturalistes de St.-Pétersbourg. Section de Zoologie et de Physiologie. Vol. 25. Section de Botanique. Vol. 25. Section de Géologie et de Mineralogie. Vol. 23. St.-Pétersbourg 1895.

Protokoly zasědanij S.-Peterburgskago obščestva estestvoispytatelej. (Comptes rendus des séances de la Sociéte des Naturalistes de St.-Pétersbourg). 1895. N. 1—6.

Izvěstija russkago astronomičeskago občšestva. Vypusk IV. V. 3—6. S.-Peterburg 1895/96.

Ekspedicija imp. russk. geograf. obščestva. Expedition der Kais. Russischen Geographischen Gesellschaft. Trudy russkoj poljarnoj stancii na ustě Leny. Beobachtungen der Russischen Polarstation an der Lenamündung. I. Theil. Astronomische und magnetische Beobachtungen 1832—1884. Bearb. von V. Fuss, F. Müller u. N. Jürgens. St. Petersburg 1895. 4.

Beiträge zur Kenntniss des Russischen Reiches und der angrenzenden Länder Asiens. 4. Folge. Auf Kosten der Kais. Akademie der Wissenschaften herausgegeben von L. von Schrenck und Fr. Schmidt. Bd. II. Nebst Atlas. St. Petersburg 1896. 8. u. 4.

Βυζαντινα χρονικα. *Τομος* II. *Τευχος* 1—4. *Τομος* III. *Τευχος* 1. St. Petersburg 1895/96.

Pravoslavnyj palestinskij sbornik. Izdanie imper. pravoslavnago palestinskago obščestva. Vyp. 29. 31. 34. 38. 40. S.-Peterburg 1896/95.

Bulletin de la Société Impériale des Naturalistes de Moscou. Année 1895. N. 3. 4. Année 1896. N. 1. 2. Moscou 1896.

Annales de l'Observatoire astronomique de Moscou. Série II. Vol. III. Livr. 2. Moscou 1896.

Učenyja zapiski imp. Kazanskago Universiteta. Kasan 1895/96. Jahrg. 62. Heft 7—12. Jahrg. 63. Heft 2—11.

Trudy obščestva naučnoj mediciny i gigieny pri imp. charkovskom universitetě za 1895 god. I. Charkov 1895.

Universitetskija izvěstija. 1895. 1896. Jahrg. 35. N. 7—12. Jahrg. 36. N. 1—10. Kiev 1895/96.

Zapiski novorossijskago obščestva estestvoispytatelej. T. 19. Vyp. 1. Odessa 1895.

Zapiski matematitschesskago otdjeljenija novorossijskago obščestva estestvoispytatelej. T. 20. Vyp. 1. Odessa 1895.

Zapiski Uralskago obščestva ljubitelej estestvoznanija v Ekaterinburgě. Bulletin de la Société Ouralienne d'amateurs des sciences naturelles. T. XIV. Livr. 5 et dernière. T. XV. Liv. 2 et dernière. Ekaterinburg 1895/96. 8 u. 4.

Izvěstija muzejskega društva za Kranjsko. Letnik V. 1895. Sešitek 1—6. V Ljubljani 1895.

Nabljudenija tiflisskoj fizičeskoj observatorii za 1893/94 god. Beobachtungen des Tifliser physikalischen Observatoriums im Jahre 1893/94. Tiflis 1895/96. 4.

Nabljudenija nad temperaturoju počvy, proizved. v tiflisskoj fizičeskoj observatorii v 1888 i 1889 godach, v 1890 god. Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens im Tifliser physikalischen Observatorium in den Jahren 1888 und 1889. 1890. Tiflis 1895.

Izvestija vostočno-sibirskago otděla imp. Russkago geografičeskago obščestva. T. 25. N. 4. 5. T. 26. N. 1—3. Irkutsk 1895.

Correspondenzblatt des Naturforscher-Vereins zu Riga. XXXVIII. Riga 1895.

Schriften, herausgegeben von der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew (Dorpat). IX. Dorpat 1896. 4.

Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew (Dorpat). Bd. XI. Heft 1. 1895. Jurjew (Dorpat) 1895.

Archiv für die Naturkunde Liv-, Esth- und Kurlands. Herausg. von der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew (Dorpat). Ser. II. Biologische Naturkunde. Bd. XI. Lief. 1. Jurjew (Dorpat) 1895.

Gewitterbeobachtungen, angestellt in Liv- und Esthland im Jahre 1894. Bearb. vom Meteor. Observatorium der Kais. Universität in Jurjew. Jurjew 1895.

Éphémérides des étoiles (W. Döllen) pour la détermination de l'heure et de l'azimut au moyen d'un instrument des passages portatif établi dans le plan vertical de la polaire pour 1896. Publication de la Société astronomique Russe. St.-Pétersbourg 1895. (Dorpat).

Učenyja zapiski imp. Jurjevskago Universiteta. Acta et commentationes imp. universitatis jurievensis. 1896. Jahrg. 4. N. 1—3. Jurjew 1896.

Acta Societatis scientiarum Fennicae. T. XXI. N. 8. T. XXII. N. 1. Helsingforsiae 1896. 4.

Öfversigt af Finska vetenskaps-societetens Förhandlingar. 37. 1894/95. Helsingfors 1895.

Observations publiées par l'Institut météorologique central de la Société des Sciences de Finlande. Vol. 13. Livr. I. — Observations météorologiques faites à Helsingfors en 1894. Vol. 14.

Livr. I. Observations météorologiques faites à Helsingfors en 1895. — Observations météorologiques 1881—1890. Tome supplémentaire. Helsingfors 1895.

Bulletin de la Commission géologique de la Finlande. N. 1—5. Helsingfors 1896.

Finlands Geologiska Undersökning. [Carte géologique (N. 27—30). Dazu:] Beskrifning till Kartbladen N. 27—31. Kuopio 1895.

Suomalais-ugrilaisen seuran toimituskia. Mémoires de la Société Finno-Ougrienne IX. Helsingfors 1896.

Acta Societatis pro Fauna et Flora fennica. Vol. V. Pars 3. Vol. IX. X. XII. Helsingforsiae 1893/95.

Meddelanden af Societas pro Fauna et Flora fennica. Häftet 19—21. Helsingfors 1893/95.

Societas pro Fauna et Flora Fennica. Botanische Sitzungsberichte, zusammengestellt von Axel Arrhenius. Jahrg. I. 1887/88. Jahrg. II—IV. 1888/91. Sep.-Abdr. Cassel 1889/95.

Herbarium Musei fennici. Editio secunda. II. Musci. Helsingforsiae 1894.

Jagić, V. *Codex Slovenicus rerum grammaticarum.* Petropolis 1896.

Radloff, W. *Proben der Volkslitteratur der nördlichen türkischen Stämme, gesammelt und übersetzt.* VII. Th. Die Mundarten der Krim. (Die Sprachen der nördlichen türkischen Stämme. Abth. I.) (Russ.) St. Petersburg 1896.

——. *Die alttürkischen Inschriften der Mongolei.* Lief. III. St. Petersburg 1895.

——. *Versuch eines Wörterbuches der Türk-Dialekte.* Lief. 7. (Russ.) St. Petersburg 1895.

Wild, H. *Das Konstantinow'sche Meteorologische und Magnetische Observatorium in Pawlowsk (bei St. Petersburg).* St. Petersburg 1895. 4.

Brédikhine, Th. *Sur l'origine et les orbites du système des Aquarides.* St.-Pétersbourg 1896. Extr.

——. *Variations séculaires de l'orbite de la comète 1862 III et de ses orbites dérivées.* St.-Pétersbourg 1895. Sep.-Abdr.

Inostranzeff, A. *Au travers de la chaine principale du Caucase.* Recherches géologiques le long de la ligne projetée du chemin de fer de Vladikaukas-Tiflis... (russ.) St.-Pétersbourg 1896. 4.

Salemann, Carolus. *Ābdulquâdiri Baydâdensis Lexicon Šahnâmianum.* T. I. P. 1. Petropoli 1895.

Schrenck, Leopold von. *Reisen und Forschungen im Amur-Lande in den Jahren 1854 bis 1856, im Auftrage der Kais. Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg ausgeführt.* Bd. III. Lief. 3. St. Petersburg 1895. 4.

Wiener, Samuelis. *Catalogus librorum impressorum hebraeorum in Museo Asiatico Imp. Academiae Scientiarum Petropolitanae asservatorum.* Fasc. II. Petropoli 1895.

Konglika Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Ny Följd. Bandet 27. Stockholm 1895/96. 4.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar. Årg. 52. 1895. N. 9—10. Årg. 53. 1896. N. 1—8. (Stockholm 1895.)

Bihang till Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Bandet 20. Afdeeling I—IV. Bandet 21. Afdeeling I—IV. Stockholm 1895/96.

Meteorologiska Jaktagelser i Sverige utgifna af kongl. Svenska Vetenskaps-Akademien, anstälda ... af Meteorologiska Central-Anstalten. Bandet 33. 1891. Stockholm 1895. 4.

Kongl. Vitterhets Historie och Antiquitets Akademiens Handlingar. Stockholm.

Acta mathematica. Zeitschr. herausgegeben von G. Mittag-Leffler. 20:1.2. Stockholm, Berlin, Paris 1896. 4.

Sveriges geologiska undersökning. Afhandlingar och uppsatser. Série Aa. N. 110—113. Nebst Atlas N. 110—113. Série B. N. 8. Série C. N. 135—159. Stockholm 1895.

Geologisk Öfversigtskarta öfver Jemtlands Län. [Stockholm 1896.]

Upsala Universitets Årskrift. Upsala 1895.

Upsala Universitets Matrikel uitgieven af J. von Bahr och Th. Brandberg. Upsala 1896.

Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsal. Vol. 27. Année 1895. Par H. Hildebrand Hildebrandsson. Upsal 1895/96. 4.

Eranos. Acta philologica suecana. Edendo cur. Vilelmus Lundström 1896. Vol. I. Fasc. 1. Upsaliae. (Lipsiae.)

Göteborgs kongl. Vetenskaps- och Vitterhets-Samhälles Handlingar. Ny tidsföljd. Häftet 30. 31. Göteborg 1895/96.

Acta Universitatis Lundensis. [Lunds Universitets Årskrift I.] T. 31. 1895. I. II. Afdelingen. Lund 1895. 4.

Retzius, Gustav. *Das Menschenhirn.* Studien in der makroskopischen Morphologie. I. II. Stockholm 1896. 4.

Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania. Aar 1894. Christiania 1895.

Oversigt over Videnskabs-Selskabets Møder i 1894. Christiania 1895.

Skrifter udgivne af Videnskabsselskabet i Christiania 1894. I. Mathem.-naturv. Klasse. II. Historik-filosofisk Klasse. Christiania 1895.

Det kongelige norske Frederiks universitets aarsberetning for budgetterminen 1892–1893, 1893–1894 samt universitets matrikel for 1893/94. Christiania 1894/95.

Norges gamle love indtil 1387. B. V. H. 2. Christiania 1895. 4.

Foreningen til norske fortidsmindesmaerkers bevaring. Aarsberetning for 1892/93. Christiania 1893/94.

Bendixen, B. E. *Nonneseter klosterruiner.* Udgivet af foreningen til norske fortidsmindesmaerkers bevaring. — Medfolger Foreningens Aarsberetning for 1892. Bergen 1893.

Nicolaysen, N. *Kunst og håndverk fra Norges fortid,* udgivet af foreningen til norske fortidsmindesmaerkers bevaring. Anden raeke. Første Hefte (pl. I—X). — Medfølger Foreningens Aarsberetning for 1893. Christiania 1894. Fol.

——. *Foreningen til norske fortidsmindesmaerkers bevaring 1844–1894.* Christiania 1894.

Diplomatarium Norvegicum. Oldbreve til kundskab om Norges indre og ydre forhold, sprog, ... i middelalderen. Samlede og udgivne af C. R. Unger og H. J. Huitfeldt-Kaas. Samling 14. Halvdel 1. 2. Christiania 1893/95.

Bergens Museums Aarbog vor 1894–95. Afhandlinger og aarsberetning. Bergen 1896.

Stavanger Museum. Aarsberetning for 1894/95. Stavanger 1895/96.

Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et des Lettres de Danemark, Copenhague. Sér. VI. Section des sciences. T. VIII. N. 1. 2. Section des Lettres. T. IV. N. 2. 4. Kjøbenhavn 1895/96. 4.

Bulletin de l'Académie des Sciences et des Lettres de Danemark, Copenhague, pour l'année 1895. N. 2. 4. 1896. N. 1—5. Kjøbenhavn (1895).

Regesta diplomatica historiae danicae. Cura Societatis Regiae Scientiarum Danicae. Series II. Tomus posterior. III ab anno 1574 ad annum 1607. Kjøbenhavn 1895. 4.

Heiberg, J. L. *Über den Geburtsort des Serenos.* 1894. Sep.-Abdr.

——. *Exegetiske Smaabemaerkninger.* Sep.-Abdr.

——. *Die Überlieferung der griechischen Mathematik.* 1896. Sep.-Abdr.

——. *Den graeske Mathematiks Overleveringshistorie.* 1896. Sep.-Abdr.

——. *Overleveringen af Euklids Optik.* 1895. Sep.-Abdr.

Steenstrup, Japetus. *Det store Sølvfund ved Gundestrup i Jytland 1891.* Kjøbenhavn 1895. 4.

Lütken, Chr. Fr. *E Museo Lundii.* En Samling af Afhandlinger om de i det indre Brasiliens Kalkstenshuler af Peter Vilhelm Lund udgravede ... Dyre- og Menneskeknogler. Bindet II. Halvbind 2. Kjöbenhavn. 4.

Verhandelingen der Koninkl. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. Afd. Natuurkunde. Sectie I. Deel III. N. 5—9; Deel V. N. 1—2. Sectie II. Deel IV. N. 7—9; Deel V. N. 1—3. — Afd. Letterkunde. Deel I. N. 5—6. — Amsterdam 1895/96.

Verslagen van de zittingen der wis- en natuurkundige afdeeling van de Koninkl. Akademie van Wetenschappen van 25. Mai 1895 tot 18. April 1896. Deel IV. Amsterdam 1896.

Jaarboek van de Koninkl. Akademie van Wetenschappen gevestigd te Amsterdam voor het jaar 1895. Amsterdam.

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem. T. 29. Livr. 4—5. T. 30. Livr. 1—3. Harlem 1896.

Archives du Musée Teyler. Sér. II. Vol. V. P. 1. 2. Harlem 1896.

Koninkl. Nederlandsch Meteorolog. Instituut. Onweders in Nederland. Naar vrijwillige waarnemingen in 1895. Deel 16. Amsterdam 1896.

Meteorologisch Jaarboek voor 1894. Uitgegeven door het Koninkl. Nederlandsch Meteor. Instituut. Jaarg. 46. Utrecht 1896. 4.

Nederlandsch kruidkundig Archief. Verslagen en Mededeelingen der Nederlandsche Botanische Vereeniging. Ser. III. Deel 1. Stuk 1. Nijmegen 1896.

Namenlijst der Nederlandsche Phanerogamen en Vaatkryptogamen voorkomende in het Nederlandsch kruidkundig Archief Ser. I Deel I—V en Ser. II Deel I—VI. Nijmegen 1896.

Mnemosyne. Bibliotheca philologica Batava. Nova Series. Vol. 24. P. 1—4. Lugduni-Bat., Lipsiae 1896.

Onderzoekingen, gedaan in het Physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. Uitgegeven door Th. W. Engelmann en C. A. Pekelharing. Reeks IV. Afl. 1. Utrecht 1896.

Nieuwe Verhandelingen van het Bataafsch Genootschap der Proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam. Buitengewone Aflevering. — A magnetic survey of the Netherlands for the Epoch January 1891 by van Rijckevorsel. Rotterdam 1895. 4.

Nederlandsche Vereeniging voor Electrotechniek. 1895/96. 's Gravenhage 1896.

Bijdragen tot de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitgegeven door het Koninkl. Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. Volg. VI. Deel 2. Afl. 1—4. 's Gravenhage 1896.

Koninkl. Instituut voor de Taal-, Land- en Volkenkunde van Nederlandsch-Indië. Naamenlijst der Leden op 1 April 1896.

Tijdschrift voor Nederlandsche Taal- en Letterkunde, uitgegeven vanwege de Maatschappij der Nederl. Letterkunde te Leiden. Deel 15. (Nieuwe reeks, 7. Deel.) Afl. 1—3. Leiden 1896.

Handelingen en Mededeelingen van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, over het jaar 1894. 1895. 1895. 1896. Leiden 1895/96.

Levensberichten der afgestorven medeleden van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden. Bijlage tot de Handelingen van 1894. 95. 1895. 96. Leiden 1895/96.

Flora Batava. Afbeelding en Beschrijving van Nederlandsche Gewassen. Aflevering 311—314. Leiden 1896. 4.

Pascoli, Joannes. *Cena in caudiano Nervae, carmen praemio aureo ornatum in certamine poetico Hoeufftiano.* Accedunt duo poemata laudata. Amstelodami 1896.

van Rijckevorsel und W. van Bemmelen. *Magnetische Beobachtungen in der Schweiz im Jahre 1895 ausgeführt.* Utrecht o. J.

Verdam, J. *G. van der Schueren's Teuthonista of Duytschlender.* In eene nieuwe bewerking vanwege de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde uitgegeven. Leiden 1896.

Notulen van de allgemeene en bestuurs vergaderingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel 33. 1895. Afl. 3 en 4. Batavia 1896.

Tijdschrift voor Indische Taal-, Land- en Volkenkunde, uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel 38. Afl. 6. Deel 39. Afl. 1. 2. Batavia's Hage — 1895/96.

Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indie. Uitgegeven door de Koninkl. Natuurkundige Vereeniging in Nederl.-Indië. Ser. IX. Deel 4. Batavia 1896.

Koninkl. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië. Voordrachten. N. 1. Batavia 1889.

Boekwerken, der Tafel gebracht in de Vergaderingen van de Directie der Koninkl. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië gedurende het jaar 1895. Batavia 1896.

Supplement-Catalogus (1883—1893) der Bibliotheek van de Koninkl. Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië. Batavia 1895.

Observations made at the magnetical and meteorological Observatory at Batavia. Vol. 17. 1894. Batavia 1895.

Mededeelingen uit 's Lands Plantentuin. N. XV—XVII. Batavia-'s Gravenhage 1896.

Annales du Jardin botanique de Buitenzorg. Vol. XIII. P. 1. 2. Leide 1895/96.

Verslag omtrent den staat van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg over het jaar 1895. Batavia 1896.

Dagh-Register gehouden int Casteel Batavia vant passerende daer ter plaetse als over geheel Nederlandts-India. Anno 1666-1667. Uitgegeven door het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen van Mr. J. A. van der Chijs. Batavia's Hage 1895.

Nederlandsch-Indisch Plakaatboek 1602—1811. Door Mr. J. A. van der Chijs. Deel 14. 1804—1808. Batavia. 's Hage 1895.

Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Jaargang 16. 1894. Batavia 1895.

Boerlage, J. G. en S. H. Koorders. *Bijdragen tot de kennis der Boomflora van Java. III.* Batavia 1893. Sep.-Abdr.

van der Chijs, J. A. *Catalogus der numismatische verzameling van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen.* Batavia-'s Hage 1896.

Koorders, S. H. *Morphologische und physiologische Embryologie von Tectona grandis Linn. f. (Djati- oder Teak-Baum).* Leipzig 1896. Sep.-Abdr.

——— *Bemerkungen über den Werth einheimischer Namen von javanesischen Waldbäumen.* 1895. Sep.-Abdr.

——— *Die Kultur des Sono-Kling-Baumes.* 1895. Sep.-Abdr.

Académie Royale de Belgique. Bulletin de l'Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Année 65. Sér. III. T. 30. N. 11—12. Année 66. Sér. III. T. 31. 1896. N. 1—10. Bruxelles 1895/96.

Annuaire de l'Académie Royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. 1896. 1897. Année 62. 63. Bruxelles 1896/97.

Académie Royale des sciences ... de Belgique. Classe des lettres. Concours pour les années 1897. 1898 et 1899 et prix perpétuels. [Bruxelles 1896.]

Commission royale pour la publication des anciennes lois et ordonnances de la Belgique. Procès-verbaux des séances. Vol. 7. Cah. IV. Bruxelles 1896.

Annales de la Société géologique de Belgique. T. 22. Livr. 4. T. 23. Livr. 1. 2. Liège 1892/93. 1895/96.

Bulletin de la Société de géologie, de paléontologie et d'hydrologie. (Bruxelles.) Année 1894. T. VIII. Bruxelles 1894/95.

Analecta Bollandiana. T. XV. Fasc. 1—4. Bruxelles 1896.

Annales du Musée Royal d'histoire naturelle de Belgique. T. XII. Bruxelles 1896. Fol.

Coutumes des pays et comté de Flandre. Quartier de Gand. T. 6. Coutumes de la ville de Termonde, par le Cte Th. de Limburg-Stirum. Bruxelles 1896. 4.

Botanisch Jaarboek. Zevende Jaargang 1895. Gent 1895.

Revue Bénédictine. Année 13. N. 1—12. 1896. Abbaye de Maredsous, Belgique.

Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. XI. Heft 2. Basel 1896.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 40. Heft 3 u. 4. Zürich 1895.

Festschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich 1746—1896. T. 1. 2. Zürich 1896.

Neujahrsblatt der Zürcherischen Naturforschenden Gesellschaft auf das Jahr 1896. N. 98. Die Gletscherlawine an der Altels am 11. Sept. 1895. Von Albert Heim. Zürich 1895. 4.

8. Jahresbericht der Physikalischen Gesellschaft in Zürich 1895. Uster-Zürich 1896.

Mittheilungen der Antiquarischen Gesellschaft in Zürich. Bd. 24. Heft 2. Zürich 1896. 4.

Neue Denkschriften der allgemeinen schweizerischen Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften. Bd. 34. Zürich 1895.

Jahrbuch für Schweizerische Geschichte. Herausgegeben auf Veranstaltung der allgemeinen geschichtsforschenden Gesellschaft der Schweiz. Bd. 21. Zürich 1896.

Astronomische Mittheilungen, gegründet von Dr. Rudolf Wolf. N. 87. Herausgegeben von A. Wolfer. Zürich 1896. Sep.-Abdr. aus der Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 41. 1896. Suppl.

Annalen der Schweizerischen meteorologischen Central-Anstalt 1893. — Der »Schweizerischen meteorologischen Beobachtungen« 30. Jahrg. Zürich (1895). 4.

Argovia. Jahresschrift der Historischen Gesellschaft des Kantons Aargau. Bd. 26. Aarau 1895.

Jahresbericht der Naturforschenden Gesellschaft Graubündens. N. F. Bd. 39. Vereinsjahr 1895/96. Chur 1896.

Beiträge zur Geologischen Karte der Schweiz. Herausgegeben von der Geologischen Commission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft. N. F. Lief. 5. Bern 1896. 4.

Bodenseekarte [in zwei Blättern]. Herausgegeben von der Vollzugscommission für Herstellung einer Bodenseekarte im Auftrage der fünf Staaten: Baden, Bayern u. s. w. Bern 1895. gr. Fol.

Bulletin de la Société Vaudoise des sciences naturelles. Sér. IV. Vol. 31. N. 119. Vol. 32. N. 121. Lausanne 1895/96.

Collectanea Friburgensia. Commentationes academicae universitatis Friburgensis Helvet. Fasc. V. Friburgi Helvet. 1896.

Index lectionum quae in Universitate Friburgensi per menses aestivos anni 1896 .. per menses hiemales anni 1896/97 ... habentur. Friburgi Helvet. 1896.

Brandstetter, Renward. *Malaio-Polynesische Forschungen.* V. Die Gründung von Wadjo ... in's Deutsche übertragen. Luzern 1896. 4.

Eblin, Bernhard. *Über die Waldreste des Averser Oberthales.* Vortrag (1895).

Graf, J. H. *Der Briefwechsel zwischen Jacob Steiner und Ludwig Schläfli.* Bern 1896.

Savigny, Leo von. *Rede beim Antritt des Rectorats der Universität Freiburg, Schweiz,* gehalten am 15. November 1895. Über die Stellung der Rechtswissenschaft zur Universität. Freiburg (Schweiz) 1895.

Wolfer, A. *Zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne.* Zürich 1896. Sep.-Abdr.

—— . *Zur Bestimmung der Rotationszeit der Sonne.* Zürich 1896. Sep.-Abdr.

Anuario de la Real Academia de Ciencias exactas fisicas y naturales. 1896. Madrid.

Boletin de la Real Academia de la Historia. T. 28. Cuaderno I—VI. 1896. T. 29. Cuaderno I—VI. Madrid 1896.

Anales del Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando. Sección 1. Observaciones astronómicas. Año 1892. San Fernando 1896.

Boletin del Museo Biblioteca de Filipinas. Año I. N. 5. 8. 1895. [Madrid.]

de Bofarull y Sans, Francisco. *Predilección del Emperador Carlos V por los Catalanes.* Barcelona 1895.

——— y de Sartorio, Manuel. *Tres cartas autografas é inéditas de Antonio Tallander, Mossén Borra* . . . Barcelona 1895.

Cabanyes, Isidoro. *Proyecto de un aparato para la navegación aérea por el sistema »mas pesado que el aire«.* Madrid 1896.

Seoane, Victor Lopez. *Nouvelle espèce de batracien anoure des îles Philippines.* Paris 1890. Extr.

———. *Sur deux nouvelles formes de perdrix d'Espagne.* Paris 1894. Extr.

———. *Aves nuevas de Galicia.* La Coruña 1870.

———. *Revision del catálogo de las aves de Andalucía.* La Coruña 1870.

———. *Neue Boidengattung und Art von den Philippinen.* Frankfurt a. M. 1881. Sep.-Abdr. 4.

———. *Examen crítico de las perdices de Europa, particularmente de las de España.* La Coruña 1891.

Uhagon, Francisco de. *Relacion de los festines que se celebraron en el Vaticano con motivo de las bodas de Lucrecia Borgia con Alonso de Aragón, Principe de Salerno.* Madrid 1896.

Communicações da Direcção dos Trabalhos Geologicos de Portugal. T. III. Fasc. 1. Lisboa 1895/96.

Real Observatorio Astronomico de Lisboa (Tapada). Observations méridiennes de la planète Mars pendant l'opposition de 1892. Lisbonne 1895. 4.

Annaes de Ciencias Naturaes. Revista de historia natural, agricultura, piscicultura e pescas maritimas publ. por Augusto Nobre. Vol. 1. 2. Anno III. N. 3. 4. Porto 1894/95.

†*Ἐφημερις ἀρχαιολογικη ἐκδιδομενη ὑπο της ἐν Ἀθηναις ἀρχαιολογικης ἑταιριας. Περιοδος* 3. 1895. *Τευχος* 2—3. 1896. *Τευχος* 1—2. *Ἐν Ἀθηναις* 1895/96. 4.

Δαυιδ, Ἐμμανουηλ. *Ἐπιγραφαι Ἐρεσου. Ἠτοι συλλογὴ ἁπασῶν τῶν μέχρι τοῦδε ἀνακαλυφθεισῶν ἐπιγραφῶν ἐν Ἐρεσῷ* . . . *Ἐν Ἀθηναις* 1895.

Ἐθνικη Βιβλιοθηκη της Ἑλλαδος. Ἐκθεσις των κατα το ἐτος 1895—96 *πεπραγμενων* . . . *ὑπο Γεωργιου Κωνσταντινιδου. Ἐν Ἀθηναις* 1896.

Analele Academiei Române. Ser. II. T. 15—17. 1892/95. Memoriile secţiunii istorice. Bucuresci 1895. — Ser. II. T. 16. 1894/95. Memoriile secţiunii sciinţifice. Bucuresci 1895. — Ser. II. T. 17. 1894/95. Partea administrativă şi desbaterile. Bucuresci 1895. 4.

Academia Română. Lege, statute regulamente şi decisiuni 1896. Bucuresci 1896.

Analele Institutului meteorologic al României publicate de Stefan C. Hepites. T. X. Anul 1894. Bucuresci 1895. 4.

Buletinul observaţiunilor meteorologice din România de Stefan C. Hepites. Anul IV. 1895. Bucuresci 1896. 4.

Buletinul Societăţii de Sciinţe fisice (Fisica, Chimia şi Mineralogia) din Bucuresci-România. Anul IV. N. 11—12. 1895. Anul V. N. 1—10. Bucuresci 1896. 4.

Crăiniceanu, Gheorghe. *Igiena ţĕranuluĭ Român.* Bucuresci 1895.
Manolescu, N. *Igiena ţĕranuluĭ.* Bucuresci 1895.
Petriceicu-Hasdeu, B. *Dicţionarul limbei istorice si poporane a Românilor ... sub auspiciele Academiei Române.* Tomul III. Fascioara III. IV. Bucuresci 1896.
Petrescu Ghenadie, Sturdza Dimitrie A. si Sturdza Dimitrie C. *Acte şi documente relative la Istoria renascerei Romaniei.* Vol. I—VII. Bucuresci 1889/96.

Srpska kraljevska akademija. Glas 49. 50. Beograd 1895.
Srpska kraljevska akademija. Godišnjak VIII. 1894. Beograd 1895.
Srpska kraljevska akademija. Spomenik 25. 30. U Beojradu 1895/96. 4.

Mĕsečen bjuletin na centraln. meteorolog. stancija v Blgarija. Bull. mens. de la Station centr. météorologique de Bulgarie. Jahrg. 1895. N. 11—12. Jahrg. 1896. N. 1—10. Sofia.
Godišen otčet na meteorolog. stancija v Sofia. Bulletin annuaire de la Station Météorologique de Sofia pour l'année 1895.
Godišen otčet na meteorolog. stancija v Gabrovo. Bulletin annuaire de la Station Météorologique de Gabrovo pour l'année 1895.
Godišen otčet na meteorolog. stancija v Plĕven. Bulletin annuaire de la Station Météorologique de Pleven pour l'année 1895.

Bulletin météorologique et séismique de l'Observatoire Impérial de Constantinople. Nov.—Déc. 1895. Janv.—Mars 1896. Constantinople 1895/96.
Ὁ ἐν Κωνσταντινουπολει Ἑλληνικος Φιλολογικος Συλλογος. Συγγραμμα περιοδικον. Τομος ΙΘ'. 1884—85 [nebst] *Παρατημα. Τομος Κ'* 1885—86 *και* 1886—87. *Τομος ΚΑ'* 1887—88 *και* 1888—89. *Τομος ΚΒ'* 1889—90 *και* 1890—91. [Nebst] *Παραρτημα του Κ—ΚΒ τομου. Τομος ΚΓ'* 1891—92. *Τομος ΚΔ'* 1893—94. *Τομος ΚΕ'* 1893—94. *Ἐν Κωνσταντινουπολει* 1890—95.
Ὁ ἐν Κωνσταντινουπολει Ἑλληνικος Φιλολογικος Συλλογος. — Ζωγραφειος ἀγων ἠτοι Μνημεια της Ἑλλ. ἀρχαιοτητος ζωντα ἐν τωι νυν Ἑλληνικωι λαωι. Τομος Α'. Ἐν Κωνσταντινουπολει 1891. 4.

Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. N. S. Vol. 23. (Whole Series Vol. 31.) From May 1895 to May 1896. Boston 1896.
Bulletin of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. 27. N. 7. Vol. 29. N. 1—6. Vol. 30. N. 1. Cambridge 1896.
Annual Report of the Curator of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College, to the President and Fellows of Harvard College, for 1894/95. Cambridge 1895.
Harvard Oriental Series. Edited by Charles Rockwell Lanman. Vol. 3. Cambridge 1896.
Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College. Vol. 40. P. IV. Observations made at the Blue Hill meteorological Observatory, Mass. U. S. A., in the year 1894 under the direction of A. Lawrence Rotch. Cambridge 1895. — Vol. 34. A catalogue of 7922 southern stars observed with the meridian photometer during the years 1889/91. By Solon J. Bailey. Cambridge 1895. — Vol. 41. N. III. Observations of the New England Weather Service in the year 1894. J. Warren Smith, Weather Bureau Director. Cambridge 1895. 4.
Fiftieth annual Report of the Director of the Astronomical Observatory of Harvard College for the year ending Sept. 30, 1895. By Edward C. Pickering. Cambridge 1895.
Transactions of the American Philological Association 1895. Vol. 26. Boston.
Technology Quarterly and Proceedings of the Society of Arts. Vol. VIII. N. 4. Vol. IX. N. 1—3. Boston 1895/96.

Memoirs of the Boston Society of Natural History. Vol. 5. N. 1—2. Boston 1895. 4.

Proceedings of the Boston Society of Natural History. Vol. 26. P. IV. Nov. 1894. — Mai 1895. Vol. 27. p. 1—74. Boston 1895/96.

The Astronomical Journal. Vol. XVI. N. 1—24. Vol. XVII. N. 1—7. Boston 1895/96.

Tufts College Studies. N. 1—4. Tufts College, Mass. 1894/95.

Proceedings of the Portland Society of Natural History. Vol. II. 1895. P. 3. Portland, Maine, U. S. A. 1895.

The American Journal of Science. Ser. III. Vol. 50. Index to volumes 41—50. Ser. IV. Vol. I. N. 1—7. Vol II. N. 8—12. New Haven, Connect. 1896.

Journal of the American Oriental Society. Vol. 17. New Haven, Connect. 1896.

Transactions of the Astronomical Observatory of Yale University. Vol. I. P. 5. New Haven 1896. 4.

Report for the year 1895/96, presented by the Board of Managers of the Observatory of Yale University to the President and Fellows. [New Haven.]

Transactions of the Meriden Scientific Association. Vol. VII. Meriden, Conn. 1895.

New York Academy of Sciences. Memoir I. New York 1895.

Annals of the New York Academy of Sciences, late Lyceum of Natural History. Vol. VIII. N. 6—12. Index. Vol. IX. N. 1—3. New York 1895/96.

Transactions of the New York Academy of Sciences. Vol. XIV. 1894/95. New York 1895.

The Physical Review. A Journal of experimental and theoretical physics. Vol. III. 1896. N. 4—6. Vol. IV. N. 1—3. New York. London. Berlin.

Proceedings of the Rochester Academy of Science. Vol. II. Brochure 3. (Pp. 201—288.) Brochure 4. (Pp. 289—348.) Vol. III. Brochure 1. (Pp. 1—150.) Rochester, N. Y. 1896.

Catalogue of the College of New Jersey at Princeton. 149. year, 1895/96. Princeton.

Journal of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. Ser. II. Vol. X. P. 3. Philadelphia 1896. 4.

Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1895. P. II. April — Sept. P. III. Oct. — Dec. 1896. P. I. Jan. — March. Philadelphia 1895/96.

The American Naturalist. Vol. 30. N. 349—360. 1896. Jan. — Dec. Philadelphia.

Transactions of the American Philosophical Society held at Philadelphia for promoting useful knowledge. Vol. 18. N. S. P. III. Philadelphia 1896. 4.

Proceedings of the American Philosophical Society held at Philadelphia for promoting useful knowledge. Vol. 34. July — Dec. 1895. N. 148. 149. Vol. 35. Jan. 1896. N. 150. Philadelphia.

Bulletin of the Geographical Club of Philadelphia. Vol. II. N. 1. Philadelphia 1896.

Johns Hopkins University Circulars. Baltimore. Vol. XV. N. 123—127. Baltimore 1896. 4.

American Journal of Mathematics. Vol. 18. N. 1. 2. 4. Baltimore 1895/96. 4.

American Chemical Journal. Edited by Ira Remsen. Vol. 17. N. 8—10. Vol. 18. N. 1—6. Baltimore 1895/96.

The American Journal of Philology. Vol. XVI. 2—4. Baltimore 1895.

Johns Hopkins University Studies in Historical and Political Science. Ser. XIII. 9—12. Ser. XIV. 1—7. Baltimore 1895/96.

Peabody Institute, of the city of Baltimore, twenty-ninth annual Report. June 1. 1896. Baltimore.

Memoirs of the National Academy of Sciences. Vol. VII. Washington 1895. 4.

Report of the National Academy of Sciences for the year 1895. Washington 1896.

Proceedings of the United States National Museum. Vol. XVII. 1894. Washington 1895.

Smithsonian Miscellaneous Collections. 971. Indexes to the litteratures of cerium and lanthanum by W. H. Magee. 972. Index to the litterature of didymium 1842—1893 by A. C. Langmuir. City of Washington 1894/5.



Smithsonian Institution. United States National Museum. Bulletin of the United States National Museum. N. 48. Washington 1895.

Bulletin of the Chemical Society of Washington. N. 9. Washington 1895.

U. S. Department of Agriculture. Division of Ornithology and Mammalogy. North American fauna. N. 10—12. Washington 1895/96.

U. S. Department of Agriculture. Division of Ornithology and Mammalogy. Bulletin. N. 8. Washington 1896.

U. S. Department of Agriculture. Weather Bureau. — Report of the chief of the weather bureau. 1894. Washington 1895. 4.

Department of the Interior. U. S. Geological Survey. J. W. Powell, Director. Geological Atlas of the United States. Fol. 13—25. Washington 1894/95.

Department of the Interior. U. S. Geological Survey. Bulletin. N. 123—126. 128. 129. 131—134. Washington 1895/96.

U. S. Geological Survey. 15. Annual Report of the U. S. Geological Survey to the Secretary of the Interior 1893/94 by J. W. Powell, Director. Washington 1895. 4.

U. S. Geological Survey. 16. Annual Report of the United States Geological Survey to the Secretary of the Interior 1894/95. Charles D. Walcott, Director. P. 2—4. Washington 1895.

Treasury Departement. U. S. Coast and Geodetic Survey. Bulletin N. 35. Washington 1896.

Report of the superintendent of the U. S. Coast and Geodetic Survey for the fiscal year ending June 30, 1893, in two parts. P. II. . . . . . *for the fiscal year ending with June 1894,* in two parts. P. II. Washington 1895.

Report of the Commissioner of Education for the year 1892/93. Vol. 1. 2. *1893/94.* Vol. 1. 2. Washington 1895/96.

Smithsonian Contributions to Knowledge. 980. On the densities of oxygen and hydrogen, and on the ratio of their atomic weights. By Edward W. Morley. — 989. Hodgkins Fund. Washington 1895. 4.

13. Annual Report of the Bureau of Ethnology to the Secretary of the Smithsonian Institution. 1891/92. By J. W. Powell. Washington 1896.

Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution, . . . for the year ending June 30, 1893. Washington 1895.

Missouri Botanical Garden. Seventh Annual Report. St. Louis, Mo. 1896.

Missouri Geological Survey. Vol. IV—VII. Jefferson City 1894.

Bulletin of the Chicago Academy of Sciences. Vol. II. N. 2. Chicago 1895.

Chicago Academy of Sciences. Thirty-eighth annual report for the year 1895. Chicago 1896.

Field Columbian Museum. Pub. 2. Vol. I. N. 2. — Pub. 3. Geological Series. Vol. I. N. 1. — Pub. 4. Botanical Series. Vol. I. N. 1. — Pub. 5. 7. 11. 12. 13. Zoological Series. Vol. I. N. 1—5. — Pub. 8. Anthropological Series. Vol. I. N. 1. — Pub. 9. Botanical Series. Vol. I. N. 2. — Pub. 6. Report Series. Vol. I. N. 1. — Pub. 10. Ornithological Series. Vol. I. N. 1. Chicago, U. S. A. 1895/96.

Action of the Editorial Board of the Astrophysical Journal with regard to Standards in Astrophysics and Spectroscopy. Chicago 1896. Sep.-Abdr.

The Geological and Natural History Survey of Minnesota. Annual Report 22. 23 for the year 1893. 1894. N. H. Winchell, State Geologist. Minneapolis 1894/95.

Transactions of the Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Letters. Vol. X. 1894/95. Madison, Wisconsin 1895.

Publications of the Washburn Observatory of the University of Wisconsin. Vol. IX. P. 1. 2. Madison, Wisconsin 1896.

Annual Report of the Director of the Michigan Mining School, August 16th, 1895. Houghton, Michigan.

Iowa Geological Survey. Vol. 3. Second annual report 1893. — Vol. 4. Third annual report 1894. Des Moines 1895.

The Kansas University Quarterly. Vol. IV. N. 2—4. Vol. V. N. 1. Lawrence, Kansas 1895/96.

University of Nebraska. Bulletin of the Agricultural experiment station of Nebraska. Vol. VIII. N. 44—45. Lincoln, Nebraska, U. S. A.

Geological Surveg of Alabama. Bulletin N. 5. Montgomery, Ala. 1896.

Proceedings of the California Academy of Sciences. Ser. II. Vol. V. P. 1. 2. San Francisco 1895/96.

Memoirs of the California Academy of Sciences. Vol. II. N. 5. San Francisco, Cal. 1896.

Annual Report of the Secretary to the Board of Regents of the University of California, for the year ending June 30, 1895. Sacramento 1895.

University of California. Biennial Report of the President of the University ... to His Excellency the Governor of the State. 1894. Sacramento 1895.

Contributions from the Lick Observatory. — N. 4. Report on the Total Eclipse of the Sun, observed at Mina Bronces, Chile, on April 16, 1893. By J. M. Schaeberle. Sacramento 1895. — N. 5. Meteors and sunsets observed by the Astronomers of Lick Observatory in 1893, 1894 and 1895. Sacramento.

First Report of the Board of State Horticultural Commissioners of California. Sacramento 1882.

State Viticultural Commission. First annual Report of the Board of State Viticultural Commissioners. Second edition — revised. Sacramento 1881.

Annual Report of the chief executive Viticultural Officer to the Board of State Viticultural Commissioners, for the year 1881; 1882-3 and 1883-4. Sacramento 1882. 1884.

Report of the sixth annual State Viticultural Convention held ... at San Francisco 1888. Sacramento 1888.

Report of the Board of State Viticultural Commissioners, for 1889-90; 1891-92; 1893-94; Appendix. Sacramento 1881/94.

Directory of the grape growers, wine makers and distillers of California ... publ. by the Board of State Viticultural Commissioners of California. Sacramento 1891.

Register of the University of California. 1894/95. Berkeley 1895.

University of California. Bulletin of the Department of Geology. Vol. I. N. 10. 11. Berkeley 1895.

University of California. Agricultural experiment station, Berkeley, Cal. Bulletin 105—109. [Berkeley] 1894/95.

Alden, James S. *A theory of the structure of matter.* Passaic, N. J. 1896.

Bell, Alexander Welville. *Englische sichtbare Sprache in zwölf Lektionen.* Illustrirt. Washington [1896].

Cline, J. M. *The climatic causation of disease.* Galveston, Texas 1895. Sep.-Abdr.

Farrand, Max. *The legislation of Congress for the government of the organized territories of the United States 1789—1895.* Thesis. Newark, N. J. 1896.

Frank W. Very. *Photometry of a lunar eclipse.* (Repr. from Astrophys. Journal Nov. 1895.) Chicago 1895.

Fulcomer, Daniel. *Instruction in Sociology in institutions of learning.* Chicago 1896. Sep.-Abdr.

(G. Brown Goode.) *An account of the Smithsonian Institution, its origin, history, objects and achievements.* Washington 1895.

Hale, George E. *Organization of the Yerkes Observatory.* Chicago 1896.

Phillips, William Battle. *Iron making in Alabama.* (Alabama Geolog. Survey.) Montgomery, Ala. 1896.

Rivers, J. J. *Contributions to the larval history of Pacific coast Coleoptera.* Sacramento 1886.

——. *The species of Amblychila.* [1893.] Extr.

——. *The oaks of Berkeley and some of their insect inhabitants.* Sacramento 1887.

Stearns, Frederick. *List of duplicates of marine, land and fresh water shells from Japan, etc.* Detroit 1896.

Boletin de la Sociedad de geografia y estadistica de la Republica Mexicana. Cuarta epoca. T. III. N. 3—9. Mexico 1894/95.

Memorias y Revista de la Sociedad Cientifica »Antonio Alzate«. T. VIII. (1894/95.) N. 5—8. T. IX. (1895/96.) N. 1—10. Mexico 1895/96.

La Naturaleza. T. II. Cuaderno. N. 8. 9. Mexico 1894/95. 4.

Ramirez, Santiago. *Datos para la historia del Colegio de Mineria.* Edición de la Sociedad »Alzate«. Mexico 1894.

Annuario publicado pelo Observatorio de Rio de Janeiro para o anno de 1896. Rio de Janeiro 1895.

Revista trimensal do Instituto Historico e Geographico Brazileiro. T. 56. P. II. T. 57. P. I. II. Rio de Janeiro 1895.

Commission centrale de Bibliographie Brésilienne sous la direction de l'Institut historique et géographique Brésilien. 1ère Année. Fasc. 1er. Rio de Janeiro 1895.

Cruls, L. *Determinação das posições geographicas de Rodeio, Entre-Rios, Juiz de Fóra, João Gomes e Barbacena.* Rio de Janeiro. 1894. 4.

——. *O Clima do Rio de Janeiro.* Segundo as observações meteorologicas feitas durante o periodo de 1851 a 1890. Rio de Janeiro 1892. 4.

——. *Méthode graphique pour la détermination des heures approchées des éclipses du soleil et des occultations.* Rio de Janeiro 1894.

(Raffard, Henri.) *Homenagem do Instituto Historico e Geographico Brazileiro á Memoria de Sua Magestade o Sennor D. Pedro II.* Rio de Janeiro 1894.

Revista del Museo de La Plata, dirijida por Francisco Moreno. T. VI. P. 2. T. VII. P. 1. La Plata 1895.

Anales del Museo de La Plata. Materiales para la historia fisica y moral del continente sud-americano. Seccion zoológica. — II. Contributions à l'étude des Édentés à bandes mobiles de la République Argentine par F. Lahille. (Partie I.) Taxonomie et variations. — III. Nota sobre los restos de Hyperoodontes conservados en el Museo de la Plata por Francisco P. Moreno. La Plata. 1895. Fol.

Anales del Museo nacional de Buenos Aires. Segunda Ser. publ. p. Carlos Berg. (T. IV. Ser. II. T. 1.) Buenos Aires 1895.

Anales de la Oficina meteorológica Argentina, por su Director G. G. Davis. T. X. Buenos Aires 1895. 4.

Boletin de la Academia Nacional de ciencias en Córdoba. Dic. de 1895. T. 14. Entregas 3 y 4. Buenos Aires 1896.

Resultados del Observatorio Nacional Argentino en Córdoba. Vol. XV. Buenos Aires 1896. 4.

Berg, Carlos. *Las cuestiones de límites.* Buenos Aires 1892. Sep.-Abdr.

——. *Enumeración sistemática y sinonímica de los peces de las costas Argentina y Uruguaya.* Buenos Aires 1895. Sep.-Abdr.

——. *Sobre peces de agua dulce nuevos ó poco conocidos de la República Argentina.* Buenos Aires 1895. Sep.-Abdr.

——. *Hemipteros de la Tierra del Fuego coleccionados por Carlos Backhausen.* Buenos Aires 1895. Sep.-Abdr.

Berg, Carlos. *Dos reptiles nuevos.* Buenos Aires 1895. Sep.-Abdr.

——————. *Aeolus pyroblaptus* Berg, *un nuevo destructor del trigo.* Buenos Aires 1892. Sep.-Abdr.

——————. *Canibalismo entre insectos.* Buenos Aires 1892. Sep.-Abdr.

——————. *Carlos Germán Conrado Burmeister. Reseña biográfica.* Buenos Aires 1895. Sep.-Abdr.

——————. *Descripciones de algunos hemípteros heterópteros nuevos ó poco conocidos.* Montevideo 1894. Sep.-Abdr.

——————. *Descripción de tres nuevos lepidópteros de la colección del Museo nacional de Buenos Aires.* Buenos Aires 1896. Sep.-Abdr.

——————. *Sur la distribution géographique de l'Ophioderes materna(L.) B.S.D.* Buenos Aires 1896. Sep.-Abdr.

——————. *Révision et description des espèces Argentines et Chiliennes du genre Tatochila* Butl. Buenos Aires 1895. Sep.-Abdr.

——————. *Notice nécrologique sur le docteur Hermann Burmeister.* Paris 1895. Sep.-Abdr.

——————. *Pseudoskorpionidenkniffe.* 1893. Sep.-Abdr.

——————. *Geotria macrostoma (Burm.)* Berg *y Thalassophryne Montevidensis* Berg, *dos peces particulares.* La Plata 1893. Sep.-Abdr.

Carranza, Arturo B. *Artículos del Doctor Irigoyen.* Buenos Aires 1895.

Magnasco, Oswaldo. *El alegato chileno.* (Refutación.) Buenos Aires 1896.

The Journal of the College of Science, Imperial University, Japan. Vol. VIII. P. 2. Vol. IX. P. 1. Vol. X. P. 1. Tokyo, Japan 1895/96.

Mittheilungen aus der Medicinischen Facultät der Kais. Japanischen Universität. Bd. 3. N. 2. Tokio 1895.

Mittheilungen der Deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens in Tokio. Heft 57. (Bd. VI. S. 329—364.) Supplement-Heft III zu Bd. VI. Tokio 1896. 4.



NAMENREGISTER.

SACHREGISTER.



Berichtigungen zum Jahrgang 1896.

S. 1049 Z. 10 v. u. statt Prolus lies Proclus.
» 1099 » 11 » » » Fr. lies W.
» 1100 » 1 » » » 21. September lies 18. September
» 1101 » 1 » o. » Friedrich lies Wilhelm

Berlin, gedruckt in der Reichsdruckerei.



